

ANÁLISE DE ANTENAS DE MICROLINHA MOLDADAS
SOBRE SUPERFÍCIES CILÍNDRICAS

Feliciano Lumini

Divisão de Engenharia de Sistemas
Empresa Brasileira de Aeronáutica S.A.
12225 - S.J. dos Campos - SP

Claudemir Marcos da Silva
Instituto de Pesquisas Espaciais
Ministério da Ciência e Tecnologia
12201 - S.J. dos Campos - SP

J.C. da S. Lacava e F.P. Richards
Departamento de Circuitos e Microondas
Instituto Tecnológico de Aeronáutica
Centro Técnico Aeroespacial
12225 - S.J. dos Campos - SP

RESUMO

É apresentado um método rigoroso para o cálculo dos campos eletromagnéticos irradiados por uma antena de microlinha, de geometria arbitrária, moldada sobre superfícies cilíndricas. O método considera a antena como um problema de contorno onde a densidade \vec{J}_s , localizada sobre o elemento irradiador, é a fonte virtual dos campos irradiados. Antenas do tipo "wraparound" são analisadas como um exemplo de aplicação. Uma expressão para a impedância de entrada de antenas retangulares finas, obtida modelando-as por cavidades de paredes laterais magnéticas, também é desenvolvida. Boa concordância é observada entre a teoria e o experimento.

1 - INTRODUÇÃO

Antenas de microlinha planas, por apresentarem propriedades ideais para aplicações aeroespaciais, têm sido exaustivamente analisadas [1] a [5]. Entretanto, quando moldadas sobre superfícies cilíndricas, o que configura uma geometria mais realista para sua análise quando instalada em aviões, foguetes e mísseis, pouca informação se encontra disponível na literatura especializada [6] a [8]. Este trabalho tem como objetivo ampliar o conhecimento sobre o assunto, apresentando um método rigoroso para o cálculo do campo eletromagnético irradiado e uma expressão aproximada para a impedância de entrada de antenas retangulares, obtida modelando-as por cavidades ressonantes de paredes laterais magnéticas [3].

2 - CAMPO ELETROMAGNÉTICO IRRADIADO

Seja a antena de microlinha apresentada na Fig. 1. Sobre um cilindro metálico de raio a foi adicionada uma camada dielétrica (substrato) de espessura $h_s = (b-a)$ e permissividade ϵ_s . O elemento irradiador de forma arbitrária e superfície S_a foi impresso sobre a superfície de raio b . Podemos identificar nesta estrutura duas regiões distintas: região 1 - substrato dielétrico ($a < \rho < b$) e região 2 - vácuo ($\rho > b$). O método que passaremos a descrever considera a antena como um problema de contorno onde a densidade de corrente \vec{J}_s (localizada sobre o elemento irradiador), é a fonte virtual dos campos eletromagnéticos irradiados. Este procedimento, além de incluir o efeito da camada dielétrica do substrato e permitir a obtenção da função de Green transformada, sistematiza o cálculo dos campos irradiados pela antena, realizados no domínio de Fourier. Como a antena é considerada um problema de contorno são obtidas, inicialmente, as soluções das equações de onda para os campos eletromagnéticos nas regiões 1 e 2.

2.1 - Campos Eletromagnéticos nas Regiões 1 e 2

Como não há fontes na região 1, a equação de onda para o campo elétrico no caso de dependência temporal do tipo $e^{i\omega t}$, é:

$$(\nabla^2 + k_s^2) \vec{E}_s = 0 \quad (a \leq \rho \leq b) \quad (2.1)$$

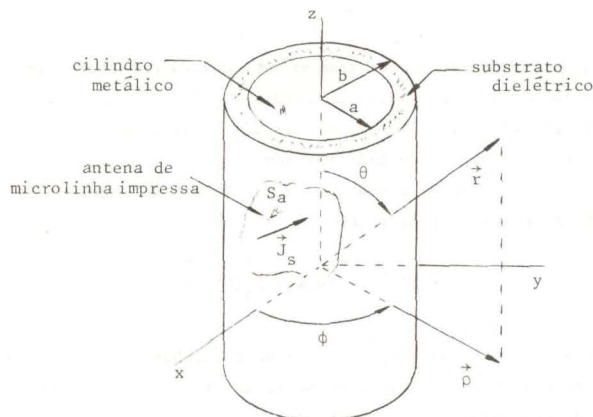


Fig. 1 - Geometria para a análise de antenas impressas.

onde $k_s^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_s$, ω é a frequência angular, μ_0 é a permeabilidade do vácuo e $\vec{E}_s = \vec{E}_s(\rho, \phi, z)$. A geometria da Fig. 01 favorece a utilização da transformada dupla de Fourier para a solução da eq. (2.1). Definiremos a transformada dupla de Fourier do campo elétrico como:

$$\vec{E}_s(\rho, n, k_z) \triangleq \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \vec{E}_s e^{i(n\phi + k_z z)} dz d\phi \quad (2.2)$$

Consequentemente, a expressão para o cálculo da transformada inversa de \vec{E}_s será:

$$\vec{E}_s = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_s e^{-i(n\phi + k_z z)} dk_z \quad (2.3)$$

Transformando ambos os membros da eq. (2.1) obtemos o seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + (k_{\rho s}^2 - \frac{n^2}{\rho^2}) - \frac{1}{\rho^2} \right] E_{\rho s} + \frac{2ni}{\rho^2} E_{\phi s} = 0 \quad (2.4)$$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + (k_{\rho s}^2 - \frac{n^2}{\rho^2}) - \frac{1}{\rho^2} \right] E_{\phi s} - \frac{2ni}{\rho^2} E_{\rho s} = 0 \quad (2.5)$$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + (k_{\rho s}^2 - \frac{n^2}{\rho^2}) \right] E_{zs} = 0 \quad (2.6)$$

onde $k_{\rho s}^2 = k_s^2 - k_z^2$. Procedimento análogo nos mostra que as componentes do campo magnético transformado satisfazem equações duais das eqs. (2.4), (2.5) e (2.6).

Transformando, também, as expressões para os rotacionais de \vec{E}_s e \vec{H}_s , podemos escrever:

$$E_{\phi s} = \frac{1}{k_{\rho s}^2} \left(-\frac{nk_z}{\rho} E_{zs} + i\omega\mu_0 \frac{\partial H_{zs}}{\partial \rho} \right) \quad (2.7)$$

$$E_{\rho s} = \frac{1}{k_{\rho s}^2} \left(-ik_z \frac{\partial E_{zs}}{\partial \rho} - \frac{n\omega\mu_0}{\rho} H_{zs} \right) \quad (2.8)$$

$$H_{\phi s} = \frac{1}{k_{\rho s}^2} \left(-i\omega\epsilon_s \frac{\partial E_{zs}}{\partial \rho} - \frac{nk_z}{\rho} H_{zs} \right) \quad (2.9)$$

$$H_{\rho s} = \frac{1}{k_{\rho s}^2} \left(\frac{n\omega\epsilon_s}{\rho} E_{zs} - ik_z \frac{\partial H_{zs}}{\partial \rho} \right) \quad (2.10)$$

Dada a interdependência das componentes dos campos transformados, evidenciada pelas eqs. (2.7) a (2.10), conclui-se que é suficiente a resolução da eq. (2.6) e da sua dual para a obtenção dos campos elétrico e magnético transformados.

A eq. (2.6) é uma equação de Bessel de ordem n e a sua solução pode ser escrita como:

$$E_{zs} = \sum_{\eta} e_{z\eta} (n, k_z) H_n^{(1)}(k_{\rho s} \rho) \quad (2.11)$$

onde $\eta = 1$ e 2 , $H_n^{(1)}(x)$ e $H_n^{(2)}(x)$ são funções de Hankel de ordem n de primeira e segunda espécies, respectivamente e $e_{z\eta}$ são funções a serem determinadas.

A solução dual para a componente em z do campo magnético transformado pode ser escrita como:

$$H_{zs} = \sum_{\eta} h_{z\eta} (n, k_z) H_n^{(1)}(k_{\rho s} \rho) \quad (2.12)$$

onde $h_{z\eta}$ são funções a serem determinadas.

Utilizando, então, as eqs. (2.7) a (2.12) e as expressões para as transformadas inversas de \vec{E}_s e \vec{H}_s , os campos \vec{E}_s e \vec{H}_s pode ser calculados.

As expressões para os campos eletromagnéticos na região 2 podem ser obtidas das desenvolvidas acima substituindo-se, nas eqs. (2.7) a (2.10), ϵ_s por ϵ_0 e $k_{\rho s}$ por $k_{\rho 0}$, com $k_{\rho 0}^2 = k_0^2 - k_z^2$. As componentes E_{z0} e H_{z0} dos campos transformados podem ser escritas como:

$$E_{z0} = e_{z0} (n, k_z) H_n^{(1)}(k_{\rho 0} \rho) \quad (2.13)$$

$$H_{z0} = h_{z0} (n, k_z) H_n^{(1)}(k_{\rho 0} \rho) \quad (2.14)$$

As eqs. (2.13) e (2.14) incluem apenas uma solução da equação de onda devido ao fato da região 2 ser ilimitada na direção de ρ cres

cente. Foi usada a função de Hankel de segunda espécie por ela representar uma onda eletromagnética que se afasta da fonte. Os campos \vec{E}_0 e \vec{H}_0 são obtidos através das inversas de \vec{E}_s e \vec{H}_s .

2.2 - Condições de Contorno

Como a antena está sendo considerada um problema de contorno, as expressões para os campos eletromagnéticos nas duas regiões foram estruturadas como dependentes das funções $e_{z\eta}$ e $h_{z\eta}$ com $\eta = 0, 1$ e 2 . Conseqüentemente, a determinação dessas funções passa a ser o objetivo, que é alcançado aplicando-se as condições de contorno para os campos eletromagnéticos nas interfaces $\rho=a$ e $\rho=b$. Isto feito, resulta o seguinte sistema de equações:

$$\sum_{\eta} h_{z\eta} H_n^{(1)}(k_{\rho s} a) = 0 \quad (2.15)$$

$$\sum_{\eta} e_{z\eta} H_n^{(1)}(k_{\rho s} a) = 0 \quad (2.16)$$

$$i\omega\mu_0 \left[\frac{1}{k_{\rho s}} \sum_{\eta} h_{z\eta} H_n^{(1)}(k_{\rho s} b) - \frac{1}{k_{\rho 0}} h_{z0} H_n^{(2)}(k_{\rho 0} b) \right] - \frac{nk_z}{b} \left(\frac{1}{k_{\rho s}^2} - \frac{1}{k_{\rho 0}^2} \right) e_{z0} H_n^{(2)}(k_{\rho 0} b) = 0 \quad (2.17)$$

$$\sum_{\eta} e_{z\eta} H_n^{(1)}(k_{\rho s} b) - e_{z0} H_n^{(2)}(k_{\rho 0} b) = 0 \quad (2.18)$$

$$\sum_{\eta} h_{z\eta} H_n^{(1)}(k_{\rho s} b) - h_{z0} H_n^{(2)}(k_{\rho 0} b) = j_s \phi \quad (2.19)$$

$$i\omega \left[\frac{\epsilon_s}{k_{\rho s}} \sum_{\eta} e_{z\eta} H_n^{(1)}(k_{\rho s} b) - \frac{\epsilon_0}{k_{\rho 0}} e_{z0} H_n^{(2)}(k_{\rho 0} b) \right] + \frac{nk_z}{b} \left(\frac{1}{k_{\rho s}^2} - \frac{1}{k_{\rho 0}^2} \right) h_{z0} H_n^{(2)}(k_{\rho 0} b) = j_{sz} - \frac{nk_z}{k_{\rho s}^2 b} j_s \phi \quad (2.20)$$

onde $H_n^{(i)}(x) = \frac{d}{dx} H_n^{(i)}(x)$ e $(j_{s\phi}; j_{sz})$ são as componentes da transformada de Fourier de \vec{J}_s .

Uma vez resolvido esse sistema de equações nas incógnitas $e_{z\eta}$ e $h_{z\eta}$ os campos eletromagnéticos em qualquer ponto das regiões 1 e 2 ficam univocamente determinados.

2.3 - Campo Elétrico Distante

Uma expressão assintótica para o campo elétrico irradiado pela antena, válida para campos na região de Fraunhofer, pode ser obtida utilizando-se as eqs. (2.7) a (2.10) (substituindo-se parâmetros da região 2), a transformada inversa definida pela eq. (2.3) e o método da fase estacionária, resultando em:

$$\vec{E}_0(r, \theta, \phi) \approx \frac{1}{\pi \text{sen} \theta} \cdot \frac{e^{-ik_0 r}}{r} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-in\phi} i^{n+1} \left[-e_{z0} (n, k_0 \cos \theta) \vec{\theta} + \eta_0 h_{z0} (n, k_0 \cos \theta) \vec{\phi} \right] \quad (2.21)$$

onde η_0 é a impedância intrínseca do vácuo.

3 - IMPEDÂNCIA DE ENTRADA DE ANTENAS FINAS

Embora a teoria apresentada na seção precedente possa ser empregada na determinação de diversos parâmetros de antenas impressas, sem restrições quanto à espessura do substrato, o cálculo da impedância de entrada de antenas finas sofre relevantes simplificações se o modelo desenvolvido por Richards [3] pa

ra antenas planas, devidamente modificado, for utilizado. Como um exemplo, vamos considerar a antena de microlinha retangular de 2ℓ e $2(a+h_s)\theta_1$ (Fig. 2), alimentada por um cabo coaxial em

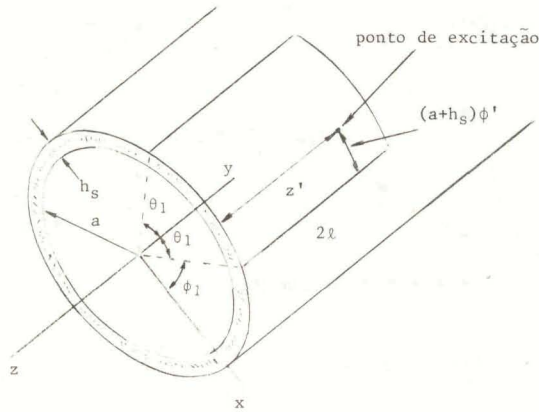


Fig. 2 - Antena cilíndrica de elemento irradiador retangular.

$z=z'$ e a $(a+h_s)\phi'$ de sua borda. Neste tipo de análise, o cabo coaxial pode ser modelado por uma fita de corrente perpendicular ao eixo z , de largura "efetiva" d e orientada na direção de $\hat{\rho}$ (Fig. 3). A antena é considerada uma cavidade ressonante de paredes late

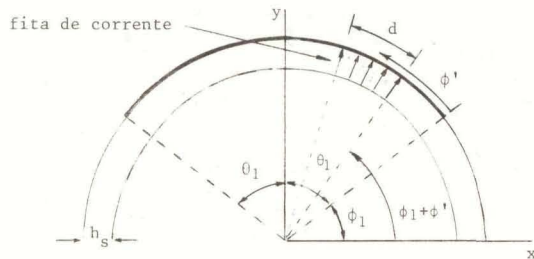


Fig. 3 - Geometria para a fita de corrente que excita a cavidade.

rais magnéticas perfeitas, de modo que a expressão para o campo elétrico, excitado pela fita de corrente na região entre o elemento irradiador e o cilindro metálico de raio a (na condição $h_s \ll \lambda$), é dada por:

$$E_{\rho}(\phi, z) = \frac{i\omega\mu_0 A d}{4a\ell\theta_1} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi_m \xi_n \cos\left(\frac{m\pi}{2\theta_1} \phi'\right) \cos\left(\frac{n\pi}{2\ell} z'\right)}{k_{ef}^2 - k_{mn}^2} \cdot \frac{\text{sen}\left(\frac{m\pi d}{4a\theta_1}\right)}{\left(\frac{m\pi d}{4a\theta_1}\right)} \cdot \cos\left[\frac{m\pi}{2\theta_1} (\phi - \phi_1)\right] \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{2\ell} z\right) \quad (3.1)$$

onde $\xi_i = 1$ para $i=0$ e 2 para $i \neq 0$, A é a densidade de corrente na fita de largura d , $k_{mn}^2 = \left(\frac{m\pi}{2a\theta_1}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{2\ell}\right)^2$, $k_{ef}^2 = \epsilon_r (1 - i\delta_{ef}) k_0^2$ e $\delta_{ef} = P/(2\omega W_e)$. W_e é a energia média armazenada no campo elétrico da cavidade, ϵ_r é a permissividade relativa do substrato e P representa as perdas na região da cavidade, incluindo as perdas por irradiação.

Próximo a um modo de ressonância ($m=M$ e $n=N$) o cálculo de δ_{ef} é simplificado pois, como se observa da eq. (3.1), esse modo será dominante. A título de ilustração são apresentadas as expressões obtidas para a energia elétrica armazenada,

$$W_e \cong \frac{\epsilon_0 \epsilon_r h_s (A\omega\mu_0 d T_{MN})^2}{16a\ell\theta_1 (k^2 - k_{MN}^2)^2 \xi_M \xi_N} \quad (3.2)$$

e para a perda dielétrica,

$$P_d \cong \frac{\sigma_d h_s (A\omega\mu_0 d T_{MN})^2}{8a\ell\theta_1 (k^2 - k_{MN}^2)^2 \xi_M \xi_N} \quad (3.3)$$

onde σ_d é a condutividade do dielétrico do substrato, $k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r$ e,

$$T_{MN} = \xi_M \xi_N \cos\left(\frac{M\pi}{2\theta_1} \phi'\right) \cdot \cos\left(\frac{N\pi}{2\ell} z'\right) \cdot \frac{\text{sen}\left(\frac{M\pi d}{4a\theta_1}\right)}{\left(\frac{M\pi d}{4a\theta_1}\right)} \quad (3.4)$$

A impedância de entrada é calculada por,

$$Z = V/I \quad (3.5)$$

onde:

$$V = -h_s \cdot \{\text{o valor médio de } E_{\rho} \text{ ao longo da fita de corrente de excitação}\}$$

isto é,

$$V = \frac{-h_s}{\left(\frac{d}{a}\right)} \int_{\left(\phi_1 + \phi' - \frac{d}{2a}\right)}^{\left(\phi_1 + \phi' + \frac{d}{2a}\right)} E_{\rho}(\phi, z') d\phi \quad (3.6)$$

e

$$I = A d \quad (3.7)$$

Isto posto, obtém-se a seguinte expressão para a impedância de entrada da antena de microlinha retangular, nas proximidades do modo de ressonância (M,N):

$$Z(\omega) \cong \frac{i\omega\alpha_{MN}}{\omega_{MN}^2 - (1 - i\delta_{ef})\omega^2} + i\omega \sum_{(m,n) \neq (M,N)} \frac{\alpha_{mn}}{\omega_{mn}^2 - \omega^2} \quad (3.8)$$

onde

$$\omega_{mn} = C_0 k_{mn} / \sqrt{\epsilon_r} \quad (3.9)$$

$$\alpha_{mn} = \frac{\mu_0 h_s \xi_m \xi_n C_0^2}{4a\ell\theta_1 \epsilon_r} \cdot \cos^2\left(\frac{m\pi}{2\theta_1} \phi'\right) \cdot \cos^2\left(\frac{n\pi}{2\ell} z'\right) \cdot \frac{\text{sen}^2\left(\frac{m\pi d}{4a\theta_1}\right)}{\left(\frac{m\pi d}{4a\theta_1}\right)^2} \quad (3.10)$$

e C_0 é a velocidade da luz no vácuo.

4 - APLICAÇÕES

4.1 - Antena "wraparound"

Seja a antena "wraparound" da Fig. 4 para a qual foi assumida a seguinte distribuição de corrente [6]:

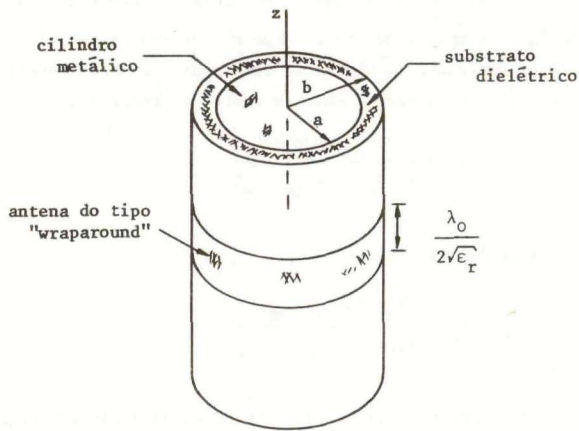


Fig. 4 - Geometria para o estudo da antena do tipo "wraparound".

$$\vec{J}_s = \begin{cases} \frac{I_0}{2\pi b} \cos(k_0 \sqrt{\epsilon_r} z) \hat{z} & (0 < \phi < 2\pi; -\frac{\lambda_0}{4\sqrt{\epsilon_r}} \leq z \leq \frac{\lambda_0}{4\sqrt{\epsilon_r}}) \\ 0 & \text{fora da região acima delimitada} \end{cases}$$

Introduzindo a transformada de Fourier de \vec{J}_s no sistema de eqs. (2.15) a (2.20) e resolvendo-o para e_{z_0} e h_{z_0} , obtêm-se (com auxílio da eq. (2.21)) a seguinte expressão para o campo elétrico distante:

$$\vec{E} = \frac{-\omega \mu_0 I_0 \sqrt{\epsilon_r}}{(k_0 \pi)^2 b} \cdot \frac{e^{-ik_0 r}}{r} \cdot \left[\frac{\epsilon_r \sin \theta}{(\epsilon_r - \cos^2 \theta)^{1/2}} \cdot H_0(k_0 b \sin \theta) \cdot \left(\frac{H_0^{(1)}(\chi_a) H_1^{(2)}(\chi_b) - H_1^{(1)}(\chi_b) H_0^{(2)}(\chi_a)}{H_0^{(1)}(\chi_b) H_0^{(2)}(\chi_a) - H_0^{(1)}(\chi_a) H_0^{(2)}(\chi_b)} + H_0^{(2)}(k_0 a \sin \theta) \right) \right]^{-1} \cdot \frac{1}{(\epsilon_r - \cos^2 \theta)} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2\sqrt{\epsilon_r}} \cos \theta\right) \hat{\theta} \quad (4.1)$$

onde $\chi_a = k_0 a (\epsilon_r - \cos^2 \theta)^{1/2}$ e $\chi_b = k_0 b (\epsilon_r - \cos^2 \theta)^{1/2}$

Nas Figs. 5 e 6 são apresentados diagramas de irradiação de antenas "wraparound" com $h_s = \lambda_0/20$ e diferentes valores para o raio a do cilindro metálico e para a permissividade do substrato. Todos os diagramas estão normalizados em relação ao máximo obtido na condição $a = 0,25\lambda_0$ e $\epsilon_r = 2,55$, indicando claramente que tanto o aumento do diâmetro da antena quanto a elevação da permissividade dielétrica do substrato acarretam uma diminuição da diretividade da antena [6]. Por outro lado, em determinadas aplicações a antena precisa ser protegida por uma camada dielétrica de espessura h_c e permissividade relativa ϵ_{rc} . Esta cobertura adicional pode melhorar a diretividade da antena [8]. A título de ilustração,

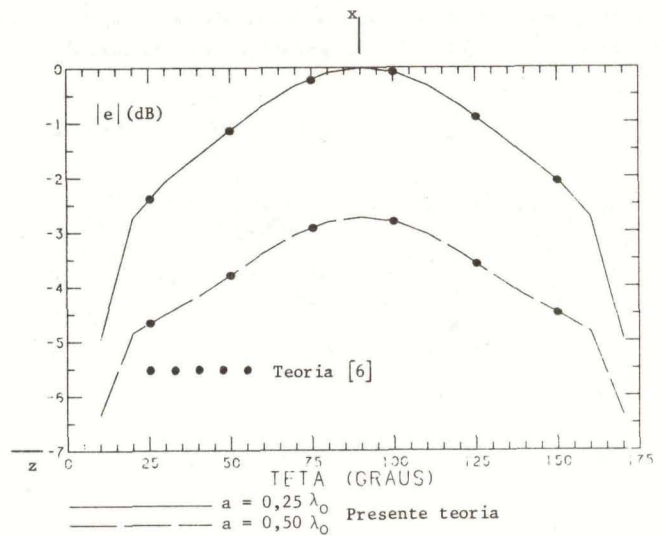


Fig. 5 - Diagramas de irradiação no plano xz de antenas "wraparound" com $\epsilon_r = 2,55$, $h_s = \lambda_0/20$ e dois valores distintos para o raio a do cilindro metálico.

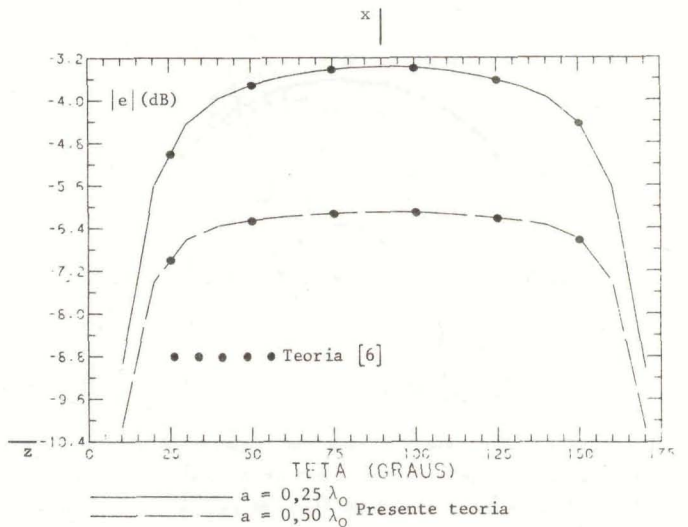


Fig. 6 - Diagramas de irradiação no plano xz de antenas "wraparound" com $\epsilon_r = 10$, $h_s = \lambda_0/20$ e dois valores distintos para o raio a do cilindro metálico.

Na Fig. 7 são apresentados três diagramas de irradiação para três diferentes espessuras h_c ($\epsilon_r = \epsilon_{rc} = 2,55$) onde se nota o efeito diretivo ocasionado pela camada de proteção. Este efeito é importante e será matéria de pesquisas futuras.

4.2 - Impedância

Nas proximidades de um modo de ressonância, a impedância de entrada de uma antena de microlinha retangular fina ($h_s \ll \lambda$) é calculada pela eq. (3.8). No caso em que $2l = 3\text{cm}$, $2(a+h_s)\theta_1 = 4\text{cm}$, $\epsilon_r = 2,32$, $h_s = 0,795\text{mm}$ e a antena é alimentada em $(a+h_s)\phi' = 2\text{cm}$ e $(-z') = 0,5\text{cm}$, a impedância de entrada em

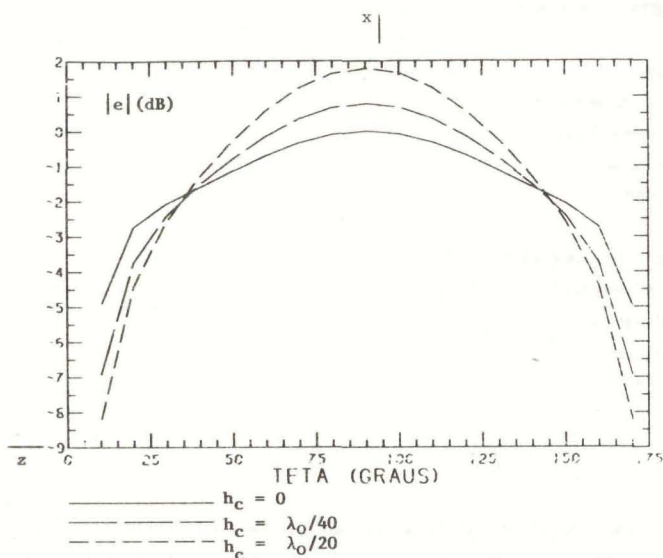


Fig. 7 - Diagramas de irradiação no plano xz de antenas "wraparound" com $\epsilon_r = \epsilon_{rc} = 2,55$, $h_s = \lambda_0/20$ e três diferentes espessuras h_c .

torno do modo TM_{01} ($f_{01} = 3,28$ GHz) é apresentada na Fig. 8. A largura da fita de excitação foi estimada em 3mm (5 vezes o diâmetro do condutor central do conector SMA típico) [3], a condutividade do cobre em $3,64 \times 10^7$ S/m e a tangente de perdas do dielétrico em $1,1 \times 10^{-3}$ [9]. Na frequência de 3,28 GHz, a impedância de entrada foi calculada em:

$$Z = (127,4 + i 8,6) \Omega \quad (4.2)$$

Estes resultados estão em concordância com os obtidos por Dahele et alii [7].

5 - COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

É apresentado um método para a análise de antenas de microlinha moldadas sobre superfícies cilíndricas. Os campos eletromagnéticos irradiados são obtidos considerando-se as antenas como um problema de contorno. Este procedimento é rigoroso e, além de sistematizar os cálculos (realizados no domínio de Fourier), permite incluir o efeito da camada dielétrica do substrato. Análise de antenas "wraparound" indicam claramente a dependência da diretividade da antena com o raio do cilindro e com a permissividade do substrato. A título de ilustração é apresentado o efeito diretivo ocasionado por uma camada dielétrica de proteção. Este efeito é importante e será matéria de futuras pesquisas. Uma expressão para a impedância de entrada de antenas retangulares finas, obtida modelando-as por cavidades de paredes laterais magnéticas, também é desenvolvida. Resultados preliminares mostram-se em boa concordância com os encontrados na literatura [7].

6 - REFERÊNCIAS

[1] - Y.T. Lo, D. Solomon e W.F. Richards, "Theory and experiment on microstrip antennas", IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-27, pags. 137-145, Março de 1979.

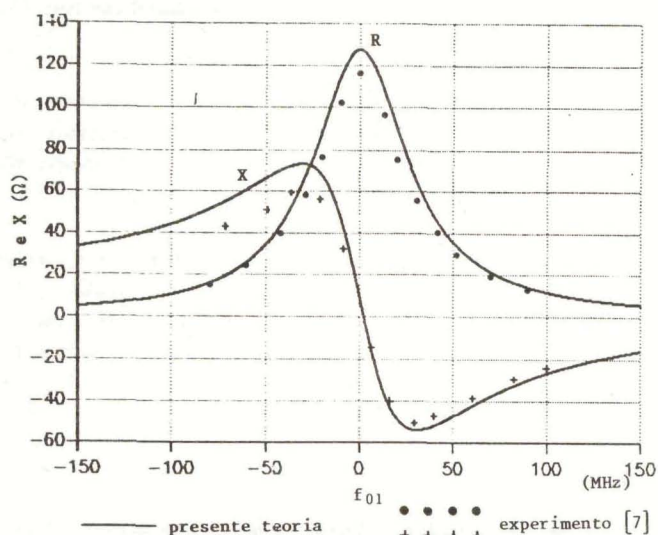


Fig. 8 - Impedância de entrada calculada em torno do modo TM_{01} no caso em que: $2l = 3\text{cm}$, $2(a+h_s)\theta_1 = 4\text{cm}$, $\epsilon_r = 2,32$, $h_s = 0,795\text{mm}$, $(a+h_s)\phi' = 2\text{cm}$, $(-z') = 0,5\text{cm}$, $d = 3\text{mm}$, $\sigma_c = 3,64 \times 10^7$ S/m, $\text{tg}\theta = 1,1 \times 10^{-3}$ ($f_{01} = 3,28$ GHz) e $a = 5$ cm.

- [2] - I.J. Bahl e P. Bhartia, "Microstrip antennas", Dedham, Artech House, 1980.
- [3] - W.F. Richards, Y.T. Lo e D.D. Harrison, "An improved theory for microstrip antennas and applications", IEEE Trans. Ant. Propagat., vol. AP-29, pags. 38-46, Janeiro de 1981.
- [4] - D.M. Pozar, "Radiation and scattering from a microstrip patch on a uniaxial substrate", IEEE Trans. Antennas Propagat. vol. AP-35, pags. 613-621, Junho de 1987.
- [5] - J.C. da S. Lacava e L.B.T. Cividanes, "Um novo método para análise de antenas de microlinha", 39 Simpósio Brasileiro de Microondas, Natal, Anais, pags. 258-266, Julho de 1988.
- [6] - J. Ashkenazy, S. Shtrikman e D. Treves, "Electric surface current model for the analysis of microstrip antennas on cylindrical bodies", IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-33, pags. 295-300, Março de 1985.
- [7] - J.S. Dahele, R.J. Mitchell, K.M. Luk e K.F. Lee, "Effect of curvature on characteristics of rectangular patch antenna", Electron. Lett., vol. 23, pags. 748-749, Julho de 1987.
- [8] - C.M. da Silva, J.C. da S. Lacava e F.P. Richards, "Analysis of a conformal cylindrical microstrip antenna covered by a protection layer", Aceito para ser apresentado e publicado nos anais do SBMO International Microwave Symposium-Brazil, Julho de 1989.
- [9] - W.F. Richards, Y.T. Lo e J. Brewer, "A simple experimental method for separating loss parameters of a microstrip antenna", vol. AP-29, pags. 150-151, Janeiro de 1981.