

1. Classificação <i>INPE-COM 1 (TPT)</i> <i>CDU-550.3A</i>	2. Período <i>Maio/76</i>	4. Critério de Distribuição:  interna <input type="checkbox"/>  externa <input checked="" type="checkbox"/>
3. Palavras Chave (selecionadas pelo autor) <i>Marés atmosféricas, Sódio mesosférico, Radar de Laser</i>		7. Revisado por <i>[assinatura]</i> <i>Barclay Robert Clemesha</i>
5. Relatório nº <i>INPE-897-TPT/028</i>	6. Data <i>Junho de 1976</i>	9. Autorizado por -  <i>[assinatura]</i> <i>Nelson de Jesus Parada Diretor</i>
8. Título e Sub-Título  <i>A Maré Atmosférica Solar na Mesosfera.</i>		11. Nº de cópias <i>10</i>
10. Setor <i>SGO</i>	Código <i>4.12</i>	14. Nº de páginas  <i>122</i>
12. Autoria <i>Paulo Prado Batista</i>		15. Preço
13. Assinatura Responsável	<i>[assinatura]</i>	
16. Sumário/Notas  <i>Resultados do estudo da maré atmosférica solar na mesosfera, utilizando medidas das variações da densidade de sódio nessa região, são apresentados nesse trabalho. As observações foram obtidas com o radar de Laser do INPE, em São José dos Campos (23° 12' S, 45° 51' W). É descrito o método de obtenção e análise dos dados experimentais. A teoria clássica das marés atmosféricas é descrita brevemente e resultados teóricos da variação da densidade atmosférica, devida às marés solares diurna e semidiurna na latitude e intervalo de altura de interesse são apresentados. É mostrado que as estruturas oscilatórias observadas na camada de sódio, em tempo e altura são consistentes com as variações de densidade atmosférica produzidas pela maré solar diurna. Comprimentos de onda verticais maiores que 20 Km são encontrados nos dados observacionais, o que é consistente com o modo teórico <math>(H)^{\omega, 1}</math>, previsto ser o dominante nessa latitude.</i> <i>1</i>		
17. Observações  <i>Em cumprimento parcial dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Ciência Espacial e da Atmosfera.</i>		



Aprovado pela Banca Examinadora  
em cumprimento dos requisitos exigidos  
para a obtenção do Título de Mestre em  
Ciência Espacial e da Atmosfera.

Dr. Ricardo A.R. Palmeira

*Ricardo A. R. Palmeira*

Presidente da Banca

Dr. Barclay Robert Clemesha

*B. Clemesha*

Orientador

Dr. Dale Martin Simonich

*Dale Simonich*

Membro da Banca

Dr. Antonio Divino Moura

*Antonio Divino Moura*

Membro da Banca

Dr. Ralf Gielow

*Ralf Gielow*

"ex-officio"

Paulo Prado Batista

*Paulo Prado Batista*

Candidato

São José dos Campos, 19 de maio de 1976

## DEDICATÓRIA

A meus pais Floriano e Aparecida  
a minha esposa Inez  
a minha filha Paula Cristina.

## INDICE

SUMÁRIO . . . . .	v
ABSTRACT. . . . .	vii
LISTA DE SÍMBOLOS . . . . .	ix
LISTA DE FIGURAS . . . . .	xv
LISTA DE TABELAS . . . . .	xxi

### CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO. . . . .	1
1.1 - Histórico . . . . .	2
1.2 - A teoria da ressonância de Kelvin . . . . .	6
1.3 - Observações das marés atmosféricas. . . . .	8

### CAPÍTULO II

A TEORIA CLÁSSICA DAS MARÉS ATMOSFÉRICAS. . . . .	13
2.1 - Introdução . . . . .	13
2.2 - Aproximações e equações básicas. . . . .	14
2.3 - Solução do sistema. . . . .	20
2.4 - As estruturas latitudinal e vertical. . . . .	27
2.5 - A excitação térmica . . . . .	30

### CAPÍTULO III

OBSERVAÇÕES DA CAMADA DE SÓDIO. . . . .	35
3.1 - Método . . . . .	35

3.2 - Análise dos dados . . . . .	37
3.3 - Resultados experimentais . . . . .	41

CAPÍTULO IV

CÁLCULOS TEÓRICOS DA MARÉ ATMOSFÉRICA . . . . .	55
4.1 - Introdução . . . . .	55
4.2 - Solução da equação da estrutura vertical. . . . .	56
4.3 - Cálculo da maré solar semidiurna. . . . .	60
4.4 - Cálculo da maré solar diurna . . . . .	66
4.5 - Comparação dos resultados experimentais com a teoria. . . . .	73

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES . . . . .	85
----------------------	----

AGRADECIMENTOS . . . . .	89
--------------------------	----

BIBLIOGRAFIA . . . . .	91
------------------------	----

APÊNDICE A

LISTAGEM E COMENTÁRIOS SOBRE O PROGRAMA. . . . .	A1
--	----

## ABSTRACT

*In this work, results of the study of the solar atmospheric tide at mesospheric heights as observed by measuring sodium density variations are presented. The observations were obtained by means of INPE's laser radar, at São José dos Campos (23° 12'S, 45° 51'W). In Chapter I, a brief historical summary of the study of atmospheric tides is presented as well as the early theories regarding them. Some observational techniques used for the measurements are also described. Chapter II deals with the classical theory of atmospheric tides. In Chapter III, data obtained will be presented. Data reduction and analysis will also be discussed. Theoretical calculations of diurnal and semidiurnal tides at our latitude, and comparison with observations, are given at Chapter IV. It is shown that the oscillating structures observed in the sodium layer are consistent with tidal atmospheric density variations. Vertical wavelengths greater than 20 Km are normally found in the observational data. This is consistent with the  $(H)_1^{\omega,1}$  diurnal tidal mode, expected to be dominant at this latitude.*

## LISTA DE SÍMBOLOS

- a - raio médio da terra
- $c_p, c_v$  - calores específicos do ar a pressão e volume constantes
- $\bar{C}$  - coeficiente da expansão das funções normalizadas de Hough, em termos de funções associadas de Legendre normalizadas
- E - denota uma espécie molecular genérica
- f -  $\sigma/2\omega$  (também denota uma função genérica)
- F - operador associado com a equação de marés de Laplace
- $f_E^{\sigma,s}$  - distribuição em altura de  $\tau_E^{\sigma,s}$
- g - aceleração da gravidade
- G -  $-1/(\gamma p_0) Dp/Dt$
- $g_E^{\sigma,s}$  - distribuição latitudinal de  $\tau_E^{\sigma,s}$
- $h, h_n$  - profundidade equivalente, e profundidade equivalente do n-ésimo modo

- H - altura de escala
- i -  $\sqrt{-1}$
- J,  $J_n$  - aquecimento térmico de maré por unidade de massa por unidade de tempo, e componente n-ésima da expansão desta em funções de Hough
- L,  $L_n$  - variação vertical de G, e n-ésimo modo dessa variação
- p,  $p_0$  - pressão e estado básico da mesma
- $P_{m,s}$  - funções associadas de Legendre (Normalizadas)
- R - constante dos gases para o ar
- s - número de onda zonal
- t - tempo solar universal
- T,  $T_0$  - temperatura e estado básico da mesma
- u - componente Norte-Sul da velocidade
- U - função de expansão para a variação latitudinal de u

- $v$  - componente Oeste-Leste da velocidade
- $V$  - função de expansão para a variação latitudinal de  $v$
- $\vec{v}$  - vetor velocidade
- $w$  - componente vertical da velocidade
- $x$  - altura reduzida (altura em unidades de  $H$ )
- $y$  -  $e^{-x/2} L$
- $z$  - altitude
- $\alpha_m, \beta_m$  - variáveis usadas na integração numérica da equação da estrutura vertical
- $\gamma$  -  $c_p/c_v$
- $\delta(f)$  - variação da quantidade  $f$  sobre o estado básico
- $\delta x$  - intervalo em  $x$  usado na integração numérica da equação da estrutura vertical
- $\Delta\rho_A, \Delta\rho_S$  - Variação da densidade atmosférica e da densidade do sódio

- $\theta$  - colatitude
- $\textcircled{H}$  - variação de  $G$  com a colatitude (função de Hough)
- $\overline{H}$  - funções de Hough normalizadas
- $\kappa$  -  $(\gamma - 1)/\gamma = 2/7$
- $\lambda$  -  $2\pi/\text{comprimento de onda vertical em unidades de } H$
- $\mu$  -  $\cos\theta$
- $\rho, \rho_0$  - densidade e estado básico da mesma
- $\rho_s, \rho_A$  - densidade do sódio e dos constituintes principais da atmosfera
- $\sigma$  - frequência das oscilações
- $\tau$  - mudança de temperatura que seria produzida por  $J$  na ausência de dissipação e movimentos.
- $\phi$  - longitude
- $x$  - divergência da velocidade
- $\omega$  - velocidade angular de rotação da Terra.

$\Omega$  ,  $\Omega_0$  - potencial gravitacional de marés, e o mesmo no solo.

## LISTA DE FIGURAS

- Figura I.1 - Clássicos Registros Barométricos Mostrando a evidente variação semidiurna em Batavia (Jacarta,  $6^{\circ}$  S), e a bem menos evidente em Potsdam ( $52^{\circ}$ N) em Novembro de 1919 (Segundo Bartels (1928)). . . . . 5
- Figura I.2 - Parte de um Registro Microbarográfico de São José dos Campos ( $23^{\circ}$  S) para quatro dias em Janeiro , 1974, onde a variação semidiurna é também evidente. . .5
- Figura II.1 - Distribuição vertical da excitação térmica devida ao vapor d'água (V1) e ao ozônio (V2); Distribuição latitudinal da excitação térmica devida ao vapor d' água (H1) e ao ozônio (H2) (Segundo Lindzen (1968)). . . . . 33
- Figura III.1 - Variação da densidade atmosférica. 24-25 de janeiro, 1974. . . . . 44
- Figura III.2 - Variação da densidade atmosférica. 05-06 de fevereiro, 1974. . . . . 45
- Figura III.3 - Variação da densidade atmosférica. 07-08 de fevereiro, 1974. . . . . 46

Figura III.4	- Variação da densidade atmosférica. 03 de maio/74. . .	47
Figura III.5	- Variação da densidade atmosférica. 18-19 de novembro, 1974. . . . .	48
Figura III.6	- Variação da densidade atmosférica. 28-29 de maio de 1975. . . . .	49
Figura III.7	- Variação da densidade atmosférica. 23-24 de julho de 1975. . . . .	50
Figura III.8	- Variação da densidade atmosférica. 24-25 de Julho de 1975. . . . .	51
Figura III.9	- Variação da densidade atmosférica. 31 de julho - 01 de agosto de 1975. . . . .	52
Figura III.10	- Variação da densidade atmosférica. 12-13 de agosto de 1975. . . . .	53
Figura III.11	- Variação da densidade atmosférica. 19-20 de agosto de 1975. . . . .	54
Figura IV.1	- Três primeiras funções simétricas de Hough para a maré solar semidiurna. . . . .	62

- Figura IV.2 - Amplitudes e fases da variação semidiurna da densidade. — Excitação do  $O_3$  e  $H_2O$ ; -- excitação do  $O_3$ ; . . . excitação do vapor d'água. . . . . 64
- Figura IV.3 - Amplitudes e fases da variação semidiurna da densidade. — Somente o modo  $(H)_2^{2\omega,2}$ ; --- somente o modo  $(H)_4^{2\omega,2}$ ; . . . somente o modo  $(H)_6^{2\omega,2}$  . . . . . 65
- Figura IV.4 - Três primeiras funções simétricas de Hough para  $h_n$  positivo ( $(H)_1$ ,  $(H)_3$ ,  $(H)_5$ ) e as duas primeiras para  $h_n$  negativo ( $(H)_{-2}$ ,  $(H)_{-4}$ ), para a maré atmosférica solar diurna. . . . . 68
- Figura IV.5 - Amplitudes e fases da variação da densidade atmosférica devida à maré diurna. Todos os modos ( $h_n$  positivos e negativos) considerados. — Excitação do  $O_3$  e  $H_2O$ ; ----- excitação do  $O_3$ ; ..... excitação do vapor d'água. . . . . 69
- Figura IV.6 - Amplitudes e fases da variação da densidade atmosférica devida à maré diurna. Apenas os

modos com  $h_n$  positivos considerados. —  
 Excitação do  $O_3$  e  $H_2O$ ; - - - excitação do  
 $O_3$  ; ..... excitação do vapor d'água. . . . . 70

Figura IV.7 - Amplitudes e fases da variação da densidade atmosférica devida à maré diurna. Apenas os modos com  $h_n$  positivos. — somente  $(H)_1$  ;  
 - - - - somente  $(H)_3$  ; ... somente  $(H)_5$  . . . . . 71

Figura IV.8 - Variação esperada da densidade atmosférica de 74 Km a 106 Km, devida à maré atmosférica solar diurna. . . . . 74

Figura IV.9 - Variação esperada da densidade atmosférica de 74 Km a 106 Km, devida à maré atmosférica solar diurna. Variação subtraída da média em 12 horas.. . . . 76

Figura IV.10 - Variação esperada da densidade atmosférica de 74 Km a 106 Km, devida à maré atmosférica solar diurna. Apenas o modo  $(H)_1$  considerado. Variação de 24 hs subtraída da média em 12 horas.. . . . 77

Figura IV.11 - Variação esperada da densidade atmosférica

de 74 Km a 106 Km, devida ã marê atmosfêrica solar diurna. Apenas o modo  $(H)_1$  considerado. Variação de 24 horas subtraída da média no período mostrado. . .79

Figura IV.12 - Variação esperada da densidade atmosfêrica de 74 Km a 106 Km, devida ã marê atmosfêrica solar diurna. Apenas o modo  $(H)_1$  e a excitação pelo ozônio considerados. Variação de 24 h subtraída da média no período mostrado. . . . . 80

Figura IV.13 - Amplitudes e fases da variação da densidade atmosfêrica devida ã marê diurna, variando ligeiramente o perfil básico de temperatura. — Temperatura da tropopausa 200<sup>o</sup> K e a 19 Km; - - - temperatura da tropopausa 200<sup>o</sup> K; ..... temperatura da tropopausa 185<sup>o</sup> K.. . . . 82

Figura IV.14 - Amplitudes e fases da variação da temperatura atmosfêrica devida ã marê diurna. — Todos os modos com  $h_n$  positivo considerados; - - - - somente  $(H)_1$  considerado.. . . . 83

LISTA DE TABELAS

TABELA III.1 - Períodos de observações.

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

Nós denominamos Marés Atmosféricas, aquelas oscilações que ocorrem em qualquer campo atmosférico (ou seja : pressão, temperatura, densidade, etc.), cujos períodos são submúltiplos inteiros do dia lunar ou do solar. Neste trabalho estaremos interessados nas marés migrantes em escala global, isto é, marés que acompanham o movimento aparente do sol ou da lua, dependendo portanto, apenas da hora local.

Diferentemente das marés do mar que são produzidas pela ação gravitacional da lua, e do sol em menor escala, a maré atmosférica é produzida também pelo aquecimento periódico da atmosfera pela absorção da energia solar, e esta última causa mostra-se ser a principal. Nós denominamos maré gravitacional a componente da maré de origem gravitacional, e maré térmica solar ou simplesmente maré solar, a parte excitada termicamente.

Entre outras diferenças, estão os fatos que a atmosfera é quase uma camada esférica de fluido sem contornos e costas como o mar, e também que a resposta da atmosfera às excitações consiste em ondas de gravidade internas, diferentemente das ondas barotrópicas de superfície como no mar.

Vários motivos fazem despertar o interesse do homem pelo

estudo das marés atmosféricas. Entre eles está o fato de nós conhecermos precisamente sua frequência e número de onda zonal, e com menor precisão sua excitação. Com isso podemos calcular a resposta da atmosfera às excitações e isolar, nos dados experimentais, essas respostas, podendo com isso verificar as teorias sobre ondas na atmosfera. Outro motivo é que as marés atmosféricas constituem uma grande parte da meteorologia total da atmosfera acima de 50 Km. Como veremos, essas oscilações crescem exponencialmente com a altura, atingindo um máximo na mesosfera e baixa termosfera, de onde começam a decrescer devido ao aumento dos efeitos dissipativos nessas regiões.

Contudo os primeiros motivos que levaram ao estudo das marés atmosféricas foram puramente intelectuais. A resposta ao "enigma" de "como a variação da pressão atmosférica no solo tem por principal componente a semidiurna, se é diurna a principal componente da excitação térmica", foi que motivou por muitos anos o seu estudo, pois as observações da alta atmosfera e o reconhecimento que marés atmosféricas são ondas de gravidade internas são coisas relativamente recentes.

## 1.1 - HISTÓRICO

O conhecimento da existência das marés no mar, isto é, o aumento e queda do nível da água duas vezes ao dia na maioria das costas do oceano, vem de longos tempos. O primeiro relato destas e sua conexão com o movimento da lua foi feito em 320 A.C. pelo explorador ma

rinho Pytheas de Marselha. Este, fazendo uma viagem de 11.000 Km para oeste do mar Mediterrâneo e para o norte, tendo circunavegado as ilhas britânicas, notou o aumento e diminuição do nível do mar duas vezes por dia, e também que um desses aumentos coincidia com a passagem da lua sobre o meridiano. Esta coincidência do máximo do nível da água com a passagem da lua sobre o meridiano logo sugeria a associação das marés com a força de atração lunar. Mas outro problema surgia: como explicar o outro máximo que ocorria no lado oposto da terra ?

A explicação racional a esta questão foi dada por Newton. Usando suas leis da mecânica, Newton explicou que a força de atração da lua ou sol atuando sobre o mar, dirigida para o corpo de atração (Sol ou Lua), era maior nos pontos mais próximos ao centro de atração que do outro lado da terra; por sua vez a rotação da terra ao redor do sol dava origem a uma força centrífuga que é maior no hemisfério da terra oposto ao sol. Essas forças não balanceadas produziram então o alongamento do fluido na direção da linha que une os dois corpos. Newton afirmou também que os potenciais gravitacionais deveriam excitar oscilações na atmosfera, porém achou que essas deveriam ser tão fracas que não poderiam ser observadas experimentalmente.

Contrariamente às marés do mar, cujas observações remontam de longos tempos, as observações das marés atmosféricas somente se tornaram possíveis com o desenvolvimento do barômetro por Torricelli em 1643.

No entanto nessa época os registros de pressão na Europa eram tão poucos que não permitiam isolar a fraca oscilação de marés nos dados existentes. Com isso Newton continuou acreditando que a maré atmosférica seria imperceptível. Porém, nas regiões equatoriais e tropicais as marés atmosféricas são bastante evidentes. Na Figura I.1 mostramos os registros microbarográficos de cinco dias durante 1919 em Jacarta, Indonésia (então Batavia), ( $6^{\circ}$  S), e Potsdam ( $52^{\circ}$  N), segundo Bartels (1928).

Nos registros de Potsdam, que está na zona temperada, as variações do barômetro são devidas principalmente a efeitos locais do tempo sendo pouco evidentes os efeitos de marés, enquanto que nos de Jacarta a oscilação semidiurna é bem evidente. Na Figura I.2 mostramos, a título de ilustração, um registro microbarográfico do INPE, em São José dos Campos ( $23^{\circ}$  S), onde também é bem evidente o efeito de marés.

A análise dos registros de pressão na superfície revelaram que o período principal de oscilação era a metade do dia solar e não lunar como nas marés do mar. Como a excitação gravitacional da lua é mais de duas vezes maior que a do sol, isto levou Laplace (1799) a concluir que as marés atmosféricas seriam excitadas principalmente termicamente.

Daí um novo problema surgiria: Como a excitação térmica se dá aproximadamente como uma onda sinusoidal retificada com o máximo ao meio dia e sendo zero durante a noite, a componente diurna dessa excitação é bem maior que a semidiurna, então porque a componente semidiurna da

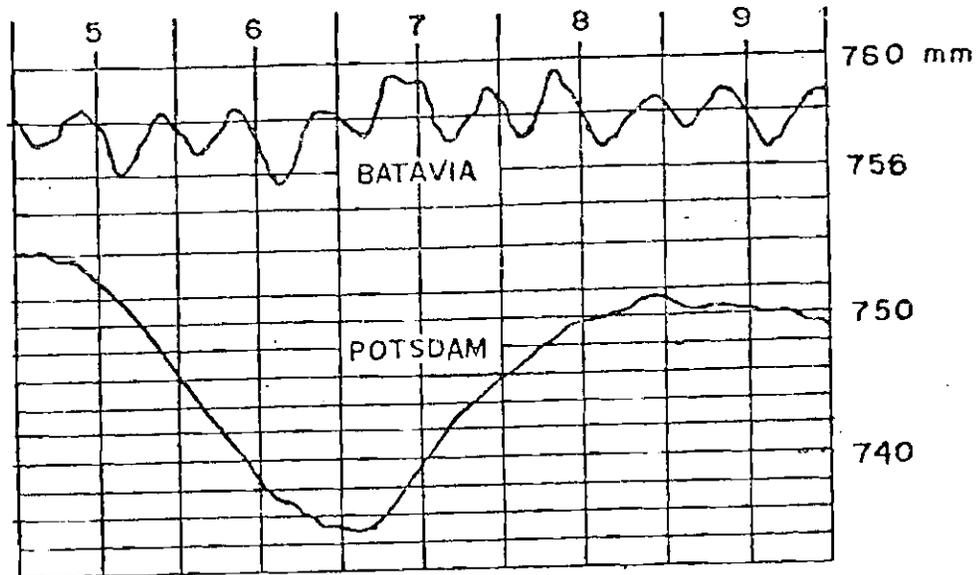


Fig. I.1 - Clássicos Registros Barométricos Mostrando a Evidente Variação Semidiurna em Batavia (Jacarta) (60S), e a bem menos Evidente em Potsdam (520N) em Novembro 1919 (Segundo Bartels(1928)).

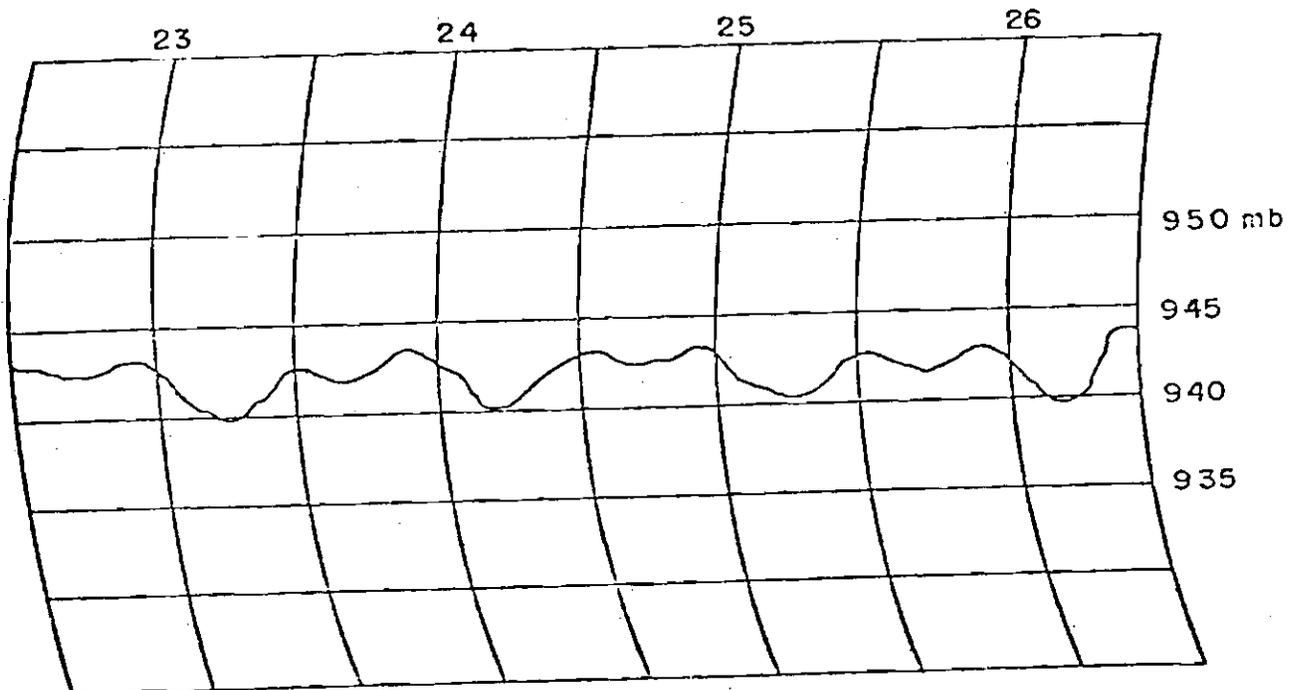


Fig. I.2 - Parte de um Registro Microbarográfico de São José dos Campos (230S) para quatro dias em Janeiro 1974, onde a Variação Semidiurna é também Evidente.

variação da pressão na superfície é maior que a diurna ?

Para explicar esse fato Kelvin (1832) propôs sua teoria da ressonância. Esta teoria praticamente monopolizou a atenção dos pesquisadores das marés atmosféricas por cerca de sessenta anos, e quase tudo que se fez no ramo durante este período foi para provar ou não a sua validade.

## 1.2 - A TEORIA DA RESSONÂNCIA DE KELVIN

Kelvin, coletando dados de pressão na superfície de trinta estações nos anos 1870 analisou-os harmonicamente para as componentes diurna, semidiurna e terdiurna. Concordando com Laplace, ele achou que essas oscilações eram solares e que a componente semidiurna era bem maior que a diurna, embora a excitação térmica fosse principalmente diurna. Para explicar isso, Kelvin sugeriu que a atmosfera considerada como um sistema oscilante tinha um período de oscilações livres muito próximo de 12 horas, e assim a componente semidiurna da excitação seria amplificada por ressonância.

Pesquisando as possibilidades de ressonância da atmosfera, Margules mostrou que esta seria ressonante à excitação semidiurna se ela se comportasse como um fluido homogêneo com uma profundidade de 7,85 Km. Esta quantidade é denominada "profundidade equivalente da atmosfera", e depende do estado termodinâmico da atmosfera e principalmente do perfil médio de temperatura assumido.

Lamb (1910), investigando a questão, achou que em uma atmosfera isotérmica onde as variações da densidade se davam isotermicamente ou em uma atmosfera em equilíbrio adiabático, deveria haver ressonância, e para uma atmosfera onde a temperatura média varia linearmente com a altura mas não adiabaticamente, deveria existir um número infinito de profundidades equivalentes aumentando assim as possibilidades de ressonância.

Críticas à teoria da ressonância surgiram, e dentre essas se destaca a de Taylor (1932). Segundo Taylor, se a atmosfera tem uma profundidade equivalente  $h$ , então perturbações excitadas na atmosfera por explosões, terremotos, etc, deveriam se propagar com velocidade  $\sqrt{gh}$ . Porém, a análise dos dados da gigantesca erupção do vulcão Krakatoa em 1883 mostrou que a perturbação atmosférica que acompanhou a erupção viajava a 319 m/s que correspondia a  $h = 10,4$  Km, portanto um valor bem distante de 7,85 Km para produzir ressonância.

Mais tarde, Taylor (1936) estabeleceu mais rigorosamente o resultado de Lamb, que a atmosfera teria várias profundidades equivalentes.

Novo impulso foi dado à teoria da ressonância com o trabalho de Pekeris (1937). Este, investigou as profundidades equivalentes da atmosfera para um grande número de estruturas térmicas, e achou que para uma atmosfera onde a temperatura aumentava acima da tropopausa e atingia um valor de  $350^{\circ}$  K nas proximidades de 50 Km e depois decrescia, deveria existir uma segunda profundidade equivalente de 7,9 Km. Este resultado

mostrou-se importante porque esta estrutura térmica concordava com as medidas feitas por Martyn e Pulley (1936), com base na observação de meteoros e propagação anômala do som.

A teoria da ressonância que a partir daí parecia estar bem estabelecida, sofreu duro golpe com o advento dos foguetes. Numerosas sondagens da temperatura atmosférica, feitas após a 2a. guerra mundial, revelaram que o máximo a 50 Km era bem menor que  $350^{\circ}$  K (cerca de  $280^{\circ}$  K) e que além disso a temperatura voltava a subir acima de 80 Km atingindo valores muito altos acima de 150 Km. Com essa estrutura realística de temperatura, a atmosfera não tinha outras profundidades equivalentes, mas apenas uma ~ 10,4 Km, não permitindo assim a existência de ressonância que haveria se a profundidade equivalente fosse 7,85 Km.

### 1.3 - OBSERVAÇÕES DAS MARÉS ATMOSFÉRICAS

Vários métodos para se observar as marés atmosféricas, cobrindo diversos parâmetros e intervalos de altura, existem. Alguns deles serão descritos aqui brevemente.

OBSERVAÇÕES NA SUPERFÍCIE - As primeiras observações feitas foram com dados de superfície, principalmente através de registros microbarogrãficos da pressão. As principais conclusões sobre as marés atmosféricas que foram tiradas deste estudo foram:

- 1) A componente semidiurna da oscilação da pressão na superfície

é a principal e o período é a metade do dia solar e não lunar, e esta componente apresenta grande regularidade.

2) A componente diurna é bem mais fraca que a semidiurna e além do mais, apresenta grande irregularidade de um dia para o outro e com as estações.

3) A componente de período lunar existe, porém muito fraca e só pode ser isolada com um grande número de dados.

METEORITOS - Meteoritos que caem constantemente na terra sofrem de desintegração na região em torno de 90 Km. Com essa desintegração eles deixam traços visíveis e ionizados. Estes traços podem ser acompanhados para dar informações sobre ventos nessa região. O uso de técnicas fotograficas foi iniciado por Liller e Whipple (1954), e observações do eco de sinais de rádio produzidos pelo traço ionizado em movimento foi iniciado por Greenhow (1954). Esta técnica tem sido aperfeiçoada nos últimos anos e constitui o principal método utilizado para medidas de ventos na mesosfera.

FOGUETES - GRANADA - Este método consiste em fazer explodir uma série de granadas lançadas em diferentes altitudes por meio de foguetes. O estudo da propagação do som produzido pelas explosões fornece medidas de temperatura e ventos na alta atmosfera. Este método tem desvantagens,

principalmente por ser caro; uma boa resolução em tempo implicaria em vários lançamentos sucessivos de caros foguetes.

TRAÇOS DE SÓDIO E QUIMILUMINESCENTES (TMA) - Este método consiste em espalhar compostos químicos na alta atmosfera, levados por foguetes ou por projéteis lançados por canhões.

Estes traços alterados pelos movimentos da atmosfera podem ser fotografados durante o "twilight" para o caso de traços de sódio, ou à noite no caso de compostos quimiluminescentes. Estes traços dão informações sobre ventos, na alta atmosfera.

RADAR DE ESPALHAMENTO INCOERENTE - Ondas de rádio de alta potência espalhadas incoerentemente pelos elétrons e ions da ionosfera dão informações sobre a temperatura e velocidade de "drift" destes.

Variações destas quantidades são atribuídas em parte às variações na atmosfera neutra, podendo assim dar informações sobre marés.

REFLEXÃO PARCIAL DE ONDAS DE RÁDIO - Ondas de rádio parcialmente refletidas na região D da ionosfera trazem superpostas a elas padrões irregulares de difração. Estes padrões de difração se movem no solo com duas vezes a velocidade horizontal da ionosfera. Com um arranjo de três antas igualmente espaçadas, módulo e direção da velocidade para cada intervalo de altura podem ser determinados, fazendo-se a correlação entre

os sinais recebidos em cada antena.

RADAR DE LASER - Kent et al (1972) tem usado o radar de laser para o estudo de marés atmosféricas na mesosfera e baixa termosfera. Medidas da seção transversal de espalhamento óptico na região de 70 Km a 100 Km, usando-se um laser de rubi, mostram variações que são atribuídas às variações da densidade atmosférica devidas à presença de oscilações de marés. Estas oscilações mostram consistência com alguns modos de oscilação teóricos.

Medidas diretas da densidade atmosférica na altura da mesosfera não são possíveis com o radar de laser do INPE, devido a limitações do equipamento; porém este pode medir a densidade de átomos de sódio livres na camada que se estende de 74 Km a 106 Km. Perturbações que ocorram na atmosfera afetarão também a densidade de sódio, e desde que não haja grandes variações no equilíbrio entre átomos de sódio e compostos de sódio, a variação na densidade de átomos de sódio seguirá a variação na densidade dos principais constituintes da atmosfera. Com isso as variações na densidade atmosférica podem ser isoladas se subtrairmos, dos dados de cada perfil individual de sódio, a forma geral não perturbada da camada.

Nosso trabalho seguirá esta linha de idéias e suposições.

## CAPÍTULO II

### A TEORIA CLÁSSICA DAS MARÉS ATMOSFÉRICAS

#### 2.1 - INTRODUÇÃO

No desenvolvimento da teoria das marés atmosféricas, duas partes seguiram paralelamente; a primeira trata de calcular a resposta da atmosfera a uma excitação térmica ou gravitacional qualquer, e a segunda, a especificação dessas fontes. Em ambos os casos uma formulação precisa do problema torna-se impossível, pois no primeiro caso efeitos orográficos, não lineares, processos não adiabáticos, hidromagnéticos, e de circulação geral da atmosfera teriam que ser levados em consideração tornando as equações insolúveis. No segundo caso deveriam ser levados em conta, entre outros fatores, a composição química da atmosfera, o espectro solar, a absorção molecular, a transferência radiativa e turbulenta de energia, e muitos outros efeitos.

Para evitar isso lança-se mão de aproximações, que são universalmente aceitas, embora algumas delas sejam drásticas.

Neste trabalho, seguiremos a sequência usada por Wilkes (1949), Siebert (1961), e Chapman e Lindzen (1970). As equações serão resolvidas para uma excitação gravitacional e térmica qualquer, e como estaremos interessados apenas na excitação térmica, esta será especificada e a

resposta a ela calculada para as principais componentes da maré (diurna e semidiurna).

## 2.2 - APROXIMAÇÕES E EQUAÇÕES BÁSICAS

As seguintes aproximações são usadas:

i ) O movimento da atmosfera é descrito pelas equações de Euler para um gás compressível invíscido. É conveniente, devido à geometria, expressar essas equações em coordenadas esféricas em um sistema de referência girando com a terra.

ii ) A atmosfera está sempre em equilíbrio termodinâmico, ou seja, responde ao aquecimento por meio de sucessivos estados de equilíbrio.

iii ) A atmosfera é considerada um gás perfeito de composição constante, tal que  $R$  (constante dos gases) é uma constante para todas as alturas. Isto é válido até cerca de 95 Km de altura, porém a 200 Km um erro de 10% é cometido.

iv ) A atmosfera é considerada rasa. Se a distância do centro da terra ao ponto considerado é  $a + z$ , onde  $a$  = raio médio da terra,  $z$  = altura a partir do solo, então os termos da ordem  $z/a$  são desprezados como coeficientes nas equações. Isto também implica em considerar constante a aceleração da gravidade. A 100 Km de altura o erro é de 3%. Esta

aproximação também permite que em oscilações em escala planetária e períodos longos, a componente da rotação da terra paralela à superfície seja desprezada (Phillips, 1968).

v ) A atmosfera é considerada estar em equilíbrio hidrostático, o que implica que a aceleração vertical do fluido é menor que  $g$  (aceleração da gravidade).

vi ) A terra é suposta esférica, a elipticidade é desprezada. Estas aproximações são universalmente aceitas sem grandes restrições, porém outras mais drásticas devem ser feitas:

vii ) A topografia da terra (montanhas, distribuição mar-terra) é desprezada.

viii ) Processos dissipativos excluídos por (i), tais como os devidos à viscosidade e condutividade molecular e turbulenta, bem como a transferência radiativa no infravermelho e arrastamento de ions, não são considerados.

ix ) As oscilações de marés são tomadas como perturbações linearizáveis sobre um estado básico. Um determinado campo  $f$  será expresso como:

$$f = f_0 + f' ,$$

onde  $f_0$  é o campo básico e  $f'$  é a contribuição devida às marés. Os

campos de nosso interesse são: a pressão  $p$ , a densidade  $\rho$ , a temperatura  $T$  e a velocidade  $\vec{v}$ .

Mesmo com a linearização o sistema de equações a ser resolvido pode ser intratável se os campos básicos  $f_0$  forem muito complicados. Daí introduzir-se a mais drástica das aproximações:

x ) A velocidade básica é considerada zero ( $\vec{v}_0 = 0$ ), e a pressão  $p_0$ , densidade  $\rho_0$  e temperatura  $T_0$  são consideradas independentes da latitude e longitude. Com isso temos para os estados básicos:

De (iii) podemos escrever,

$$p_0 = \rho_0 \cdot R \cdot T_0 \quad (II.1)$$

onde  $p_0$  = pressão,  $\rho_0$  = densidade,  $R$  = constante dos gases para o ar =  $2,871 \times 10^2$  Joule/(Kg. grau),  $T_0$  = temperatura.

De (v) temos que:

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_0}{\partial z} = -g \quad (II.2)$$

onde  $g$  = aceleração da gravidade

$z$  = altura a partir do solo

Das equações II.1 e II.2, tiramos que:

$$p_o = p_o(0) \exp(-x) \quad (II.3)$$

$$\rho_o = p_o/gH \quad (II.4)$$

onde:  $H(z) = R T_o(z)/g$  (II.5)

é a altura de escala da atmosfera.

e  $x = \int_0^z \frac{dz}{H}$  (II.6)

é a altura reduzida.

De (ix) temos que:

$$\begin{pmatrix} p \\ \rho \\ T \\ u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_o \\ \rho_o \\ T_o \\ u_o \\ v_o \\ w_o \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta p \\ \delta \rho \\ \delta T \\ u' \\ v' \\ w' \end{pmatrix} \quad (II.7)$$

onde  $u$  = velocidade Norte-Sul,  $v$  = velocidade Oeste-Leste,  $w$  = velocidade vertical para cima. Os primeiros termos do lado direito são as quantidades básicas, e os segundos as perturbações de marés. Como  $u_o=0$ ,  $v_o=0$

e  $w_0 = 0$ , usaremos  $u$ ,  $v$  e  $w$  para as componentes da velocidade.

As equações usadas para determinar os campos de marés são:  
A equação do movimento, a equação da continuidade, a equação da energia ,  
e para fechar o sistema a equação dos gases perfeitos.

Estas equações são desenvolvidas em detalhes por exemplo  
em Siebert (1961), e o procedimento da linearização das equações da hidro  
dinâmica é dado em Haurwitz (1951).

As componentes da equação do movimento linearizadas são:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - 2\omega v \cos\theta = -\frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\delta p}{\rho_0} + \Omega \right) \quad (\text{II.8})$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + 2\omega u \cos\theta = -\frac{1}{a \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \frac{\delta p}{\rho_0} + \Omega \right) \quad (\text{II.9})$$

$$\frac{\partial \delta p}{\partial z} = -g \delta \rho - \rho_0 \frac{\partial \Omega}{\partial z} \quad (\text{II.10})$$

A equação da continuidade,

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho_0 \chi \quad (\text{II.11})$$

onde  $\chi$  é o divergente da velocidade

$$\chi \equiv \text{div } \vec{v} = \frac{1}{a \text{ sen}\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (u \text{ sen}\theta) + \frac{1}{a \text{ sen}\theta} \frac{\partial v}{\partial \phi} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad (\text{II.12})$$

A equação da energia:

$$\frac{R}{\gamma - 1} \frac{DT}{Dt} = \frac{gH}{\rho_0} \frac{D\rho}{Dt} + J \quad (\text{II.13})$$

E a forma linearizada da equação dos gases perfeitos.

$$\frac{\delta p}{\rho_0} = \frac{\delta T}{T_0} + \frac{\delta \rho}{\rho_0} \quad (\text{II.14})$$

Aqui os seguintes símbolos foram usados:

$\theta$  = colatitude, sendo zero no polo norte;

$\phi$  = longitude, medida de oeste para leste;

$t$  = tempo;  $\Omega$  = potencial gravitacional de marés;  $\omega$  = velocidade angular de rotação da terra;  $\gamma = c_p/c_v = 1,4$ , relação entre os calores específicos a pressão constante e a volume constante;  $J$  = aquecimento térmico de marés por unidade de massa por unidade de tempo;  $a$  = raio médio da terra, e

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f'}{\partial t} + w \frac{d}{dz} f_0 \quad (\text{II.15})$$

### 2.3 - SOLUÇÃO DO SISTEMA

Inicialmente, usando II.4, II.5 e II.14, eliminamos  $\delta T$  de II.13 e obtemos:

$$\frac{Dp}{Dt} \equiv \frac{\partial \delta p}{\partial t} + w \frac{dp_0}{dz} = \gamma g H \frac{D\rho}{Dt} + (\gamma - 1) \rho_0 J \quad (II.16)$$

Como estamos procurando soluções periódicas no tempo e em longitude, suporemos os campos da forma:

$$f = f^{\sigma, s}(\theta, z) \exp(i(\sigma t + s\phi)), \quad (II.17)$$

onde  $\sigma = 2\pi/(\text{dia lunar ou solar}/m)$

$m$  inteiro

$$i = \sqrt{-1}$$

$s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , número de onda zonal

De (II.17) temos que:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow i\sigma, \quad \frac{\partial}{\partial \phi} \rightarrow is$$

Com isso as equações II.8 e II.9 tornam-se

$$i\sigma u^{\sigma, s} - 2\omega \cos\theta v^{\sigma, s} = -\frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\delta p^{\sigma, s}}{\rho_0} + \Omega^{\sigma, s} \right) \quad (II.18)$$

$$i\sigma v^{\sigma,s} + 2\omega \cos\theta u^{\sigma,s} = - \frac{is}{a \operatorname{sen}\theta} \left( \frac{\delta p}{\rho_0} + \Omega^{\sigma,s} \right) \quad (\text{II.19})$$

II.18 e II.19 são equações algébricas em  $u$  e  $v$ , que podem ser resolvidas em termos das outras quantidades. Os índices superiores  $(\sigma, s)$ , a rigor se aplicam a todos os campos de marés, mas por facilidade de notação serão omitidos daqui para a frente.

$$u = \frac{i\sigma}{4 a \omega^2 (f^2 - \cos^2 \theta)} \left( \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{s \cot\theta}{f} \right) \left( \frac{\delta p}{\rho_0} + \Omega \right) \quad (\text{II.20})$$

$$v = \frac{-\sigma}{4 a \omega^2 (f^2 - \cos^2 \theta)} \left( \frac{\cos\theta}{f} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{s}{\operatorname{sen}\theta} \right) \left( \frac{\delta p}{\rho_0} + \Omega \right) \quad (\text{II.21})$$

onde  $f = \sigma/2\omega$  (II.22)

Levando II.20 e II.21 em II.12 vem:

$$x = \frac{i\sigma}{4 a^2 \omega^2} F \left[ \frac{\delta p}{\rho_0} + \Omega \right] + \frac{\partial w}{\partial z} \quad (\text{II.23})$$

onde  $F$  é o operador

$$F \equiv \frac{1}{\operatorname{sen}\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\operatorname{sen}\theta}{(f^2 - \cos^2\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) - \frac{1}{(f^2 - \cos^2\theta)} \left( \frac{s}{f} \frac{f^2 + \cos^2\theta}{f^2 - \cos^2\theta} + \frac{s^2}{\operatorname{sen}^2\theta} \right) \quad (\text{II.24})$$

As equações II.23, II.16, II.11 e II.10 são quatro equações

com quatro incógnitas  $\delta p$ ,  $\delta \rho$ ,  $\chi$  e  $w$ . No entanto para obter-se uma só equação a uma incógnita é conveniente introduzir uma nova variável  $G$  dada por:

$$G = - \frac{1}{\gamma p_0} \frac{Dp}{Dt} \quad (\text{II.25})$$

Com mais essa equação, o sistema de cinco equações e cinco incógnitas se reduz após várias manipulações a:

$$H \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} + \left( \frac{dH}{dz} - 1 \right) \frac{\partial G}{\partial z} = \frac{g}{4 a^2 \omega^2} F \left( \left( \frac{dH}{dz} + \kappa \right) G - \frac{\kappa J}{\gamma g H} \right) \quad (\text{II.26})$$

onde:  $\kappa = (\gamma - 1)/\gamma$  (II.27)

Como o operador  $F$  depende somente de  $\theta$ , e o restante da equação somente de  $z$ , esta pode ser resolvida pelo método de separação de variáveis.

Assumamos que  $G$  pode ser escrita como:

$$G = \sum_n L_n(z) \textcircled{H}_n(\theta) \quad (\text{II.28})$$

e além do mais que o conjunto  $\{ \textcircled{H}_n \}$  todo  $n$ , é ortogonal completo no intervalo  $0 \leq \theta \leq \pi$

Então podemos assumir que  $J$  pode ser expandido como:

$$J = \sum_n J_n(z) \textcircled{H}_n(\theta) \quad (\text{II. 29})$$

Substituindo II.28 e II.29 em II.26 nós obtemos as duas equações ordinárias.

$$F [\textcircled{H}_n] = - (4 a^2 \omega^2 / g h_n) \textcircled{H}_n \quad (\text{II.30})$$

e

$$H \frac{d^2 L_n}{dz^2} + \left( \frac{dH}{dz} - 1 \right) \frac{dL_n}{dz} + \frac{1}{h_n} \left( \frac{dH}{dz} + \kappa \right) L_n = \frac{\kappa}{\gamma g H h_n} J_n \quad (\text{II. 31})$$

onde  $h_n$  é a constante de separação.

As funções  $\textcircled{H}_n$  devem satisfazer as condições de contorno de serem finitas nos polos ( $\theta = 0, \pi$ ). Com essas condições a equação (II.30) define um problema de autofunções-autovalores, onde  $\{ h_n \}$  é o conjunto de autovalores. A equação (II.30) é idêntica à deduzida por Laplace (1799, 1825) para uma camada esférica de fluido de profundidade  $h_n$ , porém nesta  $h_n$  tinha apenas um valor, a profundidade do fluido, e os autovalores eram as frequências  $\sigma$ . Por analogia, Taylor (1936) chamou os  $\{ h_n \}$  de "profundidade equivalente do n-ésimo modo", cuja denominação mais tarde se mostrou imprópria, como veremos em outra seção. A equação

II.30 é denominada "Equação de marés de Laplace".

As soluções de II.30,  $\{ \textcircled{H}_n \}$  são chamadas "Funções de Hough", após os trabalhos de Hough (1897, 1898), onde II.30 aparece resolvida pela primeira vez para o caso especial de  $h_n \rightarrow \infty$ .

A equação II.31, é denominada "equação da estrutura vertical", e torna-se de mais fácil solução usando-se a altura reduzida dada por II.6 em vez de  $z$ , e mudando  $L_n$  por:

$$y_n = e^{-x/2} L_n \quad (\text{II.32})$$

Com isso II.31 torna-se:

$$\frac{d^2 y_n}{dx^2} + \left[ \frac{1}{h_n} \left( \kappa H + \frac{dH}{dx} \right) - \frac{1}{4} \right] y_n = \frac{\kappa J_n}{\gamma g h_n} e^{-x/2} \quad (\text{II.33})$$

cuja solução veremos em outra seção.

Uma vez obtidos os  $\textcircled{H}_n$  e  $y_n$ , os outros campos podem ser obtidos.

$$\delta p = \sum_n \delta p_n(x) \textcircled{H}_n \quad (\text{II.34})$$

$$\delta p = \sum_n \delta p_n(x) \textcircled{H}_n \quad (\text{II.35})$$

$$\delta T = \sum_n \delta T_n(x) \textcircled{H}_n \quad (\text{II.36})$$

$$w = \sum_n w_n(x) \textcircled{H}_n \quad (\text{II.37})$$

onde

$$\delta p_n = \frac{p_o(0)}{H(x)} \left[ -\frac{\Omega_n(x)}{g} e^{-x} + \frac{\gamma h_n}{i\sigma} e^{-x/2} \left( \frac{dy_n}{dx} - \frac{1}{2} y_n \right) \right] \quad (\text{II.38})$$

$$\delta p_n = \frac{p_o(0)}{(gH(x))^2} \left\{ -\Omega_n e^{-x} \left( 1 + \frac{1}{H} \frac{dH}{dx} \right) + \frac{\gamma g h_n}{i\sigma} e^{-x/2} \left[ \left( 1 + \frac{1}{H} \frac{dH}{dx} \right) \left( \frac{dy_n}{dx} - \frac{1}{2} y_n \right) + \frac{H}{h_n} \left( \kappa + \frac{1}{H} \frac{dH}{dx} \right) y_n \right] - \frac{\kappa J_n}{i\sigma} e^{-x} \right\} \quad (\text{II.39})$$

$$\delta T_n = \frac{1}{R} \left\{ \frac{\Omega_n}{H} \frac{dH}{dx} - \frac{\gamma g h_n}{i\sigma} e^{x/2} \left[ \frac{\kappa H}{h_n} + \frac{1}{H} \frac{dH}{dx} \left( \frac{d}{dx} + \frac{H}{h_n} - \frac{1}{2} \right) \right] y_n + \frac{\kappa J_n}{i\sigma} \right\} \quad (\text{II.40})$$

$$w_n = -\frac{i\sigma\Omega_n}{g} + \gamma h_n e^{x/2} \left[ \frac{dy_n}{dx} + \left( \frac{H}{h_n} - \frac{1}{2} \right) y_n \right] \quad (\text{II.41})$$

de II.20, II.21, e II.38 temos:

$$u = \sum_n u_n(x) U_n(\theta) \quad (\text{II.42})$$

$$v = \sum_n v_n(x) V_n(\theta) \quad (\text{II.43})$$

onde:

$$U_n = \frac{1}{f^2 - \cos^2\theta} \left( \frac{d}{d\theta} + \frac{s \cot\theta}{f} \right) \textcircled{H}_n \quad (\text{II.44})$$

$$V_n = \frac{1}{f^2 - \cos^2\theta} \left( \frac{\cos\theta}{f} \frac{d}{d\theta} + \frac{s}{\sin\theta} \right) \textcircled{H}_n \quad (\text{II.45})$$

e

$$u_n = \frac{\gamma g h_n}{4a\omega^2} e^{x/2} \left( \frac{dy_n}{dx} - \frac{y_n}{2} \right) \quad (\text{II.46})$$

$$v_n = \frac{i\gamma g h_n}{4a\omega^2} e^{x/2} \left( \frac{dy_n}{dx} - \frac{y_n}{2} \right) \quad (\text{II.47})$$

Aqui também foi assumida uma expansão de  $\Omega$  da forma

$$\Omega = \sum_n \Omega_n(x) \textcircled{H}_n \quad (\text{II.48})$$

Assim, conhecidos os  $\{h_n\}$ ,  $\{\textcircled{H}_n\}$  e  $\{y_n\}$  obtemos to dos os campos através de II.34, II.35, II.36, II.37, II.42 e II.43.

## 2.4 - AS ESTRUTURAS LATITUDINAL E VERTICAL

A equação II.30 em termos de  $\mu = \cos\theta$  fica

$$\frac{d}{d\mu} \left( \frac{1 - \mu^2}{f^2 - \mu^2} \frac{d \textcircled{H}_n}{d\mu} \right) - \frac{1}{f^2 - \mu^2} \left[ \frac{s}{f} \frac{f^2 + \mu^2}{f^2 - \mu^2} + \frac{s^2}{1 - \mu^2} \right] \textcircled{H}_n + \frac{4 a^2 \omega^2}{g h_n} \textcircled{H}_n = 0 \quad (\text{II.49})$$

Embora o estudo desta equação tenha sido começado por Hough (1897, 1898), soluções detalhadas da mesma somente se tornaram possíveis com o uso de computadores eletrônicos. Um importante resultado que surge dessa análise é o fato dos  $h_n$  poderem ser negativos, o que faz a denominação dada por Taylor (1936) de "profundidade equivalente" carecer de sentido físico. A existência destas "profundidades equivalentes" negativas foi descoberta independentemente por Dikii (1965), Kato (1966) e Lindzen (1966).

A solução de II.49 é dada em termos de uma expansão em funções associadas de Legendre.

$$\textcircled{H}_n = \sum_{m=s}^{\infty} \bar{C}_{n,m} P_{m,s}(\mu) \quad (\text{II.50})$$

onde os coeficientes  $\bar{C}_{n, m}$  surgem da solução de um problema de autovalores- autovetores, onde os autovalores são os  $h_n$ .

Soluções de II.49 foram obtidas por Love (1913) usando-se uma abordagem diferente da de Hough, e as soluções mais completas disponíveis atualmente são as de Flattery (1967) e Longuet-Higgins (1968).

Para a solução da equação da estrutura vertical II.33, resta-nos ainda especificar as condições de contorno.

Como estamos assumindo a terra lisa e esférica, a condição de contorno inferior é que  $w = 0$  em  $x = z = 0$ .

De II.41 isso implica que

$$\frac{dy_n}{dx} + \left( \frac{H}{h_n} - \frac{1}{2} \right) y_n = \frac{i\sigma}{\gamma g h_n} \Omega_n \quad \text{em } x = 0 \quad (\text{II.51})$$

Como condição de contorno superior, é geralmente requerido que  $y_n(x)$  permaneça limitado à medida que  $x \rightarrow \infty$ . Porém pode acontecer que essa condição não seja adequada, o que pode ser visto em uma atmosfera onde a partir de um certo nível  $H = \text{cte}$  e  $J_n = 0$ . Nesse caso a equação II.33 fica:

$$\frac{d^2 y_n}{dx^2} - \left[ \frac{1}{4} - \frac{\kappa H}{h_n} \right] y_n = 0 \quad (\text{II.52})$$

cuja solução é da forma

$$y_n = A e^{i\lambda x} + B e^{-i\lambda x} \quad (\text{II.53})$$

onde  $\lambda = (\kappa H/h_n - 1/4)^{1/2}$  (II.54)

Se  $\lambda$  é real, então a solução é limitada para qualquer escolha de  $A$  e  $B$ . Então outra condição deve ser imposta.

É requerido então que não exista nenhuma energia vinda do infinito. Esta condição é conhecida como "condição de radiação". O termo  $e^{i\lambda x}$  está associado com propagação de energia para cima e  $e^{-i\lambda x}$  com propagação de energia para baixo. A condição de radiação assim exige que  $B = 0$  em II.53.

Na ausência da excitação ( $Q_n = 0, \Omega_n = 0$ ) a solução de II.33 é geralmente  $y_n = 0$ . No entanto para certos valores de  $h_n$  pode existir solução não trivial. Para uma atmosfera realística só há um valor,  $h_n = 10,4$  Km, que é a profundidade equivalente da atmosfera. Se um dos autovalores  $h_n$  fosse igual a 10,4 Km, teríamos ressonância.

Como a equação II.33 é uma equação diferencial não homogênea e com coeficientes não constantes, assim só possui soluções analíticas para alguns casos especiais de distribuição de temperatura e excitação. Logo a solução numérica é a mais indicada.

Usaremos o método de diferenças finitas que é descrito em Lindzen e Kuo (1969), e sua descrição e os passos seguidos para os cálculos serão dados no capítulo IV.

## 2.5 - A EXCITAÇÃO TÉRMICA

Finalmente, para acharmos a resposta da atmosfera, devemos especificar as excitações. Por ser mais conhecida, a resposta à excitação gravitacional tem sido calculada há bastante tempo (Sawada, 1954, 1956), e esta mostra-se ser bastante fraca e por isso nós não trataremos dela.

Da radiação térmica incidente sobre a terra, a maior parte é absorvida pelo solo e pelo mar. Cálculos feitos mostram que este processo excita apenas desprezível maré migrante.

Embora pequena parte da radiação solar seja absorvida diretamente pela atmosfera (~ 20 %), esta constitui a principal causa das marés atmosféricas. Siebert (1961), mostrou que a absorção da radiação pelo vapor d'água na troposfera podia explicar um terço da variação semidiurna da pressão na superfície. Butler e Small (1963) mostraram que a absorção pelo ozônio na estratosfera explicava os outros dois terços da variação.

A excitação térmica é geralmente expressa em termos de  $J$  em vez de  $J$ .

$$\tau = \kappa J / i \sigma R \quad (\text{II.55})$$

onde  $\tau$  é aproximadamente a amplitude da oscilação de temperatura que seria produzida por  $J$  na ausência de movimento e dissipação.

Para um dado elemento absorvedor  $E$ , a excitação de frequência  $\sigma$  e número de onda zonal  $s$  pode ser aproximada por:

$$\tau_E^{\sigma,s} = f_E^{\sigma,s}(z) g_E^{\sigma,s}(\theta) \quad (\text{II.56})$$

onde  $f_E^{\sigma,s}(z)$  é a parte da excitação dependente apenas da altura e  $g_E^{\sigma,s}(\theta)$  a parte dependente apenas da colatitude. Para a excitação diurna  $\sigma = 2\pi/(1 \text{ dia solar})$  e  $s = 1$ ; para a semidiurna  $\sigma = 4\pi/(1 \text{ dia solar})$  e  $s = 2$ .

Usando modelos para a absorção pelo vapor d'água de Siebert (1961) e pelo ozônio (Leovy, 1964), Lindzen (1967) achou formas aproximadas para  $f_E^{\sigma,s}$  e  $g_E^{\sigma,s}$  no equinócio.

Tanto para a excitação diurna como para a semidiurna,  $f_E^{\sigma,s}$  é tomada como sendo a mesma.

$$f_{\text{H}_2\text{O}}(z) = \exp(-z/22,8 \text{ Km}) \quad (\text{II.57})$$

e

$$f_{\text{O}_3}(z) = \exp(0,0116 (z - z_1)/60) \text{ sen}(\pi(z - z_1)/60) \quad (\text{II.58})$$

para  $z_1 < z < z_2$ , e  $f_{O_3}(z) = 0$  nos demais pontos, com  $z_1 = 18$  Km e  $z_2 = 78$  Km.

As funções  $g_{H_2O}(\theta)$  e  $g_{O_3}(\theta)$  são tomadas como sendo as mesmas para as excitações diurnas e semidiurnas, exceto nas amplitudes que são maiores para a diurna.

Na Figura II.1 são mostradas as curvas usadas. Para achar finalmente os  $J_n$  necessários para a solução da equação da estrutura vertical, basta expandir os  $g_E^{\sigma,s}(\theta)$  em funções de Hough.

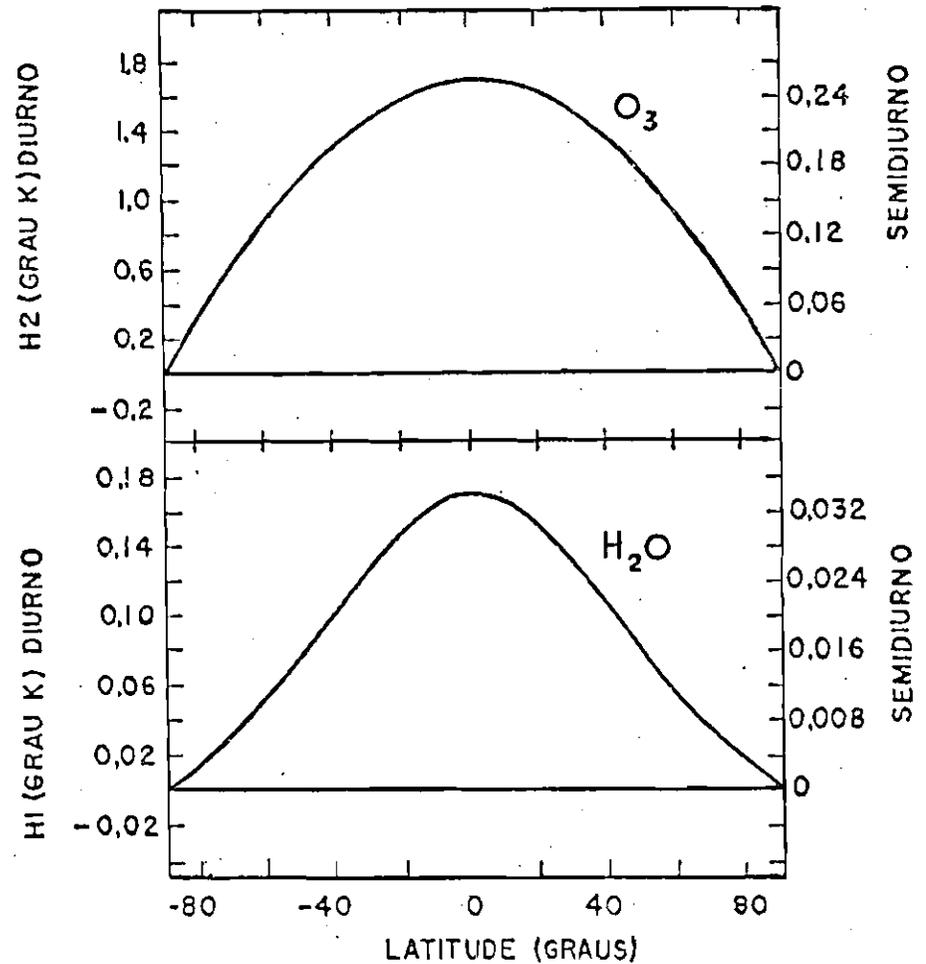
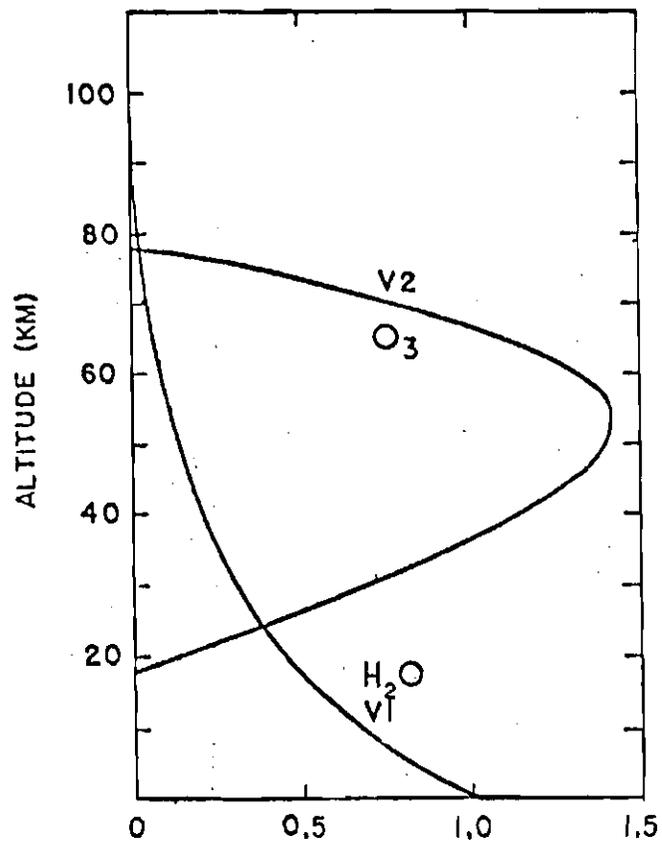


Fig. II.1 - Distribuição Vertical da Excitação Térmica devida ao Vapor D'Água (V1) e ao Ozônio (V2); Distribuição Latitudinal da Excitação Térmica Devida ao Vapor D'Água (H1) e ao Ozônio (H2) (segundo Lindzen (1968)).

## CAPÍTULO III

### OBSERVAÇÕES DA CAMADA DE SÓDIO

#### 3.1 - MÉTODO

A técnica do radar de Laser consiste em enviar pulsos de luz Laser para a atmosfera e receber por meio de um sistema apropriado de contagem de fótons a luz retroespalhada; esta quantidade de luz que chega de um determinado intervalo de altura é proporcional à densidade de partículas espalhadoras existentes naquela região. Esta técnica foi desenvolvida nos anos 60 por vários pesquisadores (Fiocco e Grams, 1964 ; Bain e Sandford, 1966 ; Clemesha et al, 1966).

Neste trabalho fizemos uso de dados obtidos durante 1974 e 1975, por meio do radar de Laser do INPE, instalado em São José dos Campos, S.P. ( $23^{\circ} 12' S$ ,  $45^{\circ} 51' W$ ).

Nas medidas com o radar de Laser, quatro tipos de espalhamento podem ocorrer:

a) ESPALHAMENTO RAYLEIGH - É o espalhamento da luz por partículas cujas dimensões são bem menores que o comprimento de onda da luz utilizada. Este espalhamento tem sido utilizado para fornecer perfis de densidade atmosférica. A seção transversal de espalhamento Rayleigh é muito

pequena, por isso, perfis de densidade atmosférica são tomados geralmente para baixas altitudes, pois para maiores altitudes com valores pequenos da densidade, o nível do sinal torna-se bem menor que o nível de ruído presente.

b) ESPALHAMENTO RAMAN - A maior parte da radiação espalhada pelas moléculas gasosas é da mesma frequência que a radiação incidente, porém, uma pequena fração da energia incidente é espalhada em frequências diferentes. Estas frequências diferentes são certos níveis discretamente espaçados, alguns de maior e outros de menor frequência que a incidente. A existência dessas frequências constitui o efeito Raman.

Estes deslocamentos de frequência estão associados aos níveis de energia eletrônico, vibracional e rotacional da espécie molecular em questão, portanto o deslocamento em frequência independe da radiação utilizada, sendo uma propriedade das moléculas.

Medindo-se assim o espectro Raman obtêm-se informações sobre as densidades de diversas espécies moleculares, e além do mais, medindo-se a razão das intensidades das linhas de menor frequência e de maior frequência, obtêm-se informações sobre a temperatura da atmosfera.

A grande desvantagem do espalhamento Raman é ser um efeito muito fraco, sendo necessário o uso de Laser de alta potência e as medidas restritas a baixas alturas.

c) ESPALHAMENTO MIE - É o espalhamento da luz por aerossóis (partículas sólidas ou líquidas em gases). Neste espalhamento o tamanho das partículas é da mesma ordem de grandeza ou maior que o comprimento de onda utilizado.

d) ESPALHAMENTO RESSONANTE - É o espalhamento da luz por átomos ou moléculas que possuem linha de emissão de mesmo comprimento de onda que a luz incidente. A seção transversal de espalhamento ressonante é muito maior (cerca de  $10^{14}$  ou  $10^{15}$  vezes) que a seção transversal de espalhamento Rayleigh, por isso densidades de átomos cujas concentrações são muito pequenas podem ser medidas.

No nosso caso um laser de corante sintonizável, ajustado na linha  $D_2$  do sódio ( $5890 \text{ \AA}$ ) é usado para fornecer a densidade dos átomos de sódio livres na camada existente na mesosfera. A descrição dos equipamentos e métodos de medidas são dados em Clemesha (1969), Rodrigues (1970), Motisuke (1970) e Kirchhoff (1972).

### 3.2 - ANÁLISE DOS DADOS

Os dados de saída do radar de laser são contagens de fótons para cada intervalo de altura. Para cada disparo do laser as contagens são armazenadas acumulativamente em canais, e após um certo número de disparos, o suficiente para dar uma boa estatística, a soma dessas contagens é impressa. O intervalo de altura usado em nosso caso é de dois

quilômetros, com centros em 74 Km, 76 Km, ... 106 Km. O intervalo de tempo entre os inícios de cada medida é de 9 minutos nos dados de 1974 e 10 minutos nos dados de 1975.

Estes dados são então perfurados em cartões para computador. Um programa de redução transforma estas contagens de fótons em densidade de átomos de sódio. Estes dados, além de fornecerem informações sobre a densidade de sódio, de 74 Km a 106 Km, também fornecem a densidade atmosférica até cerca de 40 Km, e informações sobre a eventual presença de aerosóis na estratosfera.

A abundância total de átomos de sódio na camada pode variar por dois motivos:

1) Aparentemente, devido às variações da energia do laser e da transmissão da atmosfera que alteram assim a quantidade de fótons que chegam.

2) Realmente, devido a efeitos químicos e de transporte que alteram a quantidade de átomos de sódio presente.

Estas variações são indesejáveis para o nosso propósito, que é o de estudar perturbações de marés na atmosfera. Por isso os dados são normalizados pela abundância total, o que equivale a forçar a condição de que a quantidade total de sódio contida numa coluna não va.

ria. Esta normalização não deve alterar as variações de densidade com comprimento de onda vertical menor que a largura da camada.

O sódio está sendo utilizado em nosso trabalho apenas como um traçador das variações da densidade atmosférica. Então nosso próximo passo é isolar o efeito do sódio. Isto é feito subtraindo-se de cada perfil individual o perfil médio característico de cada dia, com isso ficamos apenas com as perturbações da densidade em torno da média. Na prática este perfil médio pode ainda apresentar algumas estruturas, então o que fazemos é ajustar uma curva suave (duas gaussianas que se unem suavemente no pico de densidade) aos pontos obtidos.

Como as medidas com o radar de laser estão restritas apenas ao período noturno, isto significa que podemos ter no máximo cerca de 12 horas de medidas cada dia, assim se a densidade está afetada por uma variação de período maior que 12 horas, a média manterá características dessa variação. Examinaremos com detalhes as implicações disso no próximo capítulo.

Neste estudo estamos supondo que:

$$\frac{\Delta \rho_A}{\rho_A} \propto \frac{\Delta \rho_s}{\rho_s} \quad (\text{III.1})$$

onde  $\Delta \rho_A$  = perturbação na densidade atmosférica

$\rho_A$  = densidade atmosférica

$\Delta\rho_s$  = perturbação na densidade do sódio

$\rho_s$  = densidade do sódio

Até aqui obtivemos  $\Delta\rho_s$ , que então devemos dividir por  $\rho_s$ . Porém um problema surge: Como nas extremidades inferiores e superiores da camada a densidade é muito pequena, podendo ser zero em alguns pontos devido a flutuações estatísticas nos dados, dividindo  $\Delta\rho_s$  por  $\rho_s$  obteríamos valores muito grandes. Para evitar isso dividimos por uma quantidade positiva e sempre diferente de zero. Esta quantidade é tomada como sendo o desvio padrão das variações no tempo, para cada altura. Além de ser sempre maior que zero, o desvio padrão é escolhido porque sua variação com a altura acompanha aproximadamente a forma da densidade média, sendo tanto maior quanto maior for esta.

Como estamos estudando variações de densidade de períodos longos (semidiurno e diurno), apenas dados tomados por longo tempo são de interesse. O ideal seria tomar dados por todo o período noturno, mas várias limitações existem: os dados podem ser tomados apenas com boas condições atmosféricas, com o céu totalmente limpo de nuvens, e o equipamento nem sempre funciona sem problemas durante tanto tempo. Por isso geralmente alguns perfis são perdidos durante a noite e os horários podem estar não igualmente espaçados. Um programa de interpolação usando funções "spline" é usado para colocar os dados igualmente espaçados no tempo.

Variações locais de curto período podem haver nos dados, por isso estes são suavizados no tempo, fazendo-se uma média corrente pondera

da entre cinco pontos consecutivos, cujo efeito é a filtragem das componentes de alta frequência.

A apresentação dos dados é feita de tal maneira que torne as variações visualizáveis. As variações em torno da média são inicialmente normalizadas para uma escala linear de 0 a 5, e divididas em cinco níveis. A esses níveis são associadas cinco escalas de tonalidades que são representadas em gráficos, com o tempo em abcissa e altura em ordenada.

### 3.3 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nas páginas seguintes apresentaremos, sem comparações com a teoria, alguns dados obtidos e analisados da maneira exposta na seção anterior.

Os dias em que foram tomados os dados, juntamente com os tempos inicial e final, e horas de medidas estão apresentados na tabela III.1.

As características marcantes na maioria dos dados, são estruturas oscilatórias, que apresentam uma propagação de fase de cima para baixo, ao longo do tempo.

Como os períodos de observações são variáveis e sempre menores que doze horas, uma estimativa direta dos períodos de oscilação não

é possível. O que faremos é inferi-los com base na teoria das marés.

As estruturas oscilatórias são mais evidentes nas figuras III.1, III.2, III.6, III.8 e III.11. Na Figura III.2 vemos um máximo bem evidente que está em torno de 98 Km no início das medidas e se propaga para 86 Km no término.

Em geral dois máximos e um mínimo ou vice-versa aparecem nos dados (Figuras III.1, III.2, III.3, III.4, III.5, III.8, III.9 e III.11).

Como o intervalo dos dados é de 32 Km, isto indica haver um comprimento de onda vertical  $\lambda > 20$  Km.

Em outros dados (Figuras III.6, III.7 e III.10) há também evidências de comprimentos de onda menores.

TABELA III.1

PERÍODOS DE OBSERVAÇÕES

D I A S	INÍCIO DAS MEDIDAS	TEMPO DE OBSERVAÇÕES
	FIM DAS MEDIDAS	
24-25/01/74	21:05 h	4:50 h
	1:53 h	
05-06/02/74	20:29 h	8:15 h
	4:44 h	
07-08/02/74	22:16 h	5:20 h
	3:34 h	
03/05/74	19:05 h	4:30 h
	23:32 h	
18-19/11/74	19:18 h	5:45 h
	1:01 h	
28-29/05/75	18:52 h	7:45 h
	2:36 h	
23-24/07/75	18:37 h	11:10 h
	5:44 h	
24-25/07/75	18:41 h	9:00 h
	3:43 h	
31/07/75 - 01/08/75	18:46 h	6:30 h
	1:13 h	
12-13/08/75	18:41 h	11:00 h
	5:48 h	
19-20/08/75	18:48 h	8:00 h
	2:54 h	



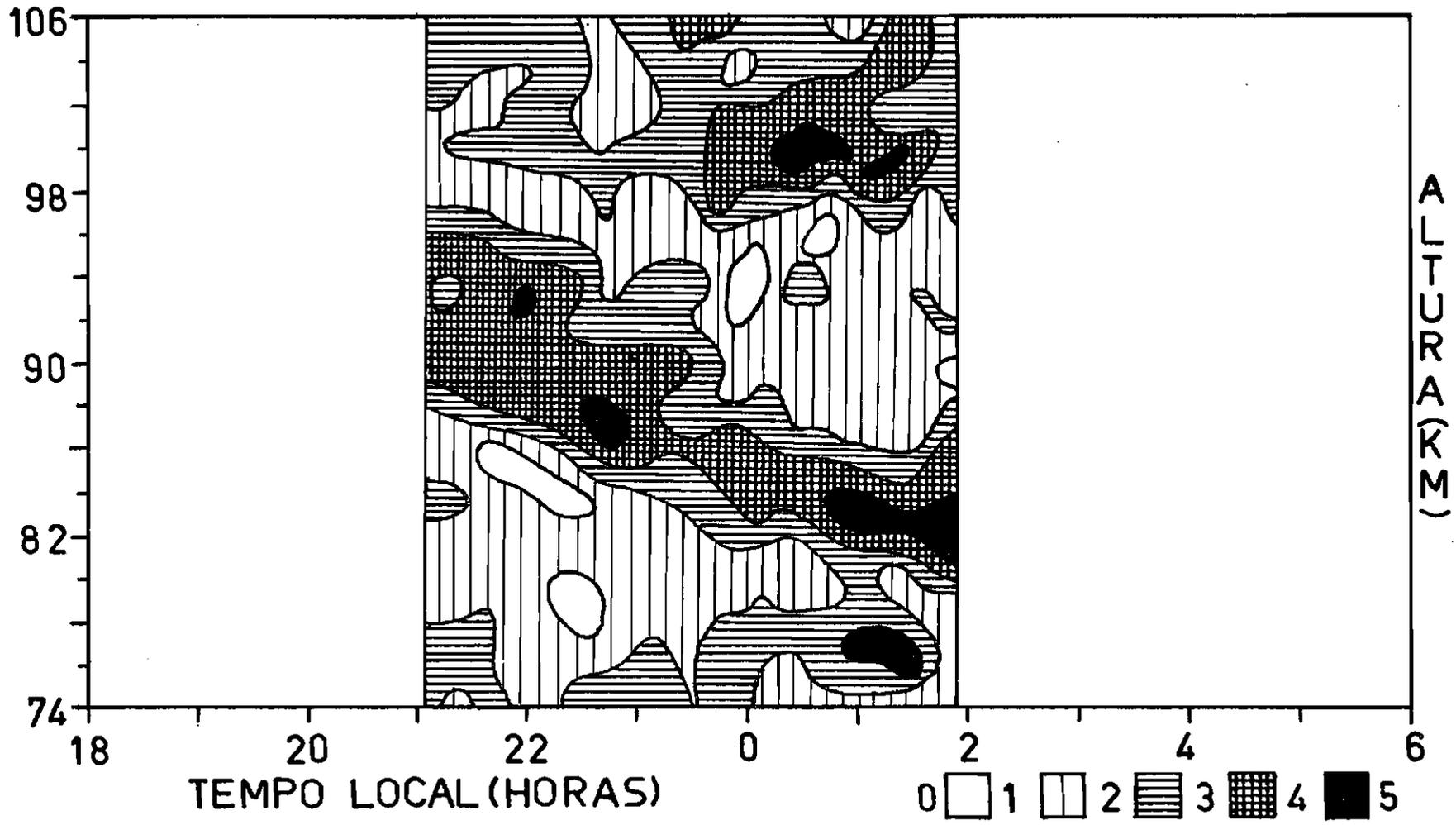


Fig.III.1 - Variação da densidade atmosférica. 24-25 de janeiro, 1975.

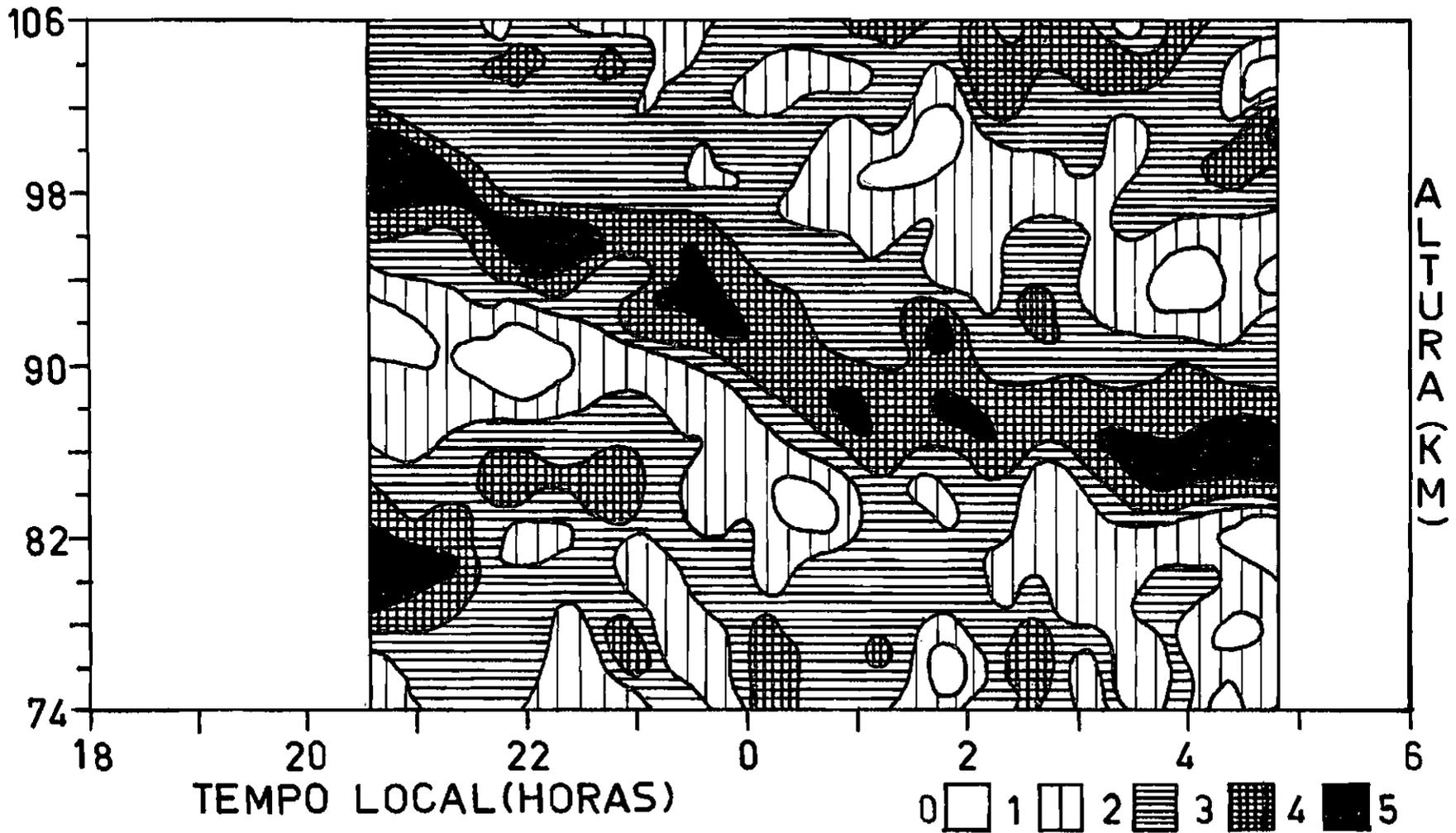


Fig. III.2 - Variação da densidade atmosférica. 05-06 de fevereiro, 1974.

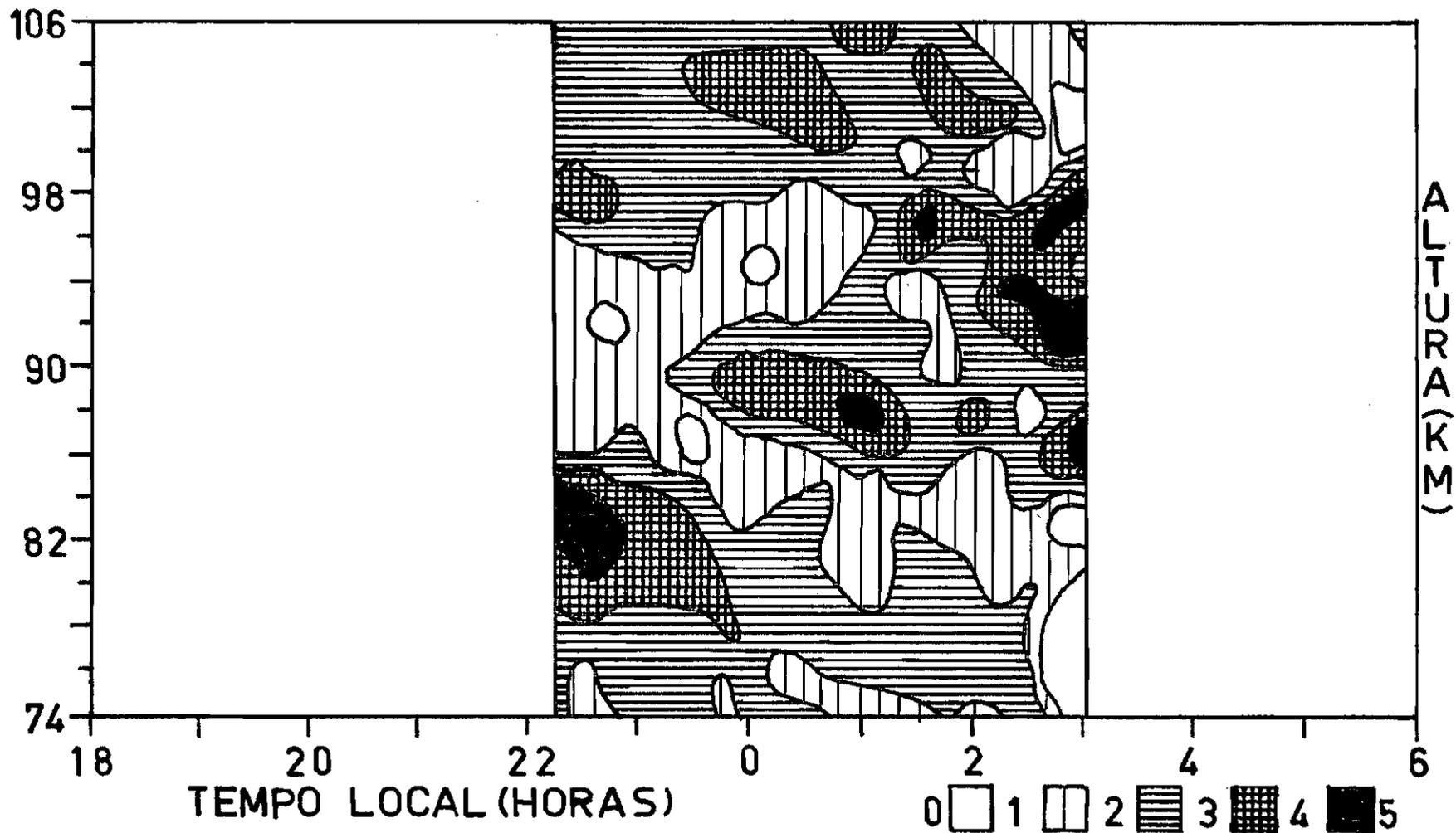


Fig. III.3 - Variação da densidade atmosférica. 07-08 de fevereiro, 1974.

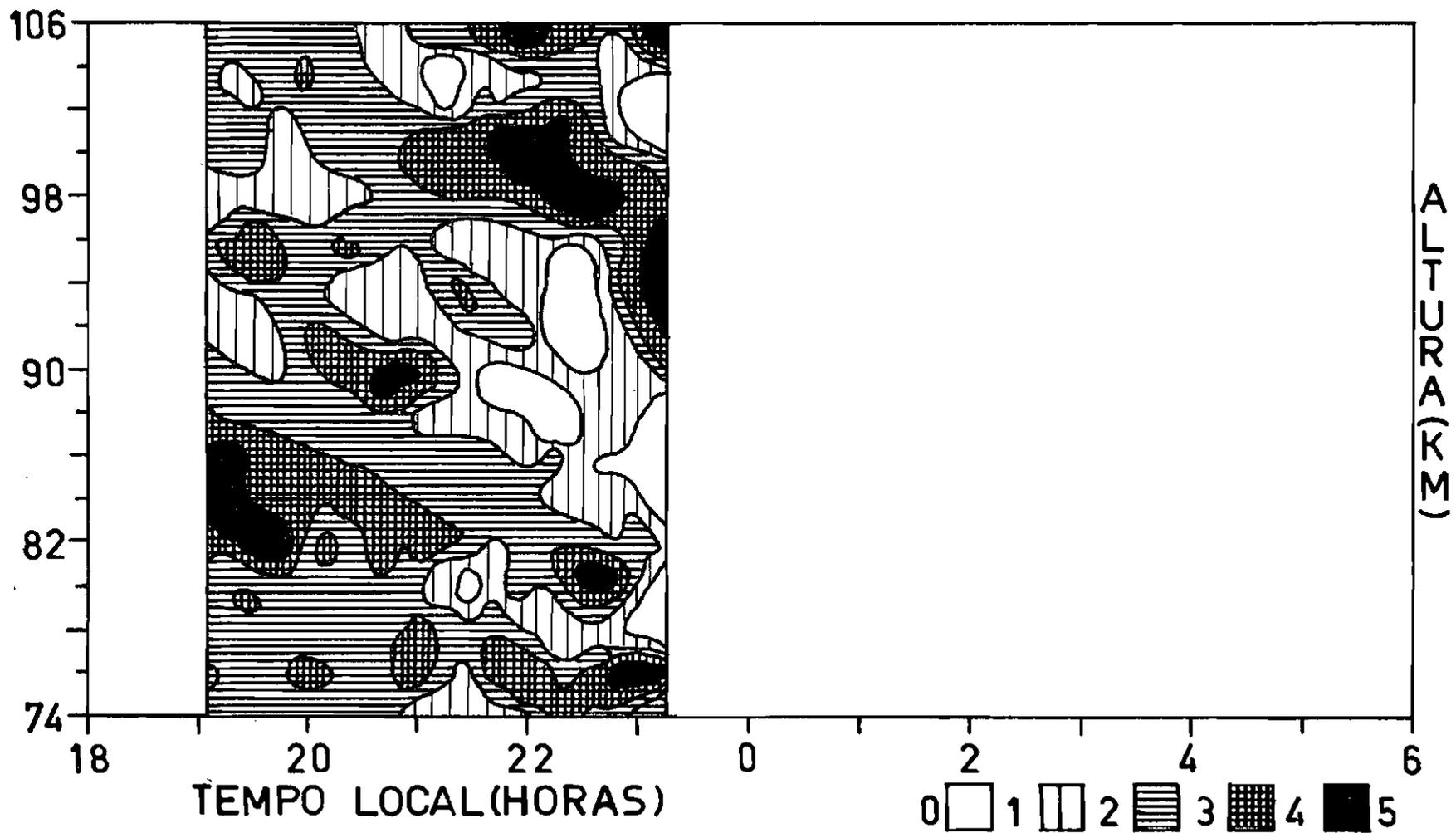


Fig. III.4 - Variação da densidade atmosférica. 03 de maio, 1974.

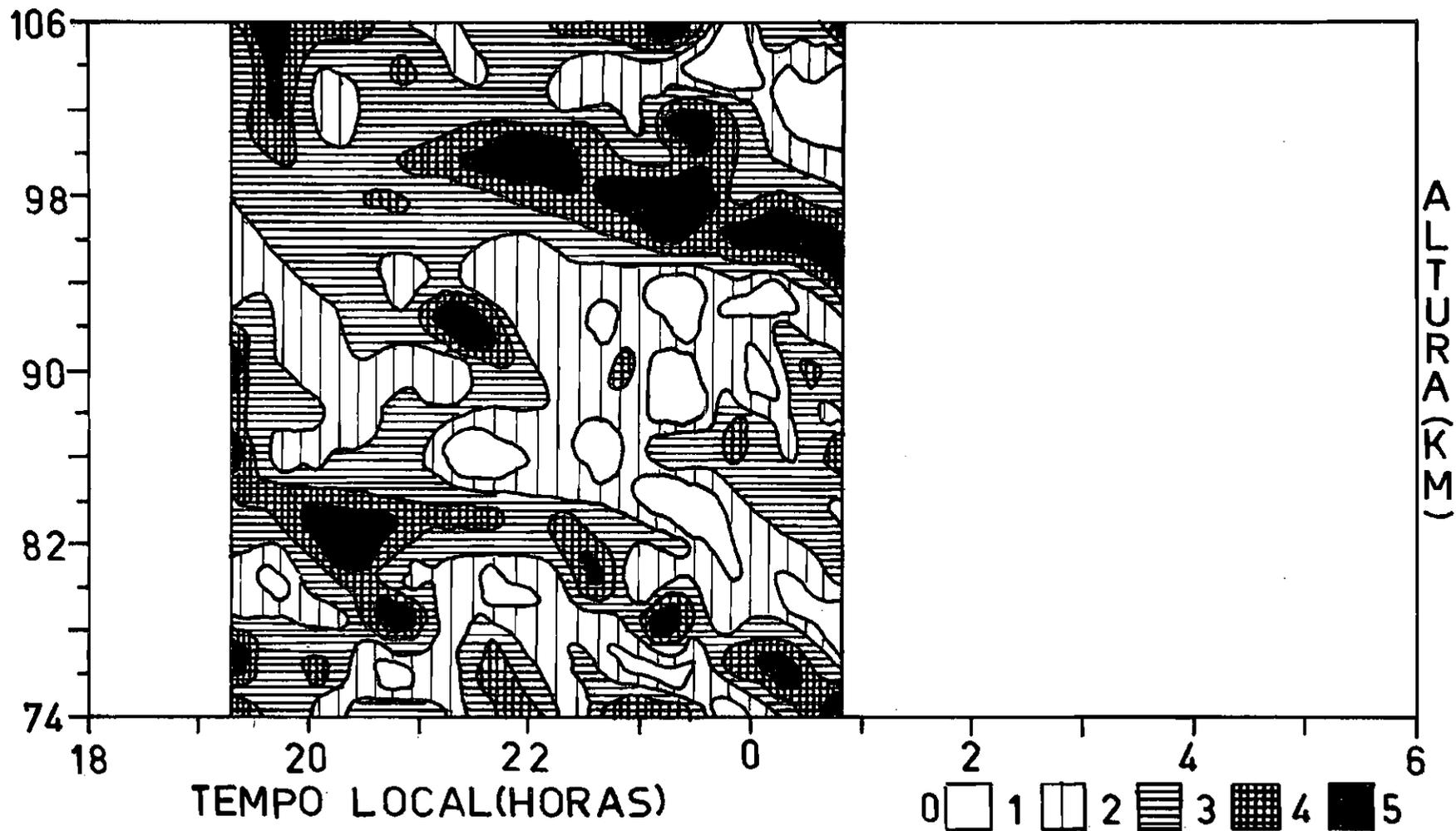


Fig. III.5 - Variação da densidade atmosférica. 18-19 de novembro, 1974.

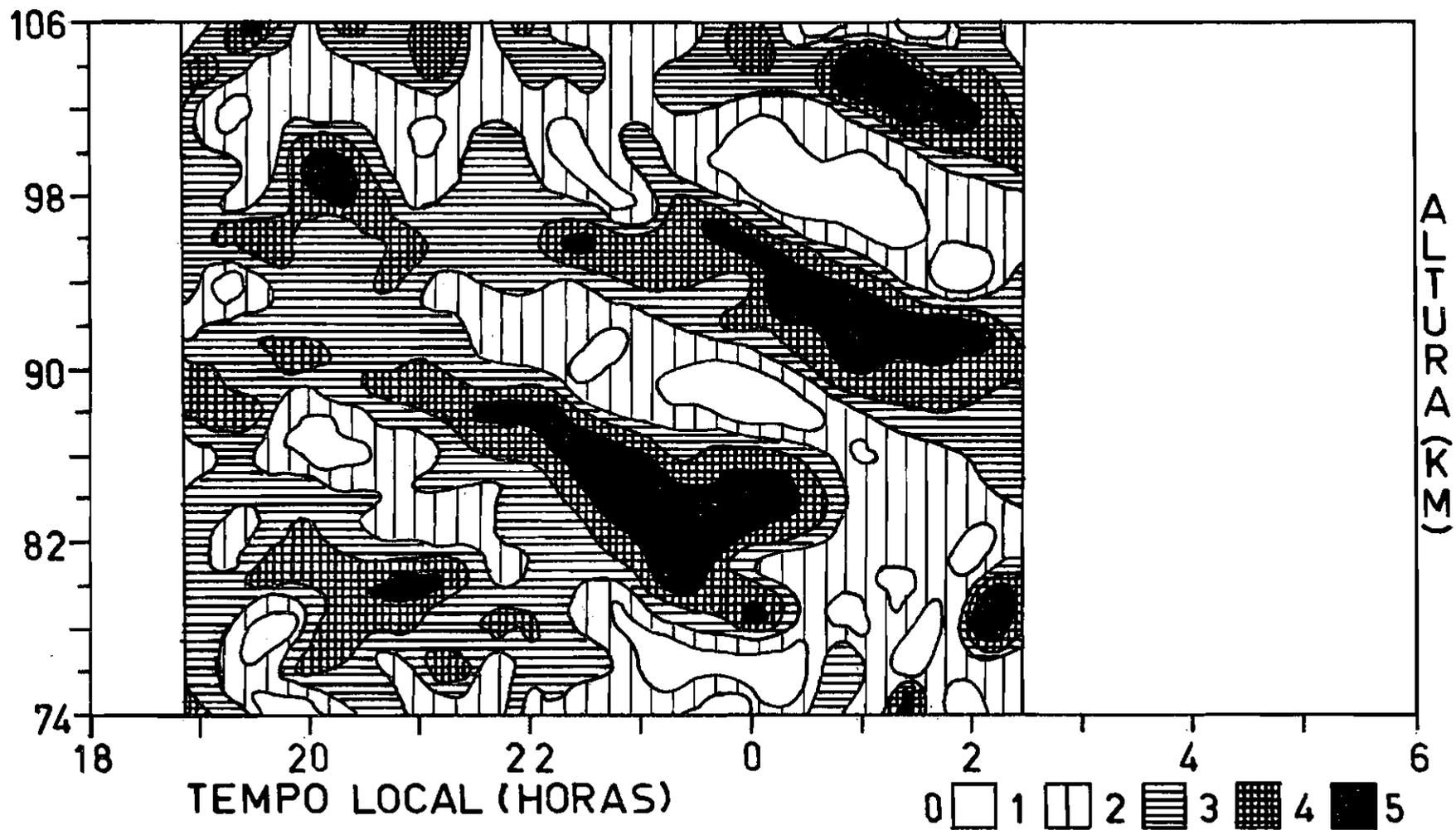


Fig. III.6 - Variação da densidade atmosférica. 28-29 de maio, 1975.

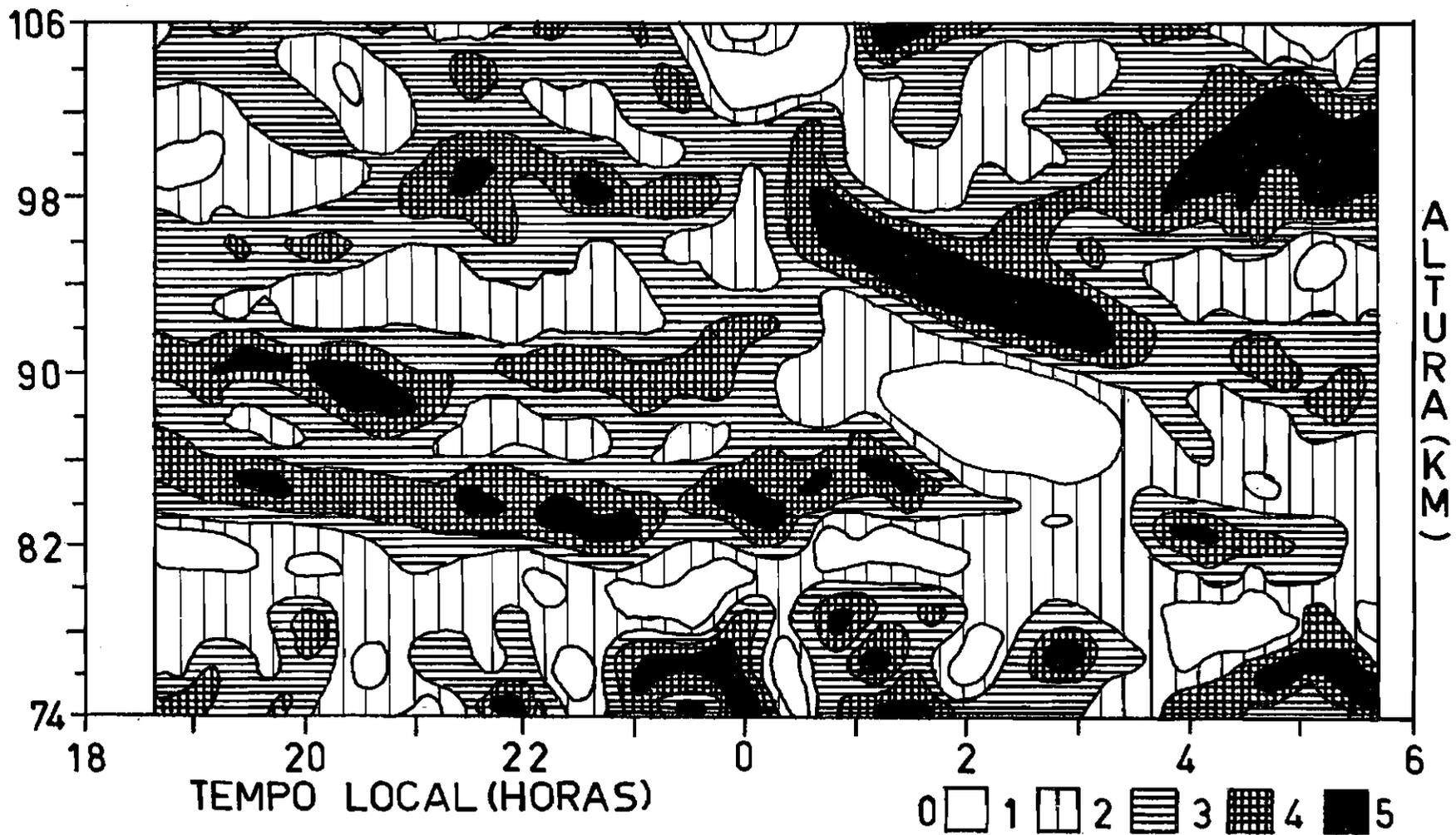


Fig. III.7 - Variação da densidade atmosférica. 23-24 de julho, 1975.

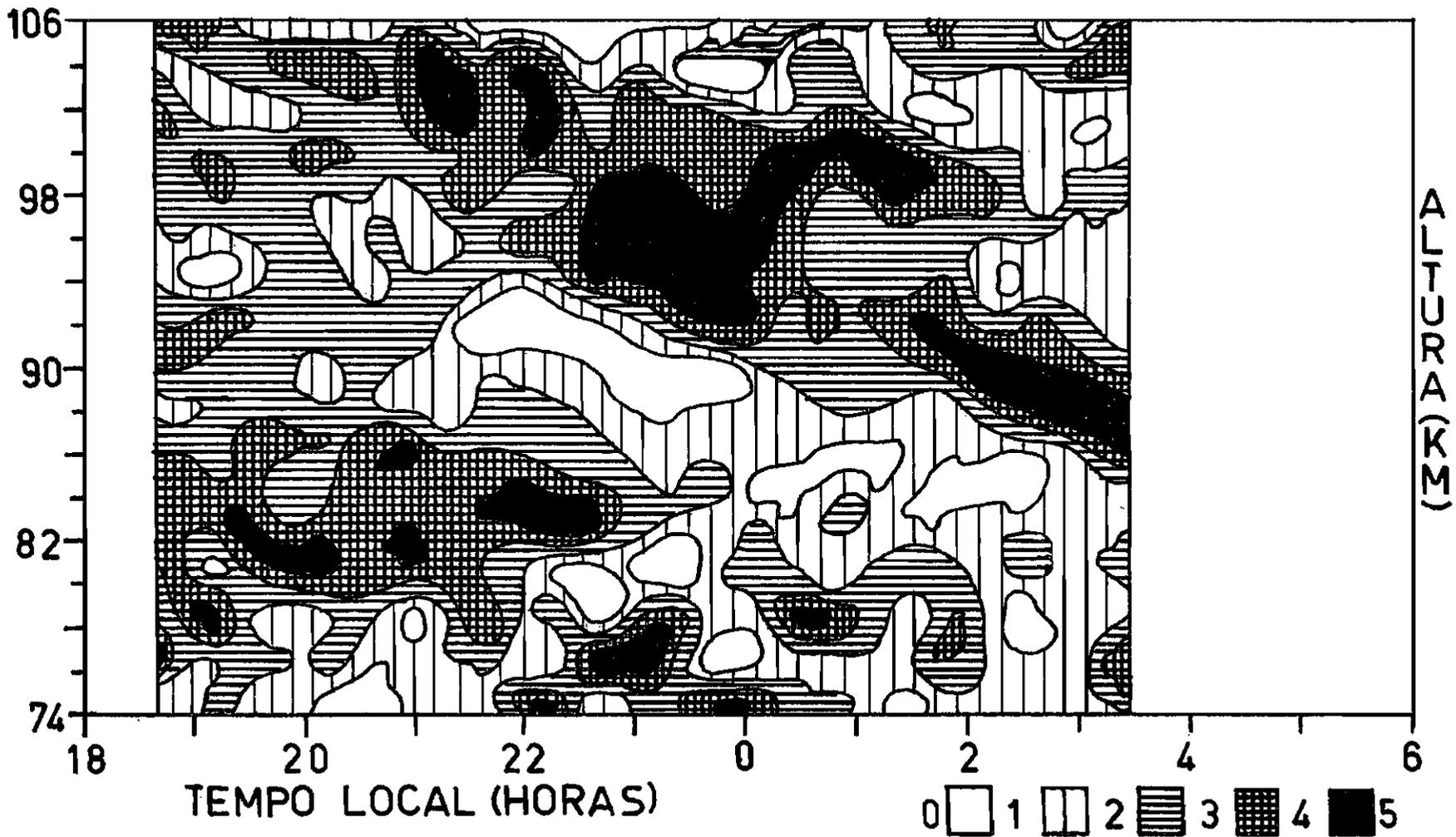


Fig. III.8 - Variação da densidade atmosférica. 24-25 de julho, 1975.

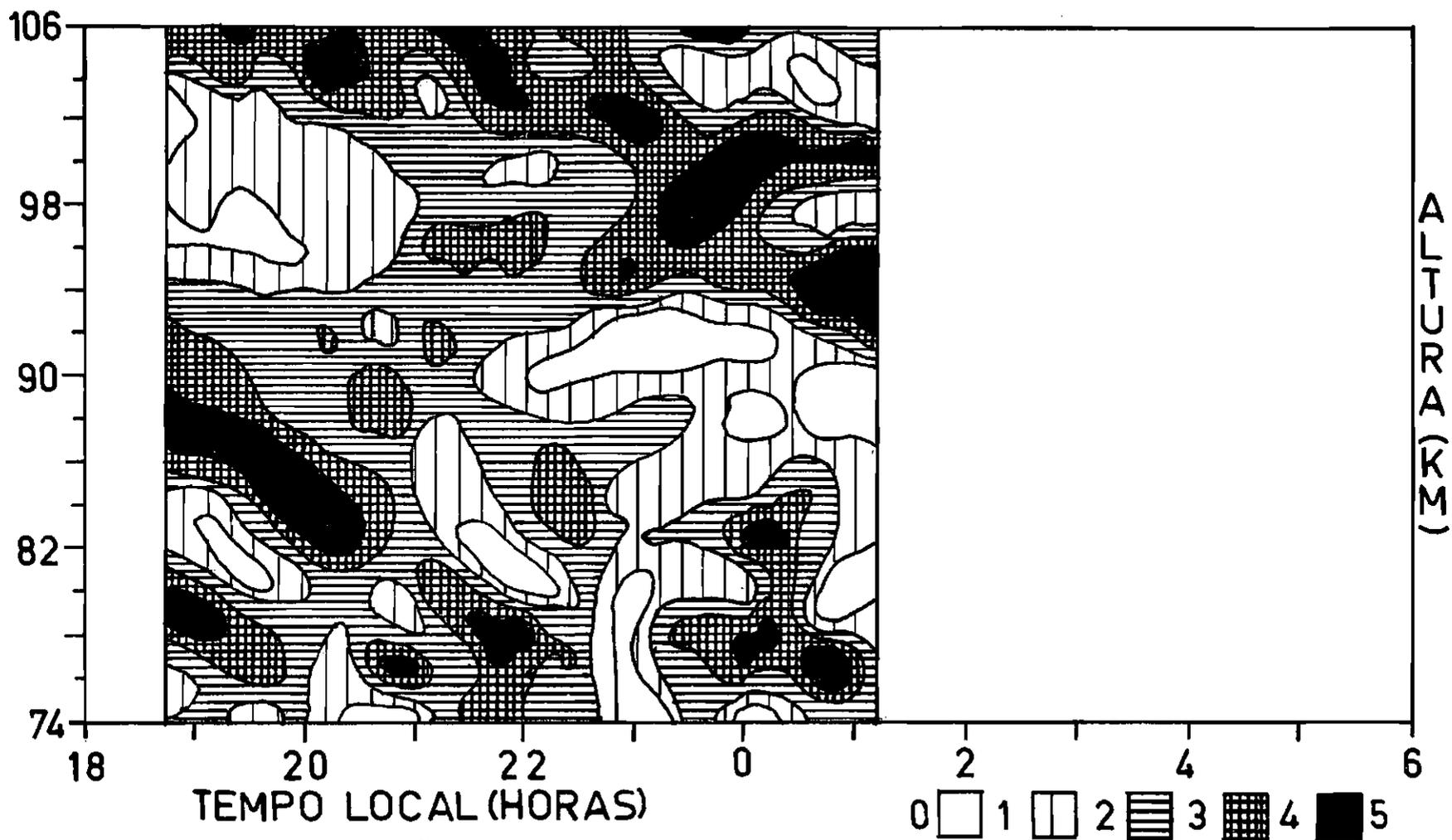


Fig. III.9 - Variação da densidade atmosférica. 31 de julho - 01 de agosto de 1975.

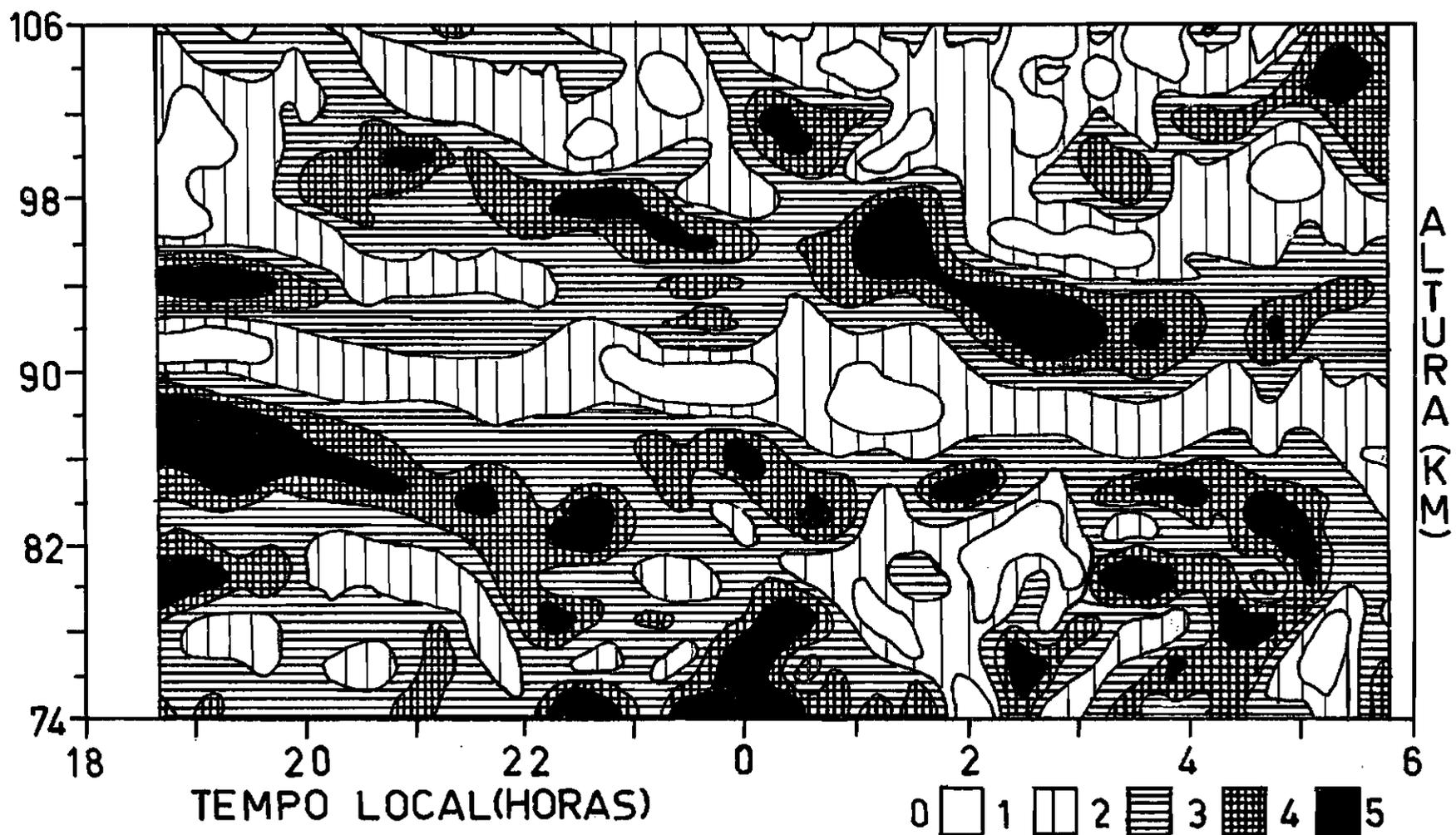


Figura III.10 - Variação da densidade atmosférica. 12-13 de agosto de 1975.

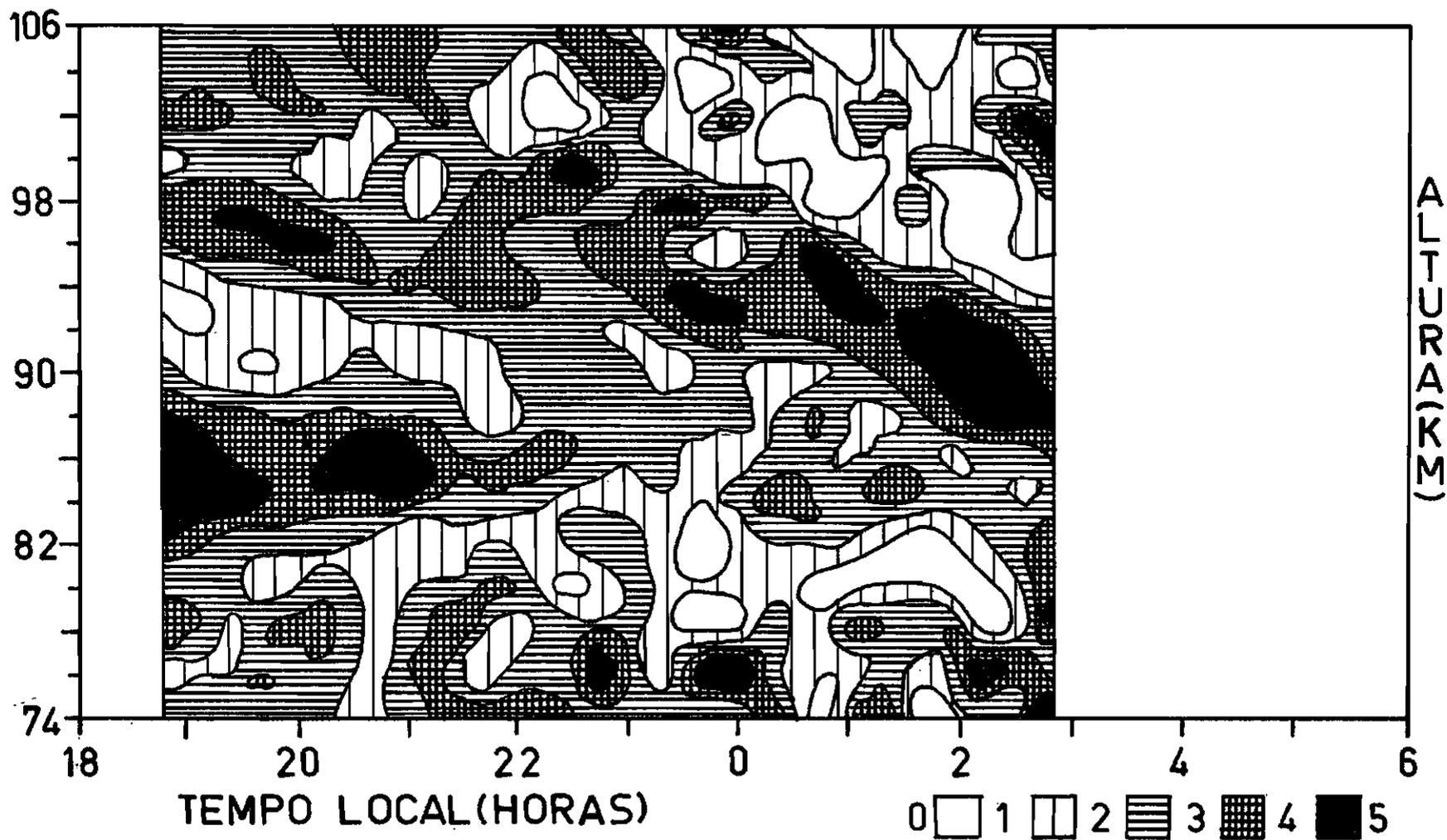


Fig. III.11 - Variação da densidade atmosférica. 19-20 de agosto, 1975.



## CAPÍTULO IV

### CÁLCULO TEÓRICO DA MARÉ ATMOSFÉRICA

#### 4.1 - INTRODUÇÃO

O procedimento seguido para o cálculo da maré atmosférica é aquele dado em Chapman e Lindzen (1970) (p.119). Como foi visto no Capítulo II os campos de marés são dados pelas expressões II.34, II.35, II.36, II.37, II.42 e II.43 que são somas de produtos de funções que dependem somente de  $x$  e somente de  $\theta$ . Então o problema todo se resume em achar as funções que dependem somente de  $\theta$ , que são as soluções da equação de marés de Laplace, e as funções que dependem somente de  $x$ , que são as soluções da equação da estrutura vertical.

O primeiro passo então é a obtenção das funções de Hough. Como é visto na expressão II.50, estas funções são expressas como uma soma de produtos das funções associadas de Legendre, pelos coeficientes  $\bar{C}_{n,m}$  que são obtidos da solução de um problema de autovalores-autovetores, onde os  $h_n$  são os autovalores e os  $\bar{C}_{n,m}$  os autovetores. Nós não resolveremos esta parte, pois existem ótimas tabulações dos autovalores  $h_n$  e dos coeficientes  $\bar{C}_{n,m}$ , a melhor delas devida a Flattery (1967), e reproduzidas para a maré diurna e semidiurna solar, e semidiurna lunar em Chapman e Lindzen (1970).

#### 4.2 - SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DA ESTRUTURA VERTICAL

Para a solução da equação da estrutura vertical, será utilizado o método referido no Capítulo II. Inicialmente, o domínio de  $x$  será dividido em um certo número de níveis discretos, separados pela distância  $\delta x$ . As derivadas de uma função  $f(x)$  no ponto  $x_m$  são aproximadas por:

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_m} \approx \frac{f(x_m + 1) - f(x_m - 1)}{2 \delta x} \quad (IV.1)$$

$$\left. \frac{d^2f}{dx^2} \right|_{x_m} \approx \frac{f(x_m + 1) - 2f(x_m) + f(x_m - 1)}{(\delta x)^2} \quad (IV.2)$$

Com isso uma equação diferencial ordinária de segunda ordem pode ser escrita como

$$A_m f(x_m + 1) + B_m f(x_m) + C_m f(x_m - 1) = D_m \quad (IV.3)$$

Para a equação (II.33)  $f(x) = y_n(x)$  nós temos

$$A_m = 1 \quad (IV.4)$$

$$B_m = - \left[ 2 + \frac{(\delta x)^2}{4} \left\{ 1 - \frac{4}{h_n} \left( \kappa H(x_m) + \left. \frac{dH}{dx} \right|_{x=x_m} \right) \right\} \right] \quad (IV.5)$$

$$C_m = 1 \tag{IV.6}$$

$$D_m = (\delta x)^2 \frac{\kappa J_n(x_m)}{\gamma g h_n} e^{-\frac{x_m}{2}} \tag{IV.7}$$

(IV.3) é resolvida como se segue:

seja

$$f(x_m) = \alpha_m f(x_{m+1}) + \beta_m \tag{IV.8}$$

onde  $\alpha_m$  e  $\beta_m$  são novas variáveis. Analogamente

$$f(x_{m-1}) = \alpha_{m-1} f(x_m) + \beta_{m-1} \tag{IV.9}$$

Substituindo IV.8 e IV.9 em IV.3 obtemos :

$$f(x_m) = - \frac{A_m f(x_{m+1})}{B_m + \alpha_{m-1} C_m} + \frac{D_m - \beta_{m-1} C_m}{B_m + \alpha_{m-1} C_m} \tag{IV.10}$$

Comparando IV.10 com IV.8 nós obtemos:

$$\alpha_m = \frac{-A_m}{B_m + \alpha_{m-1} C_m} \tag{IV.11}$$

$$\beta_m = \frac{D_m - \beta_{m-1} C_m}{B_m + \alpha_{m-1} C_m} \tag{IV.12}$$

De IV.11 e IV.12 vemos que se conhecemos  $\alpha_0$  e  $\beta_0$  podemos

obter todos os  $\alpha_m$ 's e  $\beta_m$ 's por recorrência. Isto é feito usando-se a condição de contorno inferior. De II.51, isto implica que:

$$\frac{y_n(x_1) - y_n(x_0)}{\delta x} + \left( \frac{H(x_0)}{h_n} - \frac{1}{2} \right) y_n(x_0) = \frac{i\sigma\Omega_n(x_0)}{\gamma g h_n} \quad (\text{IV.13})$$

Rearranjando os termos de (IV.13) temos:

$$y_n(x_0) = \frac{1}{1 - (H(x_0)/h_n - 1/2) \delta x} y_n(x_1) - \frac{i\sigma\Omega(x) \delta x}{\gamma g h_n (1 - (H(x_0)/h_n - 1/2) \delta x)} \quad (\text{IV.14})$$

Comparando IV.14 com IV.8 obtemos:

$$\alpha_0 = \frac{1}{1 - \left( \frac{H(x_0)}{h_n} - \frac{1}{2} \right) \delta x} \quad (\text{IV.15})$$

$$\beta_0 = \frac{-i\sigma\Omega_n(x_0) \delta x}{\gamma g h_n (1 - (H(x_0)/h_n - 1/2) \delta x)} \quad (\text{IV.16})$$

Agora, se conhecemos  $y_n$  em algum nível superior, IV.9 nos fornecerá a solução em todos os outros níveis. Isto é feito utilizando-se a condição de contorno superior II.52. Do que foi discutido na seção 2.3, acima de um certo nível onde  $H = \text{cte}$  e  $J_n = 0$  a solução é:

$$y_n = A e^{i\lambda x} \quad (\text{IV.17})$$

com  $\lambda = (\kappa H/h_n - 1/4)^{1/2}$

De IV.17.

$$\frac{dy_n}{dx} = i\lambda y_n \quad (\text{IV. 18})$$

Seja  $m = M$  o nosso nível superior. Em diferenças finitas IV.18 fica:

$$\frac{y_n(x_M) - y_n(x_{M-2})}{2\delta x} = iy_n(x_{M-1}) \quad (\text{IV. 19})$$

De IV.18 temos que:

$$y_n(x_{M-2}) = \alpha_{M-2} y_n(x_{M-1}) + \beta_{M-2} \quad (\text{IV.20})$$

e  $y_n(x_{M-2}) = \alpha_{M-1} y_n(x_M) + \beta_{M-1} \quad (\text{IV. 21})$

Levando IV.20 e IV.21 em IV.19 obtemos:

$$y_n(x) = \frac{\beta_{M-2} + \beta_{M-1} (2i\lambda\delta x + \alpha_{M-2})}{(1 - \alpha_{M-1} (2i\lambda\delta x + \alpha_{M-2}))} \quad (\text{IV.22})$$

que é resultado desejado.

Com relação à equação II.22 notemos que se a quantidade:

$$\lambda^2(x) = \frac{1}{4} \left[ \frac{4}{h_n} (\kappa H(x) + \frac{dH(x)}{dx}) - 1 \right] \quad (\text{IV. 23})$$

é positiva e não varia muito rapidamente, então a quantidade  $2\pi/\lambda(x)$  pode ser interpretada como um comprimento de onda, e será referida como comprimento de onda vertical da maré.

Faremos a integração no intervalo de 0 a 300 Km, subdividindo-o em 2000 sub-intervalos, o que dá  $\delta x = 0,15/H(x)$ . Nós fizemos cálculos utilizando diversos valores da altura do topo (variando de 200 Km a 400 Km), e de  $\delta x$ . A solução sofre irrelevante alteração com mudança da altura do topo e de  $\delta x$ , desde que este último seja suficientemente pequeno ( $\delta x \leq 0,5 \text{ Km}/H(x)$ ).

Para o perfil básico de temperatura  $T(z)$ , (ou equivalentemente  $H(z)$ ), usamos o perfil "U.S. Standard atmosphere supplements, 1966" para  $15^\circ \text{ N}$  por ser este perfil mais adaptável à nossa região. Inicialmente os cálculos são feitos no domínio  $x$ , sendo nos resultados finais convertidos novamente para  $z$ .

#### 4.3 - CÁLCULO DA MARÉ SOLAR SEMIDIURNA

Para a maré migrante semidiurna solar  $s=2$ , e  $f=\sigma/2\omega=1$ . As profundidades equivalentes  $\{ h_n \}$  e os coeficientes de expansão  $\{ C_{n, m} \}$  são conhecidos há muito tempo (Wilkes, 1949). Usaremos aqui os valores

tabelados por Flattery (1967).

Os subscritos  $n = 2, 4, 6 \dots$  são usados para os modos simétricos em relação ao equador e  $n = 3, 5, 7 \dots$  para os modos antissimétricos (notação devida a Flattery). Os nossos cálculos serão apenas para as condições equinociais, por isso apenas os modos simétricos serão considerados. Na Figura IV.1 são apresentadas as três primeiras funções de Hough para a maré atmosférica solar semidiurna.

As funções  $g_{H_2O}$  e  $g_{O_3}$  em termos de  $\textcircled{H}_2^{\sigma, s}$ ,  $\textcircled{H}_4^{\sigma, s}$  e  $\textcircled{H}_6^{\sigma, s}$  são dadas em graus Kelvin por:

$$g_{O_3}^{2\omega, 2} = 0,249 \textcircled{H}_2^{\sigma, s} + 0,0645 \textcircled{H}_4^{\sigma, s} + 0,0365 \textcircled{H}_6^{\sigma, s} + \dots \quad (\text{IV.24})$$

$$g_{H_2O}^{2\omega, 2} = 0,0307 \textcircled{H}_2^{\sigma, s} + 0,00796 \textcircled{H}_4^{\sigma, s} + 0,00447 \textcircled{H}_6^{\sigma, s} + \dots \quad (\text{IV.25})$$

Comparando-se a Figura IV.1 com a Figura II.1 vemos que a forma da dependência em latitude da função de excitação  $g$ , é muito semelhante ao primeiro modo  $\textcircled{H}_2^{2\omega, 2}$ , exceto em latitudes polares, por isso os coeficientes da expansão nesse modo são bem maiores que os demais. Para esse modo a quantidade  $\lambda^2(x)$  é aproximadamente zero em toda a atmosfera, assim  $\textcircled{H}_2^{2\omega, 2}$  está associado com grande comprimento de onda

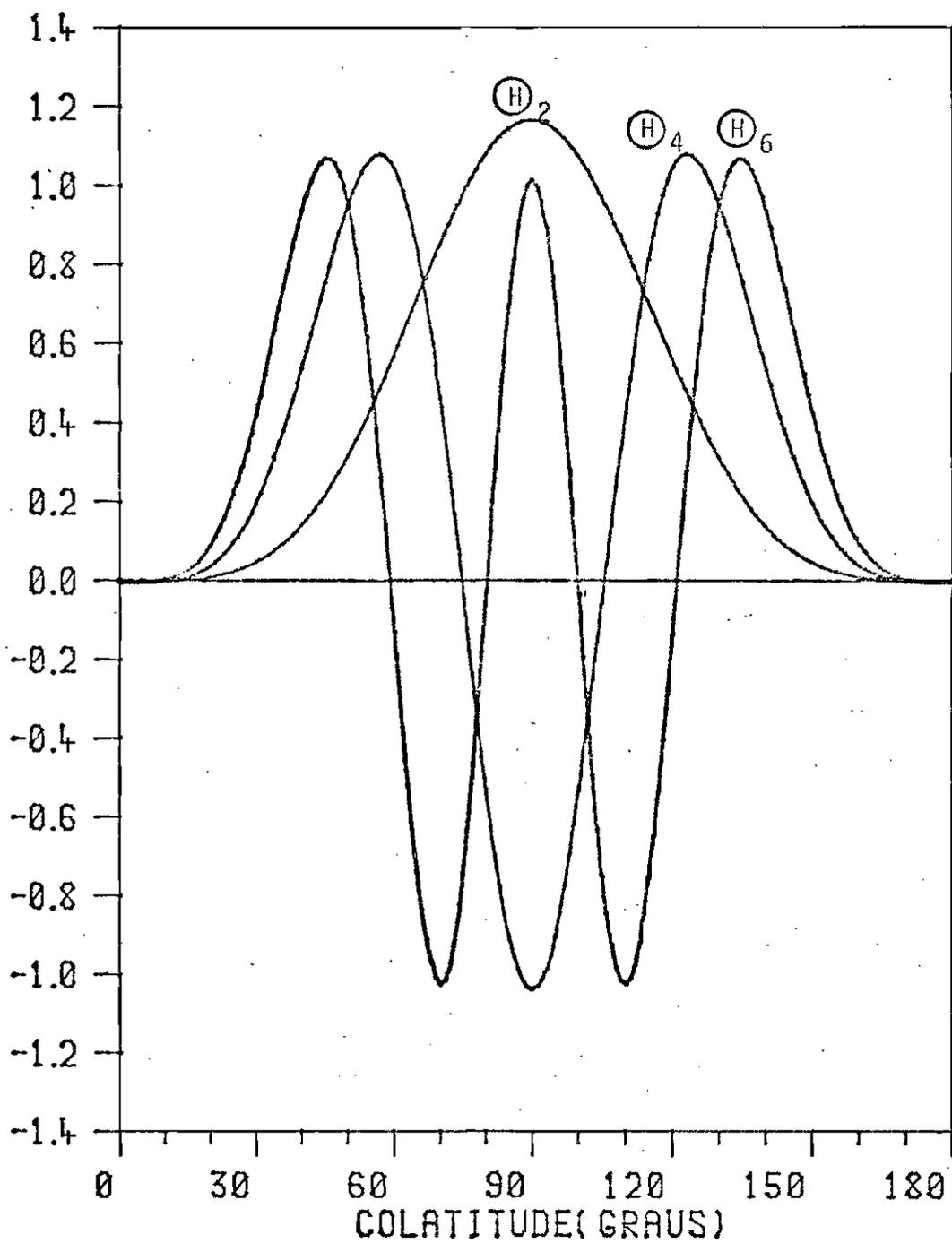


Fig. IV.1 - Trēs primeiras funções simétricas de Hough para a maré solar semidiurna

vertical (> 150 Km), logo a resposta a esse modo é também muito eficiente, pois toda a excitação está abaixo de 80 Km e portanto atua em fase para produzir maior resposta nesse modo.

Nas Figuras IV.2 e IV.3 são mostradas as amplitudes e fases da componente solar semidiurna da variação da densidade atmosférica, calculadas para 23°S, desde 74 Km até 106 Km. A fase é representada em horas de máxima densidade e a amplitude é dada em variação percentual ( $\delta\rho/\rho_0 \times 100$ ).

Na Figura IV.2 são mostradas as amplitudes e fases das respostas às excitações pelo ozônio e vapor d'água separadamente e pelos dois em conjunto. A característica marcante da maré semidiurna é a fase quase constante neste intervalo de altura, assim esta componente aparecerá como um aumento e diminuição de densidade ao longo do tempo sem característica de propagação. É visto também que o ozônio é bem mais efetivo para excitar a maré atmosférica semidiurna que o vapor d'água.

Na Figura IV.3 são mostradas as respostas para cada modo separadamente. Notemos a forte dominância do modo  $(H)_2^{2\omega, 2}$ , e também a fase constante do mesmo.

Mais recentemente (Lindzen e Hong, 1974) tem feito cálculos da maré semidiurna solar e lunar, levando em consideração a variação do perfil básico de temperatura com a latitude no equinócio e solstício. Estes cálculos levam a resultados ligeiramente diferentes dos da teoria clássica. É previsto um acoplamento entre os modos, o que leva ao aumento da

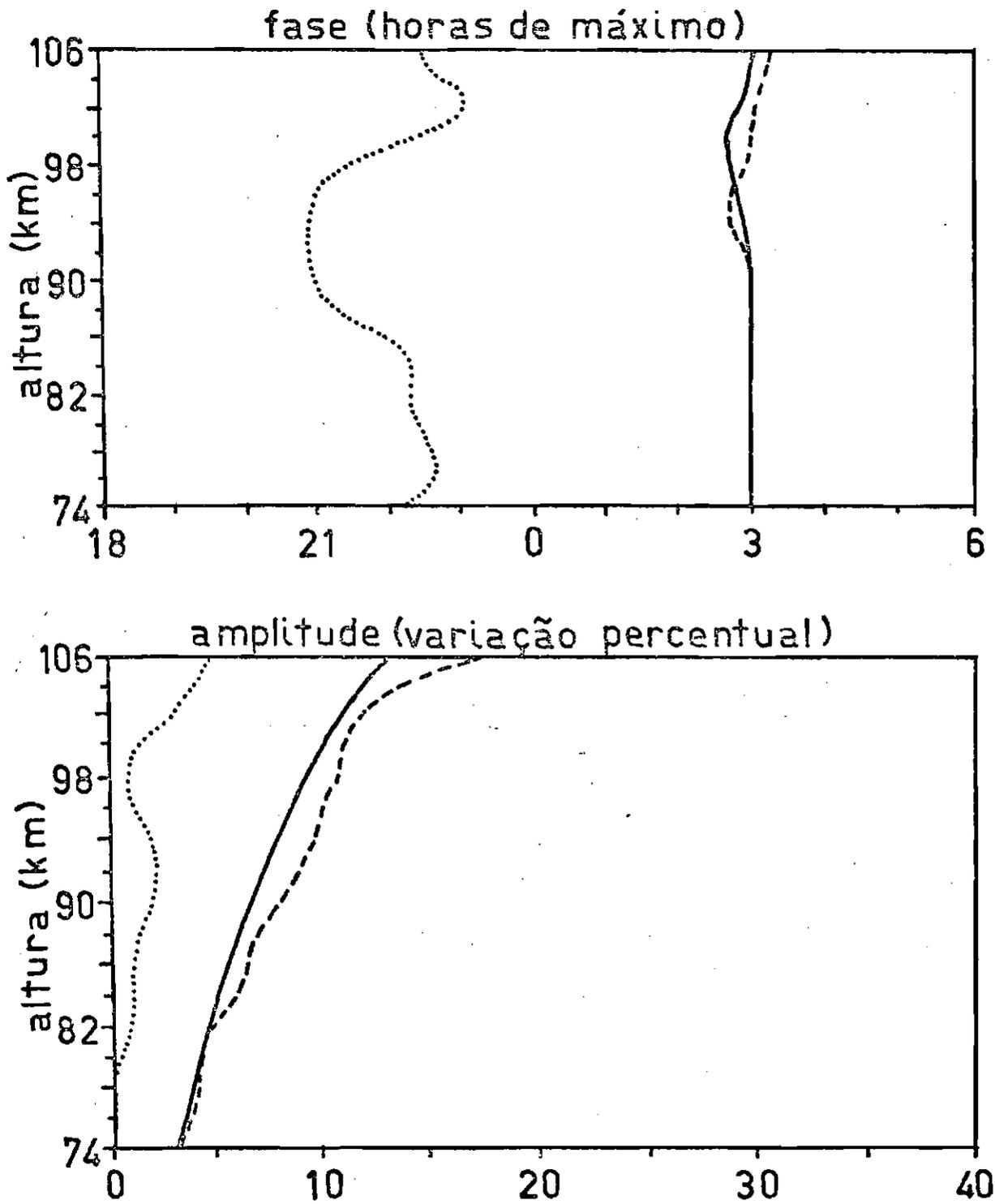


Fig. IV.2 - Amplitudes e fases da variação semidiurna da densidade. — Excitação do  $O_3$  e  $H_2O$ ; --- excitação do  $O_3$ ; ... excitação do vapor d'água.

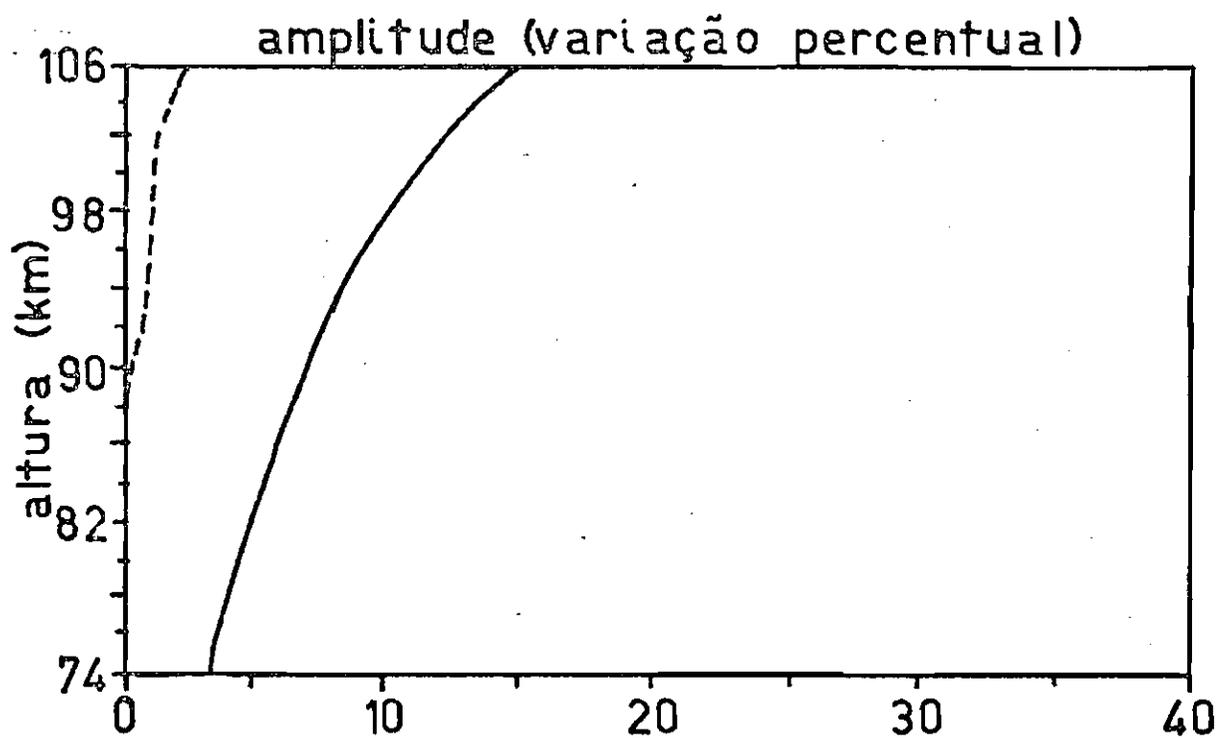
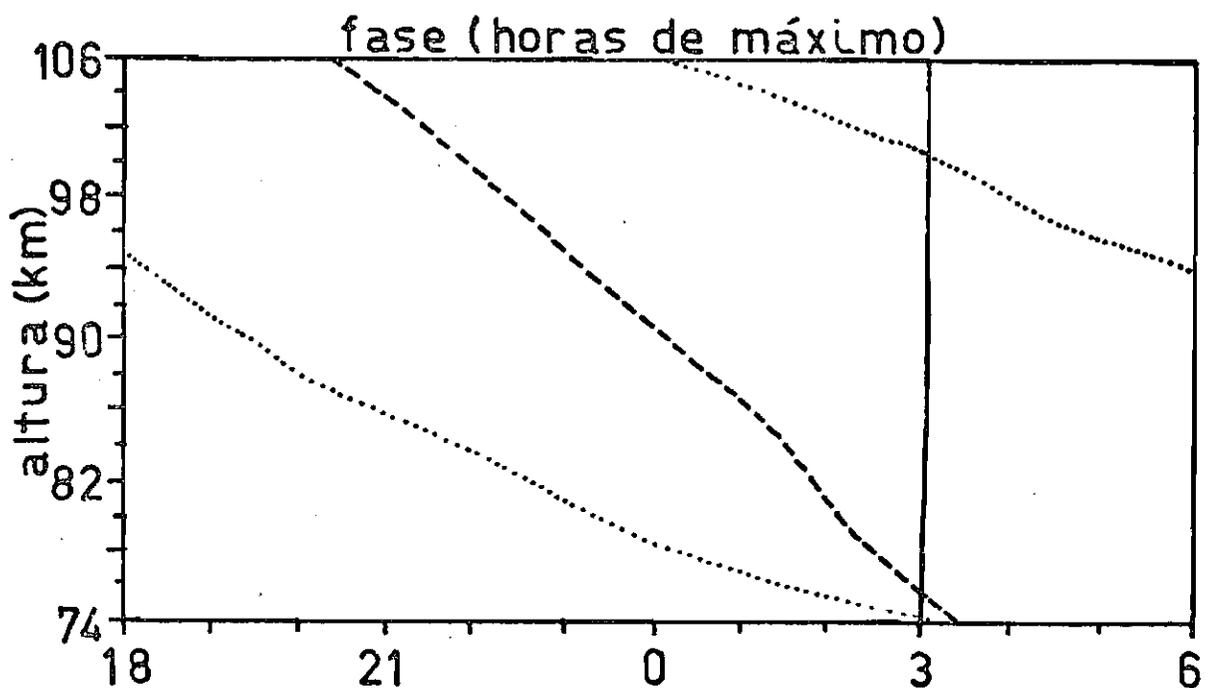


Fig. IV.3 - Amplitudes e fases da variação semidiurna da densidade. —  
 Somente o modo  $\textcircled{H}_2^{2\omega,2}$ ; --- somente o modo  $\textcircled{H}_4^{-2\omega,2}$ ; ..so-  
 mente o  $\textcircled{H}_6^{2\omega,2}$

contribuição dos modos de menor comprimento de onda, na altura em torno de 100 Km. Porém esse aumento de contribuição é mais evidente em latitudes médias e altas. Para o solstício, é utilizado no trabalho acima referido, um modo antissimétrico na função de excitação, no entanto a contribuição desse modo acima de 80 Km é menor que a contribuição de

$$\textcircled{H} \frac{2\omega, 2}{6} .$$

#### 4.4 - CÁLCULO DA MARÉ SOLAR DIURNA

Para a maré solar diurna  $s = 1$  e  $f = \sigma/2\omega = 1/2$ . O conjunto  $\{h_n\}$  para a maré diurna apresenta uma diferença para aquele da maré semidiurna: a equação de autovalores tem soluções negativas para  $h_n$ . Estes autovalores negativos somente foram descobertos há cerca de dez anos atrás (Kato, 1966 ; Lindzen, 1966). As funções simétricas de Hough para  $h_n$  positivos são indexadas (de acordo com Flattery) por  $n = 1, 3, 5, \dots$ , e para  $h_n$  negativos por  $n = -2, -4, -6, \dots$ . As funções associadas com profundidades equivalentes positivas têm maiores amplitudes dentro de  $\pm 30^\circ$  do equador, enquanto que as associadas com  $h_n$  negativos têm suas maiores amplitudes em altas latitudes. As soluções da equação da estrutura vertical associadas aos  $h_n$  positivos são oscilatórias e de curto comprimento de onda vertical, enquanto que as associadas com  $h_n$  negativos são exponenciais. Assim, as primeiras são ondas que se propagam, ao passo que as segundas são soluções que não podem se propagar para longe das regiões de excitação.

As principais funções de Hough para os modos com  $h_n$  positiu

vos e negativos são apresentadas na Figura IV.4, e as expansões de  $g_{O_3}$  e  $g_{H_2O}$  em termos das mesmas são:

$$g_{O_3}^{\omega,1} = 1,608 \textcircled{H}_{-2}^{\omega,1} - 0,5128 \textcircled{H}_{-4}^{\omega,1} + 0,5447 \textcircled{H}_1^{\omega,1} - \\ 0,1411 \textcircled{H}_3^{\omega,1} + 0,0723 \textcircled{H}_5^{\omega,1} + \dots \quad (IV.26)$$

$$g_{H_2O}^{\omega,1} = 0,157 \textcircled{H}_{-2}^{\omega,1} - 0,055 \textcircled{H}_{-4}^{\omega,1} + 0,062 \textcircled{H}_1^{\omega,1} - \\ 0,016 \textcircled{H}_3^{\omega,1} + 0,008 \textcircled{H}_5^{\omega,1} + \dots \quad (IV.27)$$

Existe uma grande diferença dessas expansões para aquelas da maré semidiurna. Não há grande dominância de um coeficiente sobre os outros, isto porque a forma da função  $g$  não se parece muito com nenhuma das funções de Hough para o caso diurno. Portanto, a resposta a essa excitação será constituída de vários modos com diferentes comprimentos de onda. Observa-se também que cerca de 80 % da excitação é recebida pelos modos que não se propagam.

Nas Figuras IV.5, IV.6 e IV.7, são mostrados gráficos da amplitude e fase da componente solar diurna da variação da densidade atmosférica de 74 Km a 106 Km.

Na Figura IV.5 todos os modos ( $h_n$  positivo e negativo) são usados nos cálculos. Também são mostradas as contribuições devidas às ex

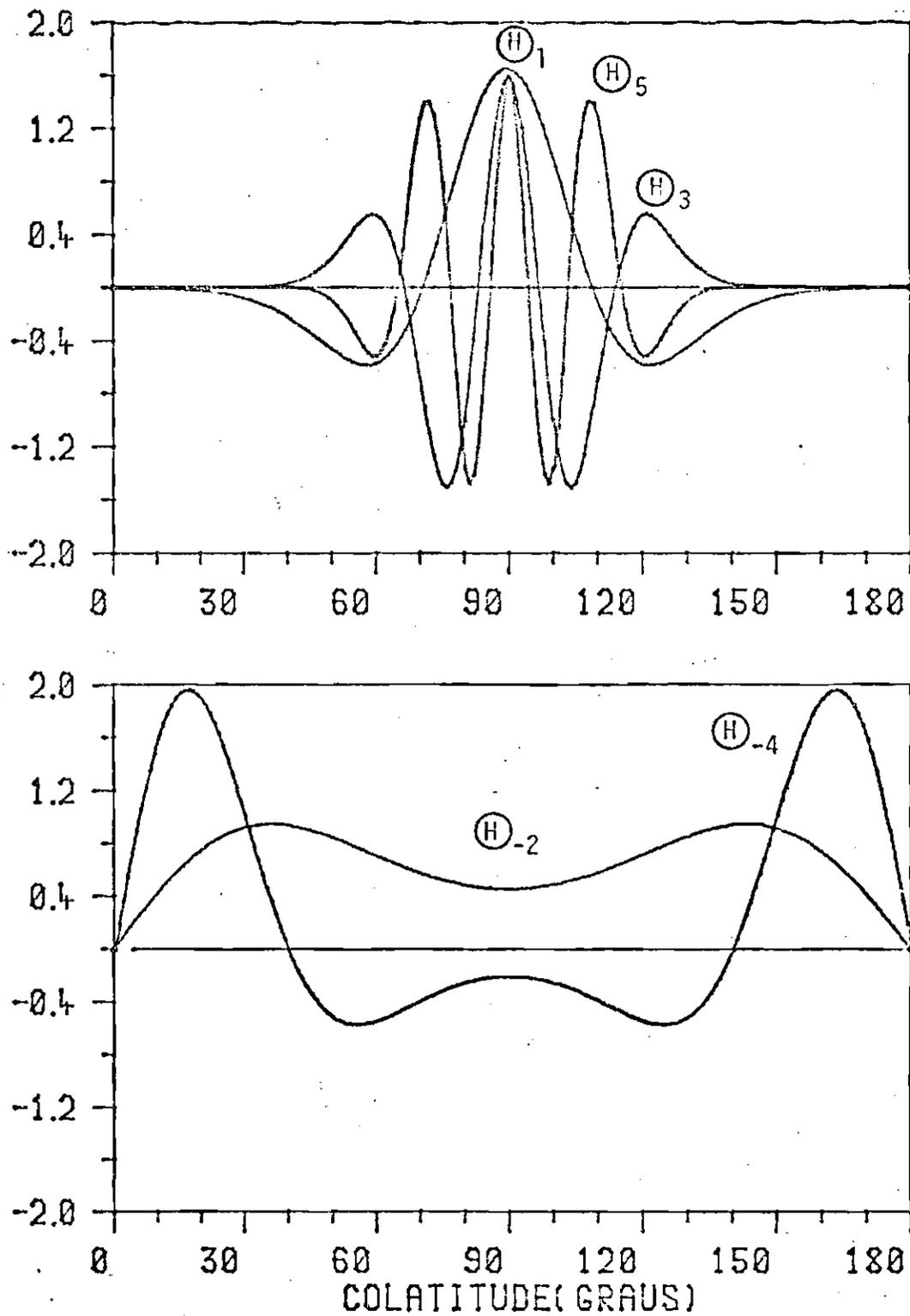


Fig. IV. 4 - Três primeiras funções simétricas de Hough para h positivo ( $H_1$ ,  $H_3$ ,  $H_5$ ) e as duas primeiras para h negativo ( $H_{-2}$ ,  $H_{-4}$ ), para a maré atmosférica solar diurna.

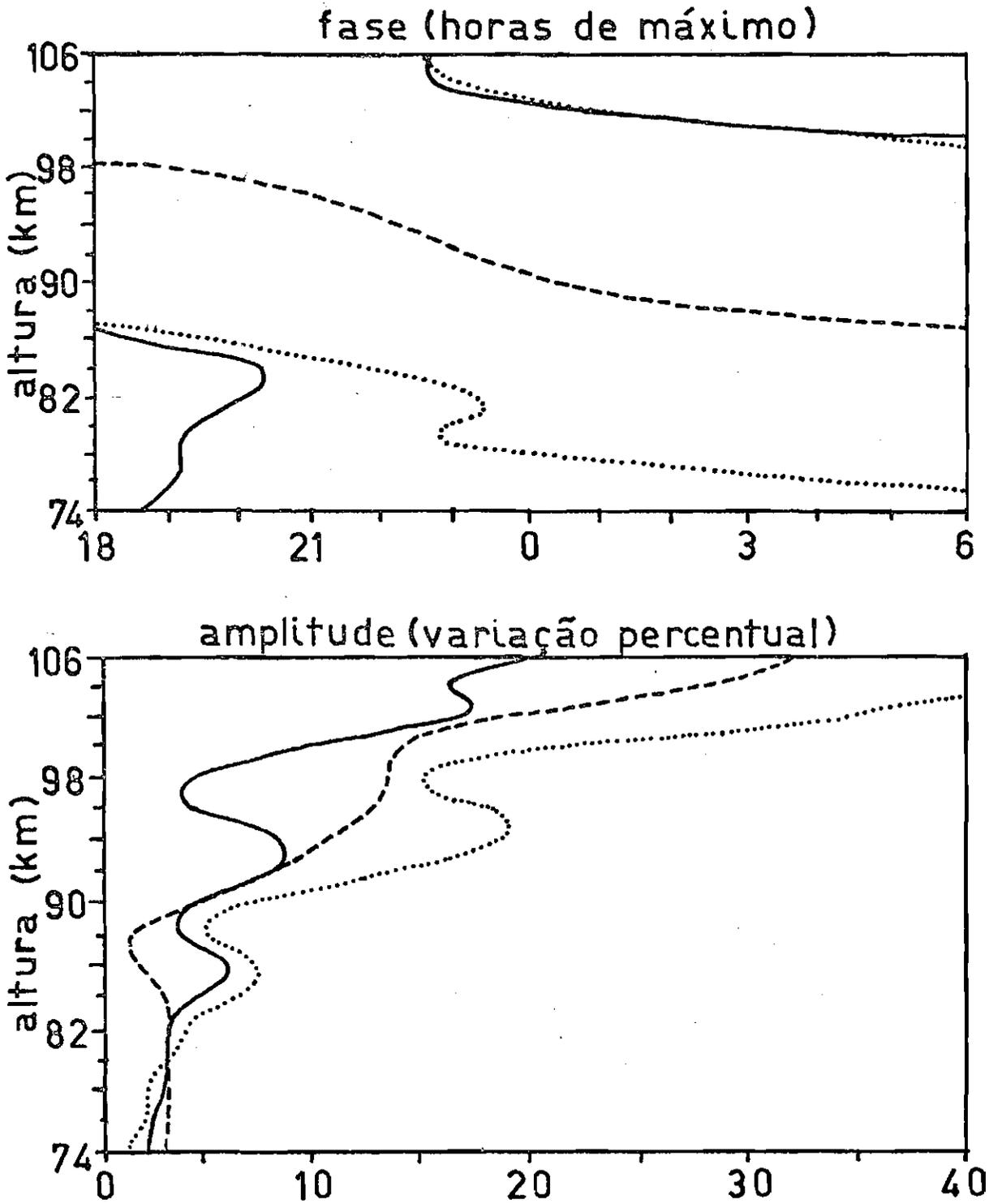


Fig. IV.5 - Amplitudes e fases da variação da densidade atmosférica devida à maré diurna. Todos os modos ( $h_n$  positivos e negativos) considerados. — Excitação do  $O_3$  e  $H_2O$ ; - - - excitação do  $O_3$ ; ..... excitação do vapor d'água.

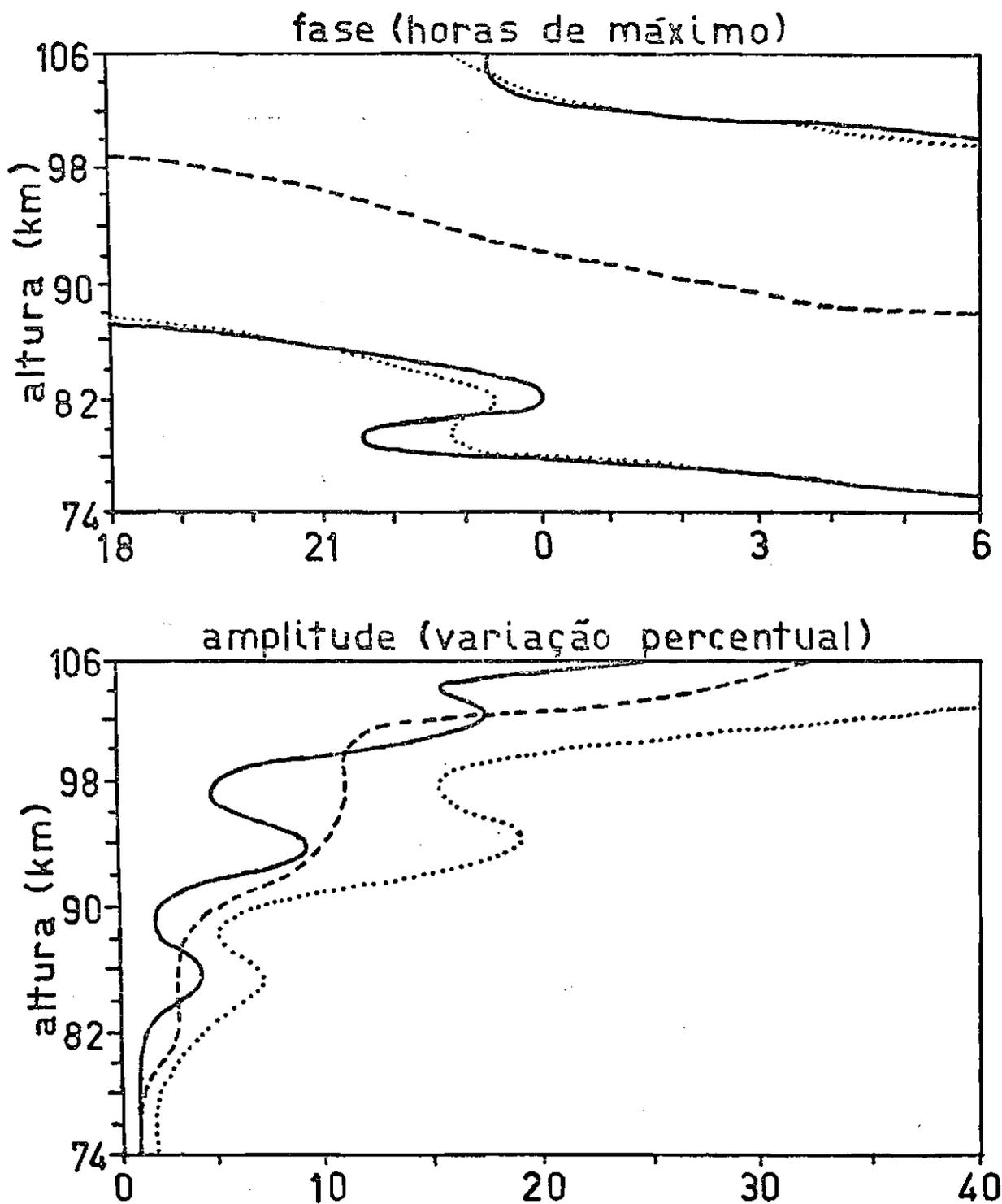


Fig. IV.6 - Amplitudes e fases da variação da densidade atmosférica devida à maré diurna. Apenas os modos com  $h_n$  positivos considerados. — Excitação do  $O_3$  e  $H_2O$ ; - - - - - excitação do  $O_3$ ; ..... excitação do vapor d'água.

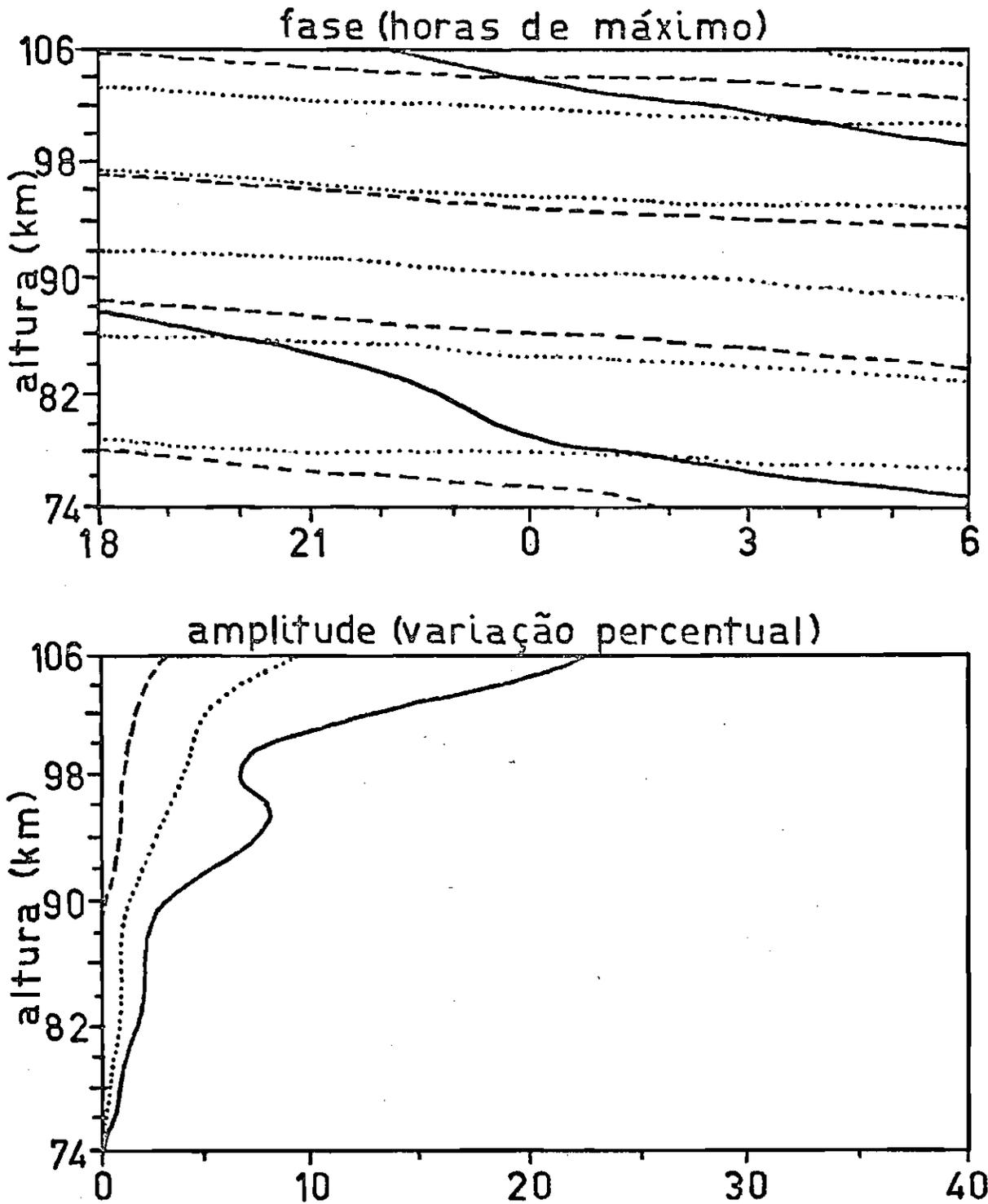


Fig. IV.7 - Amplitudes e fases da variação da densidade atmosférica devida à maré diurna. Apenas os modos com  $h_n$  positivos. — Somente  $H_1$  ; ---- somente  $H_3$  ; -... somente  $H_5$

citações pelo ozônio e pelo vapor d'água separadamente. Notamos que a absorção pelo vapor d'água é mais importante para excitar a maré solar diurna na mesosfera e baixa termosfera que o ozônio, e que as respostas a essas excitações estão quase em antifase, dando portanto uma amplitude resultante menor que as amplitudes individuais.

Uma nítida característica de propagação existe para alturas maiores que 82 Km. Abaixo dessa altura a fase tende a permanecer constante às 18 horas. Isto é devido à presença dos modos com  $h_n$  negativos que são importantes dentro e próximo das regiões de excitação.

Como os dados experimentais mostram propagação dentro de todo o intervalo de altura considerado, é interessante fazer os cálculos considerando apenas os modos positivos. Isto é mostrado na Figura IV.6, onde vê-se que o efeito dos modos negativos é aumentar a contribuição devida ao ozônio abaixo de 82 Km, tendendo a fase resultante para as 18 horas.

As contribuições individuais dos modos são mostradas na Figura IV.7. É notada a dominância do modo  $(H)_1^{\omega,1}$ , seguida do modo  $(H)_5^{\omega,1}$ . A menor importância de  $(H)_3^{\omega,1}$  é devida ao fato de que  $23^\circ S$  está muito próximo de um zero da função  $(H)_3^{\omega,1}$ , diminuindo-se assim bastante a contribuição desse modo. Nessa latitude os valores das funções  $(H)_1^{\omega,1}$ ,  $(H)_3^{\omega,1}$  e  $(H)_5^{\omega,1}$  são respectivamente -0,3274; -0,0592 e 0,4811.

#### 4.5 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM A TEORIA

A característica mais evidente nos dados do Capítulo III é o comportamento oscilatório dos desvios da densidade em torno da média, a fase dos quais decresce com a altura ao longo da noite.

Do que foi visto na seção 4.3 para a maré semidiurna, sua fase permanece quase constante com a altura no intervalo considerado. Então a maré semidiurna se resume em uma oscilação sem características de propagação vertical, com a densidade tendo um mínimo às 21 horas e máximo às 3 horas. Esta característica seria difícil de se observar nos dados experimentais.

A maré diurna, por sua vez, apresenta características mais próximas às dos dados experimentais. Para melhor comparação dos resultados teóricos da maré solar diurna com os dados, gráficos semelhantes foram feitos. Como a resolução em altura nos dados é de 2 Km, uma média dentro dos mesmos intervalos foi feita nos valores calculados.

Na Figura IV.8 é mostrada, em termos de níveis de intensidade, a variação esperada na densidade atmosférica devida à maré solar diurna (considerados apenas os modos com  $h_n$  positivos), onde maior semelhança é encontrada.

Uma análise das figuras do Capítulo III, mostra que nos da



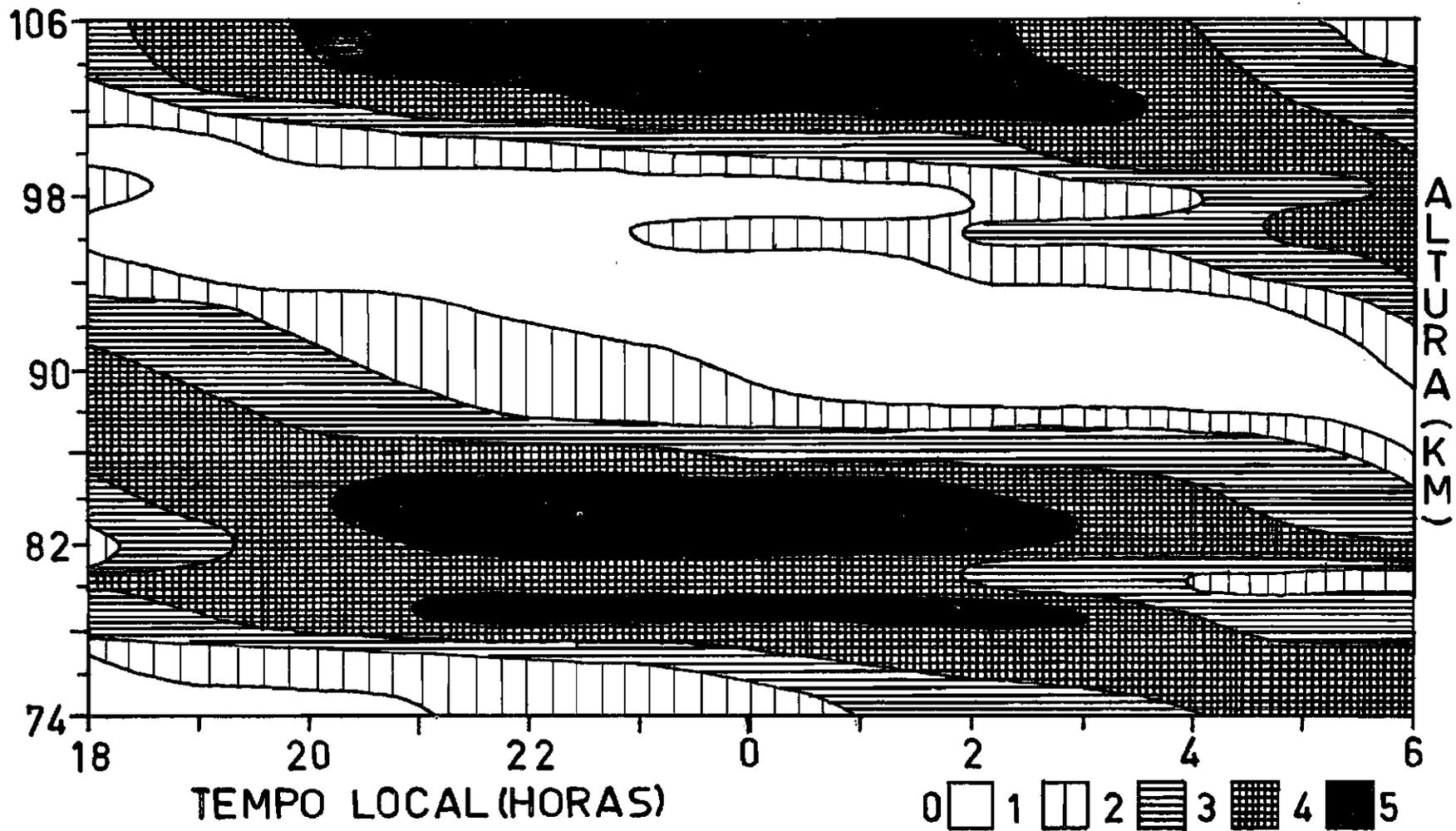


Fig. IV.8 - Variação esperada da densidade atmosférica de 74 Km a 106 Km, devida à maré atmosférica solar diurna.



dos tomados em períodos menores, a propagação de fase para baixo é mais rápida que nos dados tomados em períodos maiores (comparar as Figuras III.1 com a III.10 por exemplo); além do mais as amplitudes da perturbação são em geral maiores no início e no fim do período de observações que no meio. Este fato é uma consequência de estarmos subtraindo, de uma oscilação de período de 24 horas, sua média em um período de observação menor que 12 horas. A Figura IV.9 mostra a mesma oscilação da Figura IV.8, porém subtraída da média das oscilações nas doze horas mostradas. Notemos que o efeito disso é justamente diminuir o período aparente (queda mais rápida dos máximos e mínimos nas Figuras) e aumentar as amplitudes das perturbações no início e fim dos dados.

Com referência ao que foi dito na seção 4.2, a quantidade  $2\pi/\lambda(x)$  pode ser interpretada como um comprimento de onda vertical. No intervalo entre 74 Km a 106 Km essa quantidade varia de 32 Km a 20 Km para o primeiro modo, de 12 Km a 8 Km para o segundo modo e de 8 Km a 5 Km para o terceiro. Como os modos  $(H)_1^{\omega,1}$  e  $(H)_5^{\omega,1}$  são os mais importantes (seção 4.4), a oscilação então deve se apresentar como uma oscilação de comprimento de onda aparente  $> 20$  Km, superposta por uma componente menos importante de comprimento de onda vertical entre 5 Km e 8 Km. Esta característica pode ser vista nas Figuras IV.9 e IV.10. Na Figura IV.10, apenas o modo  $(H)_1^{\omega,1}$  está presente. Vê-se que a estrutura da Figura IV.9 segue as mesmas características da Figura IV.10, somente que, superposta ligeiramente pelo modo  $(H)_5^{\omega,1}$ . Como o modo  $(H)_1^{\omega,1}$  responde pela principal característica, usaremos apenas ele para as próximas

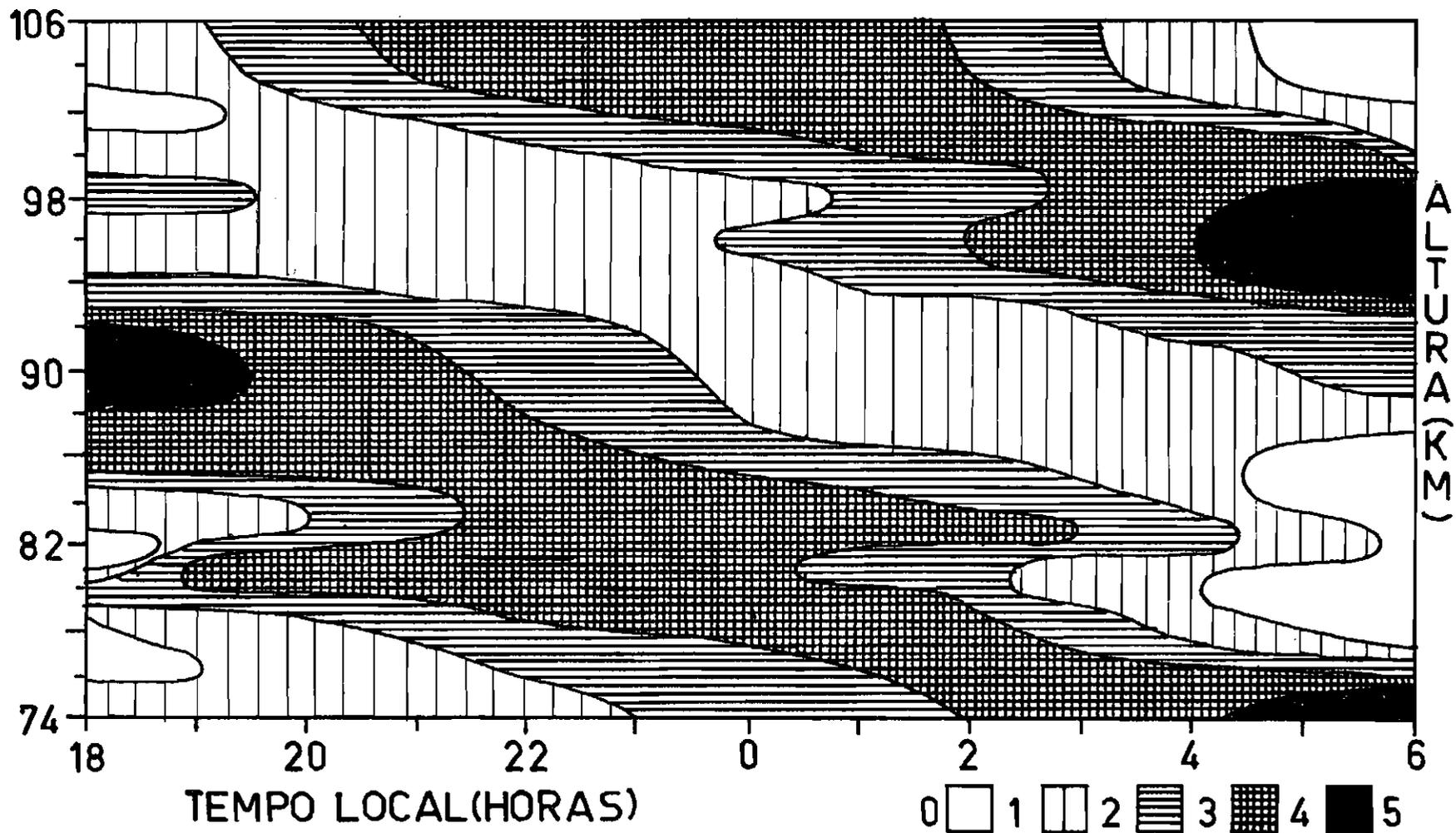


Fig. IV.9 - Variação esperada da densidade atmosférica de 74 Km a 106 Km, devida à maré atmosférica solar diurna. Variação subtraída da média em 12 horas.

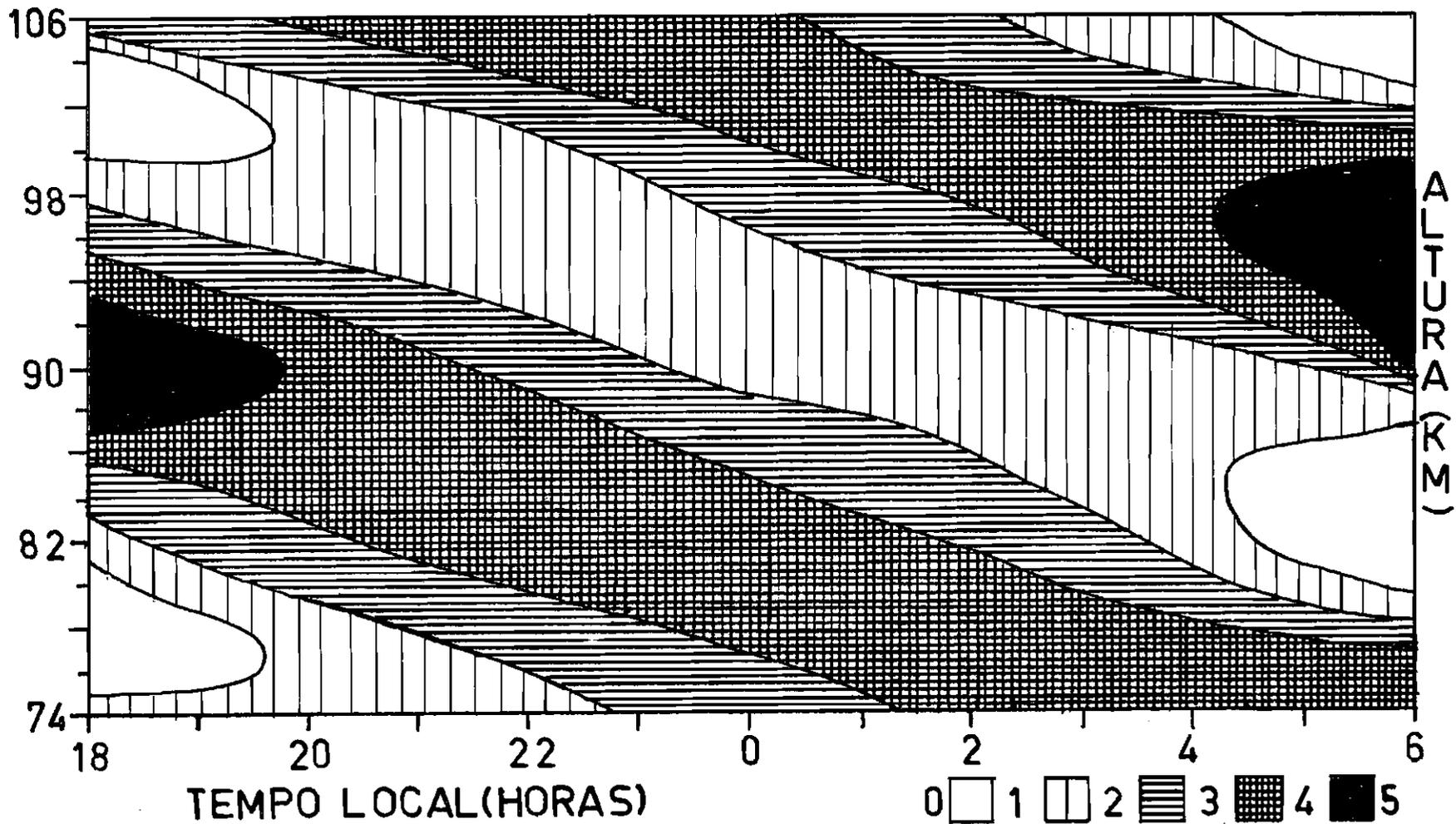


Fig. IV.10 - Variação esperada da densidade atmosférica de 74 Km a 106 Km, devida à maré atmosférica solar diurna. Apenas o modo  $\textcircled{H}_1$  considerado. Variação de 24 hs subtraída da média em 12 horas

comparações.

Na Figura IV.11 é mostrada a variação esperada da densidade atmosférica devida ao modo  $(H)_1^{\omega,1}$ . Porém, nessa figura, a variação de 24 horas é subtraída da média no período mostrado. Há uma boa semelhança entre essa previsão teórica e o dado da Figura III.9, tomado no mesmo período de tempo. Estruturas semelhantes de máximos e mínimos também aparecem nas Figuras III.1, III.4 e III.5.

Das figuras do Capítulo III, vemos que os dados experimentais apresentam grande variabilidade de fase, o que pode ser visto facilmente observando-se as Figuras III.1 e III.2, onde as áreas escuras na primeira correspondem aproximadamente às áreas claras na segunda, indicando uma variação de cerca de  $180^\circ$  em fase. Esta variabilidade de fase nos dados não é surpreendente; diversas medidas experimentais da maré diurna na mesma região de altura (Spizzichino, 1969; Kent et al, 1972; Fellous et al, 1974), mostram essa variação. Uma tentativa para explicar essa variabilidade de fase (Scholefield e Alleyne, 1975) é baseada no argumento de que o modo  $(H)_1^{\omega,1}$  gerado pelo ozônio na estratosfera tem apenas cerca da metade da amplitude do gerado pelo vapor d'água na troposfera, estas duas ondas propagando para cima estão quase em antifase na mesosfera e baixa termosfera. Variações que ocorrem de um dia para outro no conteúdo de vapor d'água da troposfera devem então alterar consideravelmente a fase da maré diurna na mesosfera. Na Figura IV.12 mostramos um gráfico semelhante ao anterior, porém, no mesmo, apenas a resposta à excitação pelo

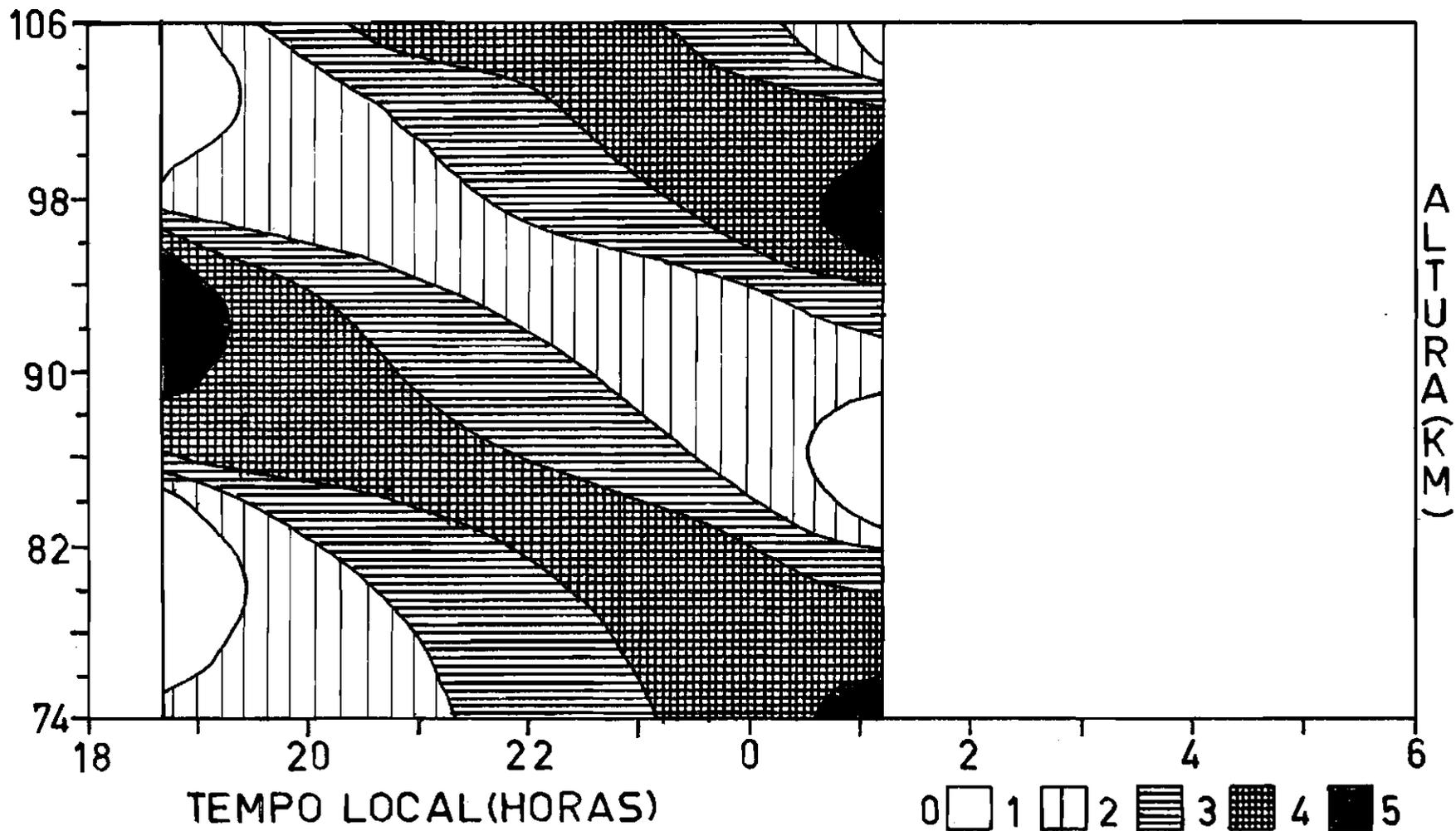


Fig. IV.11 - Variação esperada da densidade atmosférica de 74 Km a 106 Km, devida à maré atmosférica solar diurna. Apenas o modo  $\text{H}_1$  considerado. Variação de 24 horas subtraída da média no período mostrado.

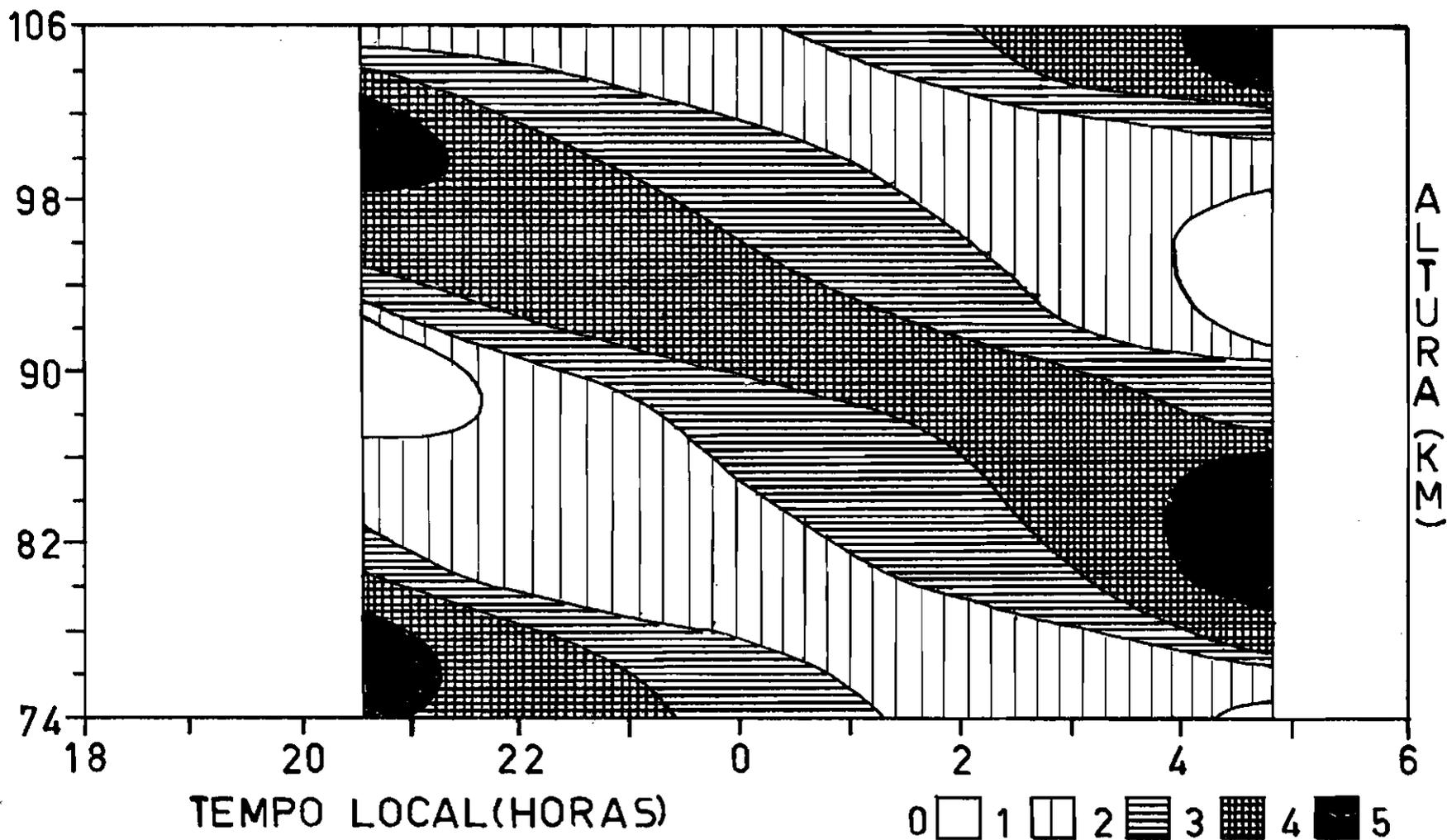


Fig. IV.12 - Variação esperada da densidade atmosférica de 74 Km a 106 Km, devida à maré atmosférica solar diurna. Apenas o modo  $\text{H}_1$  e a excitação pelo ozônio considerados. Variação de 24 hs subtraída da média no período mostrado.

ozônio é mostrada. Notemos a grande semelhança entre este gráfico e o da Figura III.2. Isto pode sugerir uma menor contribuição do vapor d'água para a maré diurna nesse dia.

Outro fator que pode contribuir para essa variabilidade, é a variação da temperatura troposférica. Fizemos cálculos variando ligeiramente, no perfil básico de temperatura, parâmetros tais como a taxa de decréscimo da temperatura troposférica, altura e temperatura da tropopausa. Gráficos de amplitude e fase para três perfis diferentes são mostrados na Figura IV.13. É notado que o efeito das mudanças não altera grandemente a forma geral da amplitude e fase, porém a importância relativa entre os modos altera-se bastante. Na Figura IV.13 é visto que nas curvas tracejadas e pontilhadas há uma boa importância dos modos de menor comprimento de onda, enquanto que na curva cheia a contribuição desses diminui bastante.

Finalmente, cabe aqui salientar que embora tenhamos suposto que a maior parte das variações da densidade do sódio, seja devida a variações da densidade dos componentes principais da atmosfera, não devemos esquecer outros fatores. Como é salientado em Kirchhoff e Clemesha (1973), variações de temperatura podem alterar o equilíbrio entre sódio livre e compostos de sódio, sendo que um aumento da temperatura deve produzir um aumento na concentração de sódio livre. Assim, variações de temperatura devidas às marés deveriam também contribuir para variações na densidade do sódio. Na Figura IV.14 são mostradas amplitudes e fases da variação espe

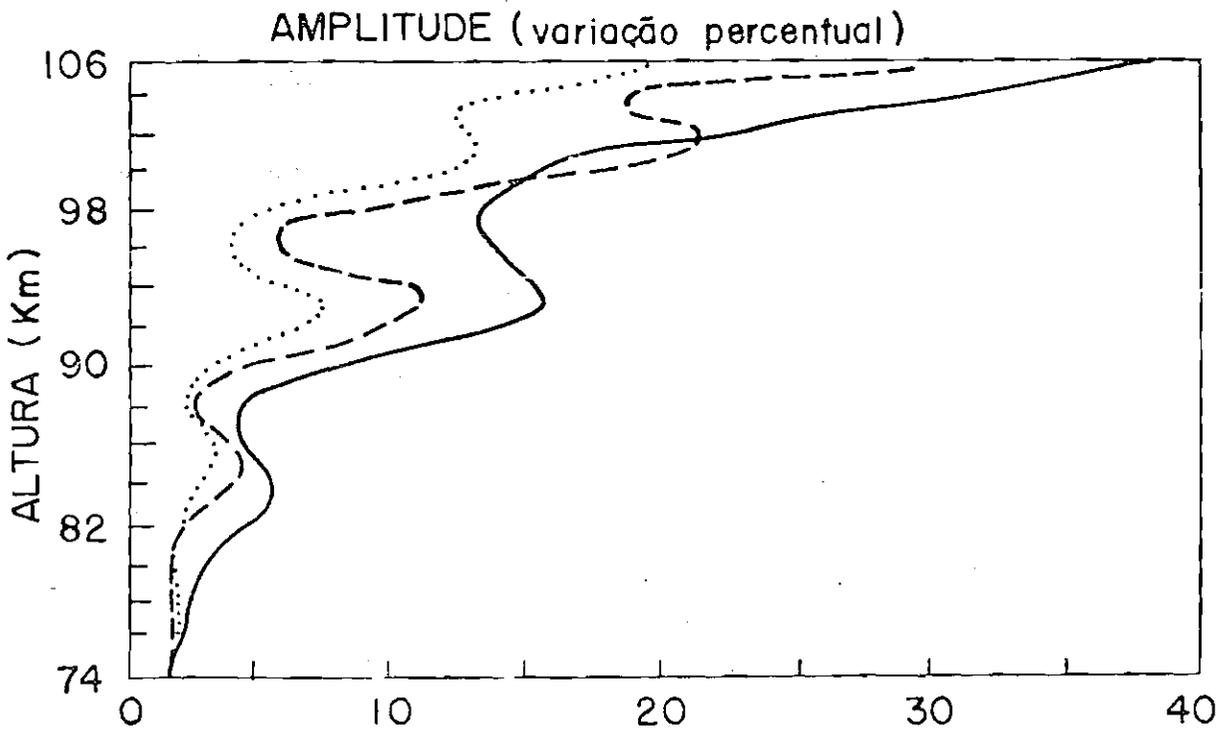
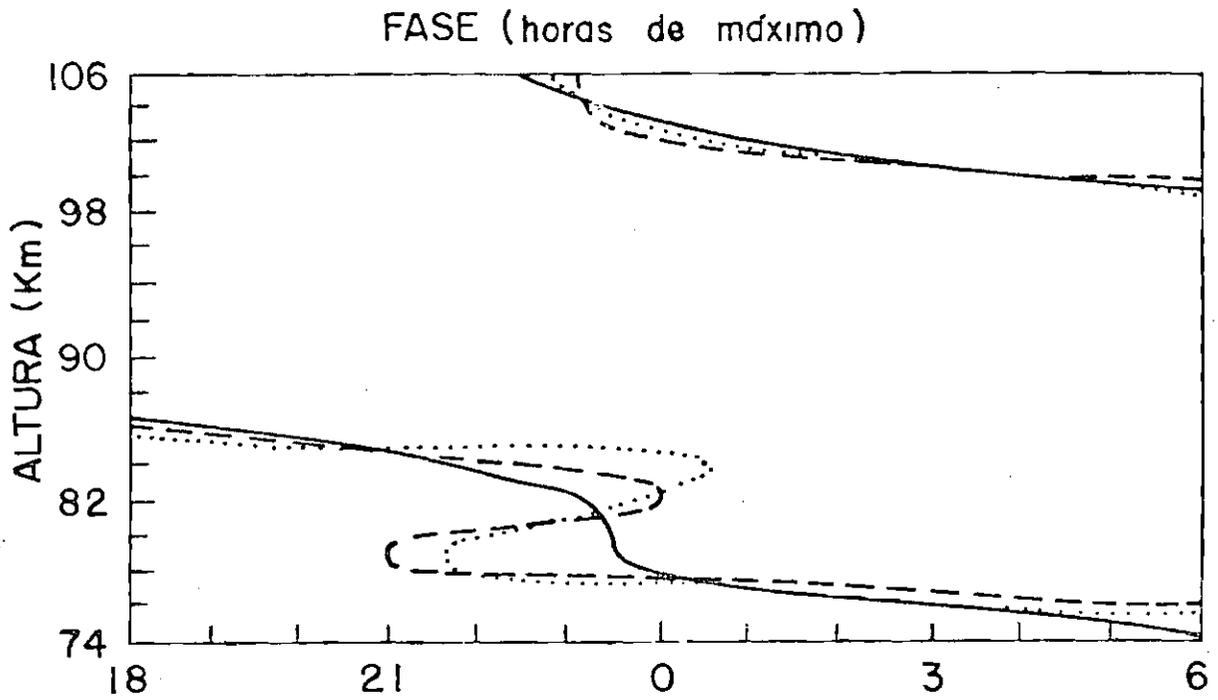


Fig. IV.13 - Amplitudes e fases da variação da densidade atmosférica devida à maré diurna, variando ligeiramente o perfil básico de temperatura. — Temperatura da tropopausa 2000° K e a 19 Km; - - - temperatura da tropopausa 2000K; ..... temperatura da tropopausa 1850° K.

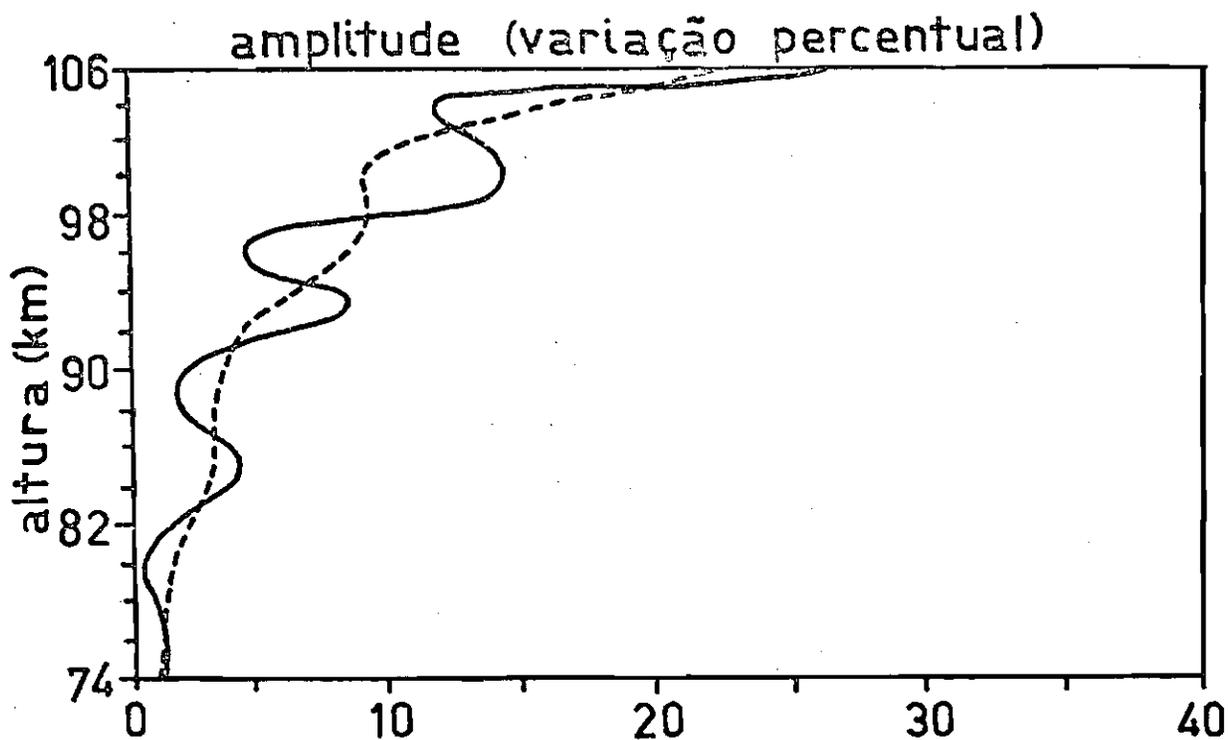
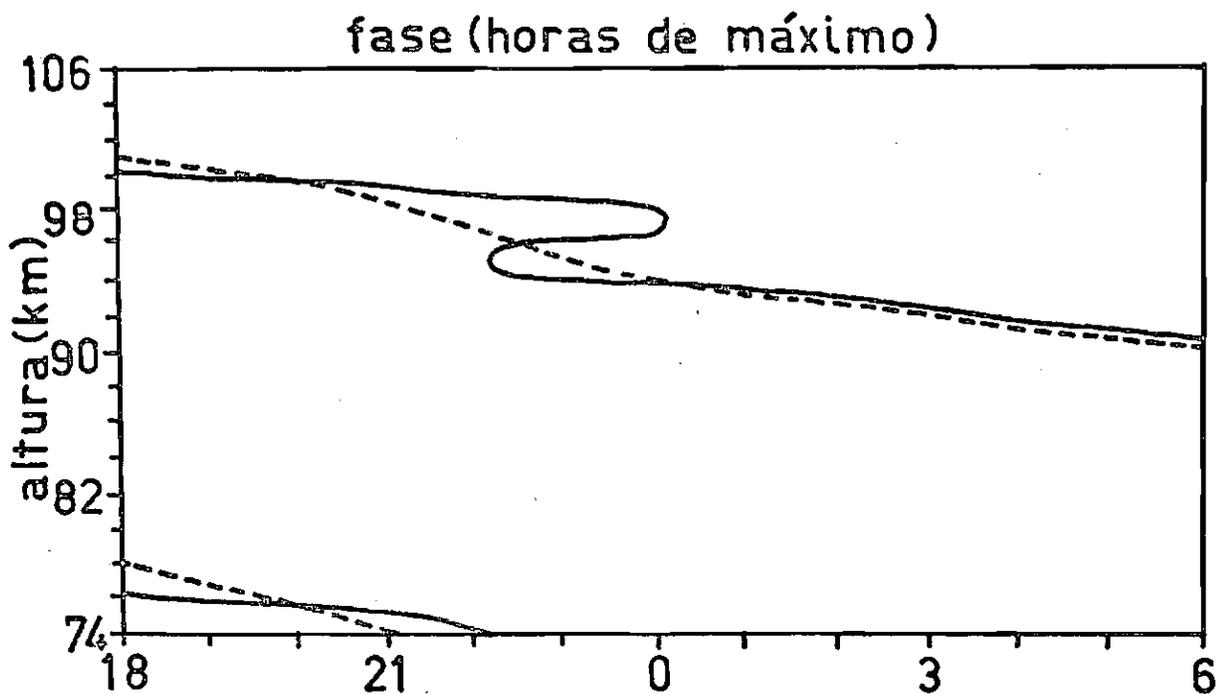


Fig. IV.14 - Amplitudes e fases da variação da temperatura atmosférica devida à maré diurna. — Todos os modos com  $h_n$  positivo considerados; ---- somente  $\textcircled{H}_1$  considerado.

rada da temperatura atmosférica, devida à maré atmosférica solar diurna. As linhas cheias se referem às contribuições de todos os modos com  $h_n$  positivos, e as tracejadas à contribuição de  $(H)_1^{\omega,1}$  apenas. Notemos que a fase da oscilação de temperatura acompanha mais de perto a variação de densidade devida ao ozônio que devida ao vapor d'água.

Devemos salientar também que além das marés atmosféricas, pode haver a presença de ondas de gravidade de comprimentos de onda vertical semelhantes às marés e de períodos menores. Estas ondas de gravidade, geradas por mecanismos diferentes que os das marés podem então alterar as amplitudes e fases aparentes das variações de densidade.

As amplitudes observadas das variações de densidade do sôdio são geralmente em torno de 20%, sendo esta quantidade maior que as variações previstas. Uma possível causa disso é que um aumento de densidade altere o equilíbrio químico entre átomos de sôdio e compostos de sôdio, levando ao aumento do primeiro.

## CAPÍTULO V

### CONCLUSÕES

Como foi visto no Capítulo III, variações da densidade de sódio mesosférico em torno da média mostram estruturas oscilatórias no tempo e altura, que podem ser atribuídas às flutuações na densidade atmosférica. Foram feitos no Capítulo IV, cálculos teóricos das amplitudes e fases das variações da densidade atmosférica, devidas às marés solares diurna e semidiurna, e esses resultados foram comparados com os dados do Capítulo III.

A maré semidiurna esperada, apresenta-se como uma oscilação de fase quase constante com a altura, produzindo assim apenas um aumento e diminuição da densidade com o tempo ao longo de uma coluna. A maré diurna esperada, por sua vez, apresenta-se como uma oscilação constituída de uma soma de modos que se propagam verticalmente com comprimentos de onda pequenos. Esta última característica apresenta-se nos dados experimentais e assim inferimos ser diurno o período das oscilações medidas.

O fato de não encontrarmos nos dados, variações com características da maré semidiurna, não significa que esta oscilação não esteja presente. A análise das Figuras IV.2 e IV.5 mostra que a amplitude da maré semidiurna prevista é de mesma ordem de grandeza ou até maior que

a diurna. O que ocorre é que no processo de análise dos dados (divisão pela abundância e pelo desvio padrão), uma oscilação com essas características irá desaparecer.

A maioria dos dados indicam a existência de um comprimento de onda vertical maior que 20 Km, que concorda com o modo  $(H)_1^{\omega,1}$  teórico, previsto ser o dominante nessa região. Há também evidências da presença de modos com menores comprimentos de onda. A fase das oscilações varia bastante de um dia para outro, e isto está de acordo com outras medidas experimentais da maré diurna na mesma região de altura, tomadas em outras latitudes. A teoria clássica não permite prever essas variações. Porém, os dados parecem sustentar a sugestão de que essa variabilidade é devida à importância relativa com que chegam na mesosfera, as ondas excitadas pelo ozônio e pelo vapor d'água.

A evidência de propagação na maioria dos dados indica a grande dominância dos modos diurnos de  $h_n$  positivos nessa latitude.

É interessante comparar nossos resultados com estudos semelhantes publicados na literatura. Poucos estudos semelhantes existem. Kent e Keenlside (1975), estudando variações periódicas na densidade atmosférica entre 68 Km e 100 Km de altura, medindo diretamente essas variações com um radar de laser instalado em Kingston, Jamaica ( $18^\circ N$  ;  $77^\circ W$ ), tem achado oscilações periódicas com comprimento de onda vertical de 12 - 14 Km com fase decrescente que concorda com o modo  $(H)_3^{\omega,1}$ . 0

nosso resultado é semelhante a esse, e o fato de nossos dados serem consistentes com  $\textcircled{H}_1^{\omega,1}$  e os da Jamaica com  $\textcircled{H}_3^{\omega,1}$ , pode ser explicado analisando-se a estrutura latitudinal da maré diurna. A função  $\textcircled{H}_1^{\omega,1}$  tem um zero próximo a  $18^\circ$  N e  $\textcircled{H}_3^{\omega,1}$  tem um máximo, dando assim dominância de  $\textcircled{H}_3^{\omega,1}$ ; em nossa latitude, no entanto, é  $\textcircled{H}_3^{\omega,1}$  que está próximo a um zero, dando dominância de  $\textcircled{H}_1^{\omega,1}$ .

Em conclusão, podemos falar que a concordância é boa, considerando as limitações e aproximações que temos, tanto na teoria (aproximações nas equações, função de excitação apenas aproximada e para condições equinociais, etc), como nos dados experimentais.

A grande variabilidade de fase sugere um estudo das variações desta com o tempo do ano e comparações com parâmetros meteorológicos; porém, isto somente é possível com um maior número de dados que o disponível no momento.

## AGRADECIMENTOS

Ao Dr. Mendonça e Dr. Gylvan pelo apoio.

Ao Dr. B.R. Clemesha pela orientação e apoio constante e dedicado.

Ao Dr. D.M. Simonich.

A todos que direta ou indiretamente colaboraram na realização deste trabalho.

## BIBLIOGRAFIA

- BAIN, C.W. & SANDFORD, M.C.W. Light scatter from a laser beam at heights above 40 Km. *J. Atmosp. Terr. Phys.*, 28 : 543, 1966.
- BARTELS, J. Gezeitenschwingungen der Atmosphäre . In : *HANDBUCH der Experimentalphysik.* (Geophysik 1), 1928. V25 : 163-210. Apud Chapman e Lindzen (1970).
- BUTLER, S.T. & SMALL, K.A. The excitation of atmospheric oscillations. *Proc. Roy. Soc.* A274 : 91-121, 1963.
- CHAPMAN, S. & LINDZEN, R.S. *Atmospheric Tides.* Dordrecht, D. Reidel; New York, Gordon and Breach/Science Publ., 1970.
- CLEMESHA, B.R., KENT, G.S. & WRIGHT, R.W.H. Laser probing the lower atmosphere. *Nature* 209 : 184, 1966.
- CLEMESHA, B.R. *A Laser radar for atmospheric studies.* São José dos Campos, INPE, 1969. (83-LAFE).
- DIKII, L.A. The terrestrial atmosphere as an oscillating system. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics.* (English Edition) 1 : 275-286, 1965.

- FELLOUS, J.L., SPIZZICHINO, A., GLASS, M. & MASSEBEUF, M. Vertical propagation of tides at meteor heights. *J. Atmos. Terr. Phys.* 36 : 385-396, 1974.
- FIOCCO, G. & GRAMS, G. Observation of the Aerosol Layer at 20 Km by Optical Radar. *J. Atmos. Sci.* 21 : 323, 1964.
- FLATTERY, T.W. *Hough Functions*. Chicago, Dept. of Geophysical Sciences University of Chicago, 1967. Technical Report, 21
- GREENHOW, J.S. Measurements of winds in the upper atmosphere by means of drifting meteor trails. *Phil. Mag.* 45 : 471, 1954
- HAURWITZ, B. The perturbation equations in meteorology. In: *COMPENDEUM of Meteorology*. Boston, American meteorological Soc. p. 401-420, 1951.
- HOUGH, S.S. On the application of harmonic analysis to the dynamical theory of tides. Part I. *Phil. Trans. Roy. Soc.* A189 : 201-257, 1897. Apud Chapman e Lindzen (1970).
- HOUGH, S.S. On the application of harmonic analysis to the dynamical theory of tides. Part II. *Phil. Trans. Roy. Soc.* A191 : 139-195, 1898. Apud Chapman e Lindzen (1970)

- KATO, S. Diurnal atmospheric oscillation, I, eigenvalues and Hough functions. *J. Geophys. Res.* 71 : 3201-3209, 1966.
- KELVIN (Thomson, W) On the thermodynamic acceleration of the earth's rotation. *Proc. Roy. Soc. Edinb.* 11 : 396-405, 1882. Apud Chapman e Lindzen (1970).
- KENT, G.S. KEENLISIDE, W., SANDFORD, M.C.W & WRIGHT, R.W.H. Laser radar observations of atmospheric tides in the 70-100 Km height region. *J. Atmos. Terr. Phy.* 34 : 373-386, 1972.
- KENT, G.S. & KEENLISIDE, W. Laser Radar Observations of the  $\textcircled{H}_3^{\omega,1}$  Diurnal Atmospheric Tidal Mode above Kingston, Jamaica. *J. Atmos. Sci.* 32 : 1663-1666, 1975.
- KIRCHHOFF, V.W.J.H. *Atmospheric sodium measurements at 23° South, São José dos Campos, INPE, agosto 1972, (228-RI/028).*
- KIRCHHOFF, V.W.J.H & CLEMESHA, B.R. Atmospheric sodium measurements at 23° S. *J. Atmos. Terr. Phy.* 35 : 1493-1498, 1973.
- LAMB, H. On atmospheric oscillations. *Proc. Roy. Soc. Ser. A.84 (1910) Hydrodynamics.* 4 th- ed. Cambridge, University Press (1916).
- LAPLACE, P.S. *Mécanique Céleste.* Duprat, Paris, 1799 e 1825. Apud Chapman e Lindzen (1970).

LEOVY, C. Radiative equilibrium of the mesosphere. *J. Atmos. Sci.*  
21 : 238-248, 1964.

LILLER, W. & WHIPPLE, F.L. High altitude winds by meteor - train  
photography. *J. Atmos. Terr. Phy.* 1 : 112-130, 1954 (special supple  
ment).

LINDZEN, R.S. On the theory of diurnal tide. *Mon. Wea. Rev.* 94 :  
295-301, 1966.

\_\_\_\_\_ Thermally driven diurnal tide in the atmosphere. *Quart.*  
*J. Roy. Meteorol. Soc.* 93 : 18-42, 1967.

\_\_\_\_\_ The application of classical atmospheric tidal theory.  
*Proc. Roy. Soc.* A303: 299-316, 1968.

\_\_\_\_\_ & KUO, H.L. A reliable method for the numerical integra  
tion of a large class of ordinary and partial differential equations.  
*Mon. Wea. Rev.* 97 : 732-734, 1969.

\_\_\_\_\_ & HONG, S. Effects of mean winds and horizontal tempe  
rature gradients on solar and lunar semidiurnal tides in the atmosphere.  
*J. Atmos. Sci.* 31 : 1421-1446, 1974.

LONGUET-HIGGINS, M.S. The eigenfunctions of Laplace's tidal equations  
over a sphere. *Phil. Trans. Roy. Soc.* A269 : 511-607, 1968.

- LOVE, A.E.H. Notes on the dynamical theory of the tides. *Proc. London Math. Soc.* 12 : 309-314, 1913. Apud Chapman e Lindzen (1970).
- MARTYN, D.F. & PULLEY, O.O. The temperatures and constituents of the upper atmosphere. *Proc. Roy. Soc.* A154 : 455-486, 1936. Apud Chapman e Lindzen (1970).
- MOTISUKE, P. *A dye laser for minor atmospheric componets studies.* Master Thesis, São José dos Campos, INPE; 1970.
- PEKERIS, C.L. Atmospheric oscillations. *Proc. Roy. Soc.* A158 : 650-671, 1937. Apud Chapman e Lindzen (1970).
- PHILLIPS, N.A. Reply to "comments on Phillips" simplification of the equations of motion, by G. Veronis. *J. Atmos. Sci.* , 25 :1155-1157, 1968.
- RODRIGUES, S.N. *A multichannel digital analyser for laser radar applica-  
tions.* São José dos Campos, INPE, (136-LAFE).
- SAWADA, R. The atmospheric lunar tides. *New York Univ. Meteorol. Pap.* 2 : (3), 1954.
- \_\_\_\_\_ The atmospheric lunar tides and the temperature profile in the upper atmosphere. *Geophys. Mag.* 27 : 213-236, 1956.
- SCHOLEFIELD, A.J. & ALLEYNE, H. Low Latitude meteor wind observations.

*J. Atmos. Terr. Phy.* 37 : 278-286, 1975.

SIEBERT, M. Atmospheric tides. In: *ADVANCES in Geophysics*. New York, Academic Press, 1961. V.7, p. 105-182.

SPIZZICHINO, A. Étude expérimentale des vents dans la haute atmosphère (première partie). *Ann. Geophys.* 25 (3): 5-28, 1969.

TAYLOR, G.I. The resonance theory of semidiurnal atmospheric oscillations. *Mem. Roy. Meteorol. Soc.* 4 : 41-52, 1932. Apud Chapman e Lindzen, (1970).

————— The oscillations of the atmosphere. *Proc. Roy. Soc.* A156 : 318-326, 1936. Apud Chapman e Lindzen (1970).

WILKES, M.V. *Oscillations of the Earth's Atmosphere*. New York, Cambridge Univ. Press., 1949. Apud Chapman e Lindzen (1970).

## APÊNDICE A

### LISTAGEM E COMENTÁRIOS SOBRE O PROGRAMA

Para os cálculos dos campos de marés um programa FORTRAN foi desenvolvido com esse objetivo, usando-se a teoria e a sequência, expostas no decorrer deste trabalho.

As entradas do programa em cartões são: os dados para a montagem do perfil de temperatura, os coeficientes da expansão das funções de Hough, as profundidades equivalentes para cada modo, os coeficientes para a expansão da função de excitação em funções de Hough. Também entram em cartões a latitude onde é calculado o campo, um identificador que diz ser a maré diurna ou semidiurna, e os parâmetros característicos dessas marés.

Como saída, são fornecidos gráficos de amplitude e fase por meio da impressora e curvas de níveis das variações previstas.

O programa também permite estudar a influência dos modos individuais e das excitações devidas a cada mecanismo separadamente.

"DENSITIDE" foi o nome usado para o programa.

```
FILE 5=INEZ
C -----
C --- COMPUTA OS CAMPOS DE MARE ---
C -----
DIMENSION OMEGA1(8),XJN(2001),C(99,8),Q(99),TETA(8),TETA1(8),UN(8)
1,VN(8),H(2001),COEF4(8),COEF5(8),FN1(8),Y(2001),PROV(65),DTIDE(200
2),HM(2001),Z7(2001),UN5(2001),ALT(11),TCOR(11),ORO(17),ODRO(17)
DIMENSION DSIG(17,80),ZMED(17),SIG(17)
COMPLEX TEMPO1,TEMPO2,DRU1(17),UN5,ORO,TEMPO,XTEMP,UNIMAG,Y
REAL KAPA
LOGICAL HNEG,TCONST
C -----
C --- ENTRAM AS CONSTANTES DO PROBLEMA ---
C -----
333 DO 33 N=1,8
33 OMEGA1(N)=0.0
PI=3.1415926536
RAIO=6371.E03
MY=2001
MX=MY-1
HT=300.
TINF=1000.
DELM=HT/FLDAT(MX)
UNIMAG=(0.,1.)
KAPA=2.77.
R=2.871E02
GAMA=1.4
G=9.798
CC=R/G
OMEGAM=7.2921E-05
CORF=1.
HNEG=.FALSE.
READ(5,227) ALT,TCOR
227 FORMAT(11F7.2)
CALL PERTEM(CC,ALT,TCOR,HM,MY,HT,TINF)
ZZ(1)=0.0
DO 111 I=2,MY
111 ZZ(I)=ZZ(I-1)+DELM*1E3/HM(I)
WRITE(6,558) ZZ(MY),MX
558 FORMAT(1H0,/,50X,"DELTA=",E12.6,"/",[4.//)
WRITE(6,827) HT,MY,TINF,DELM
827 FORMAT(1H0,/,10X,"ALT TOPO=",F4.0,5X,"NO. PONTOS=",F5.0,5X,"T INFI
1NITO=",F5.0,5X,"DELTA Z=",F4.2,/)
DELTA=ZZ(MY)/MX
XX=0.0
H(1)=HM(1)
K1=1
DO 221 J=2,MX
XX=XX+DELTA
DO 331 K=K1,MY
IF(XX.GT.ZZ(K)) GO TO 331
H(J)=HM(K-1)+(HM(K)-HM(K-1))*(XX-ZZ(K-1))/(ZZ(K)-ZZ(K-1))
K1=K-1
GO TO 221
331 CONTINUE
221 CONTINUE
```

```
H(MY)=HM(MY)
WRITE(6,555) (H(I),I=1,MY,10)
555 FORMAT(1H , -3P10F12.6)
DO 441 I=2,MY
441 ZZ(I)=DELTA*H(I)+ZZ(I-1)
WRITE(6,112)
112 FORMAT(1X,/,30X,"Z CORRESPONDENDO A X IGUALMENTE ESPACADO",/,,)
WRITE(6,115) (ZZ(J),J=1,MY,10)
115 FORMAT(1H , -3P10F12.6)
DO 338 IT=1,17
DRD(IT)=(0.0,0.0)
338 DRD1(IT)=(0.0,0.0)
337 DO 12 IJ=1,MY
12 UN5(IJ)=(0.0,0.0)
PSUP=1013.E02

C -----
C --- LE A VARIÁVEL INDICA =1, TERMICA; =0, GRAVITACIONAL, IS , F ---
C --- LN=NUMERO DE FUNCOES DE LEGENDA CONSIDERADAS, TET=COLATI= ---
C --- TUDE, FI=LONGITUDE, NMODO=NUMERO DE MODOS, TCONST=SE=T IN= ---
C --- DICA QUE TO=CONSTANTE E USADO ---
C -----
2 READ(5,100) INDICA,IS,F,LN,TET,FI,NMODO,TCONST
100 FORMAT(2I4,F10.6,I4,2F10.6,I4,L4)
IF(IS.EQ.2) CORF=-CORF
LNN=LN/2+1
SIGMA=2.*F*OMEGAM
SIGMA1=OMEGAM
SIGMA2=2.*OMEGAM
IF(TCONST) GO TO 24
GO TO 25
24 DO 17 J1=1,MY
17 H(J1)=7.61E03
DELTA=.1/7.61
25 IF(INDICA.EQ.1) GO TO 3
READ(5,101) (OMEGA1(I),I=1,8)
101 FORMAT(8F10.0)
DO 1 J=1,MY
1 XJN(J)=0.0

C -----
C --- VERIFICA SE HA PROFUNDIDADE EQUIVALENTE NEGATIVA ---
C -----
3 IF((INDICA.EQ.1).AND. (F.EQ.0.5)) HNEG=.NOT.HNEG
C -----
C --- LE OS COEFICIENTES E PROFUNDIDADES EQUIVALENTES ---
C -----
5 DO 7 L=1,LNN
7 READ(5,102) (C(L,J),J=1,8)
READ(5,102) (HN1(K),K=1,8)
DO 8 II=1,8
8 HN1(II)=HN1(II)+1.E03
IF(INDICA.EQ.1) READ(5,102) (COEF4(I),I=1,8),(COEF5(J),J=1,8)
102 FORMAT(8F10.6)

C -----
C --- CALCULA AS FUNCOES TETA, UN E VN ---
C -----
10 DO 11 MODO=1,NMODO
OMEGA0=OMEGA1(MODO)
HN=HN1(MODO)
S=CCS(TET)
CALL VECLEG(Q,S,IS,LN)
TETA(MODO)=0.0
```

```
DO 13 N=1,LNN
13 TETA(MODO)=TETA(MODO)+C(N,MODO)*G(2*N-1)
GO TO 252
251 DELT=PI/(10**6)
S=COS(TET+DELT)
CALL VECLEG(O,S,IS,LN)
TETA1(MODO)=0.0
DO 15 N=1,LNN
15 TETA1(MODO)=TETA1(MODO)+C(N,MODO)*G(2*N-1)
UN(MODO)=((TETA1(MODO)-TETA(MODO))/DELT+IS+COTAN(TET)*TETA(MODO)/F
1)/(F*F-COS(TET)*COS(TET))
VN(MODO)=(COS(TET)*((TETA1(MODO)-TETA(MODO))/DELT)/F+IS*TETA(MODO)
1/SIN(TET))/(F*F-COS(TET)*COS(TET))
252 CONTINUE
C -----
C --- RESOLVE A EQUACAO DA ESTRUTURA VERTICAL ---
C -----
IF (INDICA.EQ.1) GO TO 16
GO TO 20
16 COEF1=COEF4(MODO)
COEF2=COEF5(MODO)
CALL EXCI(COEF1,COEF2,H,DELTA,MY,PI,KAPA,SIGMA,R,XJN,CORF)
20 CALL DIFIN(DELTA,HN,H,XJN,Y,MY,SIGMA,OMEGAO,KAPA,UNIMAG,G,GAMA)
C -----
C --- SAIDA DOS MODOS ---
C -----
Z=0
DO 35 I9=2,MY
Z=Z+H(I9)*DELTA
IF (Z.GE.73.E03) GO TO 45
35 CONTINUE
45 IIN=I9
ZI=Z
DO 55 I8=IIN+1,MY
Z=Z+H(I8)*DELTA
IF (Z.GT.107.E03) GO TO 65
55 CONTINUE
65 IFIN=I8
ZF=Z
JO=0
DO 201 JJ=IIN,IFIN
JO=JO+1
DENSI=PSUP+EXP((1-JJ)*DELTA)/(G+H(JJ))
UN5(JO)=UN5(JO)+PSUP/((G+H(JJ))**2)*(-OMEGAO/EXP((JJ-1)*DELTA)*(1.
1+(H(JJ+1)-H(JJ))/(DELTA*H(JJ)))+GAMA*G+HN/(UNIMAG*SIGMA*EXP((JJ-1)
2*DELTA/2.))*((1+(H(JJ+1)-H(JJ))/(DELTA*H(JJ)))*((Y(JJ+1)-Y(JJ))/D
3ELTA-Y(JJ)/2.))+H(JJ)/HN*(KAPA+(H(JJ+1)-H(JJ))/(DELTA*H(JJ)))*Y(JJ)
4)-KAPA*XJN(JJ)/(UNIMAG*SIGMA*EXP((JJ-1)*DELTA))*TETA(MODO)/DENSI
201 CONTINUE
11 CONTINUE
IF (HNEG) GO TO 2
C -----
C --- SAIDA DOS DADOS DE INTERESSE ---
C -----
ZE=73.E03
JJ=IIN
J1=1
Z=ZI
DO 202 IO=1,17
ZE=ZE+2.E03
ICONT=0
```

```
203 IF (IS.EQ.1) DRD(I0)=DRD(I0)+UN5(J1)
    IF (IS.EQ.2) DRD1(I0)=DRD1(I0)+UN5(J1)
    ICONT=ICONT+1
    J1=J1+1
    JJ=JJ+1
    IF (JJ.EQ.IFIN) GO TO 204
    Z=Z+H(JJ)*DELTA
    IF (Z.GT.ZE) GO TO 204
    GO TO 203
204 IF (IS.EQ.1) DRD(I0)=DRD(I0)/ICONT
    IF (IS.EQ.2) DRD1(I0)=DRD1(I0)/ICONT
202 CONTINUE
    IF (CORF.EQ.1.) GO TO 337
724 DC 700 IAA=1,65
700 PROV(IAA)=999.
    IAC=0
    DO 701 IAB=1,65,4
    IAC=IAC+1
701 PROV(IAB)=CARS(DRD(IAC))*100.
    WRITE(6,820)
820 FORMAT(1H1,////,40X,"DIURNA VARIA[AC PERCENTUAL DA DENSIDADE",///)
    CALL GRASOD(PROV,74.,4.,0.,1.,65,41,8,5)
    IAC=0
    DO 702 IAB=1,65,4
    IAC=IAC+1
702 PROV(IAB)=CARS(DRD1(IAC))*100.
    WRITE(6,821)
821 FORMAT(1H1,////,40X,"SEMIDIURNA VARIA[AD PERCENTUAL DA DENSIDADE
1",///)
    CALL GRASOD(PROV,74.,4.,0.,1.,65,41,8,5)
    IAC=0
    DO 703 IAB=1,65,4
    IAC=IAC+1
    UN7=AIMAG(DRD(IAC))
    UN8=REAL(DRD(IAC))
    FASE=ATAN2(UN7,UN8)
    IF (FASE.LT.0.0) FASE=FASE+2.*PI
    PROV(IAB)=(2.*PI-FASE)/(SIGMA1*3600.)
    IF (PROV(IAB).LE.6.) PROV(IAB)=PROV(IAB)+24.
703 CONTINUE
    WRITE(6,822)
822 FORMAT(1H1,////,40X,"DIURNA FASE DE DELTARD/RO",//)
    CALL GRASOD(PROV,74.,4.,6.,6.65,41,8,5)
    IAC=0
    DO 704 IAB=1,65,4
    IAC=IAC+1
    UN7=AIMAG(DRD1(IAC))
    UN8=REAL(DRD1(IAC))
    FASE=ATAN2(UN7,UN8)
    IF (FASE.LT.0.0) FASE=FASE+2.*PI
704 PROV(IAB)=(2.*PI-FASE)/(SIGMA2*3600.)
    WRITE(6,823)
823 FORMAT(1H1,////,40X,"SEMIDIURNA FASE DE DELTARD/RO",////)
    CALL GRASOD(PROV,74.,4.,0.,0.3,65,41,8,5)
    WRITE(6,826)
826 FORMAT(1H1)
    K1=1
    K2=48
    KI=K2-K1+1
    DO 207 IZ=1,17
    ZMED(IZ)=0.
```

```
207 SIG(IZ)=0.
DO 205 K=K1,K2
K5=K-25
RE1=COS(SIGMA1*K5*900.)
XIM1=SIN(SIGMA1*K5*900.)
RE2=COS(SIGMA2*K5*900.)
XIM2=SIN(SIGMA2*K5*900.)
TEMPO1=CMPLX(RE1,XIM1)
TEMPO2=CMPLX(RE2,XIM2)
DO 206 L=1,17
XTEMP=DRO(L)*TEMPO1
DSIG(L,K)=REAL(XTEMP)
206 CONTINUE
205 CONTINUE
DO 208 IW=1,17
DO 208 IZ=K1,K2
208 DSIG(IW,IZ)=(DSIG(IW,IZ)-ZMED(IW))*100.
DO 213 J=1,17
213 ZMED(J)=0.
DO 212 K=K1,K2
DO 212 L=1,17
212 ZMED(L)=ZMED(L)+DSIG(L,K)/KI
DO 280 IW=1,17
DO 280 IZ=K1,K2
280 SIG(IW)=SIG(IW)+(DSIG(IW,IZ)-ZMED(IW))*2
DO 209 IX=1,17
209 SIG(IX)=SQRT(SIG(IX))/KI
DO 210 L1=K1,K2
DO 210 L2=1,17
210 DSIG(L2,L1)=DSIG(L2,L1)/SIG(L2)
DSMAX=DSIG(1,1)
DSMIN=DSIG(1,1)
DO 215 M1=K1,K2
DO 215 M2=1,17
DSMAX=AMAX1(DSMAX,DSIG(M2,M1))
215 DSMIN=AMIN1(DSMIN,DSIG(M2,M1))
DO 216 M1=K1,K2
DO 216 M2=1,17
DSIG(M2,M1)=(DSIG(M2,M1)-DSMIN)/(2.*(DSMAX-DSMIN))*10
DSIG(M2,M1)=AINT(DSIG(M2,M1))+1
216 DSIG(M2,M1)=100*DSIG(M2,M1)+10*DSIG(M2,M1)+DSIG(M2,M1)
DO 211 L1=K1,K2
211 WRITE(6,824) (DSIG(L3,L1),L3=1,17)
824 FORMAT(1H ,20X,17I3)
9999 STOP
END
```

```
SUBROUTINE GRASDD(X,XINF,ACRESX,YINF,ACRESY,ICOLUN,LINHAS,INTERC,I
INTERL)
DIMENSION ARRAY(41,65),T(42),ARRAY1(65),X(65),V(41),H(9)
DATA A1/1H /,A2/1H*/,,A3/1H+/,A4/1H-/,A5/1H=/
DATA H/74.,78.,82.,86.,90.,94.,98.,102.,106./
DO 5 I=1,ICOLUN
5 ARRAY1(I)=A3
DO 6 J=1,ICOLUN,INTERC
6 ARRAY1(J)=A4
T(42)=YINF-ACRESY/2.
LINHA1=LINHAS+1
DO 20 K=2,LINHA1
K1=LINHA1+1-K
20 T(K1)=T(K1+1)+ACRESY
DO 7 I1=1,LINHAS
DO 7 I3=1,ICOLUN
ARRAY(I1,I3)=A1
IF(X(I3).EQ.999.) GO TO 7
IF((X(I3).GT.T(I1+1)).AND.(X(I3).LE.T(I1 ))) ARRAY(I1,I3)=A2
7 CONTINUE
DO 9 I=1,LINHAS
T(I)=T(I)-ACRESY/2.
9 V(I)=A3
DO 10 J=1,LINHAS,INTERL
10 V(J)=A5
WRITE(6,99) ARRAY1
DO 12 I=1,LINHAS,INTERL
WRITE(6,100) T(I),V(I),(ARRAY(I,I1),I1=1,ICOLUN),V(I)
IF(I.EQ.LINHAS) GO TO 14
DO 13 K1=I+1,I+INTERL-1
13 WRITE(6,101) V(K1),(ARRAY(K1,I2),I2=1,ICOLUN),V(K1)
12 CONTINUE
14 WRITE(6,99) ARRAY1
WRITE(6,102) H
WRITE (6,105)
105 FORMAT(/,65X,"ALTURA (KM)")
99 FORMAT(35X,65A1)
100 FORMAT(29X,F5.1,A1,65A1,A1)
101 FORMAT(34X,A1,65A1,A1)
102 FORMAT(28X,9F8.0)
RETURN
END
```

SUBROUTINE VFCLEG(Q,X,IS,LN)

\*\*\*\*\*  
\*\*\* COMPUTA TODOS OS POLINOMIOS ASSOCIADOS DE LEGENDRE (Q), \*\*\*  
\*\*\* NORMALIZADOS, DE GRAU N E ORDEM IS, DE N=IS A N=IS+LN, NO \*\*\*  
\*\*\* PONTO X=COS(COLATITUDE) \*\*\*  
\*\*\* P(LN+1), IS=0,1,2,..., LN=0,1,2,..., ABS(X).LE.1. \*\*\*  
\*\*\*\*\*

REAL\*8 P,XX,Y,PJM1,XS,X2,X3,T

DIMENSION Q(99)

DIMENSION P(99)

XX=DBLE(X)

P(1)=1.D0

IF(IS.EQ.0) GO TO 200

Y=DSQRT(1.D0-XX\*XX)

DO 100 K=1,IS

100 P(1)=P(1)\*DFLOAT(K+K-1)\*Y

200 CONTINUE

IF(LN.EQ.0) GO TO 8

T=DABS(XX)

PJM1=0.D0

DO 300 K=1,LN

J=K+1

I=IS+K

P(J)=(DFLOAT(I+I-1)\*T\*P(K)-DFLOAT(I-1+IS)\*PJM1)/DFLOAT(K)

300 PJM1=P(K)

DO 301 K=1,LN

J=K+1

I=MOD(K,2)

IF(X.LT.0.D0.AND.I.EQ.1) P(J)=-P(J)

301 CONTINUE

8 CONTINUE

IF (IS.NE.0) GO TO 6

IF (LN.NE.0) GO TO 9

P(1)=P(1)/DSQRT(2.D1)

GO TO 400

9 DO 7 I=1,LN+1

7 P(I)=P(I)\*DSQRT(DBLE((2.\*(I-1)+1.)/2.))

GO TO 400

6 DO 1 N=IS,IS+LN

K=N-IS+1

X2=1.D1

X3=1.D1

XS=(2.D1+DFLOAT(N)+1.D1)/2.D1

IF (N.EQ.IS) GO TO 5

DO 2 I=1,N-IS

2 X2=X2\*DFLOAT(I)

5 DO 3 J=1,N+IS

3 X3=X3\*DFLOAT(J)

P(K)=P(K)\*DSQRT(XS\*X2/X3)

1 CONTINUE

DO 33 I=1,LN+1

33 Q(I)=SNGL(P(I))

400 RETURN

END

SUBROUTINE DIFIN(DELTA,HN,H,XJN,Y,MY,SIGMA,OMEGA0,KAPA,UNIMAG,G,GA  
1MA)

```
C *****  
C *** EQUACAO DA ESTRUTURA VERTICAL ***  
C *** DELTA=INTERVALO ENTRE OS PONTOS , HN=AUTOVALOR , H=ALTURA ***  
C *** DE ESCALA EM CADA PONTO , XJN=EXCITACAO EM CADA PONTO , ***  
C *** Y=SOLUCAO , MY=NIVEL SUPERIOR , OMEGA0=EXCITACAO GRAVITA- ***  
C *** CIGNAL NO SOLO ***  
C *****  
COMPLEX ALFA(2001),BETA(2001),Y(MY),UNIMAG,B  
COMPLEX LAMBDA  
REAL LAM,LAMB  
REAL H(MY),XJN(MY)  
MX=MY-1  
XM=0.0  
LAM=4.*KAPA*H(MY)  
LAMB=SQRT(ABS(KAPA*H(MY)/HN-1./4.))  
IF((HN.LT.0.0).OR.(HN.GT.LAM)) GO TO 4  
LAMBDA=CMPLX(LAMB,0.0)  
GO TO 5  
4 LAMBDA=CMPLX(0.0,LAMB)  
5 ALFA1 = (1./(1.-(H(1)/HN-0.5)*DELTA))  
ALFA(1)=CMPLX(ALFA1,0.0)  
BETA1=(-SIGMA*OMEGA0+DELTA)/(GAMA*G*HN*(1.-(H(1)/HN-.5)*DELTA))  
BETA(1)=CMPLX(0.0,BETA1)  
DO 1 M=2,MX  
XM=XM+DELTA  
DEH=(H(M+1)-H(M-1))/(2.*DELTA)  
R1=-(2.+(DELTA*DELTA)/4.*(1.-4./HN*(KAPA*H(M)+DEH)))  
B=CMPLX(B1,0.0)  
D=(DELTA*DELTA)*KAPA*XJN(M)/(GAMA*G*HN*EXP(XM/2.))  
ALFA(M)=-1./(B+ALFA(M-1))  
1 BETA(M)=- (D-BETA(M-1))*ALFA(M)  
Y(MY)=(BETA(MX-1)+BETA(MX)*(2.*UNIMAG*LAMBDA*DELTA+ALFA(MX-1)))/(1  
1.-ALFA(MX)*(2.*UNIMAG*LAMBDA*DELTA+ALFA(MX-1)))  
DO 2 I=1,MX  
MZ=MY-I  
2 Y(MZ)=(ALFA(MZ)*Y(MZ+1)+BETA(MZ))  
RETURN  
END
```

```

C  SUBROUTINE EXCI(COEF1,COEF2,H,DELTA,MY,PI,KAPA,SIGMA,R,XJN,CORF)
C  *****
C  ***** ACHA OS XJN(XM) *****
C  *** COEF1=COEF. DA EXPANSAO DA FUNCAO DE EXCITACAO G P/ H20 ***
C  *** COEF2=COEF. DA EXPANSAO DA FUNCAO DE EXCITACAO G P/ O3 ***
C  *****
REAL H(MY),XJN(MY)
Z=0.0
MX=MY-1
COEF3=-SIGMA*R/KAPA
XJN(1)=COEF3*COEF1*CORF
DO 1 I=2,MX
Z=Z+DELTA*H(I)
FH20 =1./EXP(Z/22.8E03)
FO3 =0.0
IF((Z.GT.18.FO3).AND.(Z.LT.78.E03)) FO3=EXP(0.0116*(Z-18.E03)*1.E=
103)*SIN(PI*(Z-18.E03)/60.E03)
1 XJN(I)=COEF3*CORF*(COEF1*FH20 +COEF2*FO3)
RETURN
END
```

```

SUBROUTINE PFRTEM(CC,ALT,TCOR,HM,MY,HT,TINF)
DIMENSION ALT(11),TCOR(11),HM(20C1)
DELM=HT/FLOAT(MY-1)
ZZ=-DELM
DO 1 J=1,10
IIN=IFIX(ALT(J)/DELM)+1
IFI=IFIX(ALT(J+1)/DELM)
DO 2 I=IIN,IFI
ZZ=ZZ+DELM
2 HM(I)=TCOR(J)+(TCOR(J+1)-TCOR(J))*(ZZ-ALT(J))/(ALT(J+1)-ALT(J))
1 CONTINUE
Q=(TINF-800.)/(750.+1.722E-4*(TINF-800.)*2)
S=0.0291/EXP(Q*Q/2.)
MK=ALT(11)/DELM
DO 3 I=MK+1,MY
AL=FLOAT(I)*DELM
3 HM(I)=TINF-(TINF-HM(MK))/EXP(S*(AL-120.))
DO 4 J=1,MY
4 HM(J)=CC*HM(J)
RETURN
END
```