

1. Publicação nº <i>INPE-2267-PRE/048</i>	2. Versão	3. Data <i>Novembro, 1981</i>	5. Distribuição <input type="checkbox"/> Interna <input checked="" type="checkbox"/> Externa <input type="checkbox"/> Restrita
4. Origem <i>DEE</i>	Programa <i>ESTER</i>		
6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) <i>CÂMARA TÉRMICA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA</i>			
7. C.D.U.: <i>536.12</i>			
8. Título <i>DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA NAS PAREDES DE UMA CÂMARA TÉRMICA CILÍNDRICA FORMULAÇÃO E PROPOSTA DE SOLUÇÃO</i>		<i>INPE-2267-PRE/048</i>	10. Páginas: <i>12</i>
			11. Última página: <i>09</i>
9. Autoria <i>Humberto Pontes Cardoso</i>			12. Revisada por <i>N Venkataraman</i> <i>Nellore S. Venkataraman</i>
Assinatura responsável <i>Humberto Cardoso</i>			13. Autorizada por <i>Parada</i> <i>Nelson de Jesus Parada</i> <i>Diretor</i>
14. Resumo/Notas  <i>Apresenta-se a formulação e a proposta de solução por elementos finitos do problema da distribuição de temperatura, nas paredes de uma câmara térmica cilíndrica, dotada de um sistema de refrigeração e de uma fonte de calor também cilíndrica.</i>			
15. Observações  <i>Submetido para apresentação no Seminário INPE-LCC, a ser realizado de 25 a 27 de novembro de 1981, Rio de Janeiro, RJ.</i>			

DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA NAS PAREDES  
DE UMA CÂMARA TÉRMICA CILÍNDRICA  
FORMULAÇÃO E PROPOSTA DE SOLUÇÃO

Humberto Pontes Cardoso

Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq  
12200 - São José dos Campos, SP, Brasil

RESUMO

Apresenta-se a formulação proposta de solução por elementos finitos do problema da distribuição de temperatura, nas paredes de uma câmara térmica cilíndrica, dotada de um sistema de refrigeração e de uma fonte de calor também cilíndrica.

ABSTRACT

*This report presents a formulation and a proposed solution scheme by finite element method, for determining the wall temperature distribution of a cylindrical thermo-vacuum chamber cooled by refrigeration and heated by a cylindrical source.*

## 1. INTRODUÇÃO

No projeto de câmaras para simulação espacial, é de fundamental importância o controle da temperatura de suas paredes, mantendo-as abaixo de um valor determinado, para que haja uma boa aproximação das condições do ambiente espacial.

O objetivo deste trabalho é determinar a distribuição de temperatura das paredes de uma câmara térmica, que tem uma fonte de calor cilíndrica concêntrica e é adotada de um sistema de refrigeração, como mostra a Figura 1.

A formulação diferencial deste problema gera um sistema de equações íntegro-diferenciais, não linear, que deverá ser resolvido pelo método de elementos finitos.

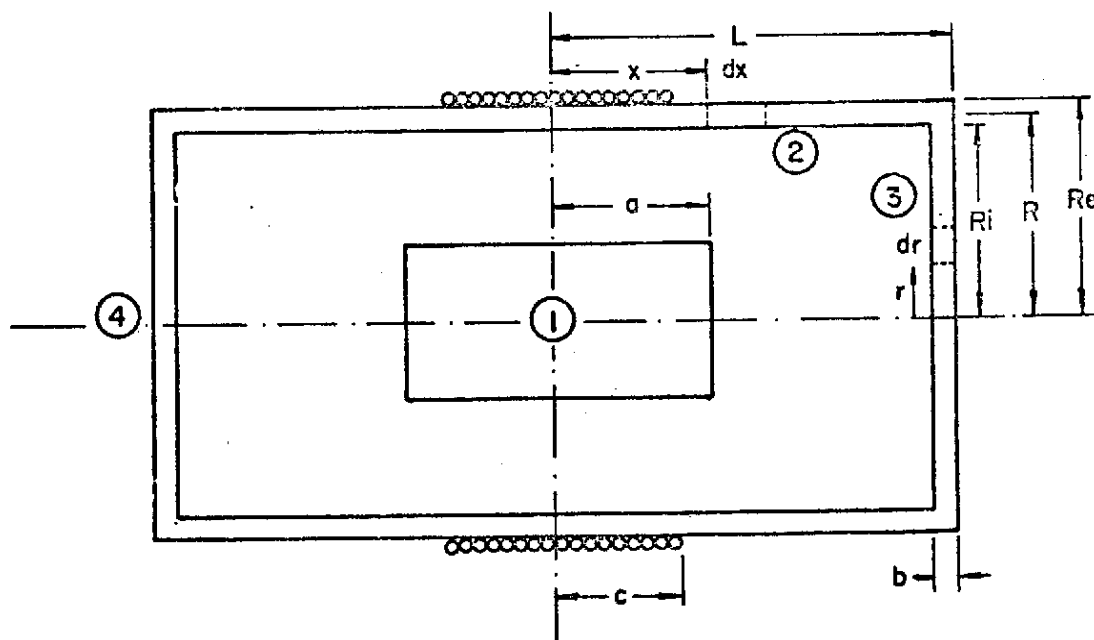


Fig. 1 - Esquema da câmara

## 2. FORMULAÇÃO

Na formulação deste problema, em regime permanente, considerou-se as seguintes hipóteses:

- Superfícies difusas cinzas;
- condução de calor unidimensional (fluxo na direção longitudinal);
- propriedades térmicas e óticas, independentes da temperatura;
- temperatura da região diretamente em contato com o fluido refrigerante, considerada constante e igual à do fluido.

Devido à simetria do problema torna-se necessária apenas a análise de 1/4 da câmara, representado na Figura 1 pelos subdomínios 2, e 3.

### Subdomínio 2

A Figura 2 apresenta o balanço de energia do subdomínio 2.

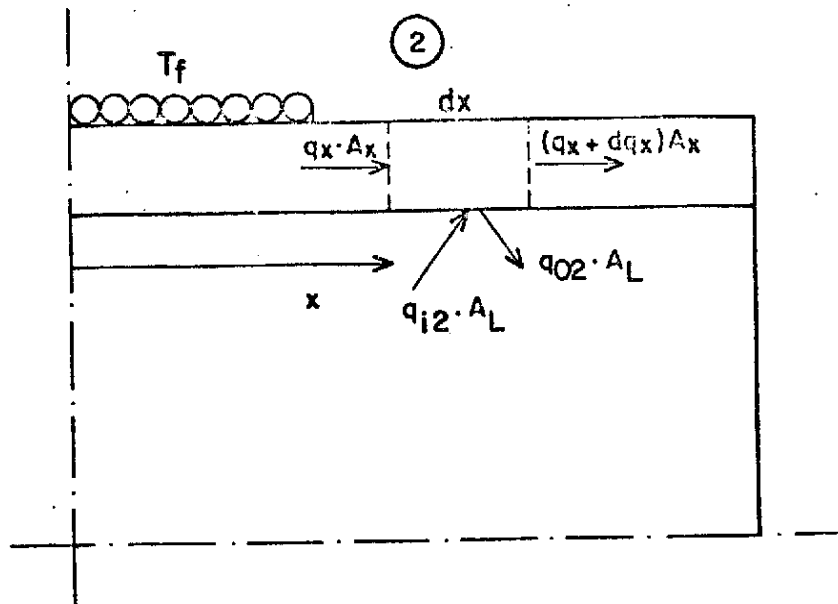


Fig. 2 - Balanço de energia do subdomínio 2

Estabelecendo-se o balanço de energia no elemento dx, tem-se:

$$q_x A_x + q_{i,2} A_L = \left( q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \right) A_x + q_{0,2} A_L \quad (1)$$

sendo:

$$A_x = \pi(R_e^2 - R_i^2) \quad (2)$$

$$A_L = 2\pi R_i dx \quad (3)$$

$$q_x = K \frac{\partial T_2}{\partial x} \quad (4)$$

$$q_{i,2} - q_{0,2} = \epsilon (q_{i,2} - \sigma T_2^4) \quad (5)$$

$$q_{i,2} = q_{0,1} dF_{d2-1} + \int_{A_3} q_{0,3} d^2F_{d2-d3} + \int_{A_4} q_{0,4} d^2F_{d2-d4} + \int_{A_2^*} q_{0,2} d^2F_{d2-d2^*} \quad (6)$$

onde:

$q_{i,2}$  = Calor incidente sobre o elemento dx por radiação.

$q_{0,2}$  = Calor emergente do elemento dx por radiação.

$q_{0,1}, q_{0,3}, q_{0,4}$  = Calor emergente das superfícies 1, 3 e 4 por radiação.

$d^2F_{dA-dB}$  = fator de forma entre os elementos de área dA e dB.

$\epsilon$  = Emissividade.

$dF_{dA-B}$  = fator de forma entre os elementos de área dA e a superfície B (Siegel and Howell, 1969).

Introduzindo-se todas estas relações na Equação 1, tem-se:

$$\frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} = \frac{\partial R_i \cdot \epsilon}{K(R_e^2 - R_i^2)} \left( q_{0,1} dF_{d2-1} + \int_{A_3} q_{0,3} d^2F_{d2-d3} + \int_{A_4} q_{0,4} d^2F_{d2-d4} + \right)$$

$$\int_{A_2^*} q_{0,2} d^2F_{d_2-d_2^*} - \sigma T_2^4 \quad (7)$$

Condições de contorno

$$x = c \quad T_2(c) = T_f \quad (8)$$

$$x = L \quad T_2(L) = T_3(R) \quad (9)$$

e

$$\frac{\partial T_2}{\partial x} (L) = - \frac{\partial T_3}{\partial r} (R) \quad (10)$$

Subdomínio 3

A Figura 3 apresenta o balanço de energia do subdomínio

3.

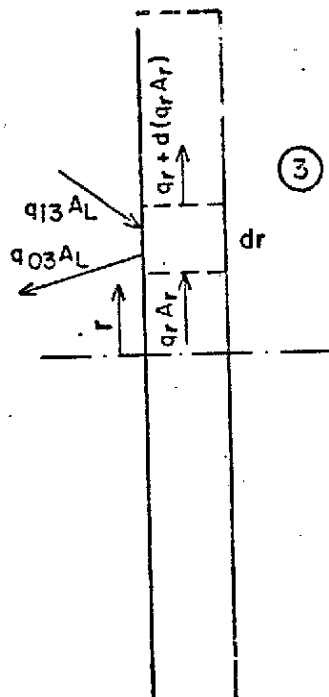


Fig. 3 - Balanço de energia do subdomínio 3

Balanco de energia do elemento dr

$$A_r q_r + q_{1,3} A_L = q_r A_r + \frac{\partial}{\partial r} (q_r A_r) dr + q_{0,3} A_L \quad (11)$$

sendo:

$$A_r = 2\pi r \cdot b \quad (b \text{ é a espessura da parede}) \quad (12)$$

$$A_L = 2\pi r dr \quad (13)$$

Utilizando-se as mesmas relações do caso anterior, obtêm-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T_3}{\partial r} \right) = \frac{r \epsilon}{b \cdot K} & \left( q_{0,1} dF_{d_3-1} + \int_{A_2} q_{0,2} d^2 F_{d_2-d_3} + \right. \\ & \left. + \int_{A_4} q_{0,4} d^2 F_{d_3-d_4} - \sigma T_3^4 \right) \end{aligned} \quad (14)$$

Condições de contorno

$$r = 0 \quad \frac{\partial T_3}{\partial r} = 0 \quad (15)$$

$$r = R \quad T_3(R) = T_2(L) \quad (16)$$

e

$$\frac{\partial T_3}{\partial r} (R) = - \frac{\partial T_2(L)}{\partial x} \quad (17)$$

Para maior generalidade, introduz-se as variáveis adimensionais:

$$\begin{aligned} \theta = \frac{T}{T_f} ; Q_{0j} = \frac{Q_{0j}}{\sigma T_f^4} ; Q_{ij} = \frac{Q_{ij}}{\sigma T_f^4} ; \xi = \frac{x^*}{L} ; \xi^* = \frac{x^*}{L} ; \eta = \frac{r}{R} ; \eta^* = \frac{r^*}{R} \\ \beta = \frac{c}{L} \end{aligned} \quad (18)$$



e considera-se apenas os termos referentes à primeira reflexão nas pa redes; assim, obtêm-se:

$$\theta_2^4(\xi) = G(\xi) + \varepsilon \int_{A_2^*} \theta_2^4(\xi^*) \cdot d^2F_{d_2-d_2^*}(\xi^*, \xi) \quad (19)$$

$$\theta_3^4(\eta) = H(\eta) + \varepsilon \int_{A_3^*} \theta_3^4(\eta^*) \cdot d^2F_{d_3-d_4}(\eta^*, \eta) \quad (20)$$

$$G(\xi) = \frac{1}{C_2} \frac{\partial^2 \theta_2(\xi)}{\partial \xi^2} + Q_{0,1} dF_{d_2-1}(\xi) + \int_{A_3} \varepsilon \theta_3^4(\eta) d^2F_{d_2-d_3}(\eta, \xi) + \int_{A_4} \varepsilon \theta_3^4(\eta^*) d^2F_{d_2-d_4}(\eta^*, \xi) \quad (21)$$

$$H(\eta) = \frac{1}{C_3 \eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta \frac{\partial \theta_3}{\partial \eta} \right) + Q_{0,1} dF_{d_3-1}(\eta) + \int_{A_2} \varepsilon \theta_2^4(\xi) d^2F_{d_3-d_2}(\xi, \eta) \quad (22)$$

$$C_2 = \frac{2 \cdot R_i L^2}{R_e^2 - R_i^2} \cdot \frac{\varepsilon T_f^3}{K} \quad (23)$$

$$C_3 = \frac{R^2 \cdot \varepsilon \cdot \sigma T_f^3}{b \cdot K} \quad (24)$$

#### Condição de contorno

$$\xi = \beta \quad \theta_2(\beta) = 1 \quad (25)$$

$$\xi = 1 \quad \theta_2(1) = \theta_3(1) \quad (26)$$

$$\frac{\partial \theta_2(1)}{\partial \xi} = \frac{-\partial \theta_3(1)}{\partial \eta} \quad (27)$$

$$\eta=0 \quad \frac{\partial \theta_3(0)}{\partial \eta} = 0 \quad (28)$$

$$\eta=1 \quad \theta_3(1) = \theta_2(1) \quad (29)$$

$$\frac{\partial \theta_3(1)}{\partial \eta} = - \frac{\partial \theta_2(1)}{\partial \eta} \quad (30)$$

### 3. SOLUÇÃO

Este sistema de equações íntegro-diferenciais deverá ser resolvido pelo método de elementos finitos.

Neste método, é necessário conhecer antecipadamente as expressões analíticas dos fatores de forma, que de uma maneira geral não são facilmente integráveis (Favorsky and Kadaner, 1973), o que inviabiliza o seu uso na solução deste problema.

Assim sendo, o primeiro passo dado foi o desenvolvimento de uma sub-rotina que aproximasse essas funções por polinômios.

Esta sub-rotina está em fase final de desenvolvimento.

#### 3.1 - MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Este método consiste basicamente na divisão dos subdomínios em elementos finitos, e, para cada um destes elementos, em aproximar a distribuição de temperatura por uma função polinomial.

De uma forma genética tem-se:

$$L[u] = f(x) \quad (31)$$

supondo

$$\bar{u}(x) = \sum c_j \phi_j(x) \quad (32)$$

$c_j$  = coeficientes do polinômio

$\phi_j(x)$  = polinômios interpolantes

Subst. (32) em (31)

$R(x) = L [\tilde{u}] - f(x)$  onde  $R(x)$  é o resíduo.

Os coeficientes são determinados através da imposição:

$$\int_{x_1}^{x_2} R(x) \cdot w_j(x) dx = 0,$$

que constituem um sistema de equações algébricas, de número igual ao número de coeficientes.

Neste trabalho, utiliza-se o polinômio de Hermite, e as funções peso  $w_j$  serão os próprios polinômios  $\phi_j$  (método de Galerkin).

#### 4. COMENTÁRIOS

No estágio atual de desenvolvimento do trabalho, a sub-rotina dos fatores de forma está quase concluída.

Os cálculos algébricos, que são bastante trabalhosos, apesar de envolver integrais bastante simples, foram iniciados e estima-se que serão necessários mais 4 meses para sua conclusão.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- SIEGEL, R; HOWELL, J.R. *Thermal radiation heat transfer*. Washington, DC, NASA, 1969. v.2 (NASA SP-164).
- FAVORSKIY, O.N.; KADANER, Ya.S. *Problems in heat transfer*. Washington, DC, NASA, 1973. (NASA TT F-783).