

PALAVRAS CHAVES / KEY WORDS

AUTORES / AUTHORS

CONTROLE AUTO-SINTONIZÁVEL  
FILTRO DE KALMAN  
CONTROLE DE ATITUDE

AUTORIZADA POR / AUTHORIZED BY

*Ralf Gielow*  
Ralf Gielow  
Presidente do Conselho de PG

AUTOR RESPONSÁVEL  
RESPONSIBLE AUTHOR

*Orlando Sanches Padilha*

DISTRIBUIÇÃO / DISTRIBUTION

INTERNA / INTERNAL  
 EXTERNA / EXTERNAL  
 RESTRITA / RESTRICTED

REVISADA POR / REVISED BY

*Valdir Orlando*  
Valdir Orlando

CDU/UDC

681.5.015.44

DATA / DATE

Agosto 1989

TÍTULO / TITLE	<p>PUBLICAÇÃO Nº PUBLICATION NO INPE-4857-TDL/368</p> <p>TÉCNICAS DE CONTROLE AUTO-SINTONIZÁVEL IMPLÍCITA E EXPLÍCITA, COM ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS VIA FILTRO DE KALMAN, APLICADAS A ATITUDE DE SATÉLITES ARTIFICIAIS.</p>
	<p>AUTORES / AUTHORSHIP</p> <p>Orlando Sanches Padilha</p>

ORIGEM  
ORIGIN

PG/DEM

PROJETO  
PROJECT

FRH/CEA

Nº DE PAG.  
NO OF PAGES

183

ULTIMA PAG.  
LAST PAGE

160

VERSÃO  
VERSION

Nº DE MAPAS  
NO OF MAPS

RESUMO - NOTAS / ABSTRACT - NOTES

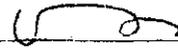
O presente trabalho apresenta o equacionamento e a aplicação, ao controle em três eixos de um satélite artificial de sensoriamento remoto, de técnica de controle auto-sintonizável, nas versões explícita e implícita, com estimação de parâmetros via filtro de Kalman. No emprego desta técnica utiliza-se como representação da dinâmica do sistema a ser controlado uma equação vetorial a diferenças, que relaciona entradas e saídas presentes e passadas, cujos coeficientes, também denominados parâmetros, são estimados em tempo real. Faz-se, ainda, uso de nível de ruído constante no modelo matemático adotado no filtro para os parâmetros com o intuito de obter-se uma ponderação adequada das observações atuais do estado do sistema e, conseqüentemente, um melhor desempenho do algoritmo implementado. A avaliação do desempenho dos procedimentos apresentados, comparado com o de algoritmos auto-sintonizáveis com estimação de parâmetros por mínimos quadrados, é feita através da análise de resultados de testes efetuados por simulação numérica em computador digital. São consideradas condições normais e condições em que se altera propositalmente fatores dinâmicos durante o decorrer do processo, a fim de se avaliar a capacidade de adaptação dos estimadores. Os resultados desta análise comprovam o bom desempenho dos algoritmos implementados em ambas as versões.

OBSERVAÇÕES / REMARKS

Dissertação de Mestrado em Ciência Espacial/Mecânica Orbital, aprovada em 03 de março de 1989.

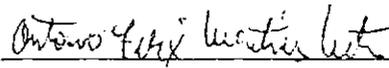
Aprovada pela Banca Examinadora  
em cumprimento a requisito exigido  
para a obtenção do Título de Mestre  
em Ciência Espacial

Dr. Atair Rios Neto



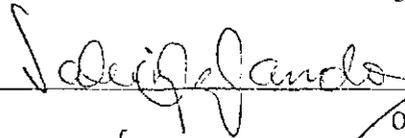
Presidente

Dr. Antonio Felix Martins Neto



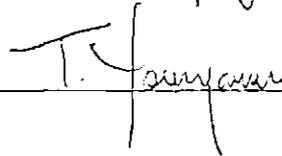
Orientador

Dr. Valcir Orlando



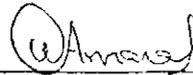
Orientador

Dr. Takashi Yoneyama



Membro da Banca  
-convidado-

Dr. Wagner Caradori do Amaral



Membro da Banca  
-convidado-

Candidato: Orlando Sanches Padilha

São José dos Campos, 03 de março de 1989

### ABSTRACT

*This work presents an application in three axis remote sensing satellite attitude control of the self-tuning technique in both explicit and implicit forms, using parameter estimation with the Kalman filter. The satellite attitude dynamics is represented by a vectorial difference equation relating applied torques to the satellite attitude outputs. The coefficients of this equation, named parameters in the work, are estimated in real time. The mathematical model for the parameters adopted in the filter uses a constant noise level in order to achieve an adequate weighting for the present observations, so entailing a better performance for the implemented algorithm. Through the analysis of tests performed by numerical simulation in digital computers the performance of these procedures is evaluated in comparison with the self-tuning algorithms that use least square parameter estimation. In these tests one considers nominal operational conditions and conditions in which dynamical factors are changed during the process; these last cases are used to evaluate the estimator adaptive capacity. This analysis has shown a good performance in the algorithms performed in both versions.*

À minha Família

#### AGRADECIMENTOS

Inicialmente, gostaria de expressar os meus agradecimentos ao Dr. Valcir Orlando pela constante e dedicada orientação durante todas as fases de desenvolvimento do trabalho proposto, contribuindo decididamente para a qualidade deste trabalho, assim como pela confiança em mim depositada. Agradeço, ainda, ao Dr. Antônio Félix Martins Neto, co-orientador, pelas sugestões e críticas de grande valia para o tema desenvolvido. Aos colegas Hélio Koiti Kuga, Sebastião Eduardo Corsatto Varotto, José Francisco Ribeiro , Luiz Carlos Pacola Sobrinho, Mário César Ricci e Mauro Picinato agradeço pelo apoio e contribuições a este trabalho. Finalmente, agradeço àqueles, cujos nomes não foram citadados, que de alguma forma contribuíram para a conclusão deste trabalho.

## SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
LISTA DE FIGURAS .....	<i>xi</i>
LISTA DE SÍMBOLOS .....	<i>xvii</i>
<u>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO</u> .....	1
<u>CAPÍTULO 2 - FUNDAMENTOS TEÓRICOS</u> .....	5
2.1 - Introdução .....	5
2.2 - Teoria de controle adaptativo .....	5
2.2.1 - Controlador por ganhos programados .....	7
2.2.2 - Controlador adaptativo por modelo de referência.	8
2.2.3 - Controlador auto-sintonizável .....	9
2.3 - Teoria do controlador auto-sintonizável .....	11
2.3.1 - Controlador auto-sintonizável explícito .....	13
2.3.2 - Controlador auto-sintonizável implícito .....	17
2.4 - Filtro de Kalman .....	18
2.5 - Algoritmo QUEST .....	22
<u>CAPÍTULO 3 - PROCEDIMENTO PROPOSTO</u> .....	27
3.1 - Introdução .....	27
3.2 - Algoritmo de controle auto-sintonizável explícito.	27
3.2.1 - Modelagem dinâmica .....	28
3.2.2 - Estimador de parâmetros .....	33
3.2.3 - Cálculo da ação de controle .....	36
3.3 - Algoritmo de controle auto-sintonizável implícito.	42
<u>CAPÍTULO 4 - DESCRIÇÃO E CONDIÇÕES DE TESTE</u> .....	51
4.1 - Introdução .....	51
4.2 - Sistema de controle de atitude .....	51
4.3 - Simulação de atitude e configuração do Satélite considerado .....	52
4.3.1 - Sistemas de referência utilizados .....	53
4.3.2 - Equacionamento dinâmico do satélite .....	55
4.3.3 - Equacionamento cinemático do satélite .....	57

	<u>Pág.</u>
4.3.4 - Modelagem das medidas dos sensores inerciais e não-inerciais .....	58
4.3.5 - Matrizes de rotação necessárias .....	60
4.4 - Aplicação dos algoritmos ao controle auto-sintonizável da atitude do satélite considerado no teste.	63
4.4.1 - Pré-processamento das observações .....	63
4.4.2 - Algoritmo de controle auto-sintonizável explícito .....	67
4.4.3 - Algoritmo de controle auto-sintonizável implícito .....	69
4.4.4 - Dados referentes aos algoritmos com estimação via mínimos quadrados .....	70
4.5 - Dados iniciais .....	71
4.5.1 - Dados relativos à órbita .....	71
4.5.2 - Dados relativos à dinâmica e atitude .....	72
4.5.3 - Dados relativos aos sensores .....	73
4.5.4 - Matrizes de peso utilizadas .....	73
4.5.5 - Valores iniciais dos parâmetros a serem estimados .....	74
4.5.6 - Matrizes de covariância iniciais .....	74
4.5.7 - Intervalo de discretização utilizado e intervalo de tempo de simulado .....	75
<u>CAPÍTULO 5 - APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS</u> ....	77
5.1 - Introdução .....	77
5.2 - Resultados obtidos com estimação de parâmetros via filtro de Kalman sem ruído no modelo dinâmico e com estimação via mínimos quadrados sem fator de esquecimento .....	78
5.3 - Resultados de teste para a verificação da capacidade de adaptação dos algoritmos desenvolvidos ..	91
<u>CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES</u> .....	155
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	157

## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 - Diagrama de blocos do sistema de controle utilizando a técnica de "ganhos programados" .....	8
2.2 - Diagrama de blocos do sistema de controle por modelo de referência .....	9
2.3 - Diagrama de blocos do sistema de controle auto-sintonizável explícito .....	10
2.4 - Diagrama de blocos do sistema de controle auto-sintonizável implícito .....	11
3.1 - Diagrama esquemático do procedimento de controle auto-sintonizável explícito .....	28
3.2 - Diagrama esquemático do procedimento de controle auto-sintonizável implícito .....	43
4.1 - Sistemas de referência utilizados .....	54
4.2 - Representação dos ângulos e velocidades de guinada, rolamento e arfagem .....	55
4.3 - Representação de elementos orbitais .....	61
5.1 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito .....	79
5.2 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito .....	80
5.3 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito .....	81
5.4 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito .....	82
5.5 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo implícito .....	85
5.6 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo explícito .....	86
5.7 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo implícito .....	89

	<u>Pág.</u>
5.8 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo explícito .....	90
5.9 - Gráficos do erro estimado global para o algoritmo implícito .....	91
5.10 - Gráficos do erro estimado global para o algoritmo explícito .....	91
5.11 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito (alteração a) ....	94
5.12 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito (alteração a) ....	95
5.13 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito (alteração a).	96
5.14 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito (alteração a).	97
5.15 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo implícito (alteração a) ...	98
5.16 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo explícito (alteração a) ...	99
5.17 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo implícito (alteração a) .....	100
5.18 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo explícito (alteração a) .....	101
5.19 - Gráficos do erro estimado global para o algoritmo implícito (alteração a) .....	102
5.20 - Gráficos do erro estimado global para o algoritmo explícito (alteração a) .....	102
5.21 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito (alteração b) ....	103
5.22 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito (alteração b) ....	104
5.23 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito (alteração b).	105
5.24 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito (alteração b).	106

	<u>Pág.</u>
5.25 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo implícito (alteração b) .....	107
5.26 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo explícito (alteração b) .....	108
5.27 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo implícito (alteração b) .....	109
5.28 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo explícito (alteração b) .....	110
5.29 - Gráficos do erro estimado global para o algoritmo implícito (alteração b) .....	111
5.30 - Gráficos do erro estimado global para o algoritmo explícito (alteração b) .....	111
5.31 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito (alteração a). .....	115
5.32 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito (alteração a). .....	116
5.33 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração a) .....	117
5.34 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração a) .....	118
5.35 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito (alteração a) .....	119
5.36 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito (alteração a) .....	120
5.37 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração a) .....	121

5.38 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração a) .....	122
5.39 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo implícito (alteração a) .....	123
5.40 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo explícito (alteração a) .....	124
5.41 - Gráficos das componentes do vetor de controle para o algoritmo implícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração a) .....	125
5.42 - Gráficos das componentes do vetor de controle para o algoritmo explícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração a) .....	126
5.43 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo implícito (alteração a) .....	127
5.44 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo explícito (alteração a) .....	128
5.45 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo implícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração a) .....	129
5.46 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo explícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração a) .....	130
5.47 - Gráficos do erro estimado global para o algoritmo implícito (alteração a) .....	131
5.48 - Gráficos do erro estimado global para o algoritmo explícito (alteração a) .....	132
5.49 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito (alteração b).	133
5.50 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito (alteração b).	134

5.51 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração b) .....	135
5.52 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração b) .....	136
5.53 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito (alteração b) .....	137
5.54 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito (alteração b) .....	138
5.55 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração b) .....	139
5.56 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração b) .....	140
5.57 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo implícito (alteração b) .....	141
5.58 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo explícito (alteração b) .....	142
5.59 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo implícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração b) .....	143
5.60 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo explícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração b) .....	144
5.61 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo implícito (alteração b) .....	145
5.62 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo explícito (alteração b) .....	146

5.63 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo implícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração b) .....	147
5.64 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo explícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração b) .....	148
5.65 - Gráficos do erro estimado global para o algoritmo implícito (alteração b) .....	149
5.66 - Gráficos do erro estimado global para o algoritmo explícito (alteração b) .....	150

## LISTA DE SÍMBOLOS

- $A(q^{-1})$  - Polinômio matricial, na variável  $q$ , correspondente ao vetor de observações do sistema, na equação a diferenças deste
- $B(q^{-1})$  - Polinômio matricial, na variável  $q$ , correspondente ao vetor de controle do sistema, na equação a diferenças deste
- $C(q^{-1})$  - Polinômio matricial, na variável  $q$ , correspondente ao vetor de ruídos do sistema, na equação a diferenças deste
- $\underline{D}$  - Vetor constante, de dimensão  $n_y$ , da resposta do sistema à entrada nula
- $d$  - Atraso implícito do sistema
- $E\{.\}$  - Operador valor esperado
- $\underline{e}(k)$  - Vetor de dimensão  $n_y$  de ruídos, no instante  $t_k$
- $F(q^{-1})$  - Polinômio matricial, na variável  $q$ , correspondente ao vetor de observações do sistema, na equação de determinação do controle auto-sintonizável implícito
- $G(q^{-1})$  - Polinômio matricial, na variável  $q$ , correspondente ao vetor de controle do sistema, na equação de determinação do controle auto-sintonizável implícito
- $G(k-1)$  - Matriz de dimensão  $n_x r$

$H(k)$	- Matriz associada às observações do sistema na formulação do filtro de Kalman no instante $t_k$
$I$	- Matriz identidade
$I_A, I_B, I_C$	- Momentos principais de inércia do satélite
$J(\underline{y}, \underline{u}, \underline{W}, k)$	- Índice de desempenho a ser minimizado para obtenção do vetor de controle
$\underline{K}(k)$	- Vetor ganho de Kalman
$k$	- Forma simplificada de descrição do instante de amostragem
$L(q^{-1})$	- Polinômio matricial, na variável $q$ , associado ao vetor de observações até o instante $t_k$ , do previsor do vetor de observações
$M(q^{-1})$	- Polinômio matricial, na variável $q$ , associado ao vetor de controle, na expressão do previsor do vetor de observações
$N(q^{-1})$	- Polinômio matricial, na variável $q$ , associado ao vetor constante $\underline{D}$ , na expressão do previsor do vetor de observações
$n_u$	- Número de entradas do sistema
$n_y$	- Ordem do sistema
$O(q^{-1})$	- Polinômio matricial, na variável $q$ , correspondente ao vetor constante $\underline{D}$ , na equação de determinação do controle auto-sintonizável implícito

- $P(q^{-1})$  - Polinômio matricial, na variável  $q$ , correspondente ao vetor de observações do sistema, na equação do índice de desempenho
- $\hat{P}(k/k-1)$  - Matriz de covariância do estado, associada ao seu valor propagado
- $\hat{P}(k/k)$  - Matriz de covariância do estado, associada ao seu valor atualizado
- $P_y(k)$  - Matriz de covariância do erro na observação, no instante  $t_k$
- $\tilde{P}_y(k)$  - Matriz de covariância diagonal, gerada a partir da matriz  $P_y(k)$
- $P_\psi$  - Matriz de covariância associada ao erro no vetor de observações transformadas utilizado no estimador de parâmetros do algoritmo auto-sintonizável implícito
- $Q(q^{-1})$  - Polinômio matricial, na variável  $q$ , correspondente ao vetor de controle do sistema, na equação do índice de desempenho
- $\tilde{Q}(k)$  - Matriz de densidade espectral do ruído do estado, no instante  $t_k$
- $q^{-1}$  - Operador atraso unitário no tempo
- $\tilde{q}$  - Vetor quaternion relativo entre os sistemas de referência orbital e do satélite
- $R(q^{-1})$  - Polinômio matricial, na variável  $q$ , correspondente ao vetor de referências do sistema, na equação do índice de desempenho

- $\bar{R}(k)$  - Matriz de densidade espectral do ruído nas observações, no instante  $t_k$
- $S(k)$  - Vetor linha de sinais, de dimensão  $s$ , utilizado no algoritmo auto-sintonizável explícito
- $S'(k)$  - Vetor linha de sinais, de dimensão  $s$ , utilizado no algoritmo auto-sintonizável implícito
- $T_x, T_y, T_z$  - Torques de perturbação ambiental
- $T_{jx}, T_{jy}, T_{jz}$  - Torques aplicados por propulsores
- $t_k$  - Instante de amostragem
- $\underline{u}(k)$  - Vetor de dimensão  $n_u$  das variáveis de controle (entrada) do sistema, no instante  $t_k$
- $\underline{v}(k)$  - Vetor de ruído nas observações no instante  $t_k$
- $\underline{W}(k)$  - Vetor de referências no instante  $t_k$
- $\underline{w}(k-1)$  - Vetor de ruído no estado dinâmico do sistema, no instante  $t_{k-1}$
- $\underline{X}_i(k)$  - Vetor de dimensão  $s$ , composto pelas  $i$ -ésimas  $l_i$  linhas das matrizes que representam os parâmetros a serem estimados no instante  $t_k$ , no algoritmo auto-sintonizável explícito
- $\underline{X}'_i(k)$  - Vetor de dimensão  $s$ , composto pelas  $i$ -ésimas  $l_i$  linhas das matrizes que representam os parâmetros a serem estimados no instante  $t_k$ , no algoritmo auto-sintonizável implícito

$\underline{x}(k)$	- Vetor que representa o estado do sistema no instante $t_k$
$\underline{\hat{x}}(k/k-1)$	- Valor propagado, entre os instantes $t_{k-1}$ e $t_k$ , do vetor de estado do sistema
$\underline{\hat{x}}(k/k)$	- Valor atualizado do vetor de estado do sistema
$y(k)$	- Vetor de dimensão $n$ das variáveis de resposta do sistema a ser controlado, no instante $t_k$
$\underline{\hat{y}}(k+d/d)$	- Valor previsto do vetor de observações no instante $t_{k+d}$ a partir de dados até o instante $t_k$
$Z(q^{-1})$	- Polinômio matricial, na variável $q$ , correspondente ao vetor de referências do sistema, na equação de determinação do controle auto-sintonizável implícito
$\underline{z}(k)$	- Vetor de observações do sistema no instante $t_k$ , utilizado na formulação do filtro de Kalman
$\Delta t$	- Intervalo de discretização do sistema
$\delta_{kj}$	- Função delta de Kronecker
$\underline{\varepsilon}$	- Erro no processo de previsão do vetor $\underline{y}(k+d)$
$\theta_1$	- Ângulo de rolamento
$\theta_2$	- Ângulo de guinada
$\theta_3$	- Ângulo de arfagem
$\dot{\theta}_1$	- Velocidade de rolamento

- $\dot{\theta}_2$  - Velocidade de guinada
- $\dot{\theta}_3$  - Velocidade de arfagem
- $\Phi(k, k-1)$  - Matriz de transição de estado do sistema entre os instantes  $t_{k-1}$  e  $t_k$
- $\underline{\psi}(k)$  - Vetor de observações transformadas utilizado no estimador de parâmetros do algoritmo auto-sintonizável implícito
- $\underline{\omega}(k)$  - Vetor velocidade angular do satélite no instante  $t_k$
- $\underline{\omega}_r(k)$  - Vetor velocidade angular de referência no instante  $t_k$
- $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  - Velocidades angulares do satélite

## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

O sistema de controle de atitude de um satélite artificial representa um papel importante dentro da missão a que este se destina. Para um satélite do tipo de sensoriamento remoto, em que um dos seus eixos deve ser direcionado segundo a vertical local, o alinhamento entre o referencial fixo ao seu corpo e referencial orbital deve ser preciso de forma a possibilitar um desempenho adequado dos demais sistemas que o constituem (apontamento de antenas e câmaras, por exemplo) e, conseqüentemente, garantir o sucesso da missão.

No presente trabalho são apresentadas e analisadas duas versões de controladores auto-sintonizáveis (explícita e implícita), que realizam estimação de parâmetros via filtro de Kalman, aplicadas ao controle em três eixos de atitude de satélites artificiais terrestres, do tipo de sensoriamento remoto. Embora o modelo dinâmico do satélite considerado seja conhecido com boa precisão, este é utilizado apenas para a simulação numérica de seu movimento de atitude. A aplicação dos controladores, porém, apenas para efeito de testes para a análise dos procedimentos, supõe o não conhecimento do modelo dinâmico do satélite, assumindo para o citado modelo uma representação na forma de entradas e saídas. O controlador auto-sintonizável explícito estima os parâmetros (coeficientes) desta representação para, a seguir, determinar a lei de controle que minimize um índice de desempenho específico. Já o controlador auto-sintonizável implícito estima diretamente os parâmetros da lei de controle (Aström, 1983; Harris & Billings, 1981).

A estimação de parâmetros, para ambas versões implementadas, é feita via filtro de Kalman (Maybeck, 1979; Jaswinski, 1970; Liebelt, 1967). A maioria dos trabalhos

encontrados na literatura apresenta controladores auto-sintonizáveis que realizam estimação de parâmetros por mínimos quadrados (Borisson, 1979; Clarke & Gawthrop, 1975; Koivo, 1980; Strejc, 1980; Morichita, 1985; Ribeiro, 1986), algumas citando a possibilidade de implementação de procedimento de estimação via filtro de Kalman (Aström & Eykhoff, 1971; Lorangeira, 1986).

As saídas consideradas para o sistema a ser controlado são obtidas a partir de medidas de sensores de atitude não-inerciais (sensores solares e de horizonte) e inerciais (girômetros). Estas medidas não são empregadas diretamente, mas são pré-processadas para adquirir uma forma conveniente ao emprego dos controladores implementados. Este pré-processamento utiliza uma técnica de estimação estática de atitude, denominada algoritmo QUEST (Shuster & Oh, 1981; Varotto, 1987).

O trabalho desenvolvido é apresentado da seguinte maneira:

- o Capítulo 2 apresenta resumidamente os fundamentos teóricos em que estão embasados os procedimentos desenvolvidos, constituindo-se de uma breve apresentação da teoria de controle adaptativo, uma descrição dos controladores auto-sintonizáveis, versão explícita, uma descrição sucinta da estrutura do algoritmo ótimo de estimação conhecido por filtro de Kalman e, por fim, uma breve explanação do estimador estático de atitude conhecido por algoritmo QUEST;
- o Capítulo 3 é dedicado à apresentação e descrição mais detalhada dos procedimentos desenvolvidos, constituindo-se da modelagem dinâmica, estrutura do estimador de parâmetros e determinação da lei de controle, para ambas versões (explícita e implícita);

- o Capítulo 4 é dedicado à descrição e condições de teste, onde são apresentados os dados relativos à aplicação dos procedimentos desenvolvidos ao controle de atitude de um determinado satélite, via simulação numérica em computador digital. Este capítulo constitui-se da apresentação da configuração do sistema de controle de atitude do satélite, dos dados referentes à órbita e atitude iniciais e as simplificações necessárias ao emprego dos procedimentos desenvolvidos;
- o Capítulo 5 apresenta e discute os resultados (na forma de gráficos) das simulações numéricas realizadas para verificação do desempenho dos procedimentos desenvolvidos. São também apresentados, a título de comparação, os resultados de procedimentos de controle auto-sintonizáveis que realizam estimação de parâmetros via mínimos quadrados.
- o Capítulo 6 é dedicado às conclusões finais.

## CAPÍTULO 2

### FUNDAMENTOS TEÓRICOS

#### 2.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo são resumidamente descritos os fundamentos teóricos em que se baseiam os procedimentos apresentados. Primeiramente, faz-se uma breve explanação, de caráter geral, sobre a teoria de controle adaptativo para, a seguir, mostrar-se de forma mais detalhada a estrutura básica do controlador auto-sintonizável. Maiores informações sobre o tema podem ser encontradas em Aström (1979, 1983, 1987), Koivo (1980) e Harris & Billings (1981). Em seguida, descreve-se, resumidamente, o equacionamento do Filtro de Kalman que será utilizado nas versões implícita e explícita do algoritmo auto-sintonizável para controle de atitude de satélites artificiais apresentado neste trabalho, como estimador dos parâmetros do sistema. Descrições mais detalhadas do Filtro de Kalman são amplamente difundidas na literatura, podendo-se citar, por exemplo, Maybeck (1979), Jaswinski (1970) e Liebelt (1967) como fontes para o referido assunto. Finalmente, o equacionamento do algoritmo QUEST (Quaternion Estimator), um estimador ótimo local de atitude utilizado no procedimento de controle objeto deste trabalho como processador de observações para o estimador de parâmetros do sistema, é mostrado de maneira sucinta. Informações mais detalhadas deste algoritmo podem ser encontradas em Shuster & Oh (1981) e Varotto (1987).

#### 2.2 - TEORIA DE CONTROLE ADAPTATIVO

A utilização de controladores adaptativos surgiu da motivação pela busca de controladores que tivessem a capacidade de trabalhar, corretamente, em diferentes faixas de operação. Este era o caso do projeto de pilotos automáticos para aviões de alto desempenho, na década de 50. Mas, nesta época, o desenvolvimento deste tipo de controlador ficou

restrito devido à inexistência de teoria na área. O avanço da teoria de controle em diversas áreas, a partir da década de 50, cooperou para o entendimento e desenvolvimento dos controladores adaptativos. O progresso da indústria de microeletrônica também foi um forte fator que permitiu a disseminação de controladores adaptativos facilitando suas implementações com redução de custos.

Existem na literatura diferentes definições para sistemas de controle adaptativos, onde a maioria apresenta um caráter um tanto vago devido à grande variedade de mecanismos através dos quais a adaptação pode ser conseguida, e também devido a uma falha em diferenciar entre as manifestações externas do comportamento adaptativo e os mecanismos internos usados para consegui-lo (Ogata, 1982). Uma definição de sistema de controle adaptativo é aquele que mede, de forma contínua e automática, as características dinâmicas do processo, as compara com as características dinâmicas desejadas e usa a diferença para variar os parâmetros ajustáveis do sistema ou para gerar um sinal atuante que mantenha o desempenho ótimo do sistema independente de mudanças ou, ainda, o sistema pode medir continuamente seu desempenho de acordo com um dado índice de desempenho e modificar, se necessário, seus próprios parâmetros para manter o desempenho ótimo. (Ogata, 1982). De outra maneira pode-se considerar um controlador adaptativo apenas como um tipo de controlador estocástico não linear (Aström, 1983).

Um controlador adaptativo é composto de duas malhas: a primeira é constituída simplesmente pela realimentação da saída do sistema a ser controlado; a segunda é composta pelo mecanismo de ajuste dos parâmetros do controlador (malha de adaptação). O principal problema deste esquema de controle é a determinação deste mecanismo de ajuste de parâmetros como função das mudanças e distúrbios na dinâmica do sistema. Diferentes formas de projeto deste mecanismo podem ser utilizadas, as quais resultam em diferentes categorias de controla

dores. Os três principais tipos de controladores obtidos, segundo Aström (1983), são: o controlador por ganhos programados, o controlador por modelo de referência e o controlador auto-sintonizável.

### 2.2.1 - CONTROLADOR POR GANHOS PROGRAMADOS

A denominação "controlador por ganhos programados" é decorrente de sua aplicação original ao ajuste de ganhos de um processo a ser controlado. O princípio de funcionamento deste controlador é baseado na determinação de parâmetros da lei de controle utilizando-se variáveis auxiliares que estão intimamente relacionadas às mudanças na dinâmica do sistema a ser controlado. Estas variáveis auxiliares são, normalmente, escolhidas baseando-se no conhecimento do comportamento físico do sistema.

O mecanismo de ajuste de parâmetros é determinado a priori, ou seja, determina-se um conjunto de parâmetros para a lei de controle associado a um certo número de condições de operação. Assim, dentro de uma determinada condição de operação, utiliza-se um conjunto de parâmetros da lei de controle previamente definido. Alterando-se o ponto de operação do sistema passa-se, conseqüentemente, a utilizar um novo conjunto de parâmetros da lei de controle que está relacionado a esta nova condição de operação. Esta característica coloca em discussão a adequação ou não de considerar-se este tipo de controlador como adaptativo. No entanto, esta técnica é muito útil na redução de efeitos devidos a variações de parâmetros do sistema, além de permitir uma comutação rápida de diferentes condições de operação (Aström, 1983).

Um diagrama de blocos deste tipo de controlador é apresentado na Figura 2.1.

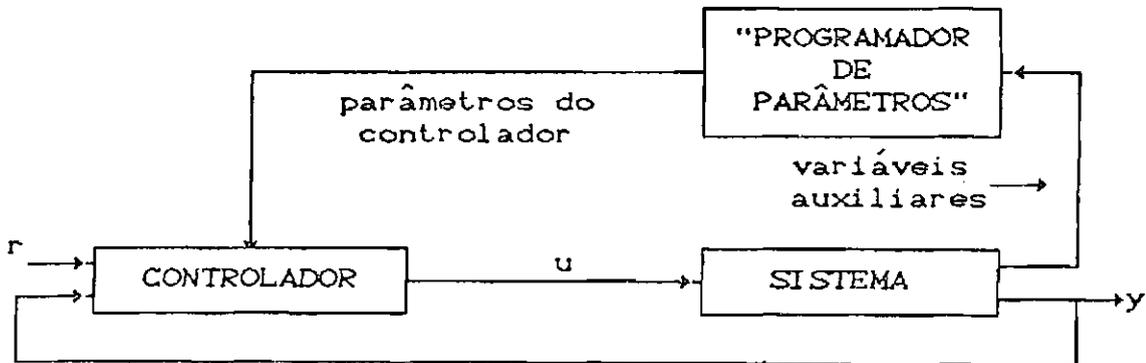


Fig. 2.1 - Diagrama de blocos do sistema de controle utilizando a técnica de "ganhos programados".

### 2.2.2 - CONTROLADOR ADAPTATIVO POR MODELO DE REFERÊNCIA

O princípio de operação deste controlador é baseado no ajuste dos parâmetros do controlador do sistema (basicamente os parâmetros da lei de controle) em função da variável de controle anteriormente aplicada, da resposta do sistema e do erro entre as respostas dos sistemas real e ideal (modelo de referência).

O objetivo deste tipo de controlador é, então, fazer com que a resposta ( $y$ ) do sistema real siga a resposta de seu modelo ideal ( $y_m$ ), de maneira a conduzir o erro (diferença) entre estas duas medidas para o menor valor possível (Aström, 1983; Landau, 1979).

As especificações de funcionamento são dadas em termos deste modelo que informa como o sistema idealmente reagiria a um determinado sinal de controle.

Um diagrama de blocos deste controlador é apresentado na Figura 2.2.

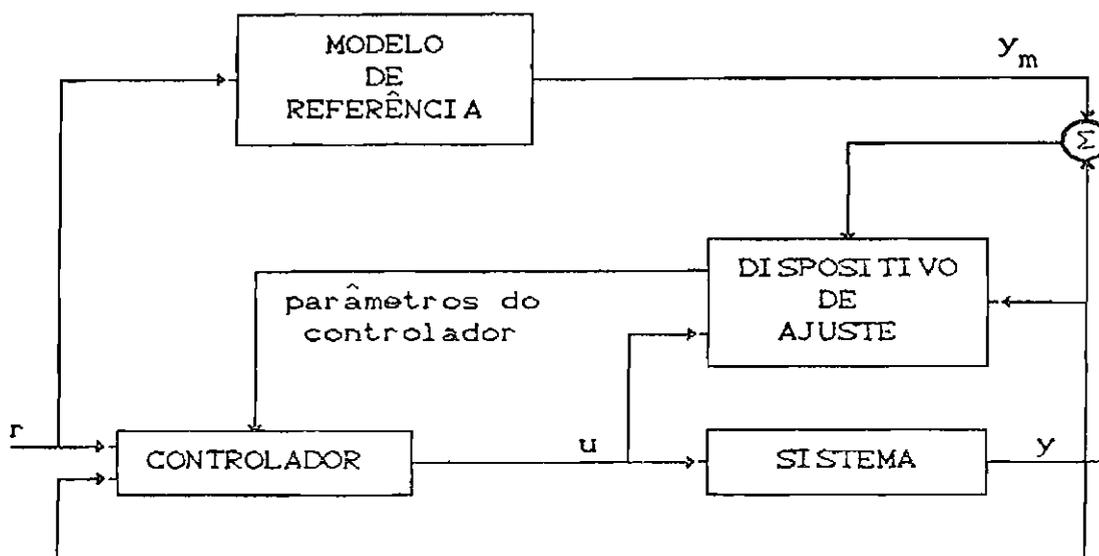


Fig. 2.2 - Diagrama de blocos do sistema de controle por modelo de referência.

### 2.2.3 - CONTROLADOR AUTO-SINTONIZÁVEL

Este tipo de controlador tem sua estrutura baseada na estimação, em tempo real, de parâmetros do sistema a ser controlado ou do próprio controlador. No primeiro caso é denominado controlador auto-sintonizável explícito e no segundo é denominado controlador auto-sintonizável implícito. Em ambos os casos a estimação de parâmetros permite:

- o controle de sistemas sem o conhecimento de modelos matemáticos de suas dinâmicas;

- a sintonização automática do controle a alterações na dinâmica do sistema e a influências de perturbações (ruídos externos e erros no modelo adotado) no comportamento deste.

Os diagramas de blocos dos dois tipos de controladores auto-sintonizáveis são apresentados nas Figuras 2.3 e 2.4.

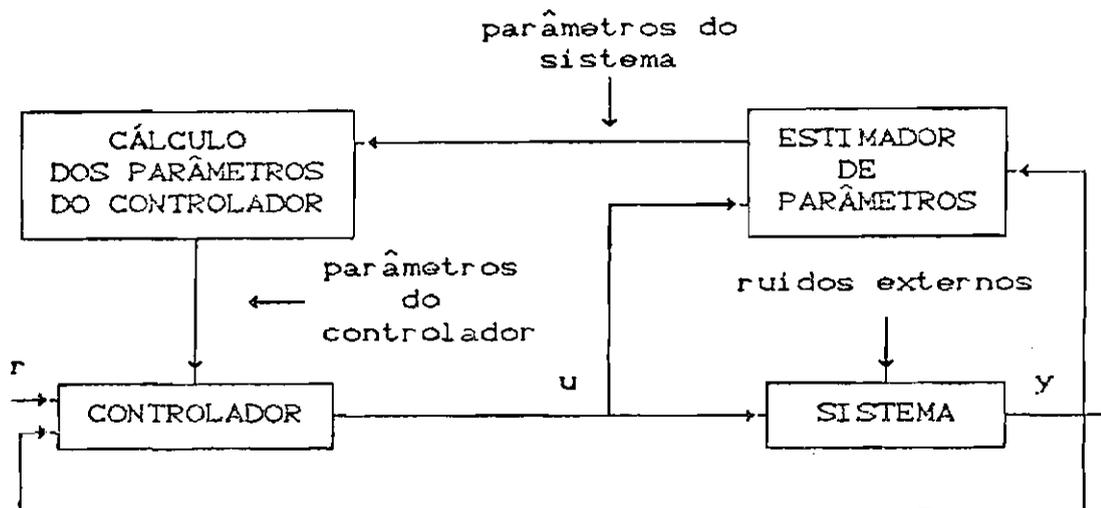


Fig. 2.3 - Diagrama de Blocos do Sistema de Controle Auto-sintonizável explícito.

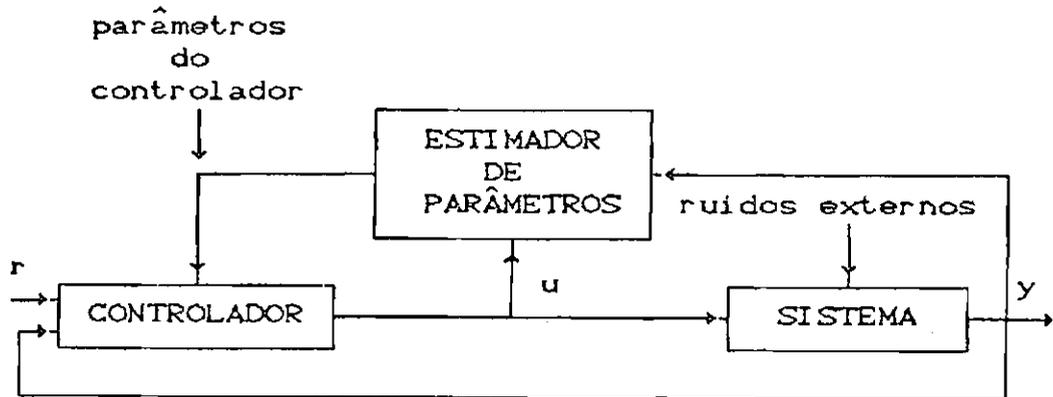


Fig. 2.4 - Diagrama de blocos do sistema de controle auto-sintonizável implícito.

### 2.3 - TEORIA DO CONTROLADOR AUTO-SINTONIZÁVEL

A estrutura do controlador auto-sintonizável, como foi visto no item anterior, é composta por duas malhas: uma malha de realimentação da saída do sistema e outra malha que contém os blocos de estimação de parâmetros do sistema e determinação dos parâmetros do controlador. Para a formulação do algoritmo de controle auto-sintonizável supõe-se a descrição do sistema na forma da equação a diferenças:

$$A(q^{-1})\underline{y}(k) = B(q^{-1})\underline{u}(k-d) + C(q^{-1})\underline{e}(k) + \underline{D} \quad (2.1)$$

onde:

- $q^{-1}$  é o operador de atraso unitário no tempo;
- $\underline{y}(k)$  é o vetor de dimensão  $n_y$  das variáveis de resposta do sistema a ser controlado;

- $\underline{u}(k-d)$  é o vetor de dimensão  $n_u$  das variáveis de controle do sistema e  $d$  é o atraso implícito do sistema;
- $\underline{e}(k)$  é um valor de dimensão  $n_y$  de ruídos;
- $\underline{D}$  é o vetor constante, de dimensão  $n_y$ , da resposta do sistema à entrada nula (ausência de controle);
- $A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$  e  $C(q^{-1})$  são polinômios matriciais na variável  $q$ , de dimensões  $n_y \times n_y$ ,  $n_y \times n_u$  e  $n_y \times n_y$ , respectivamente, descritos por:

$$A(q^{-1}) = I + A_1q^{-1} + A_2q^{-2} + \dots + A_{na}q^{-na} \quad (2.2.a)$$

$$B(q^{-1}) = B_0 + B_1q^{-1} + B_2q^{-2} + \dots + B_{nb}q^{-nb} \quad (2.2.b)$$

$$C(q^{-1}) = I + C_1q^{-1} + C_2q^{-2} + \dots + C_{nc}q^{-nc} \quad (2.2.c)$$

sendo  $na$ ,  $nb$  e  $nc$  números inteiros que representam os graus dos respectivos polinômios:

Tendo em vista que (Franklin & Powell, 1980):

$$q^{-1}f(k) = f(k-1) \quad (2.3)$$

e substituindo-se as Expressões 2.2.a, 2.2.b e 2.2.c, a Equação 2.1 pode ser re-escrita na forma:

$$\begin{aligned} \underline{y}(k) = & - A_1\underline{y}(k-1) - A_2\underline{y}(k-2) - \dots - A_{na}\underline{y}(k-na) + \\ & + B_0\underline{u}(k-d) + B_1\underline{u}(k-d-1) + B_2\underline{u}(k-d-2) + \dots + \\ & + B_{nb}\underline{u}(k-d-nb) + \underline{e}(k) + C_1\underline{e}(k-1) + C_2\underline{e}(k-2) + \\ & + \dots + C_{nc}\underline{e}(k-nc) + \underline{D} \end{aligned} \quad (2.4)$$

O controlador auto-sintonizável é denominado explícito quando estima diretamente os parâmetros da modelagem

do sistema (matrizes  $A_1, A_2, \dots, A_{na}, B_0, B_1, \dots, B_{nb}, C_1, C_2, \dots, C_{nc}$  e o vetor  $\underline{D}$  na Expressão 2.4) e a partir destas estimativas determina o vetor de controle. O controlador auto-sintonizável é dito implícito quando são estimados diretamente os parâmetros (coeficientes) da expressão final obtida para o vetor de controle. Ambos os tipos serão brevemente descritos na sequência.

### 2.3.1 - CONTROLADOR AUTO-SINTONIZÁVEL EXPLÍCITO

Com a dinâmica do sistema a ser controlado modelada na forma da Expressão 2.1 ou da Expressão 2.4 fica evidenciado, no caso explícito, quais os parâmetros do sistema a serem estimados: as matrizes  $A_i, B_j$  e  $C_l$  (com  $i = 1, \dots, na; j = 0, \dots, nb; l = 1, \dots, nc$ ) e o vetor  $\underline{D}$ .

Várias técnicas tem sido utilizadas para a determinação dos parâmetros do sistema, destacando-se, porém, estimadores baseados na técnica de mínimos quadrados, mais frequentemente utilizados em aplicações de controladores auto-sintonizáveis encontrados na literatura e referências.

No procedimento tratado neste trabalho considera-se a utilização de um estimador estocástico recursivo de estados, denominado filtro de Kalman, aplicado à estimação de parâmetros. Para isto o problema é colocado em uma forma conveniente à aplicação do filtro à sua solução.

Em cada instante de amostragem de observações após a estimação dos parâmetros correspondentes a este instante, estes são utilizados para a obtenção do valor da variável de controle a ser aplicada ao sistema no instante em questão. A obtenção da lei de controle é feita a partir da minimização de um índice de desempenho que penaliza o valor esperado na norma da diferença entre a resposta do sistema em um instante futuro e o valor que se deseja que a saída assuma

neste instante (valor de referência). No índice de desempenho também a quantidade de energia dispendida pela ação de controle é penalizada. Considera-se, pois, este índice dado por:

$$J(\underline{y}, \underline{u}, \underline{W}, k) = E\{ \|\ P(q^{-1})\underline{y}(k+d) - R(q^{-1})\underline{W}(k) \|^2 + \|\ Q(q^{-1})\underline{u}(k) \|^2 \} \quad (2.5)$$

onde:

- $\underline{y}(k+d)$  é o vetor de saídas do sistema no instante  $t_{k+d} = (k+d)\Delta t$ ,  $\Delta t$  sendo o intervalo de discretização do sistema (note-se que, considerando o instante  $t_k$  como o instante atual, então  $\underline{y}(k+d)$  representa o valor de  $\underline{y}$  d passos à frente);
- $\underline{W}(k)$  é o vetor de referências no instante  $t_k$ ;
- $\underline{u}(k)$  é o vetor de controle no instante  $t_k$ ;
- $P(q^{-1})$ ,  $R(q^{-1})$  e  $Q(q^{-1})$  são polinômios matriciais de dimensões  $n_y \times n_y$ ,  $n_y \times n_y$  e  $n_u \times n_u$ , respectivamente definidos por:

$$P(q^{-1}) = P_0 + P_1q^{-1} + P_2q^{-2} + \dots + P_{np}q^{-np} \quad (2.6.a)$$

$$R(q^{-1}) = R_0 + R_1q^{-1} + R_2q^{-2} + \dots + R_{nr}q^{-nr} \quad (2.6.b)$$

$$Q(q^{-1}) = Q_0 + Q_1q^{-1} + Q_2q^{-2} + \dots + Q_{nq}q^{-nq} \quad (2.6.c)$$

Ressalta-se ainda que:

$$\|\underline{v}\|^2 = \underline{v}^T \underline{v} \quad (2.7)$$

Nota-se na expressão do índice de desempenho (2.5) a presença de um termo futuro ( $\underline{y}(k+d)$ ). Para que, através da minimização em relação a  $\underline{u}(k)$ , possa ser obtida a equação do valor ótimo  $\underline{u}^*(k)$ , a partir da saída presente  $\underline{y}(k)$  é necessário que se obtenha uma expressão que permita a previsão de  $\underline{y}(k+d)$  em função de valores de saídas presente e controles passados. Este previsior é normalmente desenvolvido, segundo um critério de otimização de mínimos quadrados, a partir da equação a diferenças do sistema, Equação 2.4. No caso do controlador auto-sintonizável explícito, o previsior utiliza diretamente os parâmetros estimados do sistema. Chamando-se  $\hat{\underline{y}}(k+d/k)$  ao valor da previsão de  $\underline{y}(k+d)$  a partir de valores de  $\underline{y}$  até o instante  $k$ , inclusive, pode-se escrever:

$$\underline{y}(k+d) = \hat{\underline{y}}(k+d/k) + \underline{\varepsilon} \quad (2.8)$$

onde  $\underline{\varepsilon}$  é o erro cometido no processo de previsão,

Substituindo-se a Expressão 2.8 em 2.5 obtém-se:

$$J(\underline{y}, \underline{u}, \underline{W}, k) = E\{ \left\| P(q^{-1}) [\hat{\underline{y}}(k+d/k) + \underline{\varepsilon}] - R(q^{-1}) \underline{W}(k) \right\|^2 + \left\| Q(q^{-1}) \underline{u}(k) \right\|^2 \} \quad (2.9)$$

Como não existe correlação entre  $P(q^{-1}) \underline{\varepsilon}$  e os produtos  $P(q^{-1}) \hat{\underline{y}}(k+d/k)$ ,  $R(q^{-1}) \underline{W}(k)$  e  $Q(q^{-1}) \underline{u}(k)$  (Clarke & Gawthrop, 1975; Koivo, 1980), a Expressão 2.9 pode ser re-escrita na forma:

$$J(\underline{y}, \underline{u}, \underline{W}, k) = \left\| P(q^{-1}) \hat{\underline{y}}(k+d/k) - R(q^{-1}) \underline{W}(k) \right\|^2 + \left\| Q(q^{-1}) \underline{u}(k) \right\|^2 + E\{ \left\| P(q^{-1}) \underline{\varepsilon} \right\|^2 \} \quad (2.10)$$

O objetivo, para a obtenção da lei de controle, é minimizar o índice de desempenho  $J(\underline{y}, \underline{u}, \underline{W}, k)$  com relação a  $\underline{u}(k)$ , ou seja, deseja-se encontrar:

$$\min_{\underline{u}(k)} J(\underline{y}, \underline{u}, \underline{W}, k) = \min_{\underline{u}(k)} [ \| P(q^{-1})\hat{\underline{y}}(k+d/k) - R(q^{-1})\underline{W}(k) \|^2 + \| Q(q^{-1})\underline{u}(k) \|^2 + E\{ \| P(q^{-1})\underline{\varepsilon} \|^2 \} ] \quad (2.11)$$

Uma condição necessária para a obtenção do valor mínimo deste índice de desempenho é que o gradiente de  $J(\underline{y}, \underline{u}, \underline{W}, k)$  com relação a  $\underline{u}(k)$  seja nulo, resultando:

$$\frac{\partial J(\underline{y}, \underline{u}, \underline{W}, k)}{\partial \underline{u}(k)} = 2 \left\{ \left[ \frac{\partial (P(q^{-1})\hat{\underline{y}}(k+d/k))}{\partial \underline{u}(k)} \right]^T \left[ P(q^{-1})\hat{\underline{y}}(k+d/k) - R(q^{-1})\underline{W}(k) \right] + Q_0^T Q(q^{-1})\underline{u}(k) \right\} = 0 \quad (2.12)$$

Logo, o valor do vetor de controle que minimiza o índice de desempenho  $J(\underline{y}, \underline{u}, \underline{W}, k)$  é aquele que satisfaz a relação:

$$\left[ \frac{\partial P(q^{-1})\hat{\underline{y}}(k+d/k)}{\partial \underline{u}(k)} \right] \left[ P(q^{-1})\hat{\underline{y}}(k+d/k) - R(q^{-1})\underline{W}(k) \right] + Q_0^T Q(q^{-1})\underline{u}(k) = 0. \quad (2.13)$$

Uma vez que a estimativa  $\hat{\underline{y}}(k+d/k)$  é obtida em função dos parâmetros estimados do sistema, a Equação 2.13 expressa a lei de controle do sistema em função, além de saídas

e controles presente e anteriores, dos valores estimados para os citados parâmetros.

### 2.3.2 - CONTROLADOR AUTO-SINTONIZÁVEL IMPLÍCITO

O algoritmo de controle auto-sintonizável implícito é estruturado de forma a estimar, diretamente, os parâmetros que compõem a expressão da lei de controle. Assim sendo, os parâmetros por ele estimados englobam todas as influências devidas aos parâmetros do sistema e permitem o cálculo direto da lei de controle. Desta forma evita-se a etapa de estimação dos parâmetros do sistema (realizada na versão explícita). De maneira análoga ao controlador auto-sintonizável explícito faz-se todo um desenvolvimento a partir da Expressão 2.1 até chegar a Equação 2.13, a qual, se solucionada, permite o cálculo do controle  $\underline{u}(k)$ . Considerando que o valor previsto  $\hat{y}(k+d/k)$  seja descrito em função das observações  $\underline{y}$ , controles  $\underline{u}$  e do vetor  $\underline{D}$ , até o instante  $t_k$ , a Expressão 2.13 pode ser re-escrita de uma forma mais conveniente como:

$$F(q^{-1})\underline{y}(k) + G(q^{-1})\underline{u}(k) + Z(q^{-1})\underline{W}(k) + O(q^{-1})\underline{D} = 0 \quad (2.14)$$

onde:

$$F(q^{-1}) = F_0 + F_1q^{-1} + F_2q^{-2} + \dots + F_{nf}q^{-nf} \quad (2.15.a)$$

$$G(q^{-1}) = G_0 + G_1q^{-1} + G_2q^{-2} + \dots + G_{ng}q^{-ng} \quad (2.15.b)$$

$$Z(q^{-1}) = Z_0 + Z_1q^{-1} + Z_2q^{-2} + \dots + Z_{nz}q^{-nz} \quad (2.15.c)$$

$$O(q^{-1}) = O_0 + O_1q^{-1} + O_2q^{-2} + \dots + O_{no}q^{-no} \quad (2.15.d)$$

com todas as matrizes que compõem os polinômios matriciais da dos pelas equações acima tendo dimensão  $n \times n$ .

Assim, observando a Expressão 2.14, o algoritmo

de controle auto-sintonizável implícito tem sua estrutura baseada, primeiro na estimação das matrizes que compõem os polinômios matriciais  $F(q^{-1})$ ,  $G(q^{-1})$ ,  $Z(q^{-1})$  e  $0(q^{-1})$ , para, então, a partir destas, permitir o cálculo direto do vetor de controle  $\underline{u}(k)$ .

#### 2.4 - FILTRO DE KALMAN

O filtro de Kalman é um algoritmo ótimo de estimação de estado que processa os dados recursivamente. Ele é ótimo no sentido de combinar, adequadamente, todas as informações disponíveis, fornecendo estimativas das variáveis de interesse com mínima variância no erro de estimação. Será apresentada, na sequência, uma descrição resumida deste estimador, que visa apenas fornecer informações que facilitem o entendimento de sua aplicação à estimação de parâmetros no procedimento de controle auto-sintonizável de que trata este trabalho. Ao leitor interessado em maiores detalhes sobre esta técnica sugere-se as referências: Maybeck (1979), Liebelt (1967) e Jaswinski (1970).

Suponha-se um sistema dinâmico, linear, discreto, modelado pela seguinte equação a diferenças estocástica:

$$\underline{x}(k) = \Phi(k,k-1)\underline{x}(k-1) + G(k-1)\underline{w}(k-1) \quad (2.16)$$

onde:

$\underline{x}(k)$  e  $\underline{x}(k-1)$  são vetores de dimensão  $n_x$  que representam o estado do sistema nos instantes  $t_k$  e  $t_{k-1}$ , respectivamente;

$\Phi(k,k-1)$  é a matriz, de dimensão  $n_x \times n_x$ , de transição de estado do sistema, que leva do instante  $t_{k-1}$  ao instante  $t_k$ ;

$G(k-1)$  é uma matriz de dimensão  $n_x \times r$ ;

$\underline{w}(k-1)$  é um vetor de ruído de dimensão  $r$ , Supõe-se este vetor como sendo uma sequência branca e gaussiana com:

$$E\{\underline{w}(k)\} = 0, \quad (2.17.a)$$

$$E\{\underline{w}(k)\underline{w}(j)^T\} = \bar{Q}(k)\delta_{kj} \quad (2.17.b)$$

Nas Expressões 2.17.a e 2.17.b o operador  $E\{.\}$  indica o cálculo da esperança da variável aleatória ao qual é aplicado,  $\delta_{kj}$  é a função delta de Kronecker e  $\bar{Q}(k)$  é uma matriz de dimensão  $r \times r$ , semi-definida positiva.

Supõe-se, ainda, que sejam fornecidas, a intervalos discretos de tempo, medidas do comportamento do sistema, modeladas na forma:

$$\underline{z}(k) = H(k)\underline{x}(k) + \underline{v}(k), \quad (2.18)$$

onde:

$\underline{z}(k)$  é um vetor de dimensão  $m$  das observações do sistema no instante  $t_k$ ;

$H(k)$  é uma matriz de dimensão  $m \times n_x$  associada às observações do sistema.

$\underline{v}(k)$  é um vetor de dimensão  $m$ , suposto uma sequência branca gaussiana com:

$$E\{\underline{v}(k)\} = 0 \quad (2.19.a)$$

$$E\{\underline{v}(k)\underline{v}(j)^T\} = \bar{R}(k)\delta_{kj} \quad (2.19.b)$$

Nestas expressões,  $\bar{R}(k)$  é uma matriz de dimensão  $m \times m$ , definida positiva e  $\delta_{kj}$  é o delta de Kronecker.

O equacionamento do filtro de Kalman baseia-se, ainda, nas hipóteses de não haver correlação entre o ruído no estado,  $\underline{w}(k)$ , e o ruído na observação,  $\underline{v}(k)$  e que este último também não seja correlacionado com o estado  $\underline{x}(k)$ . Supõe-se, por último, que o vetor de estado inicial,  $\underline{x}(0)$ , seja modelado como uma variável aleatória com distribuição gaussiana, descrita pelo seu valor médio e covariância:

$$E\{\underline{x}(0)\} = \underline{\hat{x}}_0, \quad (2.20.a)$$

$$E\{[\underline{x}(0) - \underline{\hat{x}}_0][\underline{x}(0) - \underline{\hat{x}}_0]^T\} = \underline{\hat{P}}_0 \quad (2.20.b)$$

sendo  $\underline{\hat{P}}_0$  uma matriz de dimensão  $n_x \times n_x$ , simétrica, semi-definida positiva.

O filtro de Kalman é um estimador, ótimo no sentido de minimizar as variâncias dos erros de estimação, cujas estimativas consistem do valor esperado do estado do sistema condicionadas às observações processadas. Sua aplicação é válida desde que consideradas as hipóteses efetuadas acima. As equações do filtro, cuja dedução foge ao escopo deste trabalho, serão apresentadas a seguir com uma breve descrição do algoritmo do estimador. A dedução completa do filtro pode, porém, ser encontrada em Maybeck (1979), Liebelt (1967) e Jaswinski (1970).

A aplicação do filtro de Kalman à estimação sequencial recursiva do estado de um sistema dinâmico é feita, basicamente, em duas fases distintas que se repetem sucessivamente para a obtenção da estimativa ótima em cada instante de amostragem de observação. Chame-se  $\underline{\hat{x}}(k-1/k-1)$  a estimativa de vetor de estado  $\underline{x}(k-1)$  condicionada às observações existentes até o instante  $t_{k-1}$ , inclusive. Para a obtenção da estimativa no instante  $t_k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , o algoritmo do filtro de Kalman primeiramente propaga a estimativa do instante anterior,  $\underline{\hat{x}}(k-1/k-1)$  para o instante  $t_k$  através da equação que modela a

dinâmica do sistema (Equação 2.16). O mesmo é feito com a matriz de covariância do erro na estimativa,  $\hat{P}(k-1, k-1)$ . Esta é a chamada fase de propagação do estado e da matriz de covariância do filtro de Kalman. Após a fase de propagação obtém-se, então, as estimativas propagadas  $\hat{x}(k/k-1)$  e  $\hat{P}(k/k-1)$ , isto é, as estimativas do estado e respectiva matriz de covariância do erro relativas ao instante  $t_k$  condicionadas às observações até o instante  $t_{k-1}$ .

Obtidas as estimativas propagadas relativas ao instante  $t_k$ , procede-se, então, à chamada fase de atualização das estimativas do filtro de Kalman. Nesta fase a observação relativa ao instante  $t_k$ ,  $y(k)$  é processada para a atualização das estimativas propagadas para este instante. Após a atualização, a estimativa gerada passa a incorporar as informações sobre o estado do sistema contidas na observação atual,  $y(k)$ . Obtém-se então, as estimativas  $\hat{x}(k/k)$  e correspondente matriz de covariância do erro  $\hat{P}(k/k)$ .

As equações do filtro de Kalman correspondentes a cada uma das fases acima são as seguintes (Maybeck, 1979; Jaswinski, 1970; Liebelt, 1967):

a) Fase de Propagação (Previsão):

$$\hat{x}(k/k-1) = \Phi(k, k-1) \hat{x}(k-1/k-1) \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} \hat{P}(k/k-1) = & \Phi(k, k-1) \hat{P}(k-1/k-1) \Phi(k, k-1)^T + \\ & + G(k-1) \bar{Q}(k-1) G(k-1)^T \end{aligned} \quad (2.22)$$

b) Fase de atualização (Filtragem):

$$K(k) = \hat{P}(k/k-1) H^T(k) [H(k) \hat{P}(k/k-1) H^T(k) + \bar{R}(k)]^{-1} \quad (2.23)$$

$$\hat{x}(k/k) = \hat{x}(k/k-1) + K(k) [z(k) - H(k) \hat{x}(k/k-1)] \quad (2.24)$$

$$\hat{P}(k/k) = \hat{P}(k/k-1) - K(k) H(k) \hat{P}(k/k-1) \quad (2.25)$$

## 2.5 - ALGORITMO QUEST

O problema de determinação de atitude de um corpo específico, em relação a um sistema de referência conhecido, apresenta várias propostas de solução. Uma destas propostas (ver Shuster & Oh, 1981; Varotto, 1987) é o algoritmo QUEST ("QUaternion ESTimator"). Dele resultam estimativas locais ótimas de atitude segundo um critério de mínimos quadrados. As estimativas são locais pois a estimação de atitude em um determinado instante é feita a partir de medidas neste instante, em um referencial fixo ao satélite, de dois ou mais vetores não colineares cujos modelos matemáticos são conhecidos em Terra. Este algoritmo não necessita de informações sobre a dinâmica do sistema.

O algoritmo QUEST é utilizado neste trabalho apenas como um pré-processamento preliminar das medidas de sensores não inerciais, gerando estimativas locais dos quaternions (Wertz, 1976) e respectiva matriz de covariância dos erros, permitindo a composição do vetor de observações para o controle adaptativo em cada instante de amostragem (Seção 4.4). Desta forma, foge aos objetivos do trabalho a apresentar-se aqui uma descrição detalhada deste algoritmo, sendo suficiente a colocação das expressões e sequência de aplicação para obtenção das estimativas. O equacionamento completo deste algoritmo pode ser encontrado em Shuster & Oh (1981) e Varotto (1987).

Sejam, então, fornecidos os versores:  $\hat{V}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , correspondentes às orientações de vetores conhecidos, tais quais os vetores satélite-Sol, campo geomagnético, satélite-Terra, etc, cujas componentes, expressas no referencial inercial ou orbital, são calculadas através de modelos matemáticos;  $\hat{Y}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , medidas efetuadas por sensores fixos ao satélite e, portanto, expressas em um referencial fixo a este, das orientações correspondentes aos

versores  $\hat{V}_i$ . Sejam também dados os desvios-padrões dos erros aleatórios das medidas,  $\tilde{\sigma}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ . Deve ser ressaltado que o número de medidas deve ser maior ou igual a dois. O problema de determinação do quaternion ótimo no desenvolvimento do algoritmo QUEST é colocado na forma da maximização de um índice de desempenho dados por:

$$g(\underline{\tilde{q}}) = \underline{\tilde{q}}^T K' \underline{\tilde{q}} + \rho(1 - \underline{\tilde{q}}^T \underline{\tilde{q}}) \quad (2.26)$$

onde  $\underline{\tilde{q}}$  é um vetor cujas componentes são as componentes do quaternion,  $\rho$  é um multiplicador de Lagrange e  $K'$  é uma matriz 4x4 dada por:

$$K' = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} (T - \sigma' I) & & & & & \underline{z} \\ \hline & & & & & \\ & & & & & \\ \underline{z}^T & & & & & \sigma' \end{array} \right] \quad (2.27)$$

Esta maximização resulta em um problema de auto-valores e auto-vetores, ou seja, o valor do quaternion ótimo  $\underline{\tilde{q}}_0$  é obtido como sendo o maior auto-vetor da matriz  $K'$  relacionado com o seu maior auto-valor, sendo que este tem um valor próximo da unidade (Shuster & Oh, 1981; Varotto, 1987). Assim, para a obtenção desta estimativa do quaternion e respectiva matriz de covariância dos erros efetuam-se os seguintes cálculos:

$$1) a_i = \tilde{\sigma}_{tot}^2 / \tilde{\sigma}_i^2, \quad i=1, 2, \dots, m \quad (2.28)$$

com

$$\frac{1}{\tilde{\sigma}_{tot}^2} = \sum_{i=1}^m \frac{1}{\tilde{\sigma}_i^2} \quad (2.29)$$

$$\underline{z} = \sum_{i=1}^m a_i (\hat{Y}_i \times \hat{V}_i) \quad (2.30)$$

onde o símbolo  $\times$  representa produto vetorial.

$$3) T = \sum_{i=1}^m a_i (\hat{Y}_i \hat{V}_i^T + \hat{V}_i \hat{Y}_i^T) \quad (2.31)$$

$$4) \sigma' = \text{tr}(T)/2 \quad (2.32.a)$$

$$\tilde{k} = \text{tr}(\text{adj}(T)) \quad (2.32.b)$$

$$\Delta = \det(T) \quad (2.32.c)$$

onde  $\text{tr}(\cdot)$  denota o traço de uma matriz,  $\text{adj}(\cdot)$  significa o cálculo da matriz adjunta e  $\det(\cdot)$  define o cálculo do determinante de uma matriz.

$$5) a = \sigma'^2 - \tilde{k} \quad (2.33.a)$$

$$b = \sigma'^2 + \underline{z}^T \underline{z} \quad (2.33.b)$$

$$c' = \Delta + \underline{z}^T T \underline{z} \quad (2.33.c)$$

$$d = \underline{z}^T T^2 \underline{z} \quad (2.33.d)$$

6) cálculo do maior auto-valor de  $K'$  ( $\rho_m$ ), resolvendo a equação de quarto grau abaixo, pelo método de Newton-Raphson, partindo-se do valor inicial  $\rho_m=1$ .

$$\rho^4 - (a+b)\rho^2 - c'\rho + (ab + c'\sigma' - d) = 0 \quad (2.34)$$

$$7) c = \rho_m^2 - \sigma'^2 + \tilde{k} \quad (2.35)$$

$$8) f = (\rho_m + \sigma')c - \Delta \quad (2.36)$$

$$9) \underline{x} = [T^2 + (\rho_m^2 - \sigma')T + (\rho_m^2 - \sigma' + \tilde{k})I] \underline{z} \quad (2.37)$$

$$10) \tilde{g}_0 = \frac{1}{\sqrt{f^2 + |\underline{x}|^2}} \begin{bmatrix} \underline{x} \\ f \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

a Expressão 2.38 fornece o valor da estimativa ótima, cuja dimensão é 4.

$$11) P_{pp} = \frac{\hat{\sigma}_{tot}^2}{4} \left[ I - \sum_{i=1}^m a_i \hat{\varphi}_i \hat{\varphi}_i^T \right]^{-1} \quad (2.39)$$

A Expressão 2.39 representa a matriz de covariância dos erros associada a parte vetorial da estimativa ótima do quaternion.

A expressão para a matriz de covariância dos erros relativa ao quaternion  $\hat{q}_0$  é dada por:

$$12) P_{qq} = \Omega(\underline{p}_0, q_{40}) \begin{bmatrix} P_{pp} & \underline{0} \\ \underline{0}^T & 0 \end{bmatrix} \Omega^T(\underline{p}_0, q_{40}) \quad (2.40)$$

com:

$$\Omega(\underline{p}_0, q_{40}) = \begin{bmatrix} q_{40} & -q_{30} & q_{20} & q_{10} \\ q_{30} & q_{40} & -q_{10} & q_{20} \\ -q_{20} & q_{10} & q_{40} & q_{30} \\ -q_{10} & -q_{20} & -q_{30} & -q_{40} \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

$$\hat{q}_0 = [\underline{p}_0 : q_{40}]^T = [q_{10} : q_{20} : q_{30} : q_{40}]^T \quad (2.42)$$

e  $\underline{0}$  é um vetor nulo de dimensão 3,

## CAPÍTULO 3

### PROCEDIMENTO PROPOSTO

#### 3.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresenta-se o equacionamento das técnicas de controle auto-sintonizável explícita e implícita aplicadas ao controle de atitude de satélites artificiais. Na Seção 3.2 é apresentada a estrutura do controlador auto-sintonizável explícito e, logo a seguir, na Seção 3.2.1 a equação que representa a dinâmica do sistema é colocada em uma forma conveniente à aplicação do filtro de Kalman e à estimação de seus parâmetros, considerados desconhecidos. A Seção 3.2.2 é dedicada a apresentação do equacionamento do estimador. A seguir, na Seção 3.2.3 é mostrada a dedução da equação para o cálculo dos torques de controle a serem aplicados em um instante genérico  $t_k$  em função das saídas do sistema neste instante e dos parâmetros estimados. A Seção 3.3 é dedicada ao equacionamento relativo à aplicação da técnica de controle auto-sintonizável implícita ao problema, considerando-se os mesmos tipos de observações e estimador do caso anterior.

#### 3.2 - ALGORITMO DE CONTROLE AUTO-SINTONIZÁVEL EXPLÍCITO

A estrutura deste controlador, como descrito no Capítulo 2, baseia-se na estimação, em tempo real, dos parâmetros do modelo do sistema, para, de posse destes parâmetros estimados, determinar um vetor ótimo de ação de controle. Um diagrama esquemático da estrutura global deste algoritmo é apresentado na Figura 3.1 e sua descrição é detalhada nos sub-ítemos seguintes.

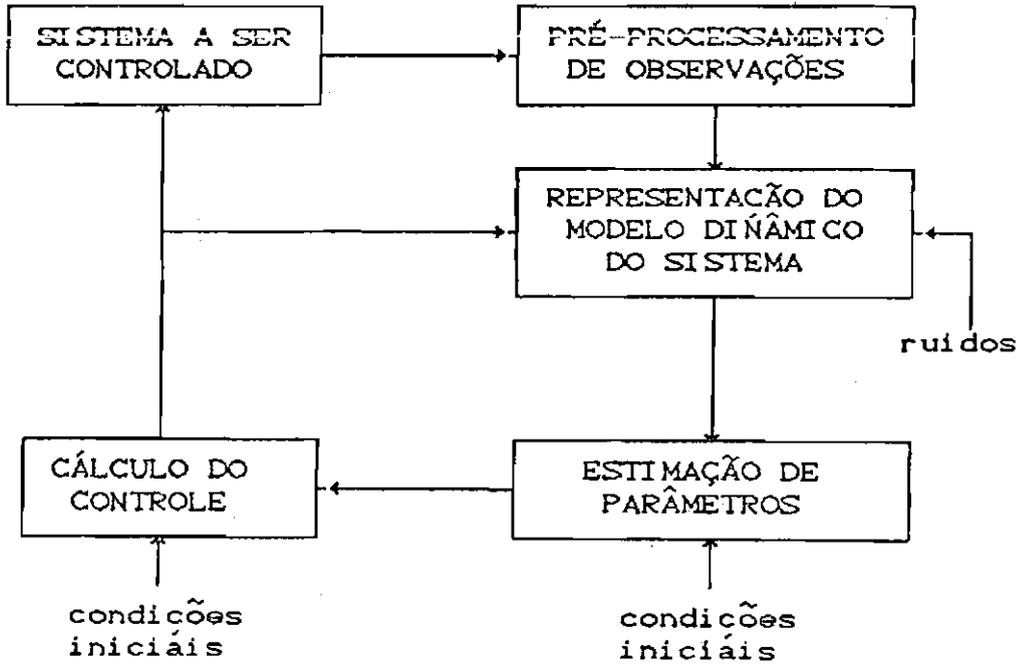


Fig. 3.1 - Diagrama esquemático do procedimento de Controle auto-sintonizável explícito.

### 3.2.1 - MODELAGEM DINÂMICA

O modelo dinâmico do sistema a ser controlado é suposto não conhecido. A aplicação da técnica de controle auto-sintonizável explícita considera a representação da dinâmica deste sistema descrita através de uma equação vetorial auto-regressiva que relaciona suas entradas com suas saídas, cujos parâmetros (coeficientes) são desconhecidos. Considere-se a forma geral desta representação dada por (Clarke & Gawthrop, 1975; Koivo, 1980):

$$A(q^{-1})\underline{y}(k) = B(q^{-1})\underline{u}(k-d) + C(q^{-1})\underline{e}(k) + \underline{D} \quad (3.1)$$

onde:

$\underline{y}(k)$  é o vetor  $n_y$ -dimensional de saída do sistema no instante  $t = t_k$ ;

$\underline{u}(k-d)$  é o vetor de controle, de dimensão  $n_y$ , a ser aplicado no instante  $t_k$ , sendo  $d$  o chamado atraso de transporte do sistema;

$\underline{e}(k)$  é um vetor de dimensão  $n_y$ , cujas componentes são as perturbações (ruídos) que afetam o comportamento dinâmico do sistema;

$\underline{D}$  é um vetor de dimensão  $n_y$  que representa a resposta do sistema na ausência de sinais de entrada;

$q^{-1}$  é o operador de atraso unitário;

$A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$  e  $C(q^{-1})$  são polinômios matriciais descritos por:

$$A(q^{-1}) = I + A_1q^{-1} + A_2q^{-2} + \dots + A_{na}q^{-na} \quad (3.2.a)$$

$$B(q^{-1}) = B_0 + B_1q^{-1} + B_2q^{-2} + \dots + B_{nb}q^{-nb} \quad (3.2.b)$$

$$C(q^{-1}) = I + C_1q^{-1} + C_2q^{-2} + \dots + C_{nc}q^{-nc} \quad (3.2.c)$$

onde todas as matrizes tem dimensão  $n_y \times n_y$  e  $na$ ,  $nb$  e  $nc$  são, respectivamente, os graus dos polinômios  $A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$  e  $C(q^{-1})$ .

Lembra-se, ainda, a notação

$$k \equiv kT \quad (3.3.a)$$

$$k+d \equiv (k+d)T \quad (3.3.b)$$

Considerando-se as Expressões 3.2.a, 3.2.b e 3.2.c dos polinômios matriciais e lembrando que (Franklin & Powell, 1980):

$$q^{-1}f(k) = f(k-1) \quad (3.4)$$

a Equação 3.1 pode ser representada na forma:

$$\begin{aligned} \underline{y}(k) = & -A_1\underline{y}(k-1) - A_2\underline{y}(k-2) - \dots - A_{na}\underline{y}(k-na) + \\ & + B_0\underline{u}(k-d) + B_1\underline{u}(k-d-1) + B_2\underline{u}(k-d-2) + \\ & + \dots + B_{nb}\underline{u}(k-d-nb) + \underline{e}(k) + C_1\underline{e}(k-1) + \\ & + C_2\underline{e}(k-2) + \dots + C_{nc}\underline{e}(k-nc) + \underline{D} \end{aligned} \quad (3.5)$$

A Expressão 3.5 não se encontra na forma adequada à utilização do estimador de parâmetros escolhido. Para tanto, convencionando-se  $\underline{z}_1^i$  como sendo o vetor formado pela  $i$ -ésima linha da matriz  $\underline{Z}_1$  e sendo  $\underline{h}^T(k)$  a representação do vetor  $\underline{h}(k)$  em forma de linha, esta expressão pode ser re-escrita na forma:

$$\begin{aligned} y_i(k) = & -\underline{y}^T(k-1)A_1^i - \underline{y}^T(k-2)A_2^i - \dots - \underline{y}^T(k-na)A_{na}^i + \\ & + \underline{u}^T(k-d)B_0^i + \underline{u}^T(k-d-1)B_1^i + \underline{u}^T(k-d-2)B_2^i + \\ & + \dots + \underline{u}^T(k-d-nb)B_{nb}^i + \underline{e}^T(k-1)C_1^i + \underline{e}^T(k-2)C_2^i + \\ & + \dots + \underline{e}^T(k-nc)C_{nc}^i + D_i + e_i(k) \end{aligned} \quad (3.6)$$

onde:

$y_i(k)$  é a  $i$ -ésima componente do vetor  $\underline{y}(k)$ ;

$e_i(k)$  é a  $i$ -ésima componente do vetor  $\underline{e}(k)$ ;

$D_i$  é a  $i$ -ésima componente do vetor  $\underline{D}$ .

Definindo-se

$$\begin{aligned} \underline{s}(k) = & [-\underline{y}^T(k-1) : -\underline{y}^T(k-2) : \dots : -\underline{y}^T(k-na) : \underline{u}^T(k-d) \\ & ; \underline{u}^T(k-d-1) : \underline{u}^T(k-d-2) : \dots : \underline{u}^T(k-d-nb) : \\ & \underline{e}^T(k-1) : \underline{e}^T(k-2) : \dots : \underline{e}^T(k-nc) : 1] \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} \underline{x}_i(k) = & [(A_1^i)^T : (A_2^i)^T : \dots : (A_{na}^i)^T : (B_0^i) : (B_1^i)^T : \\ & (B_2^i)^T : \dots : (B_{nb}^i)^T : (C_1^i)^T : (C_2^i)^T : \dots : \\ & (C_{nc}^i)^T : D_i]^T \end{aligned} \quad (3.8)$$

onde:

$\underline{s}(k)$  é um vetor-linha de dimensão  $s = n_y(na + nb + nc + 1) + 1$ ;

$\underline{x}_i(k)$  é um vetor de mesma dimensão do vetor  $\underline{s}(k)$ .

Assim, para cada observação, a Expressão 3.6 pode ser re-escrita como:

$$y_i(k) = \underline{s}(k)\underline{x}_i(k) + e_i(k), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.9)$$

A Expressão 3.9 pode ser colocada em uma forma mais compacta através da definição de uma matriz composta  $\underline{S}$  e de um vetor composto  $\underline{X}$  descritos por:

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} \underline{s} & \underline{0} & \dots & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{s} & \dots & \underline{0} \\ \cdot & \cdot & \ddots & \cdot \\ \underline{0} & \underline{0} & \cdot & \underline{s} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$\underline{X}(k) = [\underline{x}_1^T(k) : \underline{x}_2^T(k) : \dots : \underline{x}_n^T(k)]^T \quad (3.11)$$

onde:

$\mathbf{S}$  tem  $n$  linhas e o número de colunas é de  $n_y$  vezes a dimensão do vetor  $\underline{x}_i(k)$ , ou seja, de dimensão  $\tilde{s} = n_y \cdot s$ ;

$\underline{x}(k)$  é um vetor com  $n$  vezes a dimensão do vetor  $\underline{x}_i(k)$ ;

$\underline{0}$  é um vetor-linha compostos de  $s$  componentes nulas.

Assim, a Expressão 3.9 pode ser apresentada na forma:

$$\underline{y}(k) = \mathbf{S}\underline{x}(k) + \underline{e}(k) \quad (3.12)$$

Suponha-se  $\underline{e}(k)$  como sendo uma sequência branca e gaussiana com:

$$E\{\underline{e}(k)\} = 0 \quad (3.13.a)$$

$$E\{\underline{e}(k)\underline{e}^T(j)\} = P_y(k)\delta_{kj} \quad (3.13.b)$$

onde  $\delta_{kj}$  é a função delta de Kronecker.

Suponha-se o vetor de parâmetros a ser estimado modelado dinamicamente por:

$$\underline{x}(k) = \Phi(k,k-1)\underline{x}(k-1) + G(k-1)\underline{w}(k-1) \quad (3.14)$$

O problema de estimação de parâmetros foi, deste modo, colocado em uma forma adequada a aplicação do filtro de Kalman à sua solução.

Particularmente, na aplicação presente, a matriz de covariância do erro em  $\underline{y}(k)$ ,  $P_y$ , é derivada de uma matriz de covariância vinda de um estimador estático (algoritmo QUEST), a qual, na maioria dos casos, é não diagonal. Isto

resulta em uma matriz  $P_y$  não necessariamente diagonal, o que implica em uma operação de inversão de matriz no cálculo da estimativa dos parâmetros do sistema. Com o intuito de evitar esta inversão, propõe-se a utilização de uma matriz diagonal  $\tilde{P}_y$ , composta pelos elementos da diagonal de  $P_y$ , composta pelos elementos da diagonal de  $P_y$ , já que os elementos fora da diagonal foram verificados ser algumas ordens de grandeza menores que estes. Pode ser constatado, através de simulação numérica, que isto não altera de maneira significativa o desempenho do estimador de parâmetros, permitindo, assim, que as componentes do vetor de observação possam ser processadas sequencialmente no filtro de Kalman e a inversão da matriz  $n \times n$  é transformada em  $n$  inversões escalares. Com esta consideração, a Equação 3.13.b torna-se:

$$E\{\underline{e}(k)\underline{e}^T(j)\} = \tilde{P}_y \delta_{kj} \quad (3.15)$$

As Expressões 3.12 e 3.15 encontram-se em uma forma mais operacional para a utilização do estimador de parâmetros escolhido.

### 3.2.2 - ESTIMADOR DE PARÂMETROS

Para a obtenção do algoritmo de estimação das componentes do vetor de parâmetros  $\underline{x}(k)$ , supõe-se que este obedeça à representação discreta de um sistema dinâmico, dada pela Equação 3.14, aqui re-escrita como:

$$\underline{x}(k) = \Phi(k,k-1)\underline{x}(k-1) + G(k-1)\underline{w}(k-1) \quad (3.16)$$

com  $\underline{w}(k-1)$  sendo um vetor de ruído branco gaussiano, com as seguintes propriedades estatísticas:

$$E\{\underline{w}(k)\} = 0 \quad (3.17.a)$$

$$E\{\underline{w}(k)\underline{w}^T(j)\} = \tilde{Q}(k) \delta_{kj} \quad (3.17.b)$$

Supondo que as componentes do vetor  $\underline{\mathbf{x}}(k)$  variam entre dois instantes consecutivos ( $t_k$  e  $t_{k+1}$ ) apenas dentro de uma faixa de incertezas modelada pelo vetor de ruído  $\underline{\mathbf{w}}(k)$ , temos:

$$\Phi(k, k-1) = I \quad (3.18)$$

$$G(k-1) = I \quad (3.19)$$

onde  $I$  é a matriz identidade de mesma dimensão do vetor  $\underline{\mathbf{x}}(k)$ .

Então, a Expressão 3.16 pode ser re-escrita na forma:

$$\underline{\mathbf{x}}(k) = \underline{\mathbf{x}}(k-1) + \underline{\mathbf{w}}(k-1) \quad (3.20)$$

O sistema representado pelas Equações 3.12 e 3.20 pode ser utilizado pelo estimador de parâmetros, pois já se encontra na forma conveniente ao seu emprego. Desta maneira as equações para o estimador de parâmetros via filtro de Kalman ficam:

a) Equações de propagação do vetor de parâmetros  $\underline{\mathbf{x}}_i(k)$  e respectiva matriz de covariância associada,  $\hat{\mathbf{P}}_i(k)$  entre os instantes  $t_{k-1}$  e  $t_k$ :

$$\underline{\hat{\mathbf{x}}}_i(k/k-1) = \underline{\hat{\mathbf{x}}}_i(k-1/k-1) \quad (3.21)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_i(k/k-1) = \hat{\mathbf{P}}_i(k-1/k-1) + \tilde{\mathbf{Q}}_i(k-1) \quad (3.22)$$

Deve ser notado que as matrizes  $\hat{\mathbf{P}}_i$  e  $\tilde{\mathbf{Q}}_i$  são, respectivamente, componentes das matrizes compostas  $\hat{\mathbf{P}}$  e  $\tilde{\mathbf{Q}}$ , da

das por:

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} \underline{P}_1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \underline{P}_i & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \underline{P}_n \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} \underline{Q}_1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \underline{Q}_i & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \underline{Q}_n \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

com ambas matrizes sendo quadradas de dimensão  $\tilde{s} \times \tilde{s}$ .

b) Equações de atualização do vetor de parâmetros  $\underline{X}_i(k)$  e respectiva matriz de covariância,  $\underline{P}_i(k)$ , em função do processamento das observações do sistema:

$$\underline{K}_i(k/k) = \underline{P}_i(k/k-1) S^T(k) [S(k) \underline{P}_i(k/k-1) S^T(k) + \sigma_i^2(k)]^{-1} \quad (3.25)$$

$$\underline{X}_i(k/k) = \underline{X}_i(k/k-1) + \underline{K}_i(k/k) [\underline{y}_i(k) - S(k) \underline{X}_i(k/k-1)] \quad (3.26)$$

$$\underline{P}_i(k/k) = \underline{P}_i(k/k-1) - \underline{K}_i(k/k) S(k) \underline{P}_i(k/k-1) \quad (3.27)$$

com:

$$\sigma_i^2(k) = E\{e_i^2(k)\} \quad (3.28)$$

Deve-se ressaltar que a Expressão 3.26 pode ser re-escrita na forma:

$$\underline{X}_i(k/k) = \underline{X}_i(k/k-1) + \underline{K}_i(k/k) \underline{r}_i(k) \quad (3.29)$$

com

$$\underline{r}_i(k) = \underline{y}_i(k) - S(k)\underline{\hat{x}}_i(k/k-1) \quad (3.30)$$

onde  $\underline{r}_i$  é denominado de vetor de resíduo na observação.

Após a obtenção das estimativas dos parâmetros do sistema no instante  $t_k$ , procede-se à resolução do problema de determinação da lei de controle.

### 3.2.3 - CÁLCULO DA AÇÃO DE CONTROLE

Como foi visto na Seção 2.3, a lei de controle é obtida segundo um critério de otimização que minimiza um índice de desempenho do tipo:

$$J(\underline{y}, \underline{u}, \underline{W}, k) = E\{ \|\ P(q^{-1})\underline{y}(k+d) - R(q^{-1})\underline{W}(k) \|^2 + \|\ Q(q^{-1})\underline{u}(k) \|^2 \} \quad (3.31)$$

onde:

$\underline{W}(k)$  é o vetor de referências no instante  $k$ ;

$P(q^{-1})$ ,  $R(q^{-1})$  e  $Q(q^{-1})$  são polinômios matriciais,  $n_y \times n_y$ , dados por:

$$P(q^{-1}) = P_0 + P_1q^{-1} + P_2q^{-2} + \dots + P_{np}q^{-np} \quad (3.32.a)$$

$$R(q^{-1}) = R_0 + R_1q^{-1} + R_2q^{-2} + \dots + R_{nr}q^{-nr} \quad (3.32.b)$$

$$Q(q^{-1}) = Q_0 + Q_1q^{-1} + Q_2q^{-2} + \dots + Q_{nq}q^{-nq} \quad (3.32.c)$$

Devido ao atraso de transporte do sistema,  $d$ , os valores do controle, aplicados em um instante genérico  $t_k$  só irão atuar efetivamente no sistema no instante  $t_{k+d}$ . Devido a isto, a primeira parcela do índice de desempenho dado na

Equação 3.31 é função da saída nos instantes futuros  $t_{k+1}$  a  $t_{k+d}$ . O problema consiste pois em determinar o controle  $\underline{u}(k)$  que minimize o funcional  $J(\underline{y}, \underline{u}, \underline{W}, k)$  que depende de valores da saída em instantes futuros  $t_{k+1}, \dots, t_{k+d}$ . Torna-se necessário, então, que se disponha de previsores que permitam o cálculo do valor de  $\underline{y}(k+d)$  em função de  $\underline{u}(k)$  e  $\underline{y}(k)$ . Para esta finalidade utiliza-se a Expressão 3.1, aqui re-escrita de uma forma mais adequada:

$$\underline{y}(k+d) = A^{-1}(q^{-1})B(q^{-1})\underline{u}(k) + A^{-1}(q^{-1})C(q^{-1})\underline{e}(k+d) + A^{-1}(q^{-1})\underline{D} \quad (3.33)$$

O termo  $A^{-1}(q^{-1})C(q^{-1})\underline{e}(k+d)$  pode ser separado em duas partes, uma que depende de valores observados até o instante  $t_k$  e outra de termos futuros que são independentes. Isto resulta em:

$$A^{-1}(q^{-1})C(q^{-1})\underline{e}(k+d) = E(q^{-1})\underline{e}(k+d) + A(q^{-1})q^{-d}E'(q^{-1})\underline{e}(k+d) \quad (3.34)$$

onde os polinômios  $E(q^{-1})$  e  $E'(q^{-1})$  são descritos por:

$$E(q^{-1}) = I + E_1q^{-1} + E_2q^{-2} + \dots + E_{d-1}q^{-d+1} \quad (3.35.a)$$

$$E'(q^{-1}) = E'_0 + E'_1q^{-1} + E'_2q^{-2} + \dots + E'_{na-1}q^{-na+1} \quad (3.35.b)$$

Assim, substituindo a Expressão 3.34 em 3.33, obtém-se:

$$\underline{y}(k+d) = A^{-1}(q^{-1})B(q^{-1})\underline{u}(k) + E(q^{-1})\underline{e}(k+d) + A^{-1}(q^{-1})E'(q^{-1})\underline{e}(k) + A^{-1}(q^{-1})\underline{D} \quad (3.36)$$

O termo  $\underline{e}(k)$ , baseado na equação a diferenças do sistema, pode ser obtido como:

$$\underline{e}(k) = C^{-1}(q^{-1}) [A(q^{-1})\underline{y}(k) - B(q^{-1})q^{-d}\underline{u}(k) - \underline{D}] \quad (3.37)$$

Substituindo a Expressão 3.37 em 3.36 e re-agrupando os termos adequadamente, tem-se:

$$\begin{aligned} \underline{y}(k+d) = & L(q^{-1})\underline{y}(k) + M(q^{-1})\underline{u}(k) + E(q^{-1})\underline{e}(k+d) + \\ & + N(q^{-1})\underline{D} \end{aligned} \quad (3.38)$$

onde:

$$L(q^{-1}) = A^{-1}(q^{-1})E'(q^{-1})C^{-1}(q^{-1})A(q^{-1}) \quad (3.39.a)$$

$$M(q^{-1}) = A^{-1}(q^{-1}) [I + E'(q^{-1})C^{-1}(q^{-1})q^{-d}]B(q^{-1}) \quad (3.39.b)$$

$$N(q^{-1}) = A^{-1}(q^{-1}) [I - E'(q^{-1})C^{-1}(q^{-1})] \quad (3.39.c)$$

Os polinômios matriciais das expressões anteriores podem ser, ainda, descritos por:

$$L(q^{-1}) = L_0 + L_1q^{-1} + L_2q^{-2} + \dots + L_{nL}q^{-nL} \quad (3.40.a)$$

$$M(q^{-1}) = M_0 + M_1q^{-1} + M_2q^{-2} + \dots + M_{nm}q^{-nm} \quad (3.40.b)$$

$$N(q^{-1}) = N_0 + N_1q^{-1} + N_2q^{-2} + \dots + N_{nm}q^{-nm} \quad (3.40.c)$$

Uma previsão ótima  $\hat{\underline{y}}(k+d/k)$  do termo futuro  $\underline{y}(k+d)$  será aquela que minimize o índice de desempenho  $J_y$  descrito como:

$$J_y = E\{ \|\underline{y}(k+d) - \hat{\underline{y}}(k+d/k)\|^2 \} \quad (3.41)$$

Substituindo-se o valor de  $\underline{y}(k+d)$ , obtido na Expressão 3.38 em 3,41, tem-se:

$$J_{\underline{y}} = E\{ \left\| L(q^{-1})\underline{y}(k) + M(q^{-1})\underline{u}(k) + E(q^{-1})\underline{e}(k+d) + N(q^{-1})\underline{D} - \hat{\underline{y}}(k+d/k) \right\|^2 \} \quad (3.42)$$

Desenvolvendo esta expressão, obtém-se:

$$\begin{aligned} J_{\underline{y}} = & E\{ \left\| L(q^{-1})\underline{y}(k) + M(q^{-1})\underline{u}(k) + N(q^{-1})\underline{D} + \right. \\ & \left. - \hat{\underline{y}}(k+d/k) \right\|^2 \} + E\{ \left\| E(q^{-1})\underline{e}(k+d) \right\|^2 \} + \\ & - 2E\{ \left\| L(q^{-1})\underline{y}(k) + M(q^{-1})\underline{u}(k) + N(q^{-1})\underline{D} + \right. \\ & \left. - \hat{\underline{y}}(k+d/k) \right\| \left\| E(q^{-1})\underline{e}(k+d) \right\| \} \end{aligned} \quad (3.43)$$

Como o produto  $E(q^{-1})\underline{e}(k+d)$  é independente dos demais termos e

$$E\{ \left\| E(q^{-1})\underline{e}(k+d) \right\| \} = 0 \quad (3.44)$$

tem-se que:

$$\begin{aligned} 2E\{ \left\| L(q^{-1})\underline{y}(k) + M(q^{-1})\underline{u}(k) + N(q^{-1})\underline{D} + \right. \\ \left. - \hat{\underline{y}}(k+d/k) \right\| \left\| E(q^{-1})\underline{e}(k+d) \right\| \} = 0 \end{aligned} \quad (3.45)$$

o que permite re-escrever a expressão de  $J_{\underline{y}}$  como:

$$\begin{aligned} J_{\underline{y}} = & E\{ \left\| L(q^{-1})\underline{y}(k) + M(q^{-1})\underline{u}(k) + N(q^{-1})\underline{D} + \right. \\ & \left. - \hat{\underline{y}}(k+d/k) \right\|^2 \} + E\{ \left\| E(q^{-1})\underline{e}(k+d) \right\|^2 \} \end{aligned} \quad (3.46)$$

Para que o valor de  $J_Y$  na Expressão 3.46 possa ser minimizado com relação a  $\hat{y}(k+d/k)$ , ele deve satisfazer a seguinte condição necessária:

$$\frac{\partial J_Y}{\partial \hat{y}(k+d/k)} = 0 \quad (3.47)$$

ou seja

$$L(q^{-1})\underline{y}(k) + M(q^{-1})\underline{u}(k) + N(q^{-1})\underline{D} - \hat{y}(k+d/k) = 0 \quad (3.48)$$

Assim, da Expressão 3.48, obtém-se o valor da previsão ótima para o termo futuro  $\underline{y}(k+d)$ :

$$\hat{y}(k+d/k) = L(q^{-1})\underline{y}(k) + M(q^{-1})\underline{u}(k) + N(q^{-1})\underline{D} \quad (3.49)$$

Retornando ao problema de obtenção da lei de controle que minimize o índice de desempenho dado pela Equação 3.31 e substituindo-se nesta o termo futuro  $\underline{y}(k+d)$  por seu valor previsto  $\hat{y}(k+d/k)$ , tem-se:

$$J(\underline{y}, \underline{u}, \underline{W}, k) = E\{ \left\| P(q^{-1})\hat{y}(k+d/k) - R(q^{-1})\underline{W}(k) \right\|^2 + \left\| Q(q^{-1})\underline{u}(k) \right\|^2 \} \quad (3.50)$$

Considerando a propriedade de linearidade do operador esperança  $E\{.\}$  e sabendo que  $\hat{y}(k+d/k)$  representa um valor previsto,  $\underline{W}(k)$  e  $\underline{u}(k)$  são termos determinísticos, a Expressão 3.50 pode ser re-escrita como:

$$J(\underline{y}, \underline{u}, \underline{W}, k) = \left\| P(q^{-1})\hat{y}(k+d/k) - R(q^{-1})\underline{W}(k) \right\|^2 + \left\| Q(q^{-1})\underline{u}(k) \right\|^2 \quad (3.51)$$

Pode-se demonstrar que a Equação 3,51 equivale a:

$$\begin{aligned}
 J(\underline{y}, \underline{u}, \underline{W}, k) = & \left\| P_0 \hat{\underline{y}}(k+d/k) + P_1 \hat{\underline{y}}(k+d-1/k-1) + \dots + \right. \\
 & + P_{np} \hat{\underline{y}}(k+d-np/k-np) - R_0 \underline{W}(k) - R_1 \underline{W}(k-1) + \\
 & - \dots - R_{nr} \underline{W}(k-nr) \left. \right\|^2 + \left\| Q_0 \underline{u}(k) + Q_1 \underline{u}(k-1) + \right. \\
 & \left. + \dots + Q_{nq} \underline{u}(k-nq) \right\|^2 \quad (3.52)
 \end{aligned}$$

Nota-se que ela utiliza previsores de  $y$  em instantes futuros que não utilizam as observações mais recentes disponíveis. Isto poderia ser contornado utilizando, por exemplo, um índice de desempenho na forma:

$$\begin{aligned}
 J(\underline{y}, \underline{u}, \underline{W}, k) = & \left\| P_0 \hat{\underline{y}}(k+d/k) + P_1 \hat{\underline{y}}(k+d-1/k) + \dots + \right. \\
 & + P_{np} \hat{\underline{y}}(k+d-np/k) - R_0 \underline{W}(k) - R_1 \underline{W}(k-1) + \\
 & - \dots - R_{nr} \underline{W}(k-nr) \left. \right\|^2 + \left\| Q_0 \underline{u}(k) + Q_1 \underline{u}(k-1) + \right. \\
 & \left. + \dots + Q_{nq} \underline{u}(k-nq) \right\|^2 \quad (3.53)
 \end{aligned}$$

Entretanto, neste trabalho utiliza-se o índice de desempenho descrito na Expressão 3.51. Assim, para a minimização do índice de desempenho  $J(\underline{y}, \underline{u}, \underline{W}, k)$  com relação a  $\underline{u}(k)$ , deve-se obedecer à seguinte condição necessária:

$$\frac{\partial J(\underline{y}, \underline{u}, \underline{W}, k)}{\partial \underline{u}(k)} = 0 \quad (3.54)$$

ou seja, de acordo com a Expressão 2.13 do Capítulo 2, tem-se:

$$\frac{\partial J(\underline{y}, \underline{u}, \underline{W}, k)}{\partial \underline{u}(k)} = \left[ \frac{\partial P(q^{-1})\hat{\underline{y}}(k+d/k)}{\partial \underline{u}(k)} \right]^T (P(q^{-1})\hat{\underline{y}}(k+d/k) + R(q^{-1})\underline{W}(k)) + Q_0^T Q(q^{-1})\underline{u}(k) = 0 \quad (3.55)$$

Desenvolvendo esta expressão tem-se:

$$(P_0 B_0)^T [(P(q^{-1})\hat{\underline{y}}(k+d/k) - R(q^{-1})\underline{W}(k)) + Q_0^T Q(q^{-1})\underline{u}(k)] = 0 \quad (3.56)$$

Substituindo a Expressão 3.49 em 3.56 e re-arranjando os termos obtém-se:

$$\underline{u}(k) = -[(P_0 B_0)^T P(q^{-1})M(q^{-1}) + Q_0^T Q(q^{-1})]^{-1} (P_0 B_0)^T [P(q^{-1})L(q^{-1})\underline{y}(k) + P(q^{-1})N(q^{-1})\underline{D} - R(q^{-1})\underline{W}(k)] \quad (3.57)$$

A Expressão 3.57 representa a lei de controle para este controlador auto-sintonizável explícito.

### 3.3 - ALGORITMO DE CONTROLE AUTO-SINTONIZÁVEL IMPLÍCITO

A estrutura deste algoritmo baseia-se na estimação direta dos parâmetros do controlador. Como no caso explícito, a modelagem dinâmica do sistema a ser controlado é, também, representada pela Equação 3.1 que relaciona as observações do sistema com suas entradas. Diferentemente do caso explícito, a expressão para a lei de controle é praticamente de terminada após a estimação dos parâmetros do controlador. A

Figura 3.2 representa, esquematicamente, a estrutura deste algoritmo, que é detalhado a seguir.

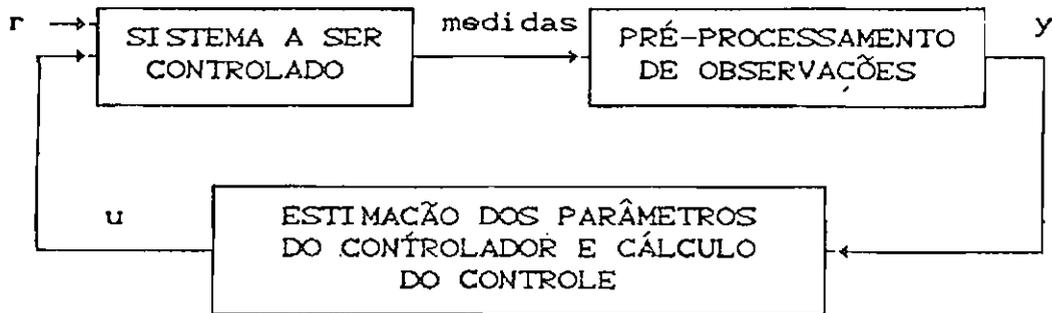


Fig. 3.2 - Diagrama esquemático do procedimento de Controle auto-sintonizável implícito.

Como os parâmetros a serem estimados estão relacionados à expressão do controlador, inicia-se a descrição deste algoritmo através da definição:

$$\begin{aligned} \underline{\psi}(k+d) \triangleq & (P_0 B_0)^T (P(q^{-1})\underline{y}(k+d) - R(q^{-1})\underline{W}(k)) + \\ & + Q_0^T Q(q^{-1})\underline{u}(k) \end{aligned} \quad (3.58)$$

onde todos os vetores e matrizes já foram anteriormente definidos. Deve ser observado que, pela Expressão 3.58, o valor de  $\underline{u}(k)$  que minimiza o funcional dado pela Expressão 3.51 é aquele que anula o valor de  $\underline{\psi}(k+d)$ .

Entretanto, esta expressão envolve o termo futuro  $\underline{y}(k+d)$ , o que resulta em um problema para a obtenção de  $\underline{\psi}(k+d)$ . Pode-se, no entanto, definir  $\hat{\underline{\psi}}(k+d/k)$  como:

$$\begin{aligned} \hat{\underline{\psi}}(k+d/k) \triangleq & (P_0 B_0)^T (P(q^{-1})\hat{\underline{y}}(k+d/k) - R(q^{-1})\underline{W}(k)) + \\ & + Q_0^T Q(q^{-1})\underline{u}(k) \end{aligned} \quad (3.59)$$

onde  $\hat{\underline{y}}(k+d/k)$  é a estimativa de  $\underline{y}(k+d)$  obtida no ítem anterior.

Assim, combinando as Expressões 3.58 e 3.59 obtem-se:

$$\underline{\psi}(k+d) = \underline{\hat{\psi}}(k+d/k) + \underline{\zeta}(k+d) \quad (3.60)$$

onde:

$$\underline{\zeta}(k+d) = (P_0 B_0)^T P(q^{-1}) (\underline{y}(k+d) - \hat{\underline{y}}(k+d/k)) \quad (3.61)$$

Supõe-se, a fim de permitir a aplicação:

$$\begin{aligned} \underline{\hat{\psi}}(k+d/k) = & (P_0 B_0)^T P(q^{-1}) L(q^{-1}) \underline{y}(k) + \\ & + [(P_0 B_0)^T P(q^{-1}) M(q^{-1}) + Q_0^T Q(q^{-1})] \underline{u}(k) + \\ & + (P_0 B_0)^T P(q^{-1}) N(q^{-1}) \underline{D} - (P_0 B_0)^T R(q^{-1}) \underline{W}(k) \end{aligned} \quad (3.62)$$

Denominando:

$$F(q^{-1}) = (P_0 B_0)^T P(q^{-1}) L(q^{-1}) \quad (3.63.a)$$

$$G(q^{-1}) = (P_0 B_0)^T P(q^{-1}) M(q^{-1}) + Q_0^T Q(q^{-1}) \quad (3.63.b)$$

$$\underline{H} = (P_0 B_0)^T P(q^{-1}) N(q^{-1}) \underline{D} \quad (3.63.c)$$

$$\underline{Z}(q^{-1}) = -(P_0 B_0)^T R(q^{-1}) \quad (3.63.d)$$

a Expressão 3.62 pode ser re-escrita como:

$$\underline{\hat{\psi}}(k+d/k) = F(q^{-1}) \underline{y}(k) + G(q^{-1}) \underline{u}(k) + \underline{Z}(q^{-1}) \underline{W}(k) + \underline{H}$$

Comparando a Expressão 3.62 e, conseqüentemente, a Expressão 3.64 com a Expressão 3.56, tem-se:

$$\hat{\psi}(k+d/k) = 0 \quad (3.65)$$

ou seja, o vetor de controle que minimiza o índice de desempenho descrito anteriormente na Expressão 3.50 é aquele que satisfaz a expressão:

$$G(q^{-1})\underline{u}(k) = -(F(q^{-1})\underline{y}(k) + Z(q^{-1})\underline{W}(k) + \underline{H}) \quad (3.66)$$

Da expressão acima verifica-se que, estimado as componentes dos polinômios matriciais  $F(q^{-1})$ ,  $G(q^{-1})$  e  $Z(q^{-1})$ , a forma da lei de controle fica determinada. Portanto, a estrutura do algoritmo de controle auto-sintonizável implícito deve ser baseado na estimação destas componentes. Assim, de maneira análoga ao caso explícito, os polinômios matriciais podem ser descritos por:

$$F(q^{-1}) = F_0 + F_1q^{-1} + F_2q^{-2} + \dots + F_{nf}q^{-nf} \quad (3.67.a)$$

$$G(q^{-1}) = G_0 + G_1q^{-1} + G_2q^{-2} + \dots + G_{ng}q^{-ng} \quad (3.67.b)$$

$$Z(q^{-1}) = Z_0 + Z_1q^{-1} + Z_2q^{-2} + \dots + Z_{nz}q^{-nz} \quad (3.67.c)$$

De modo que as Expressões 3.64 e 3.66 podem ser re-escritas como:

$$\begin{aligned} \hat{\psi}(k+d/k) = & F_0\underline{y}(k) + F_1\underline{y}(k-1) + \dots + F_{nf}\underline{y}(k-nf) + G_0\underline{u}(k) + \\ & + G_1\underline{u}(k-1) + \dots + G_{ng}\underline{u}(k-ng) + Z_0\underline{W}(k) + \\ & + Z_1\underline{W}(k-1) + \dots + Z_{nz}\underline{W}(k-nz) + \underline{H} \end{aligned} \quad (3.68)$$

$$\begin{aligned} \underline{u}(k) = & G_0^{-1} [-(F_0 \underline{y}(k) + F_1 \underline{y}(k-1) + \dots + F_{nf} \underline{y}(k-nf)) + \\ & + G_1 \underline{u}(k-1) + \dots + G_{ng} \underline{u}(k-ng) + \underline{z}_0 W(k) + \\ & + \underline{z}_1 \underline{W}(k-1) + \dots + \underline{z}_{nz} \underline{W}(k-nz) + \underline{H}] \end{aligned} \quad (3.69)$$

De maneira semelhante à definição dos vetores  $\underline{x}_i(k)$  e  $S$ , descritos para o caso explícito, pode-se definir os vetores  $\underline{x}'_i(k)$  e  $S'(k)$  como:

$$\begin{aligned} \underline{x}'_i(k) = & [(F_0^i)^T : (F_1^i)^T : \dots : (F_{nf}^i)^T : (G_0^i)^T : (G_1^i)^T : \\ & \dots : (G_{ng}^i)^T : (z_0^i)^T : (z_1^i)^T : \dots : (z_{nz}^i)^T : H_i]^T \end{aligned} \quad (3.70)$$

$$\begin{aligned} S'(k) = & [\underline{y}^T(k) : \underline{y}^T(k-1) : \dots : \underline{y}^T(k-nf) : \underline{u}^T(k) : \\ & \underline{u}^T(k-1) : \dots : \underline{u}^T(k-ng) : \underline{W}^T(k) : \underline{W}^T(k-1) : \dots \\ & : \underline{W}^T(k-nz) : 1] \end{aligned} \quad (3.71)$$

Considerando as definições acima, para cada componente do vetor  $\underline{\psi}(k+d)$ , a Equação 3.60 assume a forma:

$$\psi_i(k+d) = S'(k) \underline{x}'_i(k) + \zeta_i(k+d) \quad (3.72)$$

que modela as observações transformadas  $\psi_i(k+d)$  na forma conveniente à aplicação do estimador de parâmetros descrito no caso explícito. Pode-se, apenas para o estimador de parâmetros, deslocar toda a Expressão 3.72 para o instante  $t_k$ , resultando:

$$\psi_i(k) = S'(k-d) \underline{x}'_i(k-d) + \zeta_i(k) \quad (3.73)$$

com:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{S}'(k-d) = & [\underline{y}^T(k-d) : \underline{y}^T(k-d-1) : \dots : \underline{y}^T(k-d-nf) : \\
 & \underline{u}^T(k-d) : \underline{u}^T(k-d-1) : \dots : \underline{u}^T(k-d-ng) : \mathbf{W}^T(k) : \\
 & : \underline{w}^T(k-d-1) : \dots : \underline{w}^T(k-d-nz) : 1] \quad (3.74)
 \end{aligned}$$

Assim, de maneira análoga ao caso explícito, definindo:

$$\mathbf{S}'(k-d) = \begin{bmatrix} \mathbf{S}'(k-d) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{S}'(k-d) & \dots & 0 \\ : & & : & : & : \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{S}'(k-d) \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

$$\underline{\mathbf{X}}'(k-d) = [\underline{x}_1^T(k-d) : \underline{x}_2^T(k-d) : \dots : \underline{x}_n^T(k-d)]^T \quad (3.76)$$

a forma vetorial da Equação 3.73 resulta em:

$$\underline{\psi}(k) = \mathbf{S}'(k-d)\underline{\mathbf{X}}'(k-d) + \underline{\zeta}(k) \quad (3.77)$$

com:

$$E\{\zeta(k)\} = 0 \text{ e } E\{\underline{\zeta}(k)\underline{\zeta}^T(j)\} = P_\psi \delta_{ij} \quad (3.78)$$

o sistema se encontra em uma forma possível de utilização pelo estimador de parâmetros. Para a utilização do filtro de Kalman é necessário fornecer, ainda, a matriz de covariância do ruído na medida  $P_\psi$ , que pode ser derivada da Expressão 3.58, deslocada para o instante  $t_k$ :

$$\begin{aligned}
 P_\psi = E\{\delta\underline{\psi}(k)\delta\underline{\psi}^T(k)\} = & \hat{P}_0\hat{P}_y\hat{P}_0^T + \hat{P}_1\hat{P}_{y-1}\hat{P}_1^T + \dots + \\
 & + \hat{P}_{d-1}\hat{P}_{y-d+1}\hat{P}_{d-1} \quad (3.79)
 \end{aligned}$$

com:

$$\delta \underline{\psi}(k) = \underline{\psi}(k) - \underline{\hat{\psi}}(k) \quad (3.80)$$

$$\hat{P}_i = (P \ B)^T P_i, \quad i=0,1,\dots,np \quad (3.81)$$

onde  $P_i$ 's são as componentes do polinômio matricial  $P(q^{-1})$  e  $\hat{P}_{y-j}$ , com  $j = 0,1,\dots,d-1$ , é a matriz de covariância associada ao vetor  $\underline{y}(k-j)$ .

Por fim, a estrutura do estimador de parâmetros (filtro de Kalman) utilizado é, de maneira análoga ao caso explícito dada por:

- a) Propagação (previsão) do vetor de Parâmetros  $\underline{X}_i'(k)$  e matriz de covariância  $P_i'(k)$  entre os instantes  $t_{k-1}$  e  $t_k$ :

$$\underline{\hat{X}}_i'(k/k-1) = \underline{\hat{X}}_i'(k-1/k-1) \quad (3.82)$$

$$P_i'(k/k-1) = \hat{P}_i'(k-1/k-1) + \hat{Q}_i'(k-1) \quad (3.83)$$

- b) Equações de atualização (filtragem do vetor  $\underline{X}_i'(k)$  e da matriz  $P_i'(k)$  em função do processamento das "observações transformadas" do sistema:

$$\begin{aligned} \underline{K}_i'(k/k) = & \hat{P}_i'(k/k-1) S'^T(k-d) [S'(k-d) \hat{P}_i'(k/k-1) S'^T(k-d) + \\ & + \sigma_i'^2(k)]^{-1} \end{aligned} \quad (3.84)$$

$$\underline{\hat{X}}_i'(k/k) = \underline{\hat{X}}_i'(k/k-1) + \underline{K}_i'(k/k) [\underline{\psi}_i(k) - S'(k-d) \underline{\hat{X}}_i'(k/k-1)] \quad (3.85)$$

$$\hat{P}'_i(k/k) = \hat{P}'_i(k/k-1) - \underline{K}'_i(k/k) S'(k-d) \hat{P}'_i(k/k-1) \quad (3.86)$$

com:

$$\sigma'^2_i(k) = E\{\zeta'^2_i(k)\} \quad (3.87)$$

A partir das Equações de 3.82 a 3.87 obtêm-se as estimativas das componentes do vetor de parâmetros  $\underline{X}'(k/k)$  que serão utilizadas para o cálculo do vetor de controle da do pela Expressão 3.69.

Pode-se ainda definir, de maneira análoga à Expressão 3.39 o vetor de resíduo na observação, dado por:

$$\tilde{r}'_i = \psi'_i(k) - S'(k-d) \hat{X}'_i(k/k-1) \quad (3.88)$$

•  
• •

## CAPÍTULO 4

### DESCRIÇÃO E CONDIÇÕES DE TESTES

#### 4.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados a descrição e as condições de testes, efetuados via simulação numérica em computador digital, das duas versões de algoritmo de controle auto-sintonizável (explícita e implícita) apresentadas no capítulo anterior. Inicialmente faz-se uma breve explanação sobre o sistema de controle de atitude de um satélite artificial (Seção 4.2). A seguir, na Seção 4.3, é dada uma breve descrição da estrutura do programa de simulação de atitude utilizado (Guedes et alii, 1989), constituindo-se de: apresentação dos sistemas de referência utilizados (Seção 4.3.1), equacionamento dinâmico e cinemático do satélite (Seções 4.3.2 e 4.3.3, respectivamente), modelagem das medidas dos sensores de atitude (Seção 4.3.4) e desenvolvimento das matrizes de rotação necessárias (Seção 4.3.5). Na sequência, a Seção 4.4 é dedicada à apresentação das simplificações e equacionamento final considerado no teste dos algoritmos de controle em análise. Finalmente, na Seção 4.5 são apresentados os dados iniciais utilizados na simulação numérica.

#### 4.2 - SISTEMA DE CONTROLE DE ATITUDE

O controle de atitude de um satélite artificial (Wertz, 1978) é um processo que permite que se alcance e mantenha uma determinada orientação no espaço em relação a um dado sistema de referência. O sistema de controle de atitude é o conjunto de componentes de um satélite responsável pela realização deste processo. Este conjunto é constituído basicamente de:

- a) sensores de atitude, que fornecem informações (de

atitude e velocidade) de referência, as quais permitem a determinação de atitude do satélite em relação a um determinado referencial;

- b) eletrônica e lógica de controle, que determinam, a partir das medidas dos sensores de atitude, quais e onde serão aplicados os torques de controle;
- c) atuadores, que são os mecanismos através dos quais são aplicados os torques de controle.

Os tipos mais utilizados de sensores são: sensores solares, de horizonte, de estrelas, magnéticos e inerciais (girômetros e giro-integradores).

Os atuadores mais utilizados são: propulsores, rodas de reação, bobinas magnéticas e volantes de inércia.

No presente trabalho é considerado, para testes dos procedimentos, um satélite cujo sistema de controle de atitude utiliza sensores solares, sensores de horizonte, girômetros e propulsores como atuadores. O objetivo deste sistema de controle é alinhar os sistema de referência fixo ao satélite com o sistema de referência orbital (descritos na Seção 4.3.1).

Nas seções seguintes a modelagem dos elementos constituintes deste sistema de controle de atitude é apresentada.

#### 4.3 - SIMULAÇÃO DE ATITUDE E CONFIGURAÇÃO DO SATÉLITE CONSIDERADO

Os testes das duas versões do procedimento de controle auto-sintonizável de atitude apresentadas no capítulo anterior foram efetuados com o emprego de um programa

desenvolvido para a simulação de atitude e órbita de um satélite do tipo de sensoriamento remoto (Guedes et alii, 1989), controlado em três eixos, desenvolvido para o projeto "Estudo e definição de concepção do satélite de sensoriamento remoto da MECB". Este programa foi baseado no trabalho desenvolvido por Moro, 1983, o qual faz a propagação de atitude e órbita através da integração numérica de equações dinâmicas destes movimentos. Os sub-ítem a seguir apresentam uma breve descrição deste programa.

#### 4.3.1 - SISTEMAS DE REFERÊNCIA UTILIZADOS

Utiliza-se, nesta simulação numérica, três sistemas de referência, a saber:

- a) (OXYZ), denominado sistema inercial, geocêntrico, dextrógiro, com origem O no centro da Terra, com OXY localizado no plano do equador terrestre, OX na direção e sentido do equinócio vernal ( $\gamma$ ) e OZ na direção do eixo de rotação da Terra;
- b) ( $0_s x_0 y_0 z_0$ ), denominado sistema orbital, dextrógiro, com origem  $0_s$  coincidente com o centro de massa do satélite,  $0_s x_0$  na direção da vertical local ou zênite,  $0_s z_0$  perpendicular ao plano de órbita e  $0_s y_0$  completando o triedro dextrógiro;
- c) ( $0_s x_s y_s z_s$ ), denominado sistema móvel, do corpo ou do satélite, dextrógiro, com origem  $0_s$  no centro de massa do satélite e eixos  $0_s x_s$ ,  $0_s y_s$  e  $0_s z_s$  coincidentes com eixos principais de inércia do satélite.

A Figura 4.1 apresenta as representações destes três sistemas de referência.

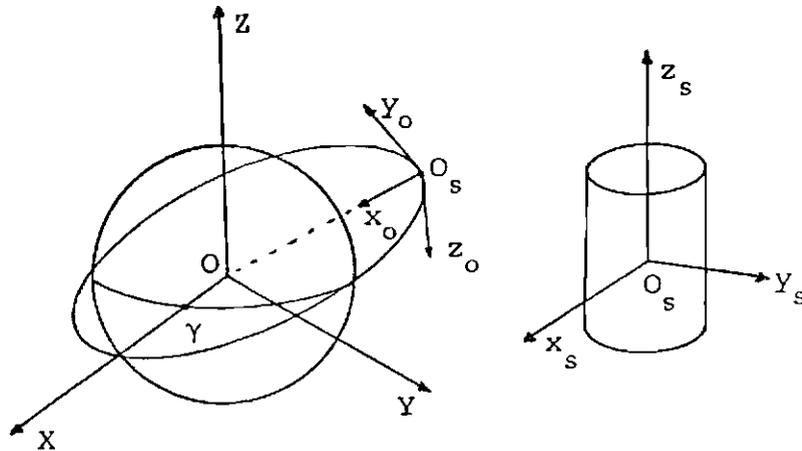


Fig. 4.1 - Sistemas de referência utilizados.

Os eixos  $0_s x_o$ ,  $0_s y_o$  e  $0_s z_o$  que compõem o sistema de referência orbital podem também ser identificados como eixos de guinada, rolamento e arfagem, respectivamente. Assim sendo, conforme a Figura 4.2, as velocidades angulares ao longo destas respectivas direções são denominadas velocidades de guinada ( $\dot{\theta}_2$ ), rolamento ( $\dot{\theta}_1$ ) e arfagem ( $\dot{\theta}_3$ ) e os ângulos oriundos destas rotações são denominados, respectivamente, ângulos de guinada ( $\theta_2$ ), rolamento ( $\theta_1$ ) e arfagem ( $\theta_3$ ). A Figura 4.2 mostra a representação destes ângulos e velocidades (Wertz, 1978).

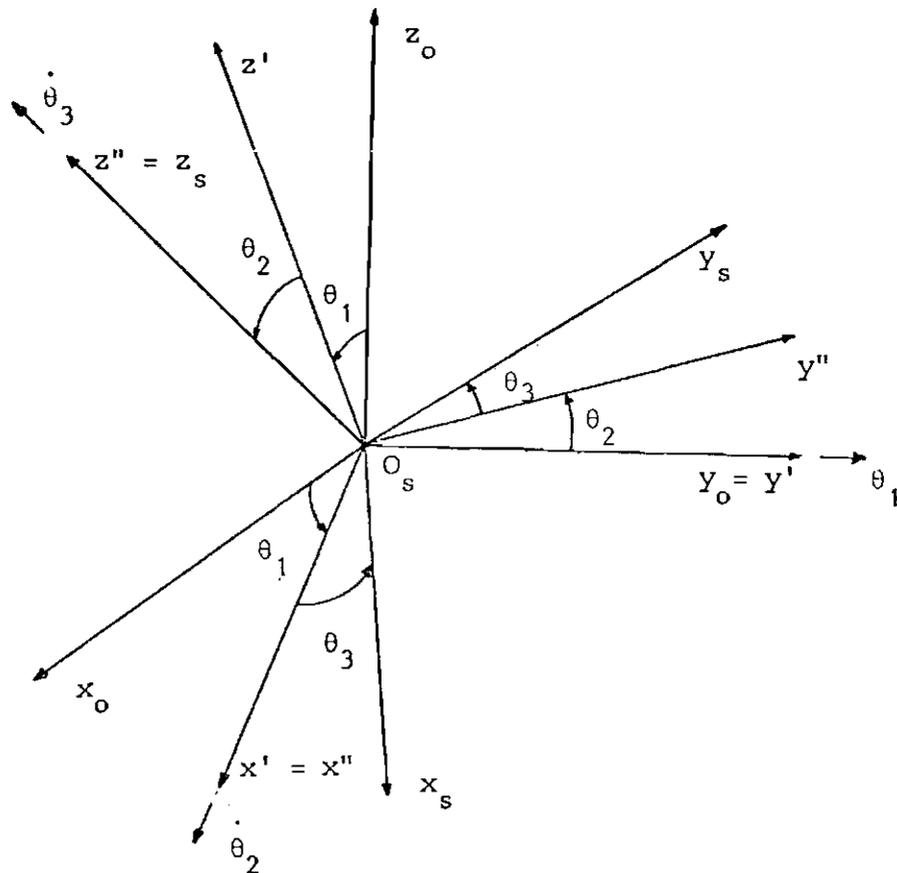


Fig. 4.2 - Representação dos ângulos e velocidades de guinada, rolamento e arfagem.

#### 4.3.2 - EQUACIONAMENTO DINÂMICO DO SATÉLITE

O equacionamento dinâmico utilizado neste programa (Wertz, 1978 ; Fonseca, 1988), considerando apenas a existência de propulsores como atuadores, é dado por:

$$\dot{\omega}_x = \left[ \frac{I_B - I_C}{I_A} \right] \omega_y \omega_z + \frac{T_{jx} + T_x}{I_A} \quad (4.1.a)$$

$$\dot{\omega}_y = \left[ \frac{I_C - I_A}{I_B} \right] \omega_x \omega_z + \frac{T_{jy} + T_y}{I_B} \quad (4.1.b)$$

$$\dot{\omega}_z = \left[ \frac{I_A - I_B}{I_C} \right] \omega_x \omega_y + \frac{T_{jz} + T_z}{I_C} \quad (4.1.c)$$

onde:

$I_A$ ,  $I_B$  e  $I_C$  são os momentos principais de inércia do satélite nas direções  $0_s x_s$ ,  $0_s y_s$  e  $0_s z_s$ , respectivamente;

$\omega_x$ ,  $\omega_y$  e  $\omega_z$  são as velocidades angulares do satélite nas direções  $0_s x_s$ ,  $0_s y_s$  e  $0_s z_s$ , respectivamente;

$T_x$ ,  $T_y$  e  $T_z$  são os torques de perturbação ambiental nas direções  $0_s x_s$ ,  $0_s y_s$  e  $0_s z_s$ , respectivamente;

$T_{jx}$ ,  $T_{jy}$  e  $T_{jz}$  são os torques aplicados por propulsores nas direções  $0_s x_s$ ,  $0_s y_s$  e  $0_s z_s$ , respectivamente;

$\dot{\omega}_x$ ,  $\dot{\omega}_y$ , e  $\dot{\omega}_z$  denotam as derivadas em relação ao tempo das respectivas velocidades angulares.

Deve ser ressaltado que:

- a) Todo o equacionamento é feito em relação ao sistema de referência do satélite;
- b) Os torques de perturbação ambiental mais importantes para o satélite em questão (Wertz, 1978; Carrara, 1982) são devidos a:
  - arrasto aerodinâmico;
  - pressão de radiação solar;
  - albedo terrestre;
  - radiação terrestre;
  - gradiente de gravidade,

#### 4.3.3 - EQUACIONAMENTO CINEMÁTICO DO SATÉLITE

O equacionamento cinemático utilizado nesta simulação considera a atitude do satélite parametrizada em quaternions ou parâmetros simétricos de Euler, definidos por (Wertz, 1978):

$$q_1 = e_1 \text{sen}\theta/2 \quad (4.2.a)$$

$$q_2 = e_2 \text{sen}\theta/2 \quad (4.2.b)$$

$$q_3 = e_3 \text{sen}\theta/2 \quad (4.2.c)$$

$$q_4 = \text{cos}\theta/2 \quad (4.2.d)$$

onde  $e_1$ ,  $e_2$  e  $e_3$  são componentes do versor que define a direção do eixo de rotação e  $\theta$  é o ângulo de rotação (Wertz, 1978). Em termos desta parametrização, as equações cinemáticas do satélite (Wertz, 1978) são dadas por:

$$\dot{q}_1 = q_2 \omega_z - q_3 \omega_y + q_4 \omega_x \quad (4.3.a)$$

$$\dot{q}_2 = q_1 \omega_z + q_3 \omega_x + q_4 \omega_y \quad (4.3.b)$$

$$\dot{q}_3 = q_1 \omega_y - q_2 \omega_x + q_4 \omega_z \quad (4.3.c)$$

$$\dot{q}_4 = q_1 \omega_x - q_2 \omega_y + q_3 \omega_z \quad (4.3.d)$$

É suposto que o movimento de atitude é aproximadamente linear entre dois instantes de amostragens de observações consecutivas, de modo que neste intervalo o movimento possa ser colocado na forma da Equação 3.1. A validade do modelo passa, portanto, a ser função do intervalo de amostragem adotado, já que os parâmetros do modelo são re-estimados em cada instante de amostragem. A medida que o sistema tende a atingir o erro de regime, mais próximo o sistema estará do comportamento linear.

#### 4.3.4 - MODELAGEM DAS MEDIDAS DOS SENSORES INERCIAIS E NÃO- -INERCIAIS

Nesta simulação utiliza-se sensores girométricos como fonte de medidas inerciais e sensores de horizonte e solar como fonte de medidas não-inerciais. A seguir é apresentada uma descrição sucinta destes sensores e respectiva modelagem. Uma descrição mais detalhada pode ser encontrada em Wertz, 1978.

- a) Sensores solares: estes sensores caracterizam-se por medir o ângulo de incidência da luz do Sol na face onde se encontra localizado o sensor. Os dois tipos de sensores solares mais utilizadas são o analógico (também conhecido como detetor de cosseno, que fornece como saída um sinal contínuo em função do ângulo de incidência) e o digital (que envia um sinal discreto, obedecendo uma determinada codificação, do ângulo de incidência). Para efeito de simulação numérica em computador digital, adota-se um modelo simplificado das saídas destes sensores (descrito na sequência) constituída dos cossenos diretores do versor satélite-Sol descritos no referencial do satélite, com incerteza de, aproximadamente,  $0,6^\circ$

$$VSOL(1) = SASOL(1) + \zeta_S \quad (4.4.a)$$

$$VSOL(2) = SASOL(2) + \zeta_S \quad (4.4.b)$$

$$VSOL(3) = SASOL(3) + \zeta_S \quad (4.4.c)$$

onde:

VSOL(1), VSOL(2) e VSOL(3) são as componentes das medidas dos sensores solares, descritas no sistema fixo ao satélite;

SASOL(1), SASOL(2) e SASOL(3) são as componentes do versor satélite -Sol, descritas no sistema fixo ao satélite;

$\zeta_S$  é um ruído branco, com distribuição gaussiana, de média nula e desvio padrão  $\sigma_S$  (igual  $0,6^\circ$  por eixo).

b) Sensores de horizonte: estes sensores caracterizam-se por medir, através da recepção de raios, na faixa do infra-vermelho, da Terra, a direção do vetor satélite-Terra (Wertz, 1978). De maneira análoga aos sensores solares, adota-se, para efeito de simulação numérica em computador digital, um modelo simplificado para as saídas dos sensores de horizonte constituídas dos cossenos diretores do versor satélite-Terra, descritos no referencial do satélite, com incerteza de, aproximadamente,  $0,6^\circ$ . Este modelo simplificado é apresentado a seguir.

$$VTER(1) = SATER(1) + \zeta_T \quad (4.5.a)$$

$$VTER(2) = SATER(2) + \zeta_T \quad (4.5.b)$$

$$VTER(3) = SATER(3) + \zeta_T \quad (4.5.c)$$

onde:

VTER(1), VTER(2) e VTER(3) são as componentes das medidas dos sensores de horizonte, descritas no sistema fixo ao satélite;

SATER(1), SATER(2) e SATER(3) são as componentes do versor satélite-Terra, descritas no sistema fixo ao satélite;

$\zeta_T$  é um vetor de ruído branco, com distribuição gaussiana de média nula e desvio-padrão  $\sigma_T$  (igual a  $0,6^\circ$  por eixo).

c) Sensores girométricos: estes sensores caracterizam-se por medir as componentes da velocidade angular absoluta do satélite nos seus respectivos eixos de medida, os quais, normalmente, são montados coincidentes com os eixos principais de inércia do satélite. A modelagem simplificada descrita abaixo considera esta hipótese, adicionando um ruído de medida com incerteza de, aproximadamente,  $5,7 \times 10^{-6} \text{°/seg}$ .

$$\omega_g(1) = \omega_x + \zeta_w \quad (4.5.a)$$

$$\omega_g(2) = \omega_y + \zeta_w \quad (4.5.b)$$

$$\omega_g(3) = \omega_z + \zeta_w$$

onde:

$\omega_g(1)$ ,  $\omega_g(2)$  e  $\omega_g(3)$  são as componentes das medidas dos sensores girométricos, descritos no sistema fixo ao satélite;

$\zeta_w$  é um ruído branco, com distribuição gaussiana de média nula e desvio-padrão  $\sigma_w$  (aproximadamente  $5,7 \times 10^{-6} \text{°/seg}$ , por eixo).

#### 4.3.5 - MATRIZES DE ROTAÇÃO NECESSÁRIAS

As matrizes de rotação são operadores que permitem a descrição de um vetor em um determinado sistema de referência dada sua representação em um outro sistema de referência. No presente trabalho são necessárias duas matrizes de rotação: uma que relaciona os sistemas de referência orbital e inercial (sistemas descritos na Seção 4.3.1) e outra que relaciona os sistemas inercial e do satélite. Para a descrição da primeira matriz é necessário a apresentação dos elementos orbitais Keplerianos que caracterizam completamente a órbita de

um satélite artificial, que são (Brouwer & Clemence, 1961; Wertz, 1978; Pilchowski et alii, 1981):

$a$ : semi-eixo maior da órbita;

$e$ : excentricidade da órbita;

$i$ : inclinação do plano de órbita em relação ao plano equatorial terrestre;

$\Omega_A$ : ascensão reta do nodo ascendente;

$\omega_A$ : argumento de perigeu;

$M$ : anomalia média.

A Figura 4.3 apresenta uma representação destes elementos relacionando os sistemas de referência inercial e orbital, considerando a origem deste último transladada para o centro da Terra.

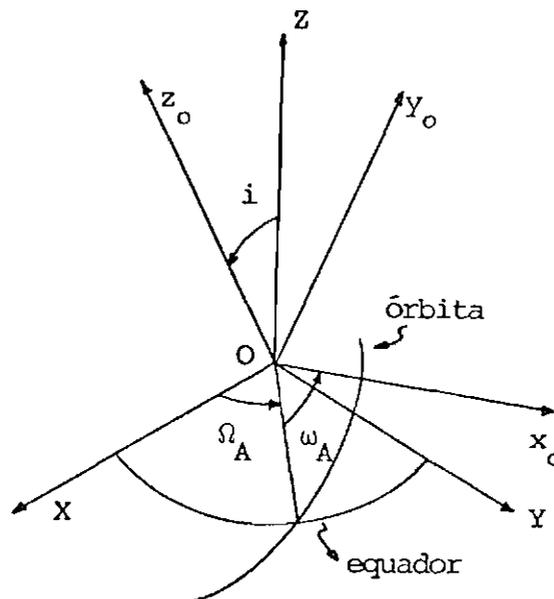


Fig. 4.3 - Representação de elementos orbitais.

A matriz de rotação  $R_M$  é descrita por:

$$R_M = (R_M)_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (4.8)$$

cujos elementos são dados por:

$$R_M(1,1) = \cos\omega_A \cos\Omega_A - \text{sen}\omega_A \text{sen}\Omega_A \cos i \quad (4.9.a)$$

$$R_M(1,2) = -\text{sen}\omega_A \cos\Omega_A - \cos\omega_A \text{sen}\Omega_A \cos i \quad (4.9.b)$$

$$R_M(1,3) = \text{sen}\omega_A \text{sen} i \quad (4.9.c)$$

$$R_M(2,1) = \cos\omega_A \text{sen}\Omega_A + \text{sen}\omega_A \cos\Omega_A \cos i \quad (4.9.d)$$

$$R_M(2,2) = -\text{sen}\omega_A \text{sen}\Omega_A + \cos\omega_A \cos\Omega_A \cos i \quad (4.9.e)$$

$$R_M(2,3) = -\cos\Omega_A \text{sen} i \quad (4.9.f)$$

$$R_M(3,1) = \text{sen}\omega_A \text{sen} i \quad (4.9.g)$$

$$R_M(3,2) = \cos\omega_A \text{sen} i \quad (4.9.h)$$

$$R_M(3,3) = \cos i \quad (4.9.i)$$

Pode-se, ainda, relacionar um vetor descrito nos sistemas de referência inercial e do satélite através de uma matriz de rotação,  $Q_M$ , ou seja:

$$(\underline{V}_1)_S = Q_M (\underline{V}_1)_I \quad (4.10)$$

onde  $(\underline{V}_1)_S$  é o mesmo vetor da Expressão 4.7 cujas componentes estão descritas no sistema de satélite. Pode-se demonstrar que, em termos dos elementos do quaternion, a matriz  $Q_M$  é

dada por (Wertz, 1978; Moro, 1983):

$$Q_M = \begin{bmatrix} (q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2) & 2(q_1q_2 + q_3q_4) & 2(q_1q_3 - q_2q_4) \\ 2(q_1q_2 - q_3q_4) & -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_2q_3 + q_1q_4) \\ 2(q_1q_3 + q_2q_4) & 2(q_2q_3 - q_1q_4) & -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

#### 4.4 - APLICAÇÃO DOS ALGORITMOS AO CONTROLE AUTO-SINTONIZÁVEL DA ATITUDE DO SATÉLITE CONSIDERADO NO TESTE

As equações que caracterizam as duas versões do algoritmo de controle auto-sintonizável, desenvolvidas no Capítulo 3, encontram-se em uma forma muito genérica. Neste ítem são feitas particularizações concernentes à aplicação destes algoritmos ao problema específico considerado na simulação numérica a ser realizada como teste. Considera-se no teste, para ambas versões, um atraso,  $d$ , igual a duas vezes o intervalo de discretização do controlador o que permite que haja tempo suficiente para os cálculos inerentes.

##### 4.4.1 - PRÉ-PROCESSAMENTO DAS OBSERVAÇÕES

O satélite a ser controlado, como citado acima, gera através de sensores de atitude não inerciais medidas da orientação, em um referencial fixo ao satélite, de determinados vetores conhecidos em Terra através de modelos matemáticos, como os vetores satélite-Terra e satélite-Sol. Estas medidas permitem a estimação de atitude do satélite, isto é, de sua orientação no espaço. É ainda suposto que este também possui um bloco girométrico que realiza medidas das componentes do vetor velocidade angular do satélite em relação a três eixos ortogonais fixos a este.

Considerando-se que o satélite é equipado com atuadores capazes de gerar torques em três eixos ortogonais para o controle de sua atitude, é conveniente que se disponha de um vetor de observações também na forma de entradas e saídas. Propõe-se assim, a utilização da seguinte equação:

$$\underline{y}(k) = K_1 \underline{\tilde{q}}(k) + K_2 (\underline{\omega}(k) - \underline{\omega}_r(k)) \quad (4.12)$$

onde:

$\underline{y}(k)$  é um vetor de dimensão 3, considerado como saída do sistema no instante  $t_k$ ;

$\underline{\tilde{q}}(k)$  é um vetor de dimensão 3 cujas componentes representam a parte vetorial do quaternion que representa a atitude do satélite no instante  $t_k$  em relação ao referencial orbital;

$\underline{\omega}(k)$  é a velocidade angular do satélite, no instante  $t_k$ , medida pelos sensores inerciais dispostos em 3 direções ortogonais (bloco girométrico);

$\underline{\omega}_r(k)$  é a velocidade angular de referência, no citado instante, isto é, a velocidade que deve ser imposta ao satélite pelo sistema de controle.

$K_1$  e  $K_2$  são matrizes de ponderação de dimensões  $3 \times 3$  e  $3 \times 3$ , respectivamente.

As observações do sistema colocadas na forma da Equação 4.12, ponderando o vetor formado pelas três primeiras componentes do quaternion relativo e as componentes do vetor velocidade angular anulam-se quando o satélite estiver alinhado com o referencial orbital e com as mesmas velocidades angulares do movimento deste referencial (ver Equações 4.2.b e 4.2.c). A condição  $\underline{y}(k) = 0$  é pois uma condição necessária

para que se alcance a condição de controle do satélite. É também suficiente pois, supondo  $K_1$  e  $K_2 > 0$ , se  $\underline{y}(k) = 0$ , então

$$K_1 \tilde{\underline{q}}(k) + K_2 (\underline{\omega}(k) - \underline{\omega}_r(k)) = 0 +$$

$$-K_2^{-1} K_1 \hat{\underline{e}}(k) \text{sen}\theta/2 = (\underline{\omega}(k) - \underline{\omega}_r(k))$$

onde  $\hat{\underline{e}}(k) = [e_1 \ e_2 \ e_3]^T$ , ou seja, a velocidade de rotação relativa do satélite,  $\underline{\omega}(k) - \underline{\omega}_r(k)$ , é contrária ao eixo de rotação do satélite. Então, se o ângulo de rotação (ou as três primeiras componentes do quaternion) não for nulo, a velocidade de rotação terá sentido tal que tende a anular novamente este ângulo.

Assim, a Equação 4.12 é utilizada para o cálculo da observação  $\underline{y}$  nos vários instantes de amostragem dos sensores inerciais e não-inerciais. O vetor  $\tilde{\underline{q}}$ , formado pelas componentes de quaternion, é estimado a partir das medidas dos sensores não-inerciais. Isto é feito com o auxílio de uma técnica de estimação estática de atitude, o chamado algoritmo QUEST (Shuster & Oh, 1981; Varotto, 1987), descrito no Capítulo 2, com o qual é estimado em um dado instante as componentes do quaternion e respectiva matriz de covariância. A matriz de covariância da observação  $\underline{y}$  pode ser calculada em função da matriz de covariância do erro da estimativa do quaternion e do erro das medidas da velocidade angular pela equação:

$$P_y(k) = K_1 P_q(k) K_1^T + K_2 P_w(k) K_2^T \quad (4.13)$$

onde:

$P_q(k)$  é a matriz de covariância do erro na estimativa do quaternion relativa ao instante  $t_k$ , de dimensão  $3 \times 3$ ;

$P_w(k)$  é a matriz de covariância do erro na medida da velocidade angular, de dimensão  $3 \times 3$ , considerada constante.

Assim, para que se obtenha estimativas de  $\underline{q}$  e respectiva covariância do erro  $P_q$  é necessário fornecer à rotina "QUEST" os parâmetros:

- a) O número de vetores observados, que é igual a dois;
- b) Os dois vetores observados no sistema fixo ao satélite e os mesmos, calculados através de modelos matemáticos, descritos no sistema de referência adotado (no caso, o sistema orbital). Assim, são fornecidos os vetores VSOL e VTER (descritos no item 4.3.4) e os vetores:

$$(\underline{\text{SASOL}})_0 = (Q_M R_M)^T \underline{\text{SASOL}} \quad (4.14.a)$$

$$(\underline{\text{SATER}})_0 = (Q_M R_M)^T \underline{\text{SATER}} \quad (4.14.b)$$

- c) As incertezas associadas às direções, na forma dos desvios-padrões  $\sigma_S$  e  $\sigma_T$ , em graus.

Além disso, deve ser fornecida, a cada intervalo de discretização, a velocidade angular  $\underline{\omega}_r$ , que é obtida considerando uma órbita praticamente circular, o que resulta em:

$$\underline{\omega}_r = |\underline{\omega}_r| \underline{z}_0 \quad (4.15)$$

onde  $\underline{z}_0$  é o versor do eixo z orbital (perpendicular ao plano de órbita) e:

$$|\underline{\omega}_r| = \frac{\sqrt{X^2(4) + X^2(5) + X^2(6)}}{\sqrt{X^2(1) + X^2(2) + X^2(3)}} \quad (4.16)$$

com as três primeiras componentes do vetor  $\underline{X}$  referindo-se ao vetor posição do satélite e as três últimas ao vetor velocidade linear do satélite na órbita.

Assim, feitas estas considerações, o vetor de observações, definido na Equação 4.12 fica determinado, bem como a matriz de covariância  $P_Y$ .

Deve ser observado, contudo, que a matriz  $P_w$ , da Expressão 4.13 será considerada diagonal, cujos elementos serão  $\sigma_w^2$  (descrito no item 4.3.4).

#### 4.4.2 - ALGORITMO DE CONTROLE AUTO-SINTONIZÁVEL EXPLÍCITO

Neste algoritmo, como mostrado no capítulo 3, os parâmetros a serem estimados são as matrizes que compõem os polinômios matriciais  $A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$  e  $C(q^{-1})$ , além do vetor  $\underline{D}$ . Considerou-se, nos testes efetuados, estas matrizes na seguinte forma:

$$A(q^{-1}) = I + A_1q^{-1} + A_2q^{-2} \quad (4.17.a)$$

$$B(q^{-1}) = B_0 + B_1q^{-1} \quad (4.17.b)$$

$$C(q^{-1}) = I \quad (4.17.c)$$

sendo, para simplificação todas as matrizes consideradas diagonais, de dimensão 3x3, com os graus dos polinômios determinados por tentativa/erro durante simulação numérica em computador digital.

Assim, os vetores de parâmetros ( $\underline{X}_i(k)$ ) e de

sinais ( $\underline{S}(k)$ ), definidos nas Equações 3.8 e 3.7 tornam-se:

$$\underline{X}_1^T(k) = [A_1(1,1) : A_2(1,1) : B_0(1,1) : B_1(1,1) : D(1)] \quad (4.18.a)$$

$$\underline{X}_2^T(k) = [A_1(2,2) : A_2(2,2) : B_0(2,2) : B_1(2,2) : D(2)] \quad (4.18.b)$$

$$\underline{X}_3^T(k) = [A_1(3,3) : A_2(3,3) : B_0(3,3) : B_1(3,3) : D(3)] \quad (4.18.c)$$

$$\underline{S}(k) = [-\underline{y}^T(k-1) : -\underline{y}^T(k-2) : \underline{u}^T(k-2) : \underline{u}^T(k-3) : 1] \quad (4.19)$$

Assim, como descrito no Capítulo 3, faz-se a estimação dos vetores  $\underline{X}_1(k)$ ,  $\underline{X}_2(k)$  e  $\underline{X}_3(k)$  e, a partir destas estimativas, pode-se calcular o vetor de torques de controle, através da Expressão 3.57. Considerou-se, no teste, as matrizes de peso  $P(q^{-1})$  e  $Q(q^{-1})$  na forma:

$$P(q^{-1}) = P_0 + P_1q^{-1} \quad (4.20.a)$$

$$Q(q^{-1}) = Q_0 + Q_1q^{-1} \quad (4.20.b)$$

$$R(q^{-1}) = 0 \text{ (matriz nula)} \quad (4.20.c)$$

onde as matrizes  $P_0$ ,  $P_1$ ,  $Q_0$  e  $Q_1$  são de dimensão 3x3 e diagonais.

Considerando estas simplificações e fazendo as substituições adequadas, a Expressão 3.57 adquire a forma:

$$\begin{aligned} \underline{u}(k) = & -(Q_0^2 + P_0B_0^2)^{-1} \{B_0P_0(A_1^2 - A_2)\underline{y}(k) + B_0[P_0A_1A_2 + \\ & + P_1(A_1^2 - A_2)]\underline{y}(k-1) + B_0P_1A_1A_2\underline{y}(k-2) + [Q_0Q_1 + \\ & + B_0P_0(B_1 - A_1B_0) + B_0^2P_1]\underline{u}(k-1) + B_0[P_1(B_1 - A_1B_0) + \\ & - P_0A_1B_1]\underline{u}(k-2) - B_0A_1B_1\underline{u}(k-3) + B_0(P_0 + P_1)(I-A_1)\underline{D}\} \end{aligned} \quad (4.21)$$

com todos os vetores de dimensão 3.

#### 4.4.3 - ALGORITMO DE CONTROLE AUTO-SINTONIZÁVEL IMPLÍCITO

Neste algoritmo os parâmetros a serem estimados são as matrizes que compõem os polinômios matriciais da lei de controle. As expressões dos polinômios matriciais  $F(q^{-1})$ ,  $G(q^{-1})$  e  $Z(q^{-1})$ , oriundas das Expressões 3.67.a, 3.67.b e 3.67.c foram consideradas na forma:

$$F(q^{-1}) = F_0 + F_1q^{-1} + F_2q^{-2} \quad (4.22.a)$$

$$G(q^{-1}) = G_0 + G_1q^{-1} \quad (4.22.b)$$

$$Z(q^{-1}) = 0 \quad (4.22.c)$$

Com estas expressões, a lei de controle, dada pela Expressão 3.69 torna-se:

$$\underline{u}(k) = G_0^{-1}[-F_0\underline{y}(k) - F_1\underline{y}(k-1) - F_2\underline{y}(k-2) + G_1\underline{u}(k-1) + \underline{H}] \quad (4.23)$$

onde todas as matrizes são consideradas diagonais de dimensão 3x3 e os vetores tem dimensão 3. Os graus dos polinômios matriciais anteriores foram determinados de forma análoga do algoritmo explícito.

Portanto, os vetores de parâmetros a serem estimados ( $\underline{X}_1'(k)$ ,  $\underline{X}_2'(k)$  e  $\underline{X}_3'(k)$ ) e de sinal ( $\underline{S}'(k)$ ) têm a forma (de acordo com as Expressões 3.70 e 3.74):

$$\underline{X}_1'^T(k) = [F_0(1,1) : F_1(1,1) : F_2(1,1) : G_0(1,1) : G_1(1,1) : H(1)] \quad (4.24.a)$$

$$\underline{X}_2'^T(k) = [F_0(2,2) : F_1(2,2) : F_2(2,2) : G_0(2,2) : G_1(2,2) : H(2)] \quad (4.24.b)$$

$$\underline{X}_3^T(k) = [F_0(3,3) : F_1(3,3) : F_2(3,3) : G_0(3,3) : \\ G_1(3,3) : H(3)] \quad (24.c)$$

$$\underline{S}^i(k) = [\underline{y}^T(k-2) : \underline{y}^T(k-3) : \underline{y}^T(k-4) : \underline{u}^T(k-2) : \\ \underline{u}^T(k-3) : 1] \quad (4.25)$$

Assim, com as expressões acima definidas pode-se aplicar o algoritmo de controle auto-sintonizável implícito ao controle de atitude do satélite em questão na simulação numérica a ser realizada.

#### 4.4.4 - DADOS REFERENTES AOS ALGORITMOS COM ESTIMAÇÃO VIA MÍNIMOS QUADRADOS

A estrutura do estimador de parâmetros por mínimos quadrados utilizado neste trabalho obedece, basicamente, o equacionamento análogo à fase de atualização do filtro de Kalman, apresentada para os algoritmos implementados nas versões explícita e implícita, descritos no Capítulo 3. No entanto, o vetor de parâmetros a ser estimado é único, composto por todos os elementos das diagonais das matrizes  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_0$  e  $B_1$  e do vetor  $\underline{D}$  (para a versão explícita) e pelos elementos das diagonais das matrizes  $F_0$ ,  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $G_0$  e  $G_1$  e do vetor  $\underline{H}$  (para a versão implícita). Assim, para cada componente do vetor de observações, processa-se um vetor de 15 componentes na versão explícita e de 18 componentes na versão implícita (equivalente a soma dos elementos dos vetores  $\underline{X}_i$ ,  $i=1,2,3$ , na versão explícita e  $\underline{X}_i^i$ ,  $i=1,2,3$ , na versão implícita). Além disto, utiliza-se um fator de esquecimento, o qual altera o valor da matriz de covariância associada ao vetor de parâmetros e, consequentemente o ganho  $K$ . Este fator de esquecimento procura desempenhar função semelhante ao nível de ruído introduzido no modelo matemático adotado para os parâmetros nos algoritmos com estimação via filtro de Kalman (através da introdução das matrizes  $\underline{Q}_i$  ou  $\underline{Q}_i^i$ ).

O cálculo deste fator de esquecimento é obtido

através da expressão:

$$F_{\text{esq}} = \begin{cases} 1 & \text{se } \text{tr}(\hat{P}) \geq \text{tr}_s \\ \text{tr}(\hat{P})/\text{tr}_s & \text{se } \text{tr}(\hat{P}) < \text{tr}_s \end{cases} \quad (4.26)$$

onde  $\hat{P}$  é a matriz de covariância associada ao vetor de parâmetros,  $\text{tr}(\cdot)$  é o operador traço de uma matriz e  $\text{tr}_s$  é um valor mínimo para este traço. Este fator de esquecimento altera o valor da matriz  $\hat{P}$  pela expressão:

$$\hat{P}_F = \hat{P}/F_{\text{esq}} \quad (4.27)$$

#### 4.5 - DADOS INICIAIS

Nesta seção são apresentadas os dados iniciais que são utilizados na simulação numérica realizada.

##### 4.5.1 - DADOS RELATIVOS À ÓRBITA

Considera-se nesta simulação a órbita prevista para o satélite de sensoriamento remoto da MECB. Trata-se de uma órbita polar, de baixa excentricidade e heliossíncrona. Seus elementos orbitais iniciais são apresentados na Tabela 4.1.

TABELA 4.1

#### ELEMENTOS ORBITAIS

SÍMBOLO	DESCRIÇÃO	VALOR
a	semi-eixo maior	7028120,0 m
e	excentricidade	$7,7 \times 10^{-6}$
i	inclinação	$98,61^\circ$
$\Omega_A$	ascensão reta do nodo ascendente	$276,02^\circ$
$\omega_A$	argumento de perigeu	$5,19^\circ$
M	anomalia média	$229,70^\circ$

#### 4.5.2 - DADOS RELATIVOS À DINÂMICA E ATITUDE

Nesta seção são apresentados os dados iniciais que foram utilizadas na simulação numérica:

- velocidades angulares iniciais do satélite:

$$\omega_x = 1 \times 10^{-3} \text{ rad/s};$$

$$\omega_y = -1 \times 10^{-3} \text{ rad/s};$$

$$\omega_z = -1,07 \times 10^{-3} \text{ rad/s}.$$

- componentes do quaternion inicial;

$$q_1 = 0,299914686;$$

$$q_2 = -0,699800934;$$

$$q_3 = -0,49985781;$$

$$q_4 = 0,412882551.$$

- momentos principais de inércia do satélite:

$$I_A = 16,1 \text{ kg.m}^2;$$

$$I_B = 31,4 \text{ kg.m}^2;$$

$$I_C = 21,4 \text{ kg.m}^2.$$

- torques gerados pelos propulsores: todos os propulsores podem gerar torques de, no máximo, 0,1 N.m.

- torques de perturbação ambiental: nos resultados apresentados não foram utilizados torques de perturbação am

biental pois, verificou-se, em testes anteriores que estes não alteram significativamente o desempenho do controlador, aumentando, porém a carga computacional da simulação.

#### 4.5.3 - DADOS RELATIVOS AOS SENSORES

As precisões consideradas para os sensores inerciais e não-inerciais são dadas por:

- sensor solar:  $\sigma_S = 0,6^\circ$  (por eixo);
- sensor de horizonte:  $\sigma_T = 0,6^\circ$  (por eixo);
- girômetros:  $\sigma_G = 5,7 \times 10^{-6} / s$  (por eixo).

#### 4.5.4 - MATRIZES DE PESO UTILIZADAS

Todos os valores das matrizes de peso (apresentados abaixo) foram determinados por tentativa/erro durante simulação numérica em computador digital.

- a) matrizes de peso utilizadas no cálculo das observações, através da Equação 4.12, foram:

$$K_1 = \begin{bmatrix} 1,0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,0 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 10,0 & 0 & 0 \\ 0 & 15,0 & 0 \\ 0 & 0 & 10,0 \end{bmatrix}$$

- b) matrizes de peso utilizadas no algoritmo auto-sintoni

zável explícito (Expressão 4.20.a):

$$P_0 = \text{diag}(2); \quad P_1 = \text{diag}(0,02);$$

$$Q_0 = \text{diag}(1,0); \quad Q_1 = \text{diag}(-1,0).$$

c) matrizes de peso utilizadas no algoritmo auto-sintonizável implícito (Expressão 4.20.a):

$$P_0 = \text{diag}(2); \quad P_1 = \text{diag}(0,02)$$

$$Q_0 = \text{diag}(1,0); \quad Q_1 = \text{diag}(-1,0).$$

#### 4.5.5 - VALORES INICIAIS DOS PARÂMETROS A SEREM ESTIMADOS

a) algoritmo auto-sintonizável explícito:

$$A_1 = A_2 = B_1 = 0 \text{ (matriz, } 3 \times 3, \text{ nula);}$$

$$B_0 = \text{diag}(1) \text{ (matriz, } 3 \times 3);$$

$$D = 0 \text{ (vetor de dimensão 3).}$$

b) algoritmo auto-sintonizável implícito:

$$F_0 = F_1 = F_2 = G_1 = 0 \text{ (matriz, } 3 \times 3, \text{ nula);}$$

$$G_0 = \text{diag}(1) \text{ (matriz, } 3 \times 3, \text{ nula);}$$

$$H = 0 \text{ (vetor de dimensão 3).}$$

#### 4.5.6 - MATRIZES DE COVARIÂNCIA INICIAIS

Para ambos algoritmos, temos:

$\hat{P}(0) = \hat{P}(0) = \hat{P}(0) = \text{diag}(100)$  (valores obtidos durante a simulação numérica em computador digital).

4.5.7 - INTERVALO DE DISCRETIZAÇÃO UTILIZADO E INTERVALO DE TEMPO SIMULADO

O intervalo de discretização utilizado neste ensaio foi de 1 segundo coincidente com o intervalo de amostragem dos sensores. Foi considerado em todos os testes um intervalo de simulação de 3000 segundos.



## CAPÍTULO 5

### APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

#### 5.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados e analisados os resultados obtidos nos testes efetuados com ambas versões (explícita e implícita) do algoritmo de controle auto-sintonizável com estimação de parâmetros via filtro de Kalman, descritos no Capítulo 4. Também são aqui apresentados, a título de comparação, os resultados obtidos com a aplicação, ao mesmo problema, de procedimentos similares, explícito e implícito, que utilizam um estimador de parâmetros segundo critério de mínimos quadrados, com e sem utilização de fator de esquecimento. Nestes casos considerou-se os mesmos dados e matrizes de peso utilizados nos primeiros. Detalhes sobre este estimador podem ser encontrados em Koivo (1980), Borison (1979), Morishita (1985), Ribeiro (1986) e Arruda et alii (1988).

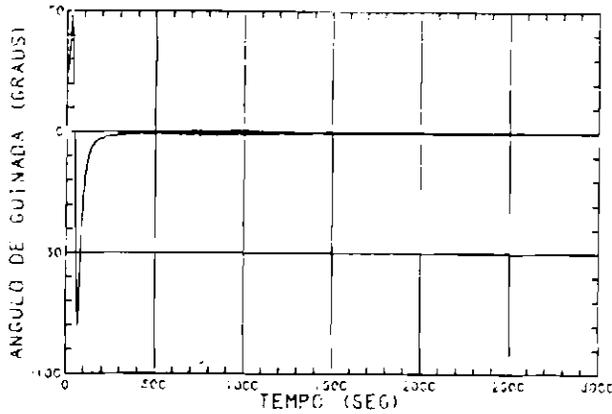
Inicialmente, na Seção 5.2, são apresentados e analisados os resultados obtidos nos testes realizados com as duas versões, considerando a não existência de ruído no modelo matemático adotado para os parâmetros (Equação 3.20), isto é, com  $\bar{Q}=0$  nas equações do filtro de Kalman (Equações 3.17.b, 3.22 e 3.83). A aplicação do procedimento de estimação via mínimos quadrados sem fator de esquecimento é omitida, já que neste caso os procedimentos se equivalem. Na Seção 5.3, são apresentados de forma análoga os resultados obtidos com a aplicação das duas versões, com e sem utilização de um nível constante de ruído dinâmico ( $\bar{Q}=0$  e  $\bar{Q}\neq 0$ ) considerando a aplicação de uma variação súbita na dinâmica do sistema em um determinado instante. Ainda na Seção 5.2, são apresentados os resultados considerando estimação de parâmetros via mínimos quadrados com e sem emprego de fator de esquecimento. Neste caso será verificada a influência do nível de ruído no estado na capaci

dade de adaptação do estimador à variações bruscas de parâmetros da dinâmica do sistema (estimação via filtro de Kalman). No caso do procedimento com mínimos quadrados será verificada a influência do fator de esquecimento.

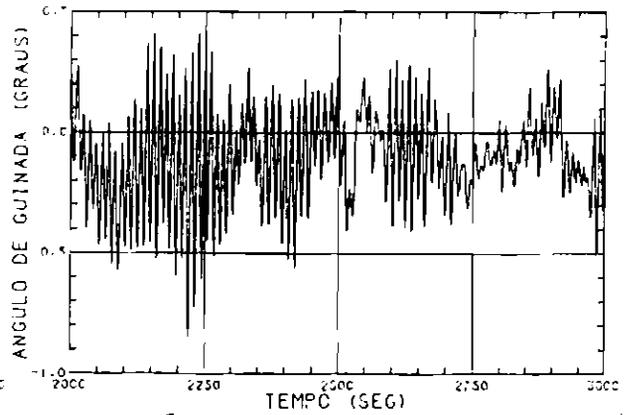
## 5.2 - RESULTADOS OBTIDOS COM ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS VIA FILTRO DE KALMAN SEM RUÍDO NO MODELO DINÂMICO E COM ESTIMAÇÃO VIA MÍNIMOS QUADRADOS SEM FATOR DE ESQUECIMENTO

Serão aqui apresentados as curvas dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem, e correspondentes velocidades obtidas a partir da aplicação, sem considerar a parcela de ruído no modelo dinâmico adotado para os parâmetros, dos procedimentos implícito e explícito com estimação via filtro de Kalman. Mostra-se, ainda, as curvas das componentes do vetor de torques de controle, assim como as das componentes do resíduo normalizado das observações para cada procedimento testado. Também serão apresentadas as curvas para o erro estimado global das estimativas, que será descrito posteriormente.

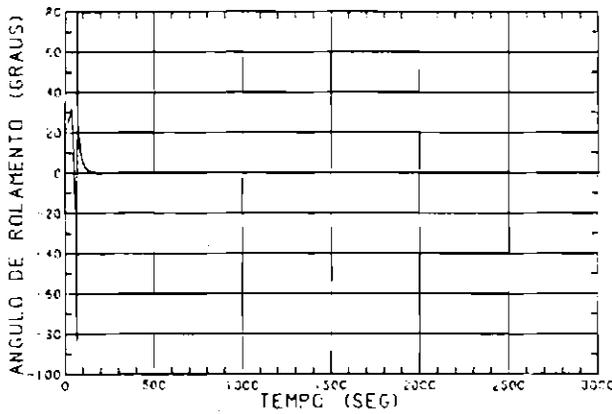
As Figuras 5.1 e 5.2 apresentam as evoluções dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para, respectivamente, as versões implícita e explícita. Nestas figuras são apresentadas lado a lado as curvas para os intervalos de 0 a 3000 segundos e de 2000 a 3000 segundos para permitir a visualização do erro de regime, evitando o problema de escala. De forma análoga as Figuras 5.3 e 5.4 mostram o comportamento das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para as duas versões.



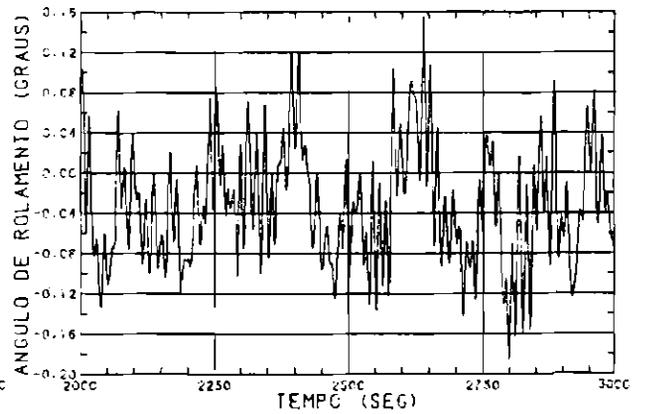
(a) Simulação total



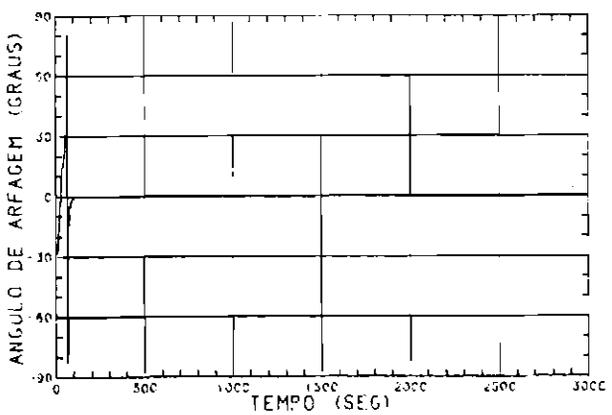
(b) Últimos 1000 segundos



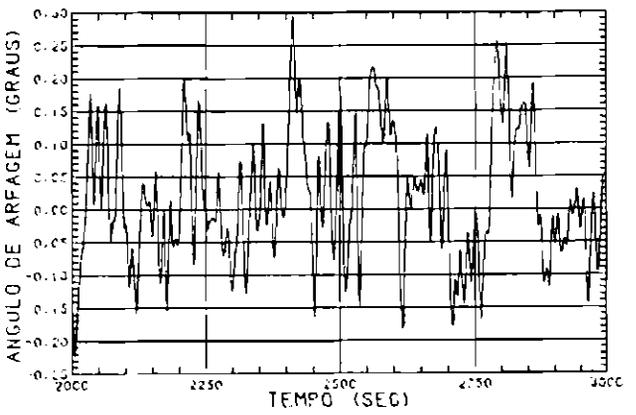
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos

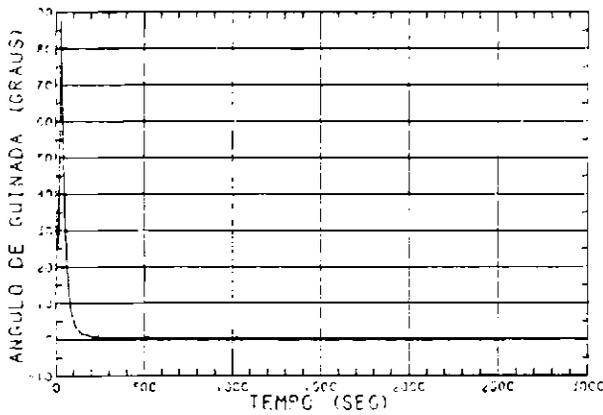


(e) Simulação total

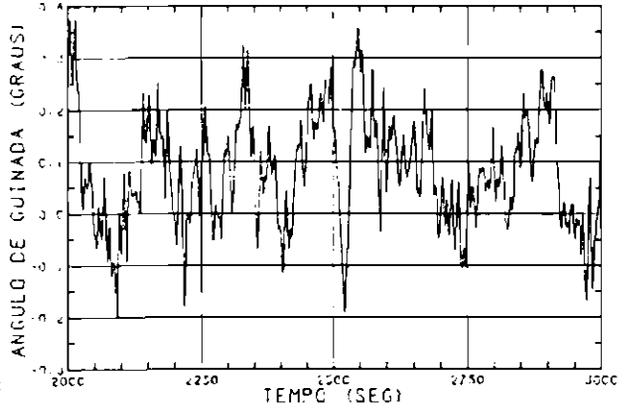


(f) Últimos 1000 segundos

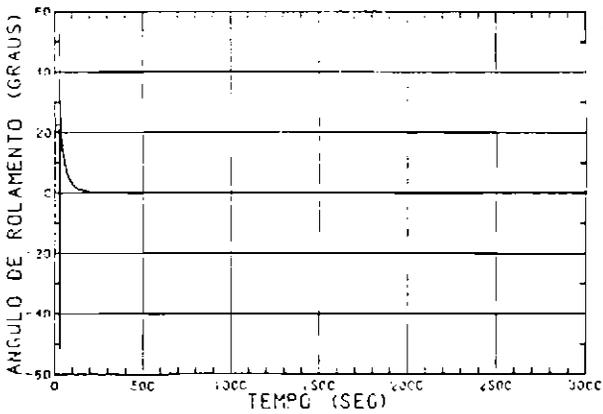
Fig. 5.1 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfa gem para o algoritmo implícito.



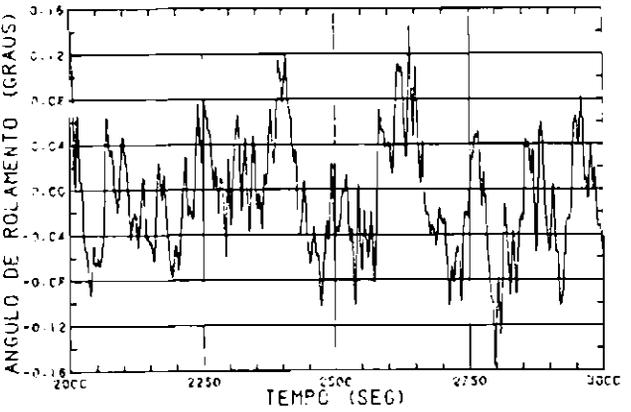
(a) Simulação total



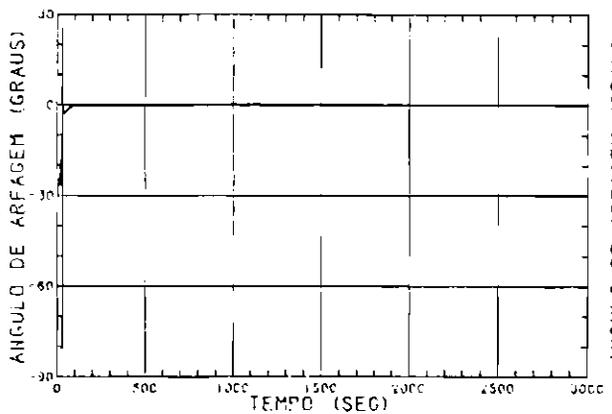
(b) Últimos 1000 segundos



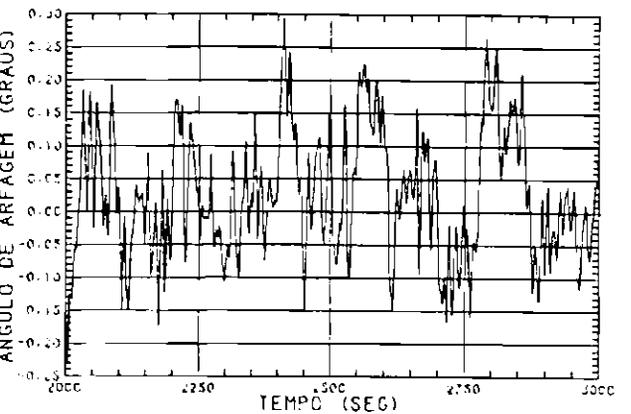
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos

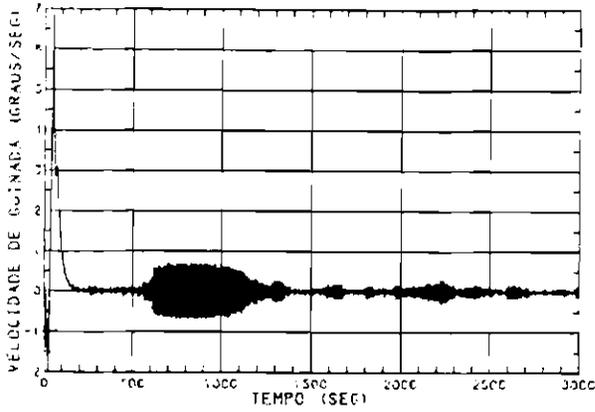


(e) Simulação total

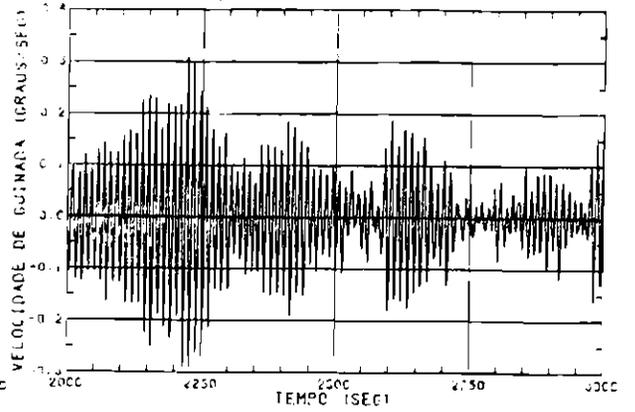


(f) Últimos 1000 segundos

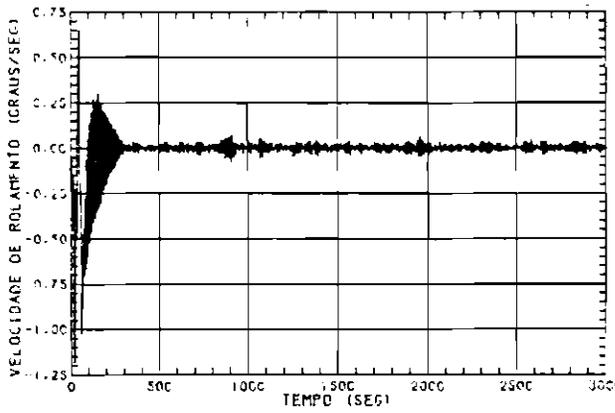
Fig. 5.2 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito.



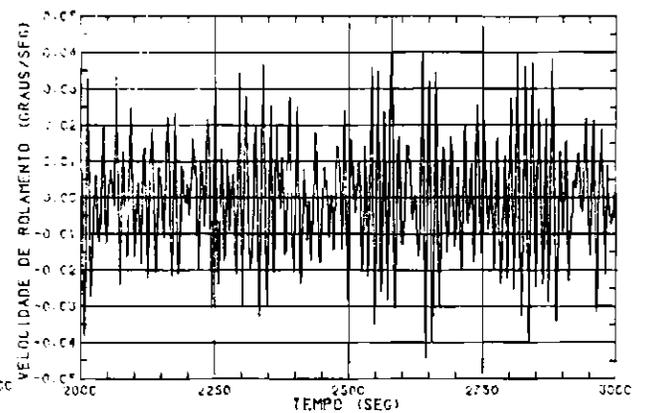
(a) Simulação total



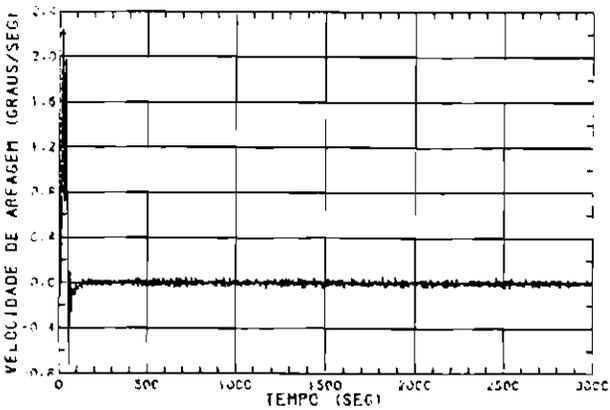
(b) Últimos 1000 segundos



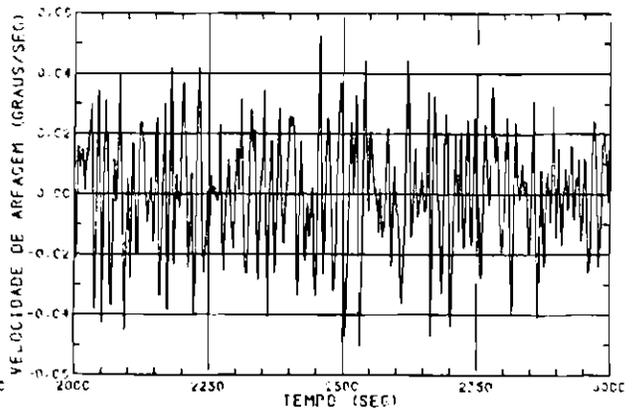
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos

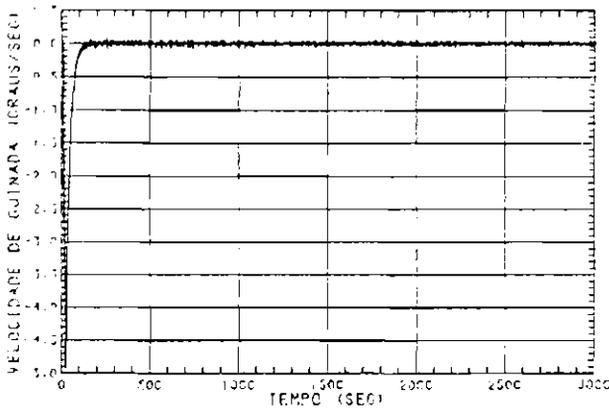


(e) Simulação total

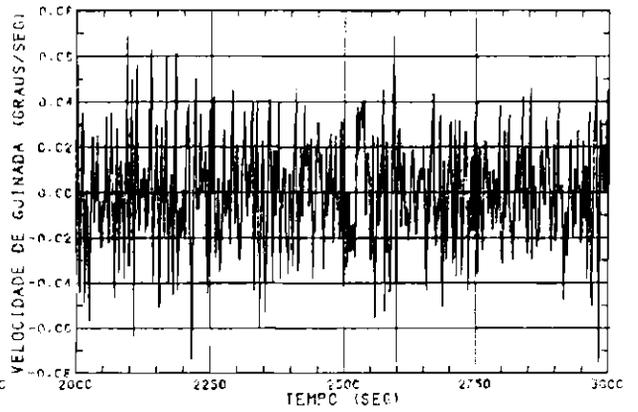


(f) Últimos 1000 segundos

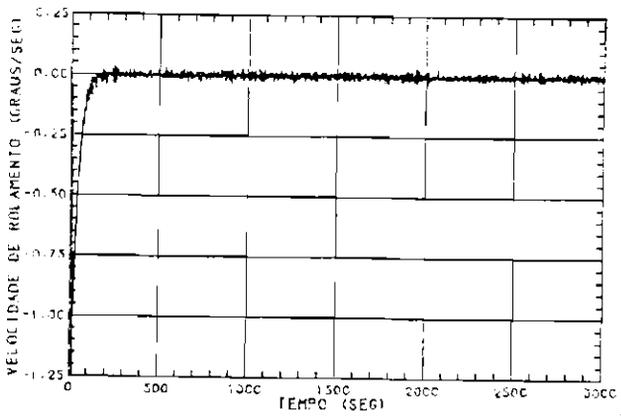
Fig. 5.3 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito.



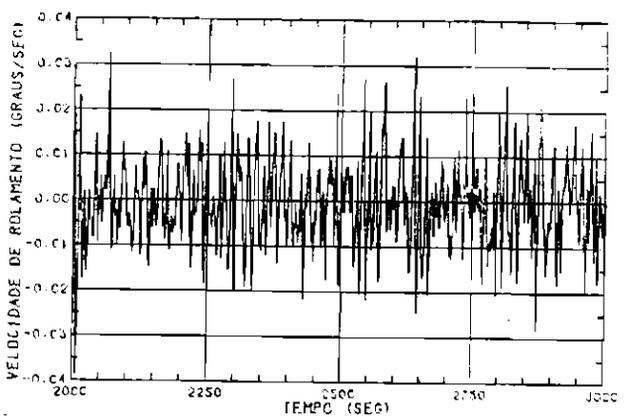
(a) Simulação total



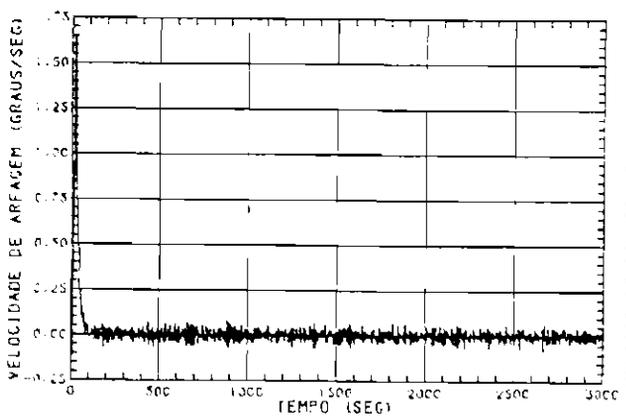
(b) Últimos 1000 segundos



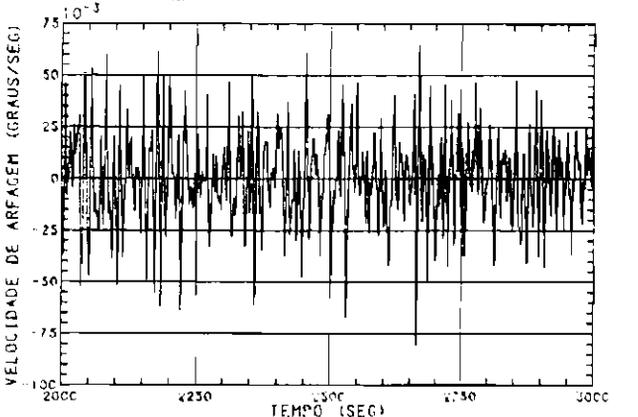
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos



(e) Simulação total



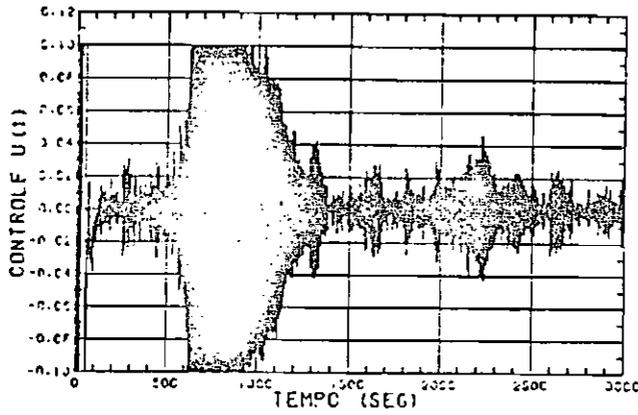
(f) Últimos 1000 segundos

Fig. 5.4 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito.

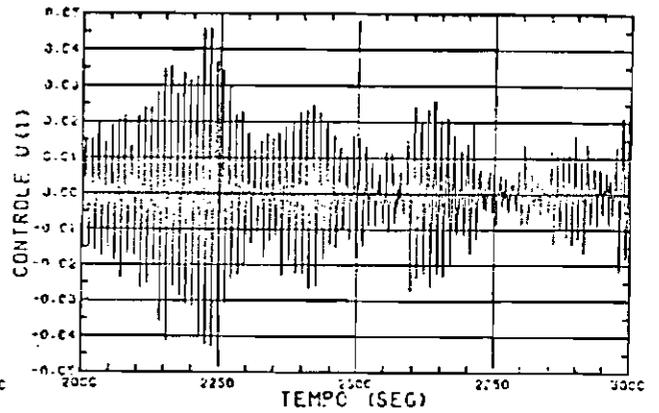
Observando-se os gráficos das Figuras 5.1.a,c,e e 5.2.a,c,e nota-se que ambas as versões, como era esperado, conduzem os ângulos de guinada, rolamento e arfagem a uma região próxima a zero em um tempo aproximadamente igual. No entanto, através dos gráficos 5.1.b,d,f e 5.2.b,d,f pode-se ter uma visão mais nítida das regiões de convergência dos citados ângulos. Nestes gráficos são mostrados as curvas dos referidos ângulos nos últimos 1000 segundos de simulação. Nota-se um comportamento semelhante para ambas as versões, implícita e explícita, do algoritmo. No caso do ângulo de guinada observa-se que, para o caso implícito, a amplitude de oscilação foi maior (faixa de  $\pm 0,5^\circ$ ) do que para o explícito (faixa de  $\pm 0,2^\circ$ ). Para os demais ângulos as duas versões apresentaram comportamento semelhante, com oscilações dentro de uma faixa da ordem de  $\pm 0,12^\circ$  para o ângulo de rolamento e de  $\pm 0,2^\circ$  para o ângulo de arfagem.

Analisando-se os gráficos referentes às velocidades, nas Figuras 5.3.a,c,e e 5.4.a,c,e observa-se um melhor desempenho do algoritmo explícito, visto que apresentou menores oscilações na velocidade de guinada em regime permanente e convergência mais rápida que na versão implícita. Isto aparentemente indica um pior desempenho do estimador para o caso implícito quando não se considera um nível de ruído que permita manter o ganho do filtro suficientemente alto para que as observações sejam convenientemente ponderadas. Isto será confirmado na sequência pela melhora de desempenho apresentada por esta versão através das curvas obtidas com a inclusão de um nível constante de ruído na dinâmica adotada para os parâmetros ( $\dot{Q}' > 0$ ) que mantém o filtro aberto a novas observações. Nas figuras 5.3.b,d,f e 5.4.b,d,f são apresentadas as curvas das velocidades para  $t \geq 2000$  segundos, que permitem observar a faixa de valores em que estas se mantêm após o regime. Observa-se que a velocidade de guinada oscila em uma faixa de aproximadamente  $\pm 0,06^\circ/s$  enquanto que na versão implícita são atingidos níveis de até  $0,3^\circ/s$ .

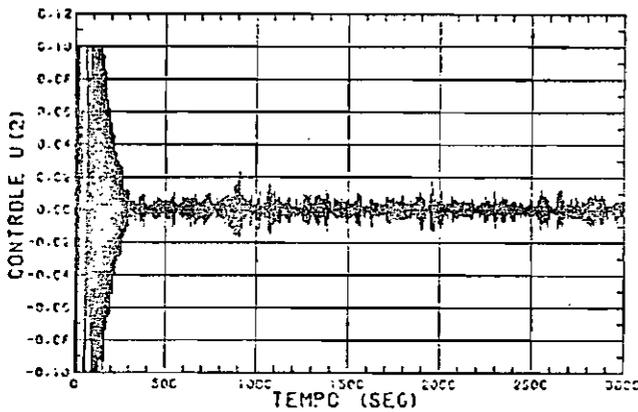
As Figuras 5.5 e 5.6 mostram as curvas obtidas para as componentes do vetor de controle para os algoritmos de controle auto-sintonizável versões implícita e explícita, respectivamente. Observa-se, como constatado nas figuras anteriores, que a versão implícita do algoritmo testado apresenta um pior desempenho em função da minimização de energia para o controle do satélite. Em função do mal desempenho do estimador, que acarretou problemas principalmente em guinada, o torque de controle neste eixo apresentou oscilações de amplitude igual ao valor de saturação (0,1 Nm) durante um período de aproximadamente 300 segundos (500s a 800s). Em  $t=500s$  o ângulo de guinada (ver Figura 5.1.a) tendeu a divergir bruscamente, obrigando o controle a reagir atingindo valores saturados. Isto conseguiu, porém, reduzir gradualmente o ângulo fazendo com que este voltasse a oscilar dentro dos limites de regime, apesar do mal desempenho do estimador. Este desempenho porém tende a melhorar após a convergência, quando o movimento em um intervalo de amostragem é mais próximo do comportamento linear.



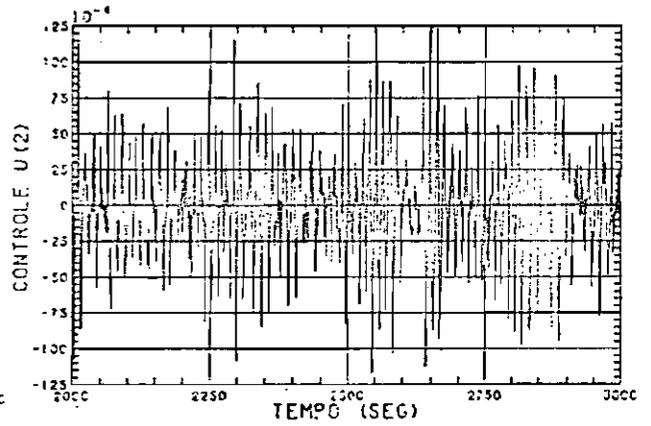
(a) Simulação total



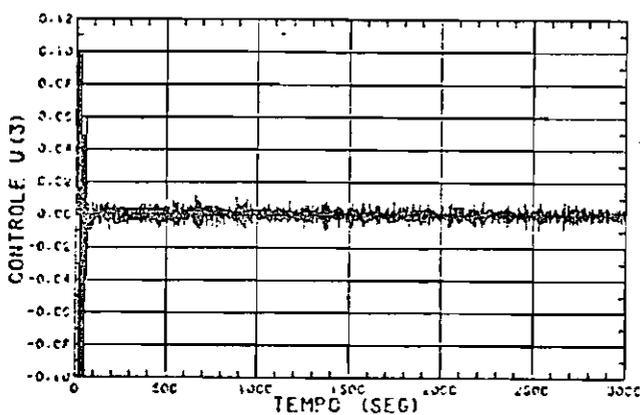
(b) Últimos 1000 segundos



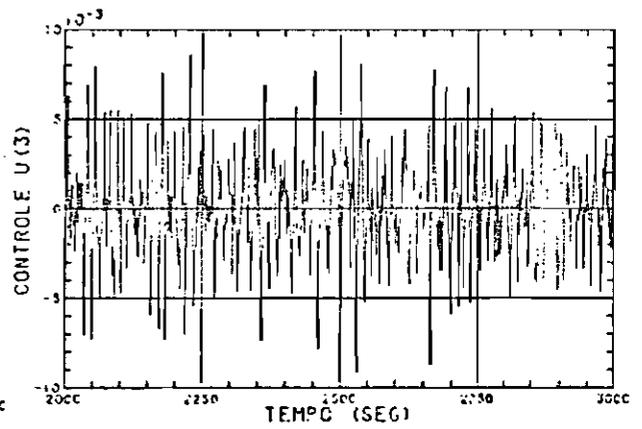
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos

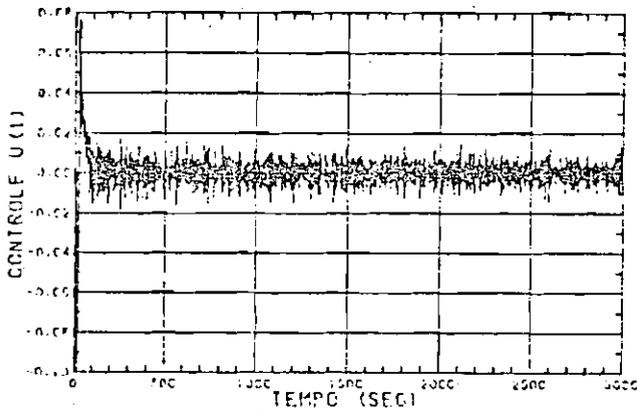


(e) Simulação total

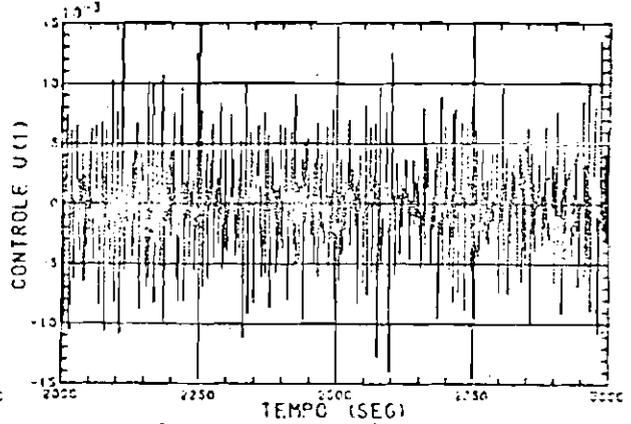


(f) Últimos 1000 segundos

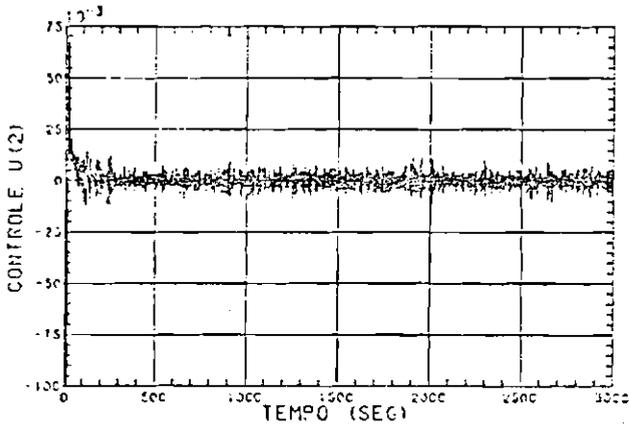
Fig. 5.5 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo implícito.



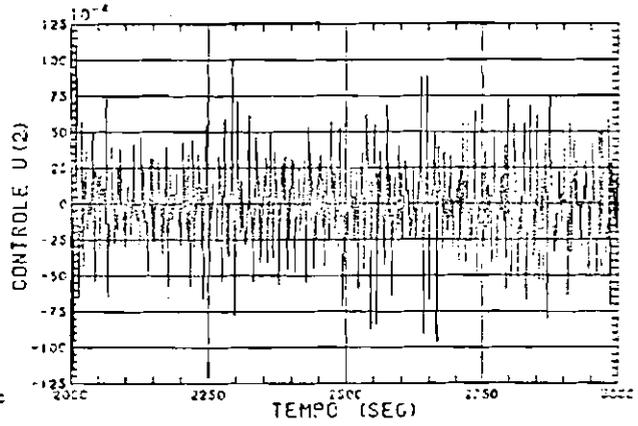
(a) Simulação total



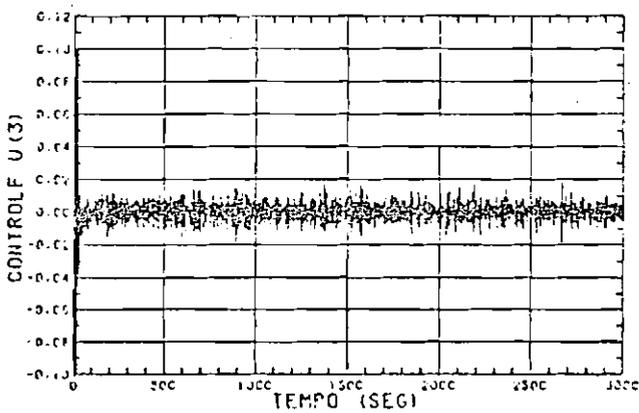
(b) Últimos 1000 segundos



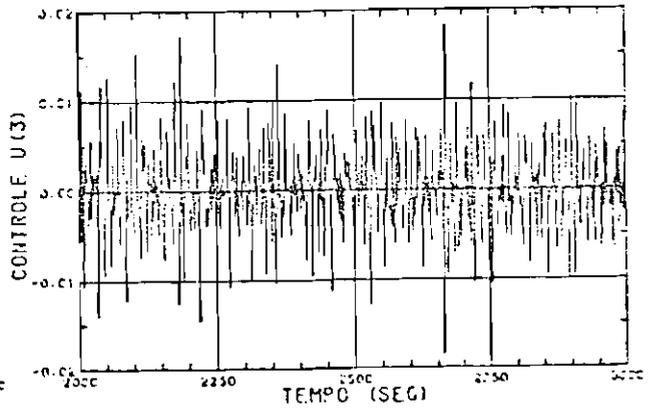
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos



(e) Simulação total



(f) Últimos 1000 segundos

Fig. 5.6 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo explícito.

As Figuras 5.7 e 5.8 apresentam as curvas obtidas para as componentes do vetor resíduo normalizado das observações para, respectivamente, as versões implícita e explícita do algoritmo de controle auto-sintonizável implementado. Esta normalização é feita dividindo-se cada componente do vetor de resíduos, dado pelas Equações 3.30 (versão explícita) e 3.87 (versão implícita) pelo respectivo desvio-padrão (raiz quadrada das variâncias dadas na Equação 3.28 para a versão explícita e 3.88 para a versão implícita).

Nas Figuras 5.9 (versão implícita) e 5.10 (versão explícita) são apresentadas as curvas obtidas para a grandeza que será chamada de erro estimado global das estimativas, definida por:

$$\epsilon_{FK} = \left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^{\bar{n}} P_i(j,j) \right]^{1/2} / 3\bar{n} \quad (5.1)$$

para os procedimentos com estimação de parâmetros via filtro de Kalman e por:

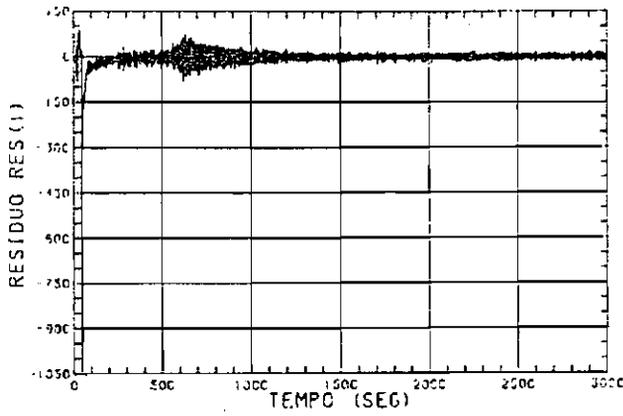
$$\epsilon_{MQ} = \left[ \sum_{i=1}^{\bar{n}} P(i,i) \right]^{1/2} / \bar{n} \quad (5.2)$$

para os procedimentos com estimação de parâmetros via mínimos quadrados. Nesta equação  $\bar{n}$  é a dimensão do vetor de parâmetros estimados. Esta grandeza dá uma idéia do comportamento das matrizes de covariância do erro das estimativas para os procedimentos em estudo no período simulado.

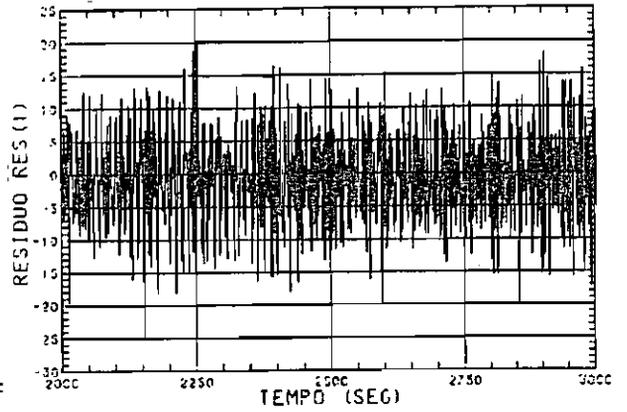
Das Figuras 5.7 e 5.8 nota-se um pior comportamento inicial do estimador do algoritmo auto-sintonizável da versão implícita, visto que os valores iniciais dos resíduos normalizados são bastante elevados, confirmando o que foi verificado anteriormente. Observa-se, ainda, que o comportamento em regime permanente das componentes do vetor de resíduos, para

ambas as versões, foi semelhante, oscilando em torno do zero, apresentando, porém, uma grande porcentagem de pontos fora da região de  $\pm 3$  desvios-padrões do erro na observação, o que indica que os estimadores não apresentaram bom desempenho, embora estimando os parâmetros com precisão suficiente para fazer convergir o procedimentos de controle.

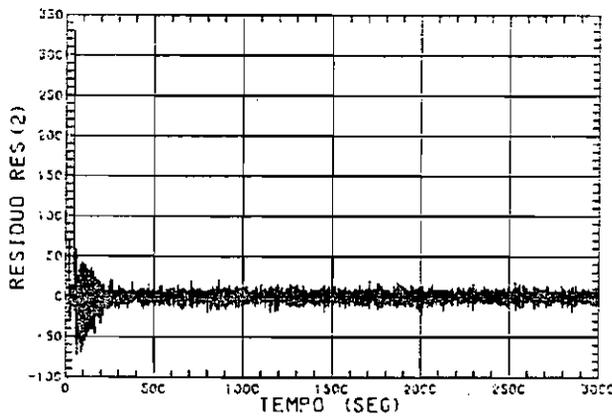
Analisando os gráficos das Figuras 5.9 e 5.10, que apresentam as curvas obtidas para o erro estimado global definido nas Equações 5.1 e 5.2, observa-se um comportamento semelhante para ambas versões dos algoritmos testados, evidenciando-se uma confiança excessiva no modelo adotado para a propagação do vetor de parâmetros (o erro estimado apresenta valores muito pequenos).



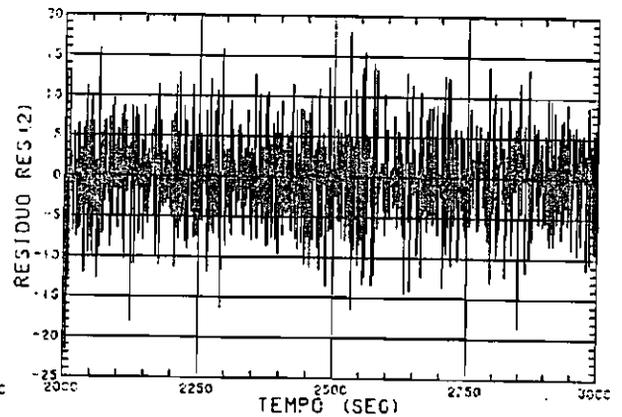
(a) Simulação total



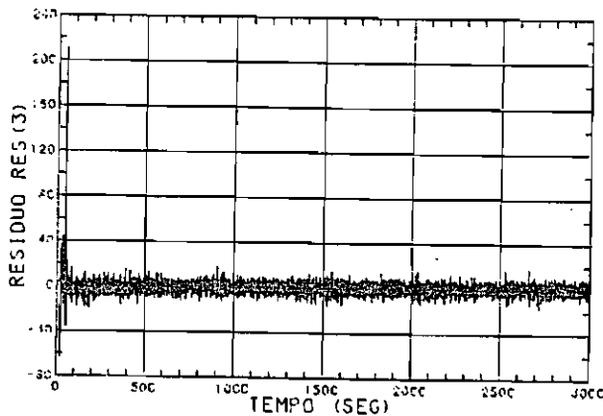
(b) Últimos 1000 segundos



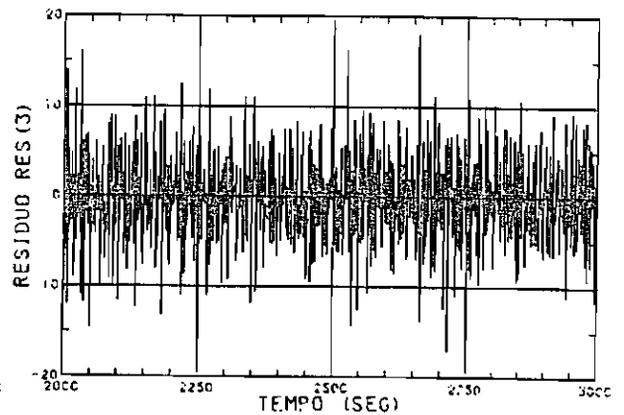
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos

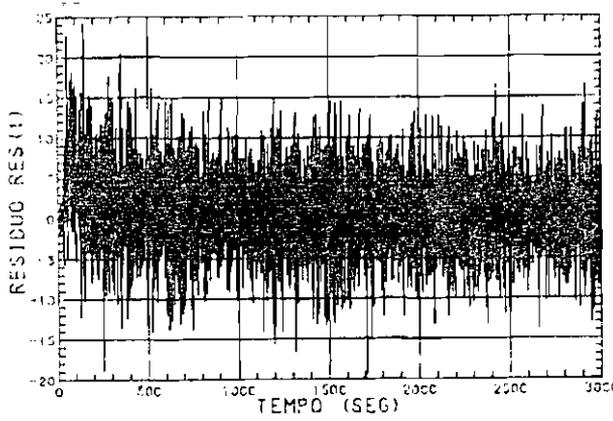


(e) Simulação total

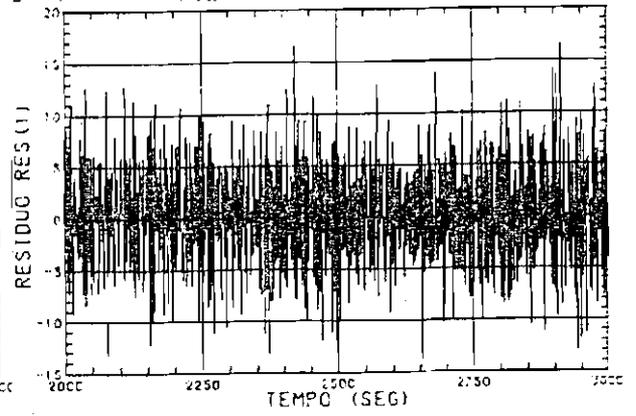


(f) Últimos 1000 segundos

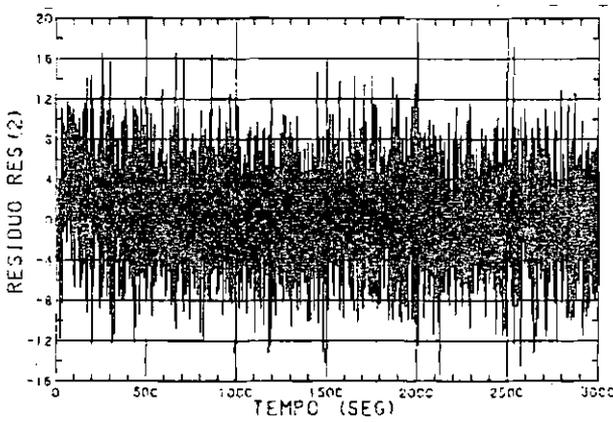
Fig. 5.7 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo implícito.



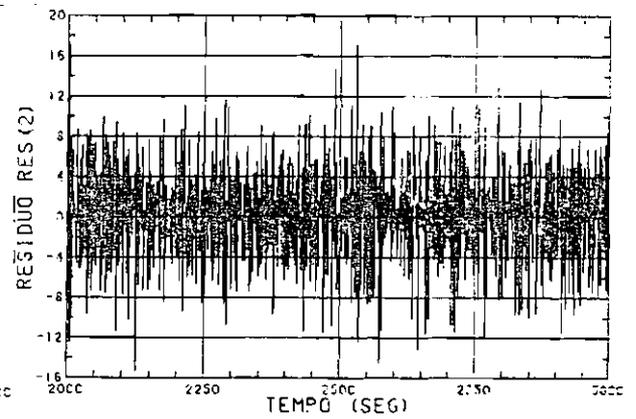
(a) Simulação total



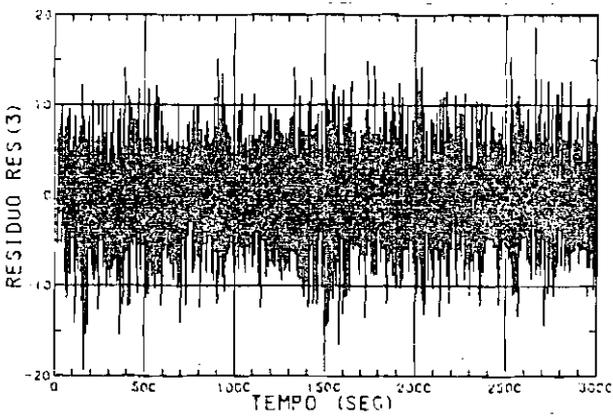
(b) Últimos 1000 segundos



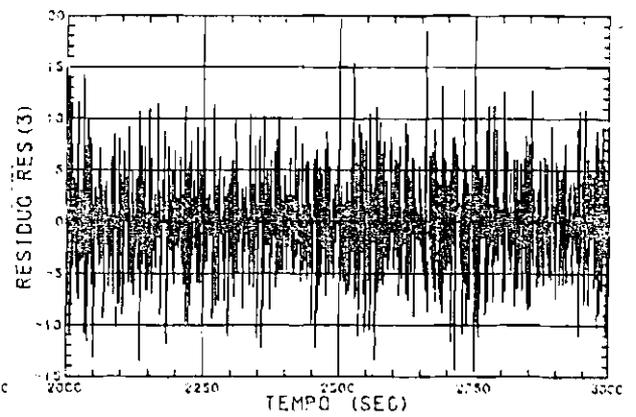
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos



(e) Simulação total



(f) Últimos 1000 segundos

Fig. 5.8 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo explícito.

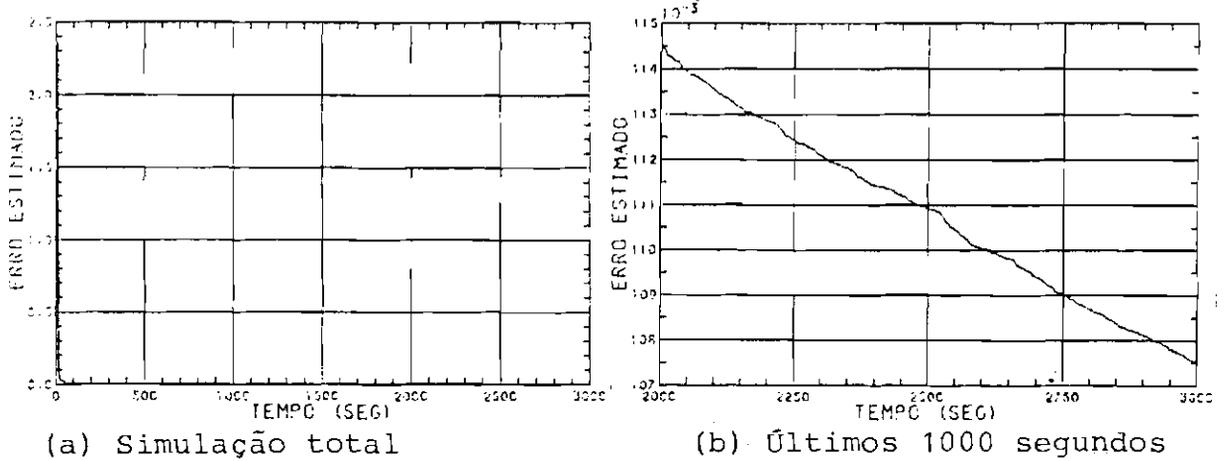


Fig. 5.9 - Gráficos do erro estimado global para o algoritmo implícito.

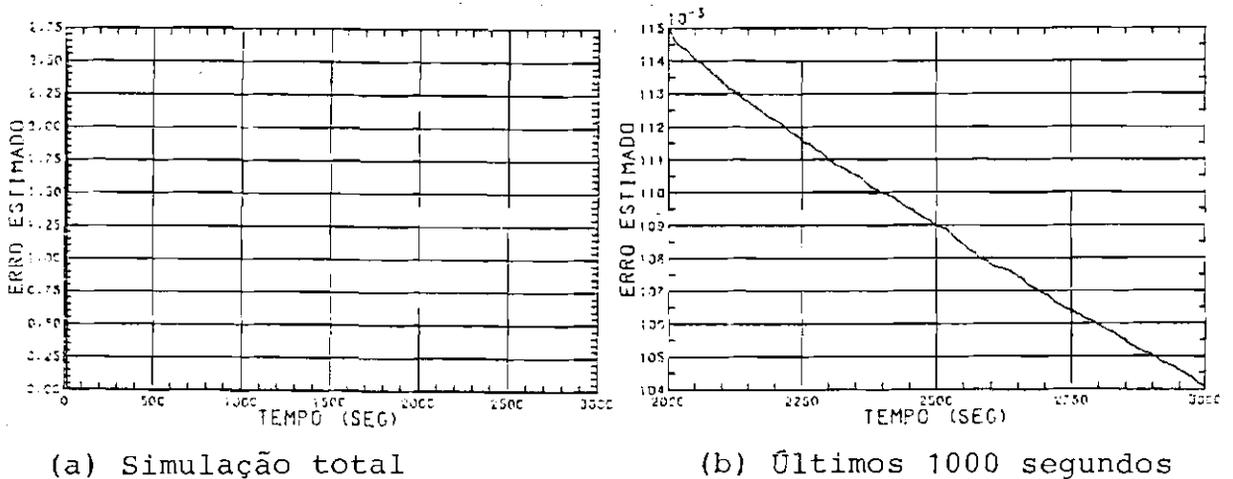


Fig. 5.10 - Gráficos do erro estimado global para o algoritmo explícito.

5.3 - RESULTADOS DE TESTE PARA A VERIFICAÇÃO DA CAPACIDADE DE ADAPTAÇÃO DOS ALGORITMOS DESENVOLVIDOS

Nesta seção são apresentados e analisados os resultados dos teste efetuados para a verificação da influência do nível de ruído no estado na capacidade de adaptação dos algoritmos com estimação via filtro de Kalman, às variações na dinâmica do satélite. Para isto, considerando-se um determinado valor constante para a matriz de covariância do

ruído no modelo dos parâmetros ( $\tilde{Q}_i$  e  $\tilde{Q}'_i$ ,  $i=1,2,3$ ), efetua-se as seguintes alterações no comportamento dinâmico do sistema após 1000 segundos de simulação numérica, quando já ocorreu a convergência do processo de controle:

- a) simultaneamente, o valor do momento de inércia de um dos eixos do satélite decresce e a velocidade relativa a este eixo sofre um acréscimo brusco;
- b) em um determinado propulsor surge, a partir deste instante, um vazamento gerando um torque espúrio constante.

A título de comparação, o mesmo teste é feito com os procedimentos que utilizam estimadores de mínimos quadrados com fator de esquecimento. Os valores utilizados para a matriz  $\tilde{Q}_i$  no algoritmo auto-sintonizável explícito foram:

$$\tilde{Q}_1 = \tilde{Q}_2 = \tilde{Q}_3 = \text{diag}(1 \times 10^{-5}) \text{ (todas as matrizes com dimensão } 5 \times 5 \text{);}$$

para o algoritmo auto-sintonizável implícito com estimação via filtro de Kalman utilizou-se:

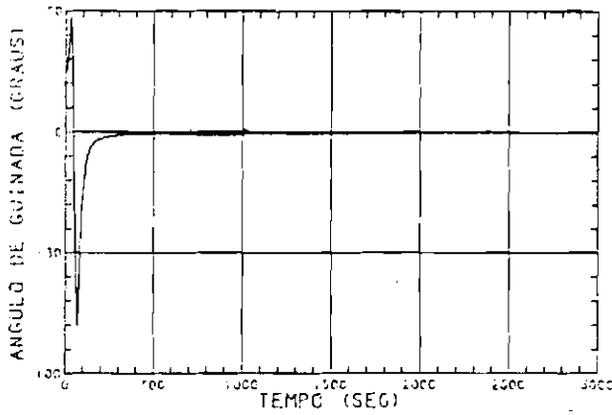
$$\tilde{Q}'_1 = \tilde{Q}'_2 = \tilde{Q}'_3 = \text{diag}(1 \times 10^{-5}) \text{ (todas as matrizes com dimensão } 6 \times 6 \text{);}$$

para os algoritmos auto-sintonizáveis (explícito e implícito) com estimação por mínimos quadrados utiliza-se fator de esquecimento, que é gerado considerando um valor mínimo para o traço da matriz de covariância relacionada ao vetor de parâmetros igual a 0,065 (vide Seção 4.4.4). Todos os valores das matrizes  $\tilde{Q}_i$  e  $\tilde{Q}'_i$  e do valor mínimo de traço, acima citados, foram obtidos através de tentativa/erro em testes efetuados em computador digital.

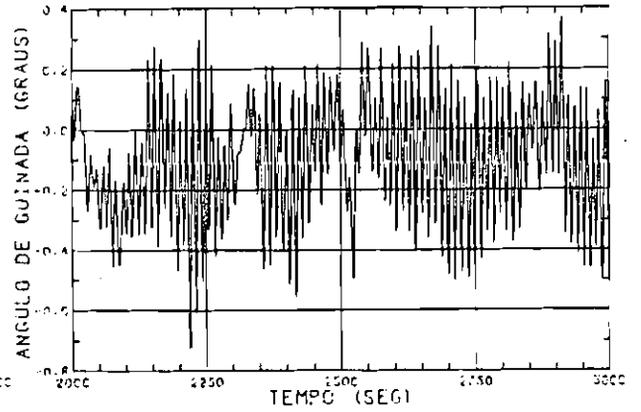
As alterações foram efetuadas na dinâmica do satélite após o instante  $t=1000$  segundos e consistiram, em todos os casos das seguintes:

- a) - alteração da componente  $I_B$  de seu valor inicial (a apresentado no Capítulo 4) para  $15,0 \text{ kg.m}^2$ ;  
- adição, apenas neste instante de tempo, de uma componente de velocidade angular:  $\omega_y = (\omega_y + 10,0)^\circ/\text{s}$ .
- b) - a partir de  $t=1000$  segundos o aparecimento de um torque constante, no eixo x, igual a 20% do torque máximo permitido ao propulsor.

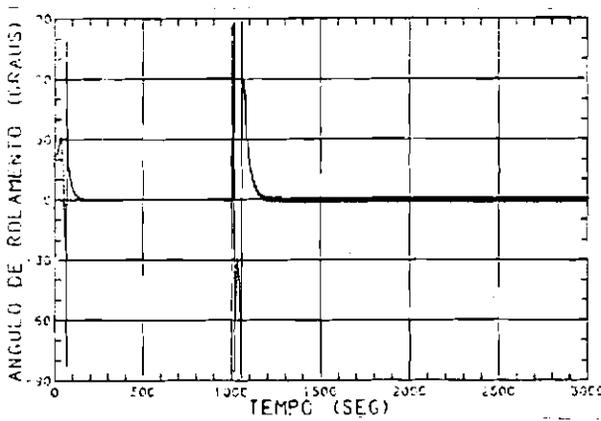
Serão inicialmente mostradas as curvas dos mesmos parâmetros apresentados na seção anterior, obtidas em dois testes preliminares. No primeiro procedeu-se a alteração na dinâmica descrita no ítem (a) acima, após 1000 segundos de simulação e no segundo procedeu-se, de modo análogo, a alteração descrita no ítem (b), considerando a não existência de ruído no modelo matemático adotado para os parâmetros ( $\tilde{Q}_i=0$  e  $\tilde{Q}'_i=0$ ,  $i=1,2,3$ ) nos algoritmos explícito e implícito com estimação via filtro de Kalman. As Figuras 5.11 a 5.20 mostram as curvas referentes às alterações do ítem (a) e as Figuras 5.21 a 5.30 referentes às alterações do ítem (b).



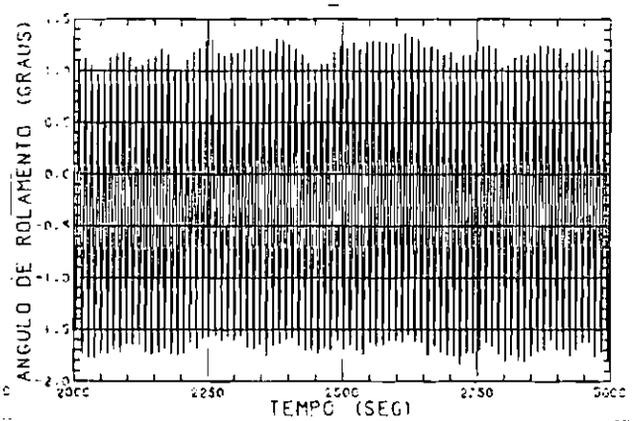
(a) Simulação total



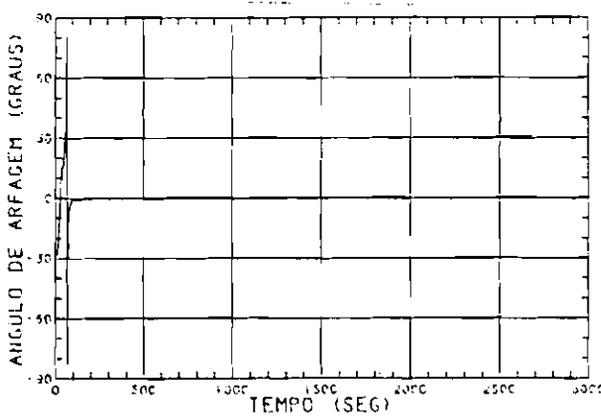
(b) Últimos 1000 segundos



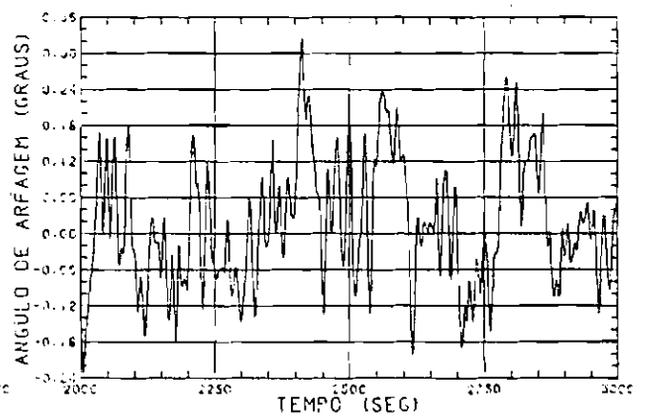
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos

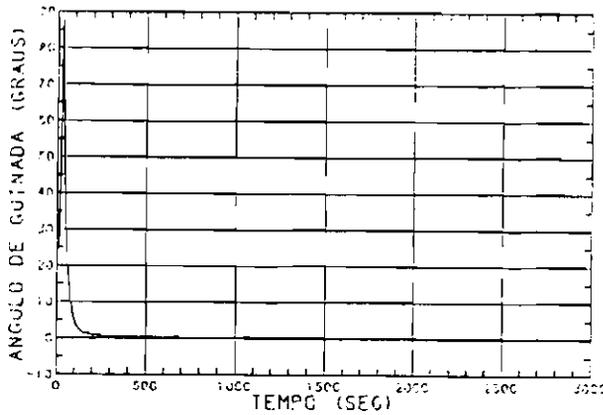


(e) Simulação total

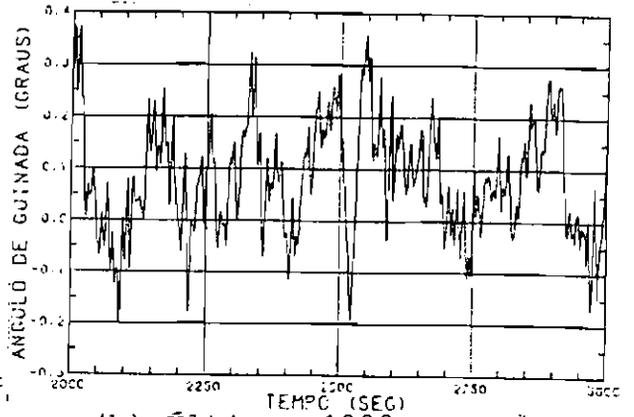


(f) Últimos 1000 segundos

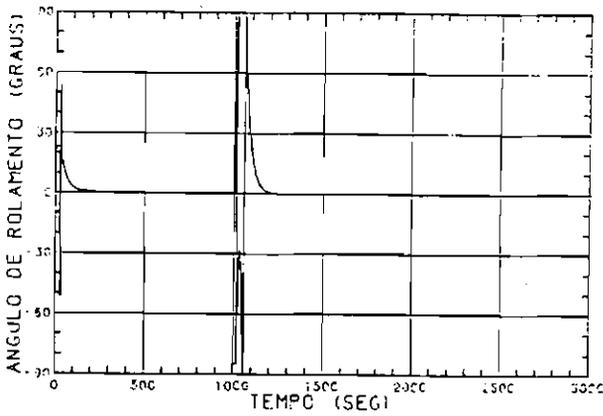
Fig. 5.11 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfa gem para o algoritmo implícito (alteração a).



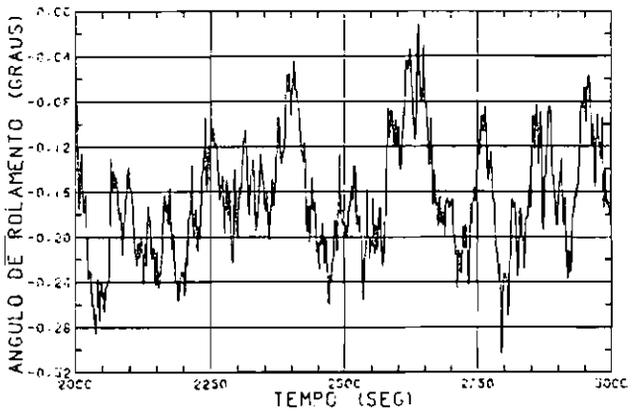
(a) Simulação total



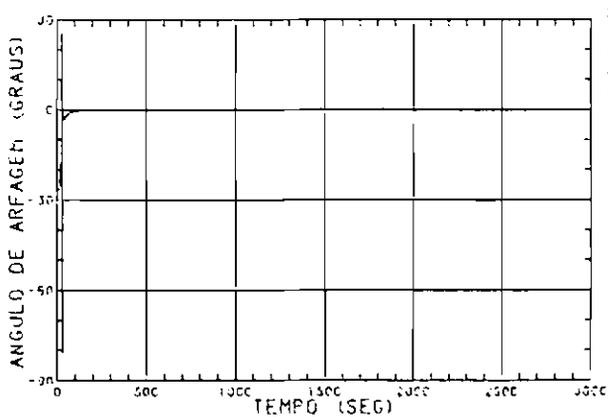
(b) Últimos 1000 segundos



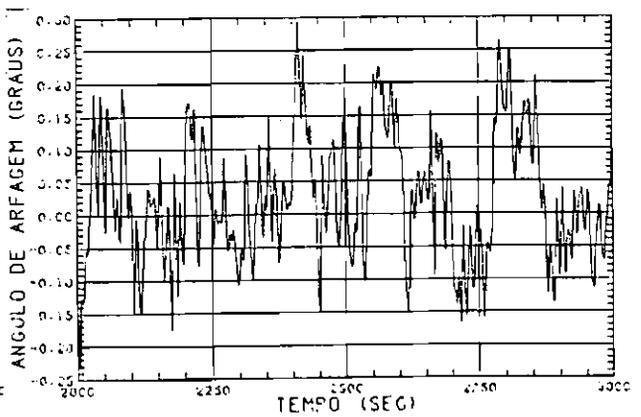
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos

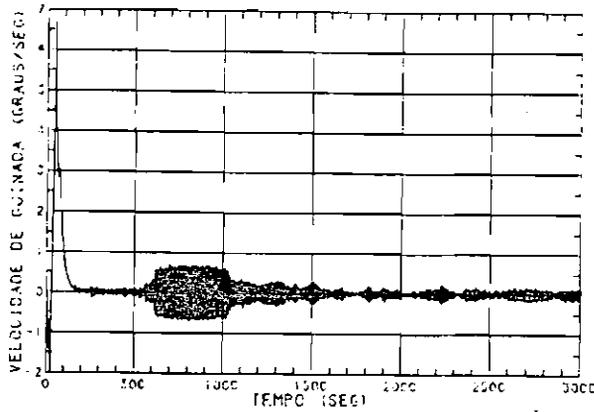


(e) Simulação total

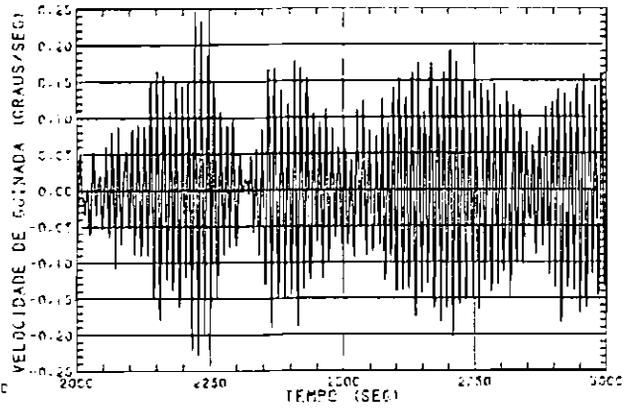


(f) Últimos 1000 segundos

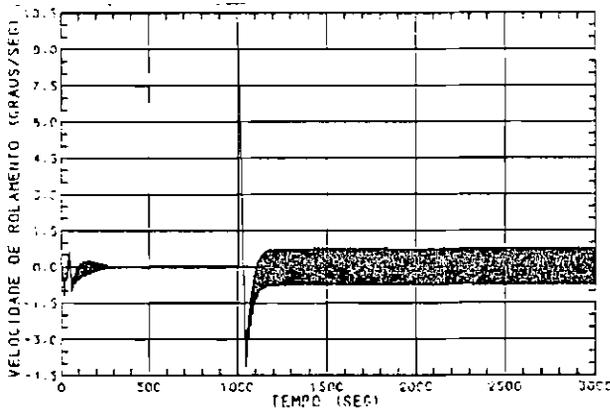
Fig. 5.12 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito (alteração a).



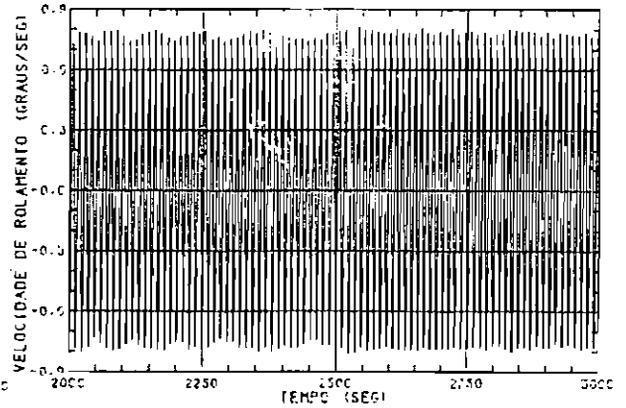
(a) Simulação total



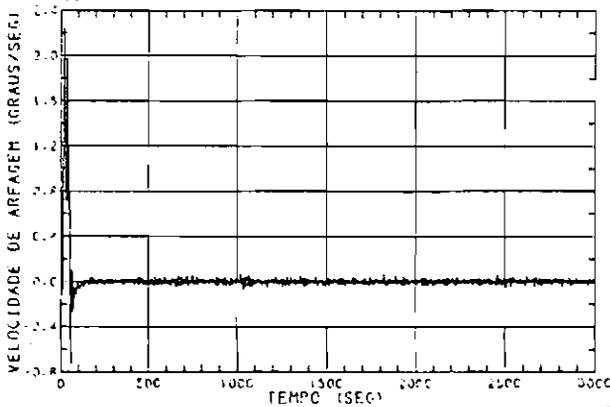
(b) Últimos 1000 segundos



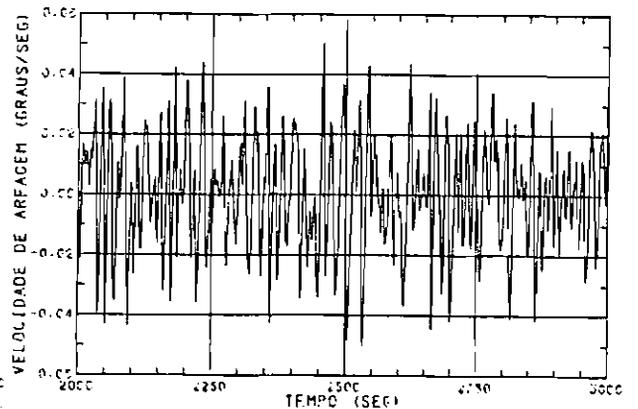
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos

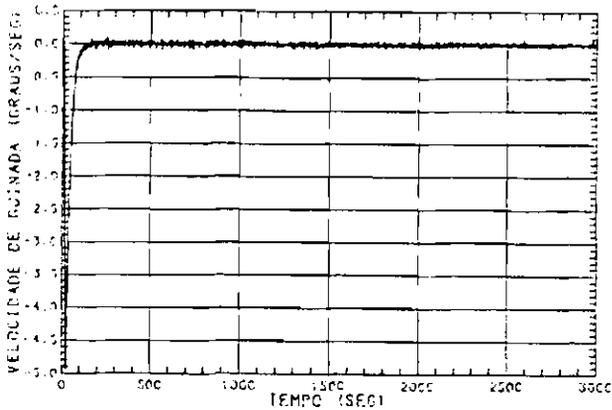


(e) Simulação total

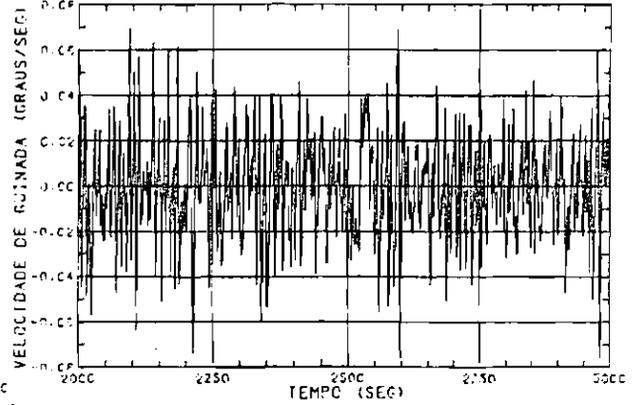


(f) Últimos 1000 segundos

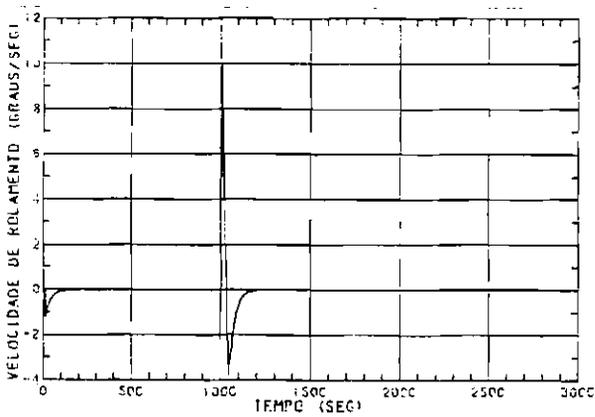
Fig. 5.13 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito (alteração a).



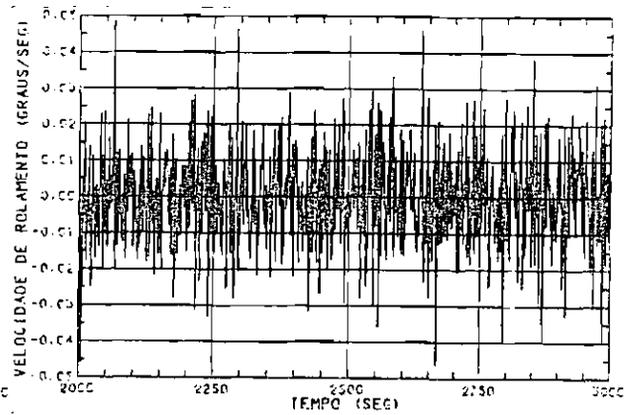
(a) Simulação total



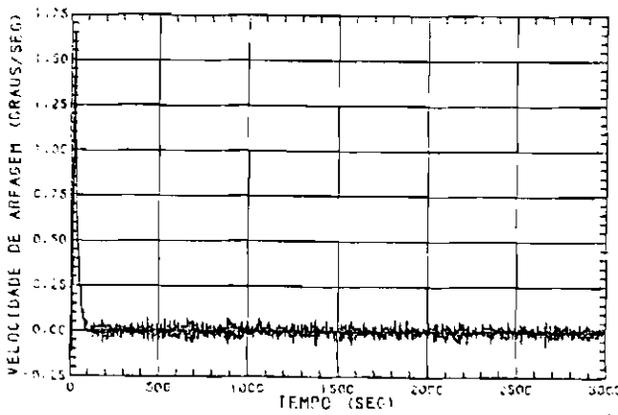
(b) Últimos 1000 segundos



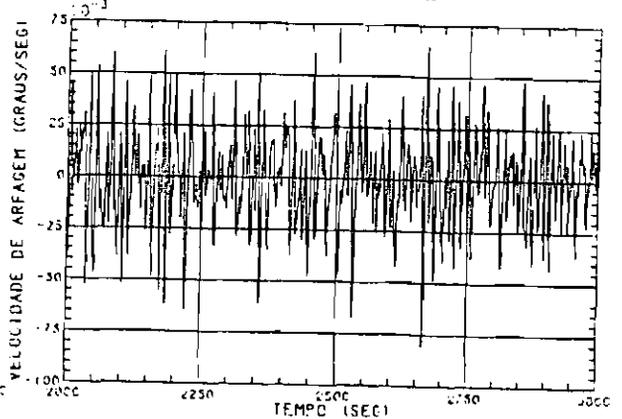
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos

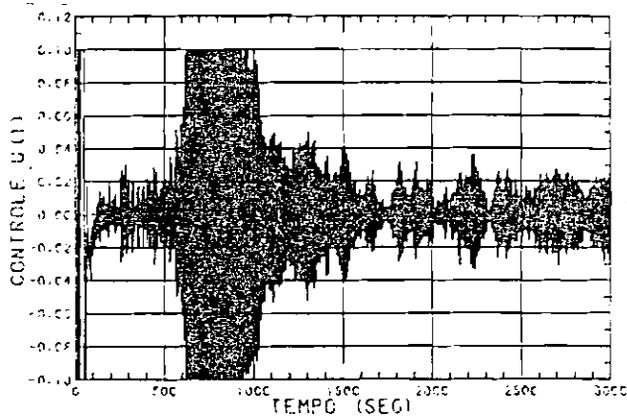


(e) Simulação total

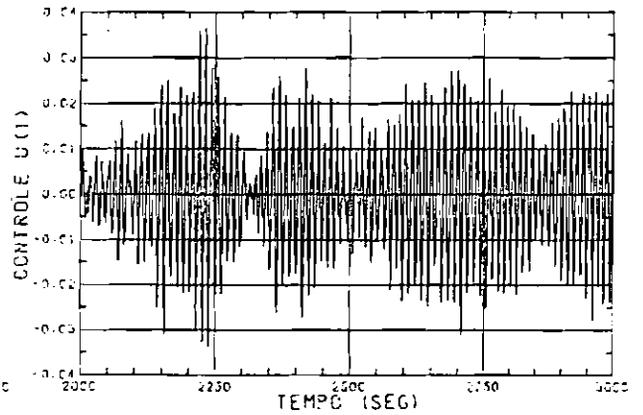


(f) Últimos 1000 segundos

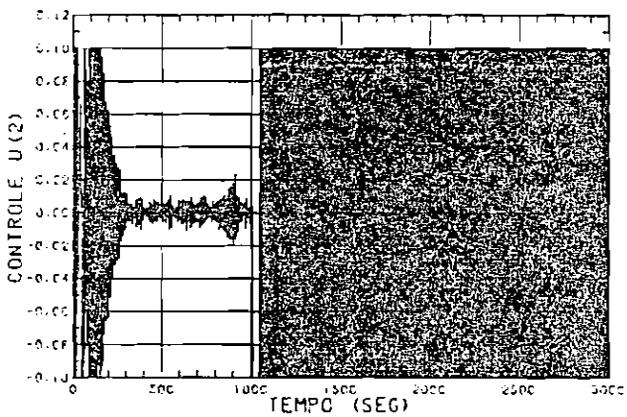
Fig. 5.14 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito (alteração a).



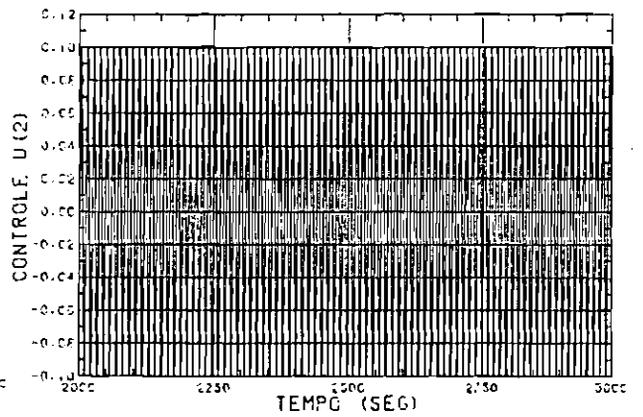
(a) Simulação total



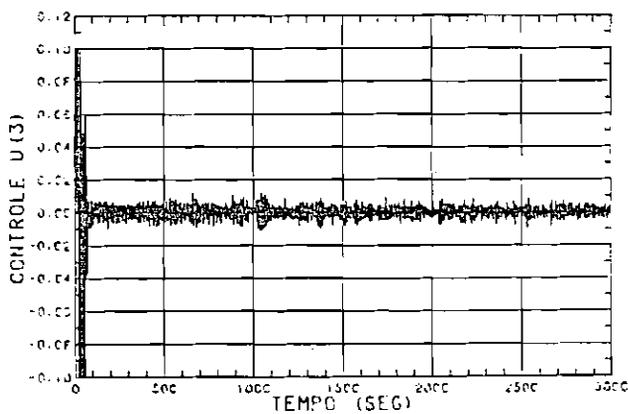
(b) Últimos 1000 segundos



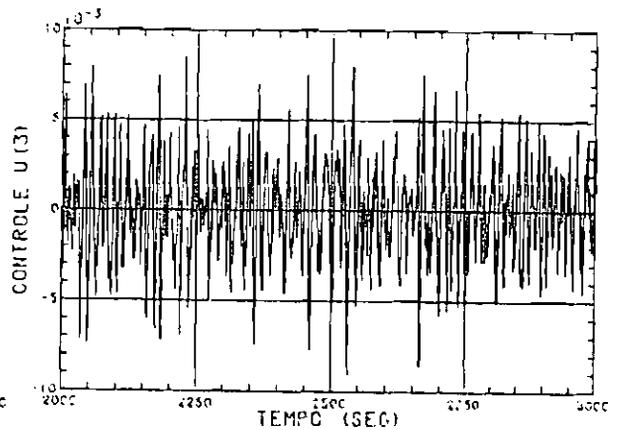
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos

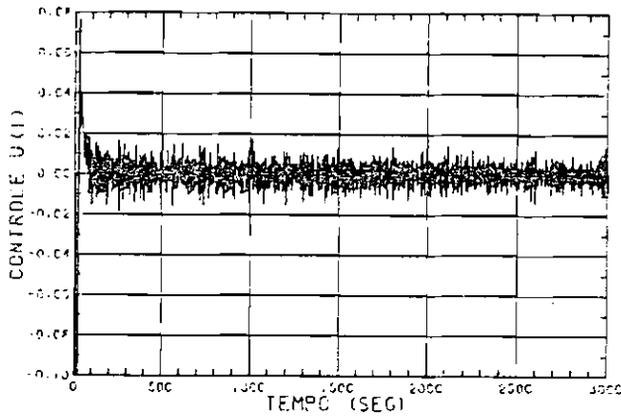


(e) Simulação total

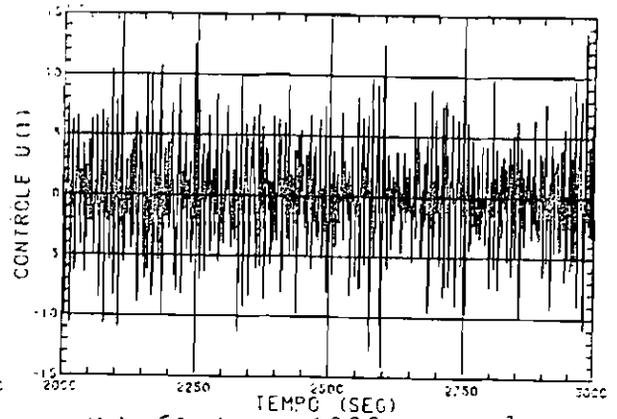


(f) Últimos 1000 segundos

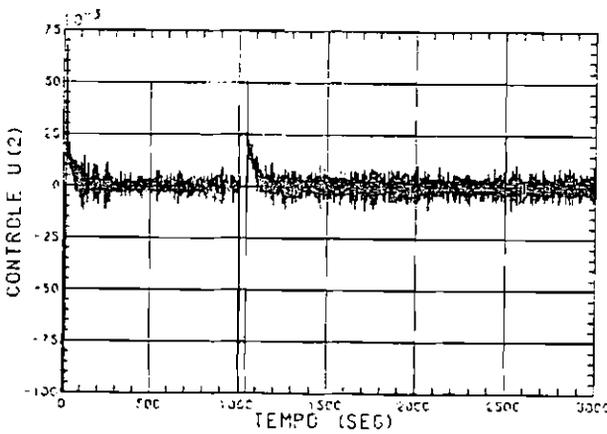
Fig. 5.15 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo implícito (alteração a).



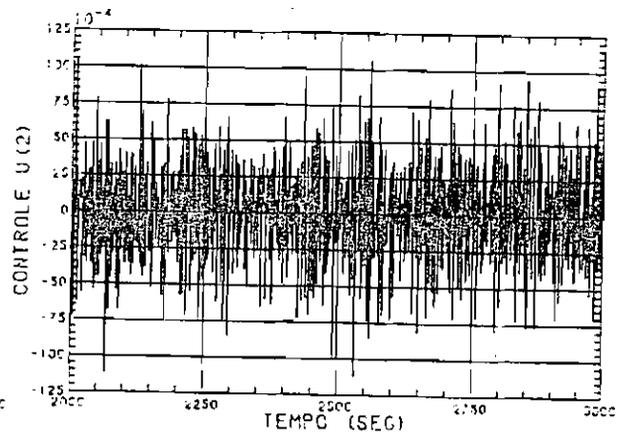
(a) Simulação total



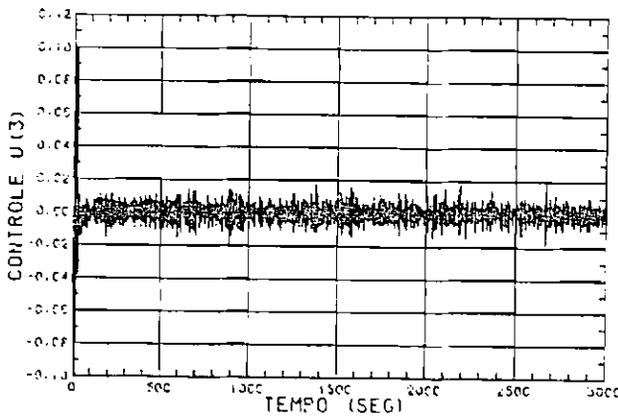
(b) Últimos 1000 segundos



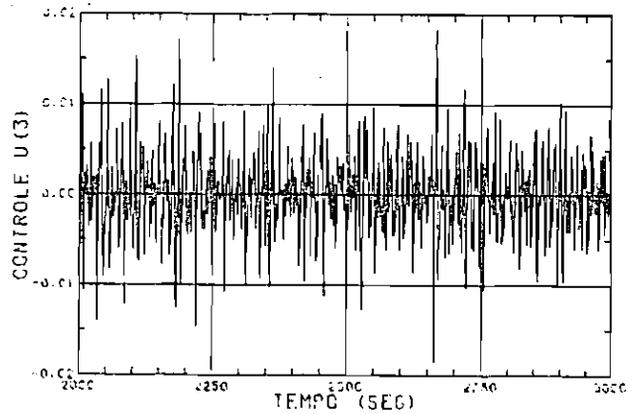
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos

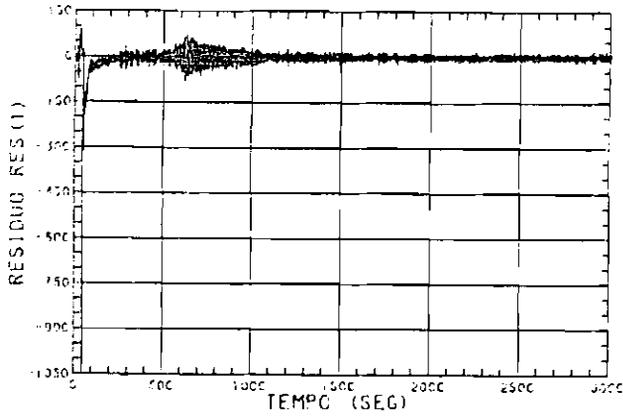


(e) Simulação total

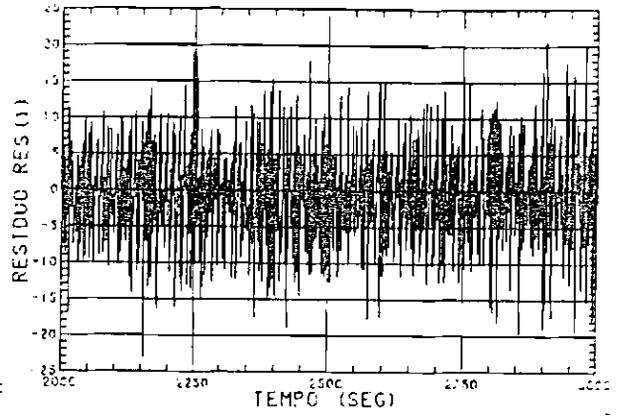


(f) Últimos 1000 segundos

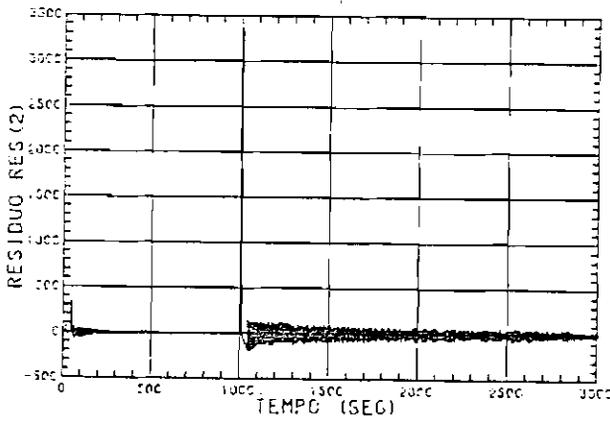
Fig. 5.16 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo explícito (alteração a).



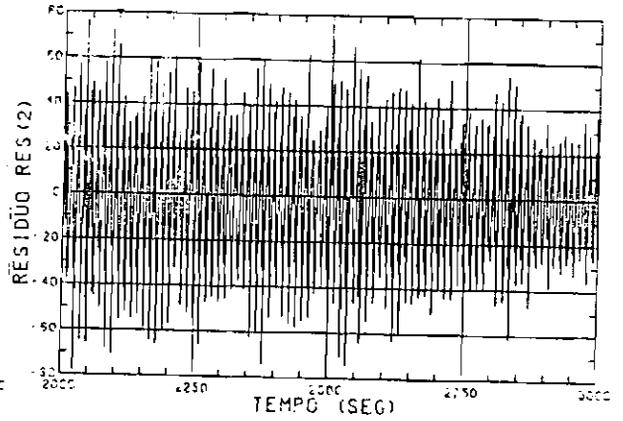
(a) Simulação total



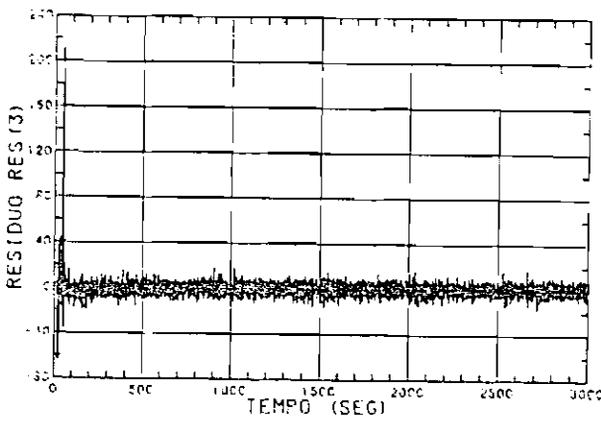
(b) Últimos 1000 segundos



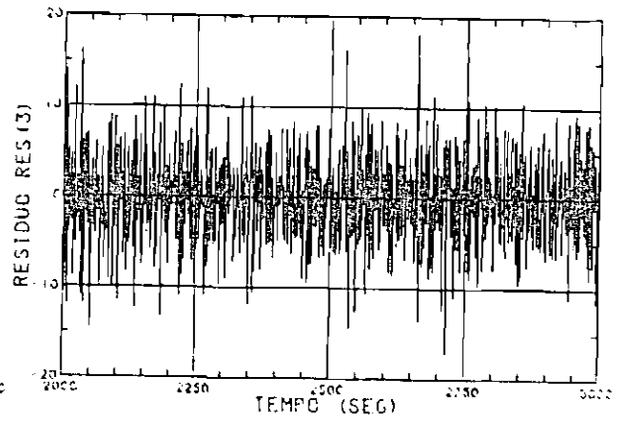
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos

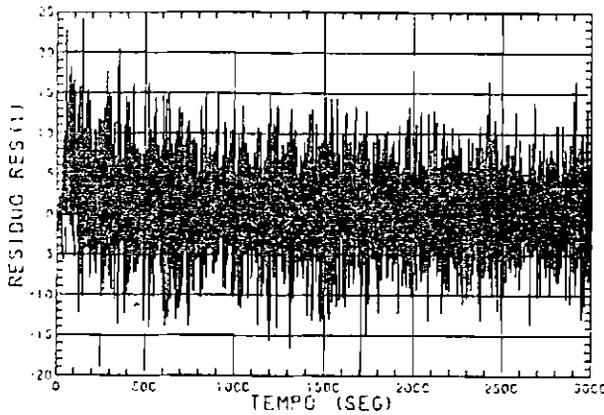


(e) Simulação total

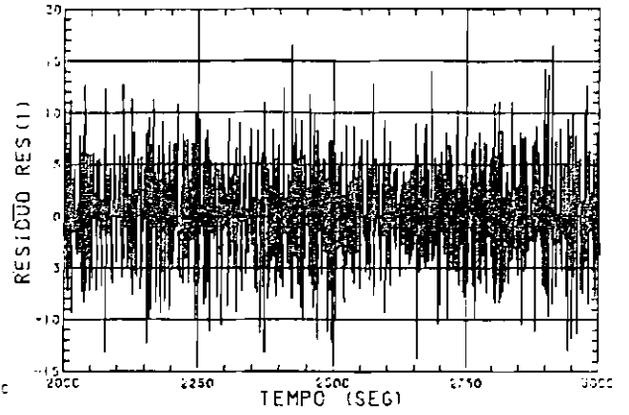


(f) Últimos 1000 segundos

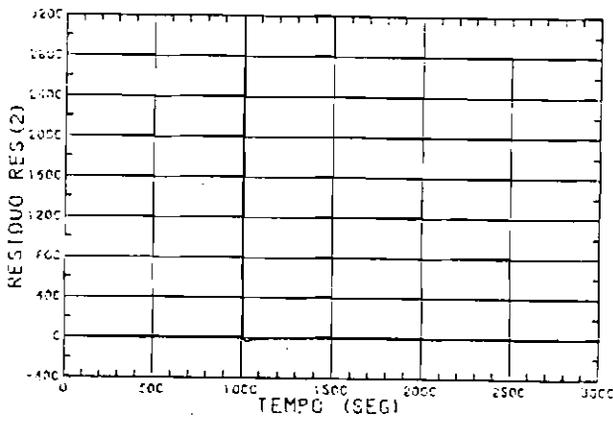
Fig. 5.17 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo implícito (alteração a).



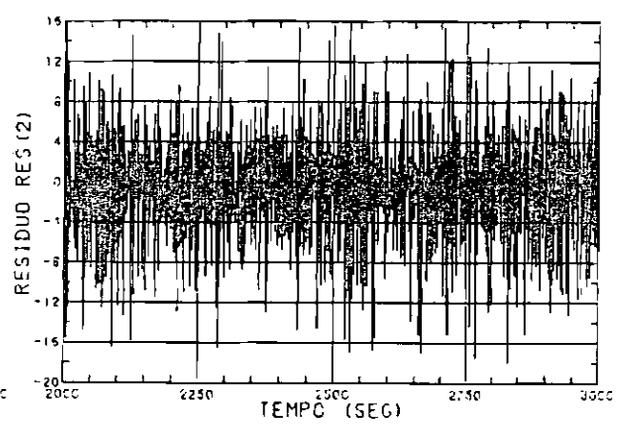
(a) Simulação total



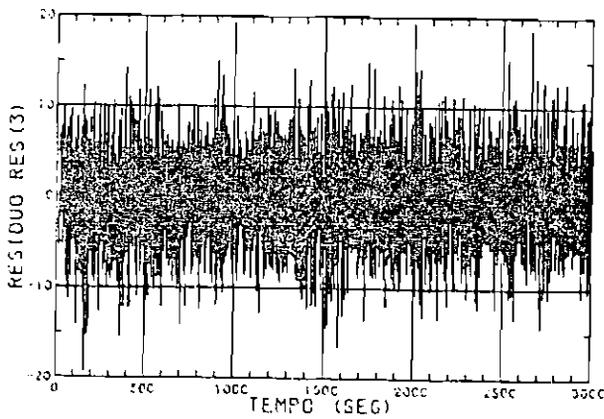
(b) Últimos 1000 segundos



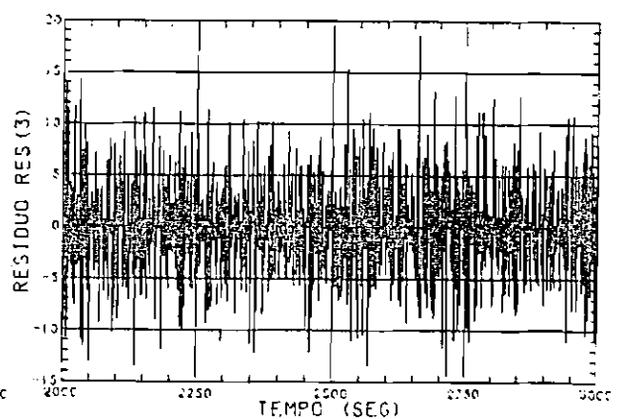
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos

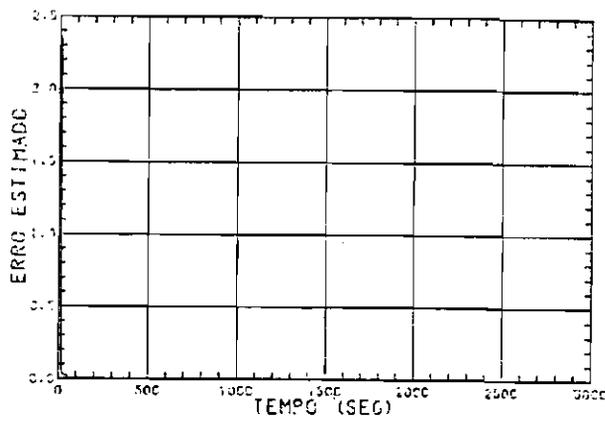


(e) Simulação total

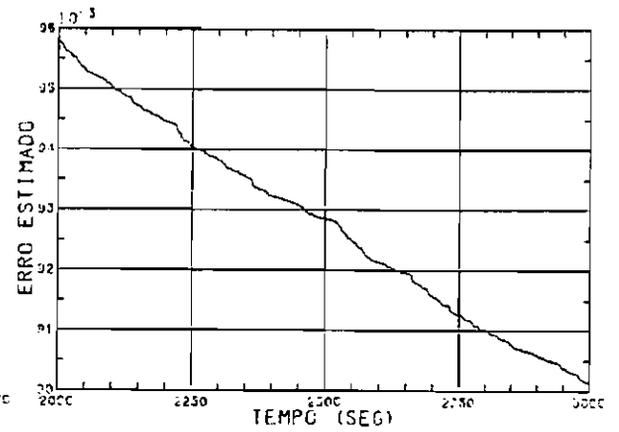


(f) Últimos 1000 segundos

Fig. 5.18 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo explícito (alteração a).

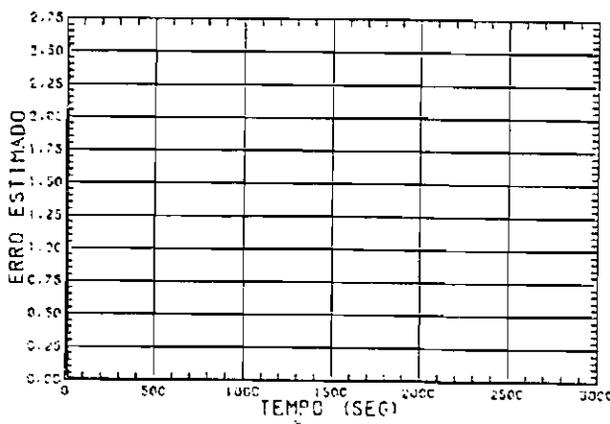


(a) Simulação total

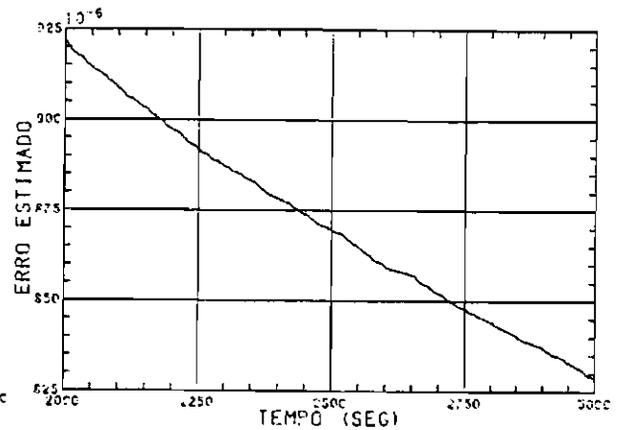


(b) Últimos 1000 segundos

Fig. 5.19 - Gráficos do erro estimado global para o algoritmo implícito (alteração a).

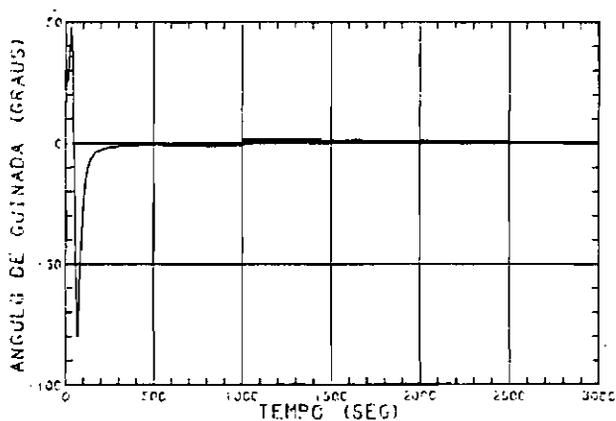


(a) Simulação total

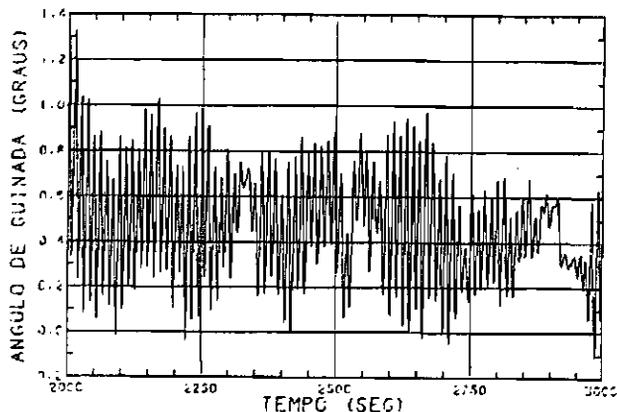


(b) Últimos 1000 segundos

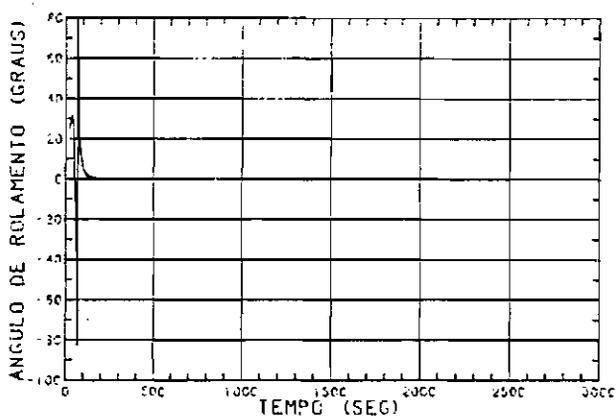
Fig. 5.20 - Gráficos do erro estimado global para o algoritmo explícito (alteração a).



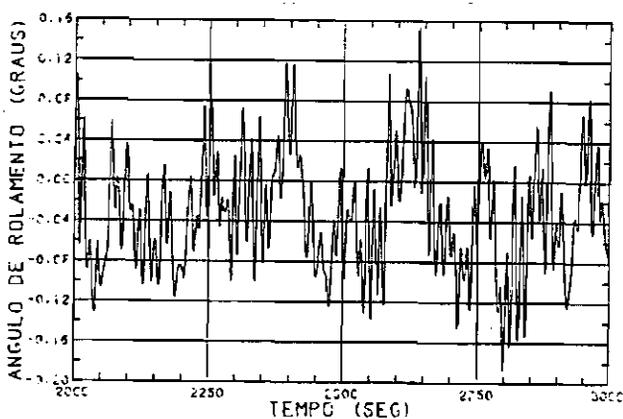
(a) Simulação total



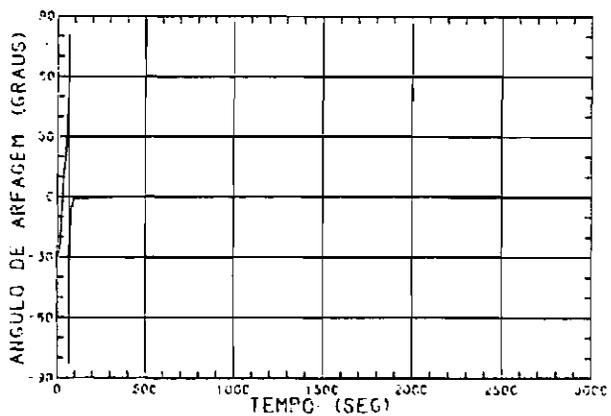
(b) Últimos 1000 segundos



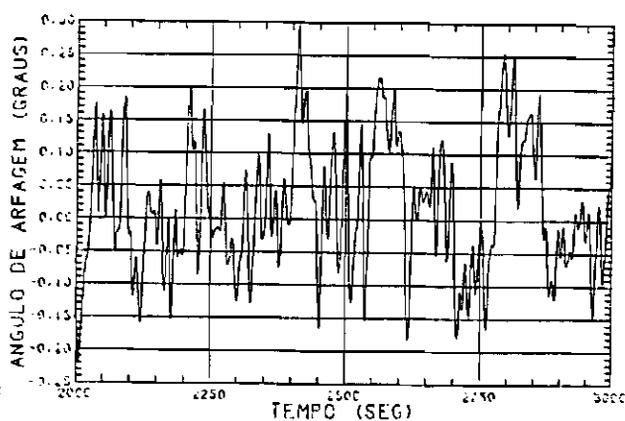
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos

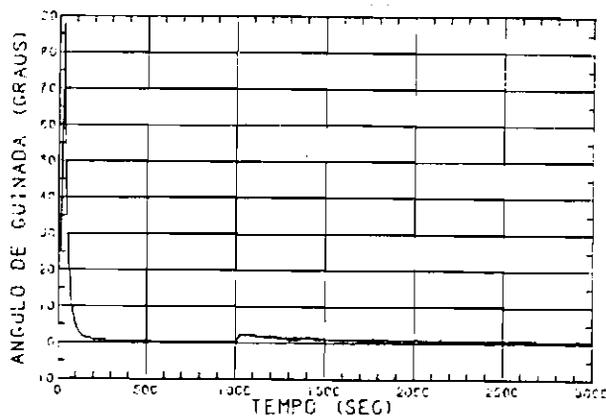


(e) Simulação total

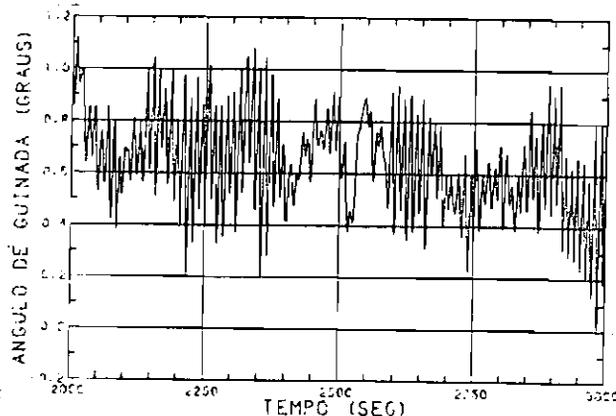


(f) Últimos 1000 segundos

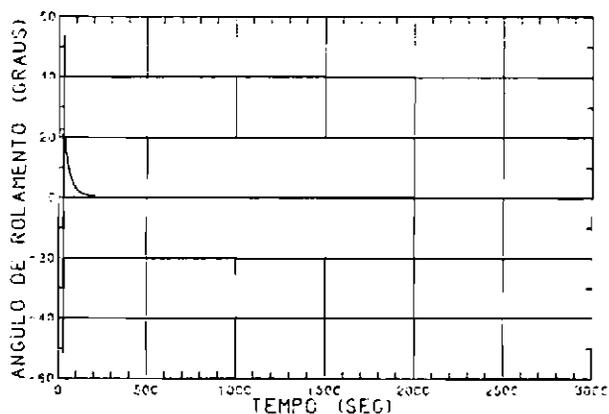
Fig. 5.21 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito (alteração b).



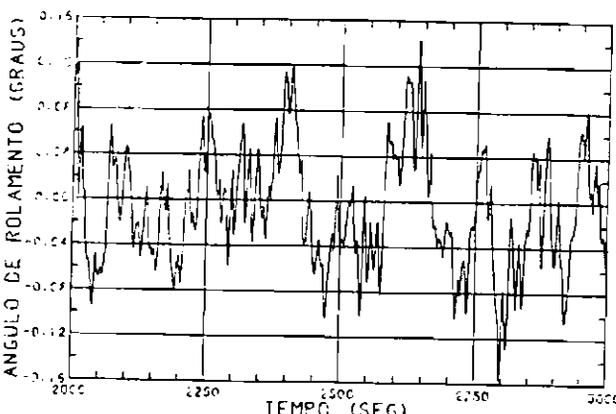
(a) Simulação total



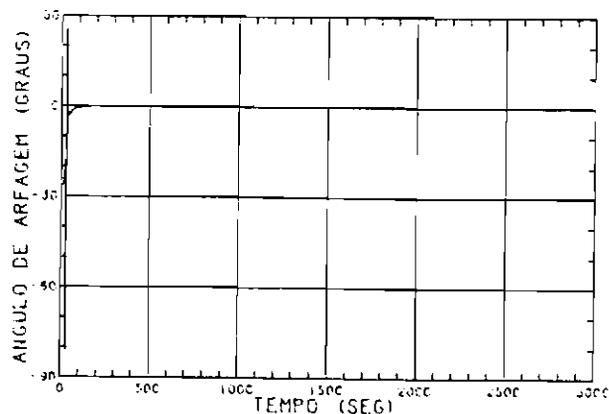
(b) Últimos 1000 segundos



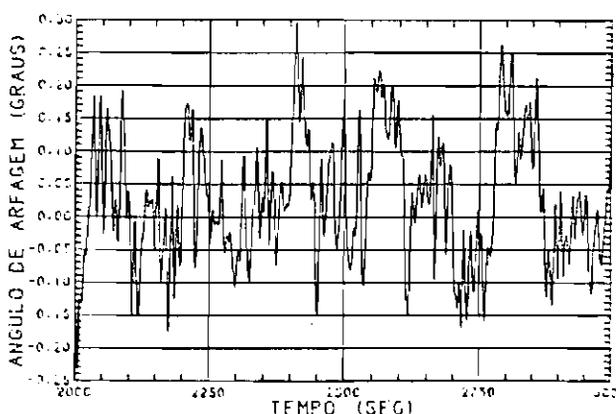
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos

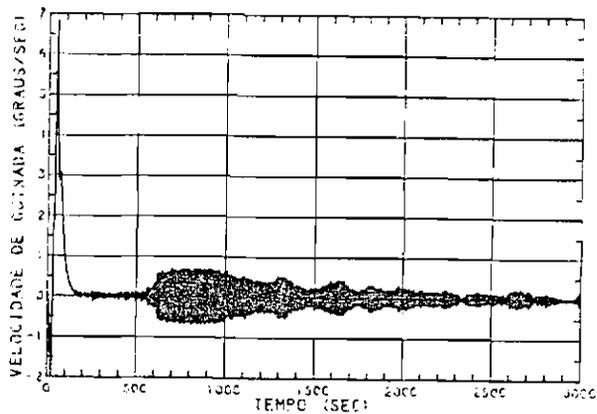


(e) Simulação total

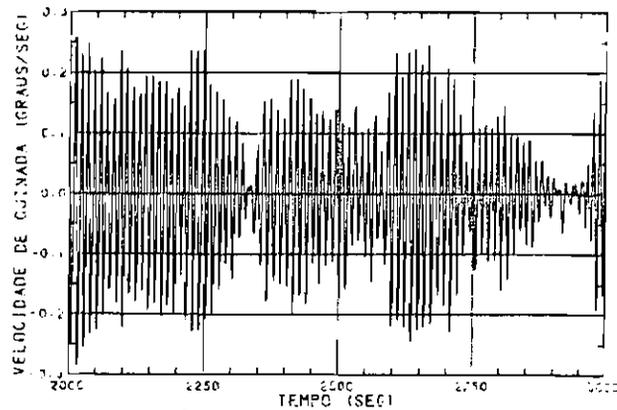


(f) Últimos 1000 segundos

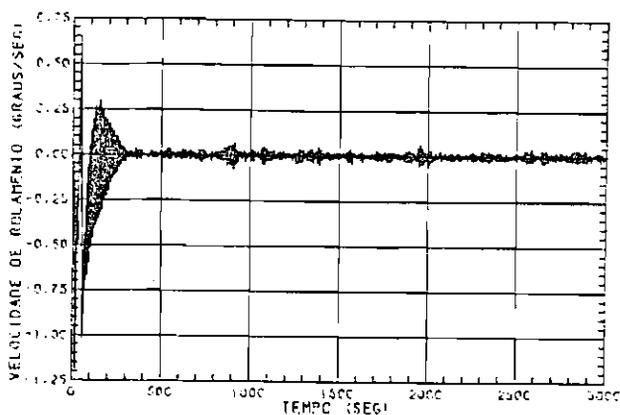
Fig. 5.22 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfa gem para o algoritmo explícito (alteração b).



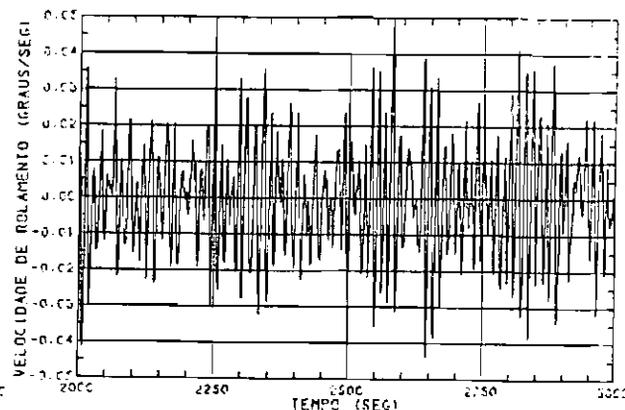
(a) Simulação total



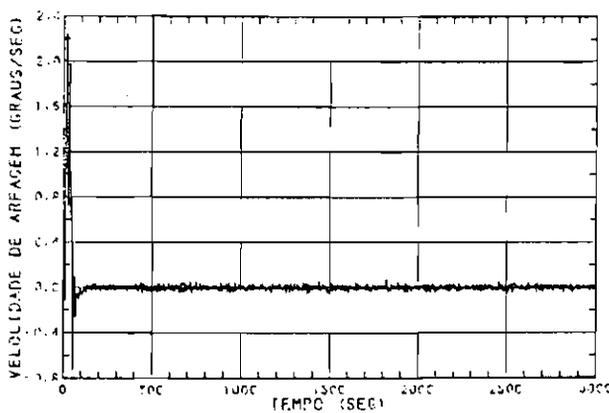
(b) Últimos 1000 segundos



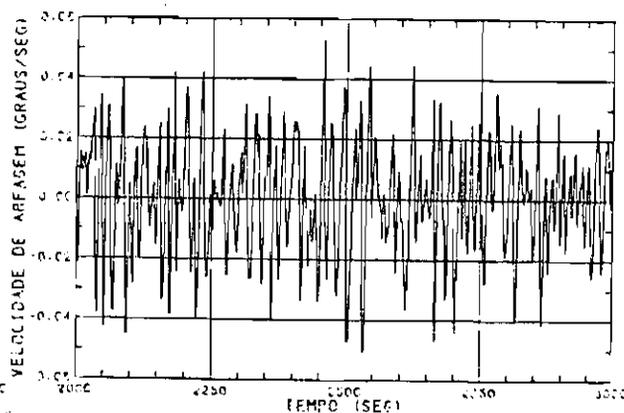
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos

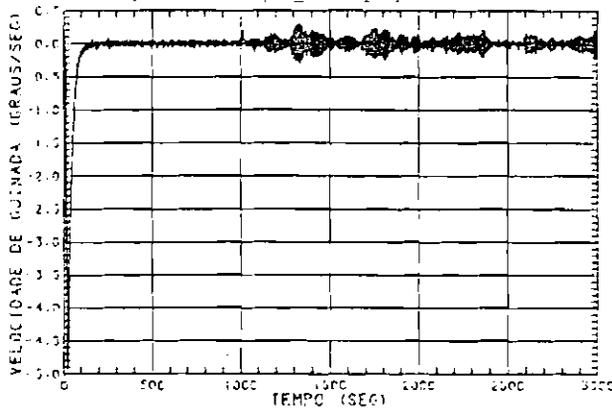


(e) Simulação total

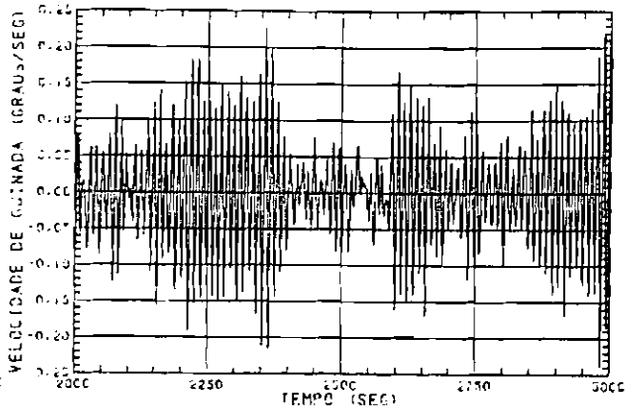


(f) Últimos 1000 segundos

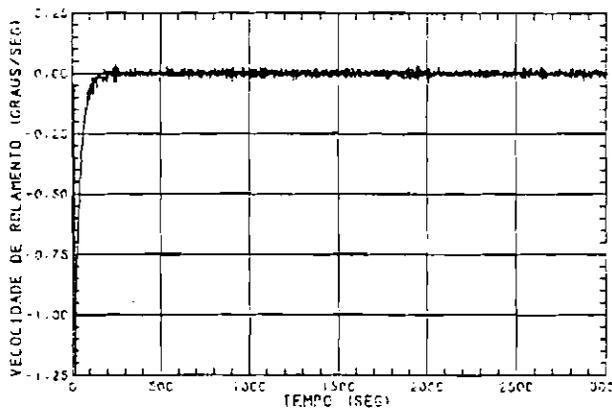
Fig. 5.23 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito (alteração b).



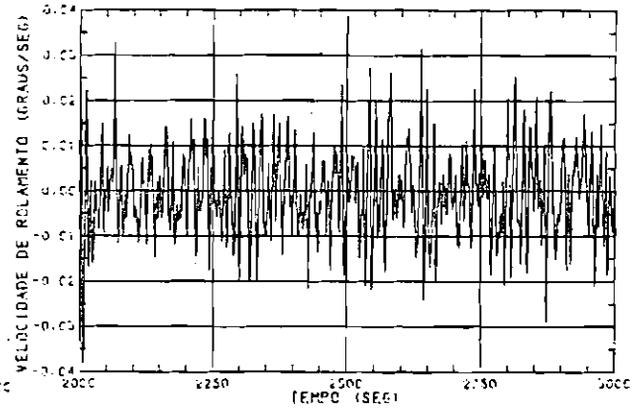
(a) Simulação total



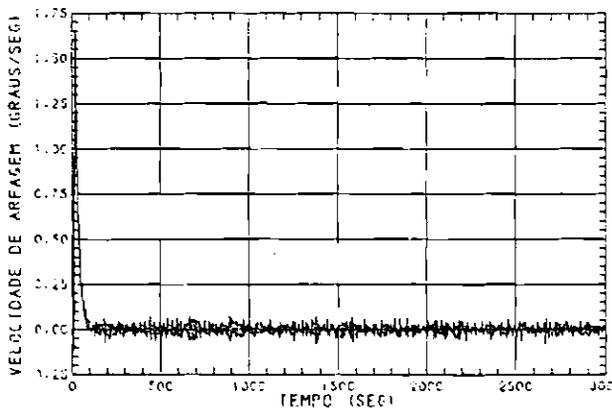
(b) Últimos 1000 segundos



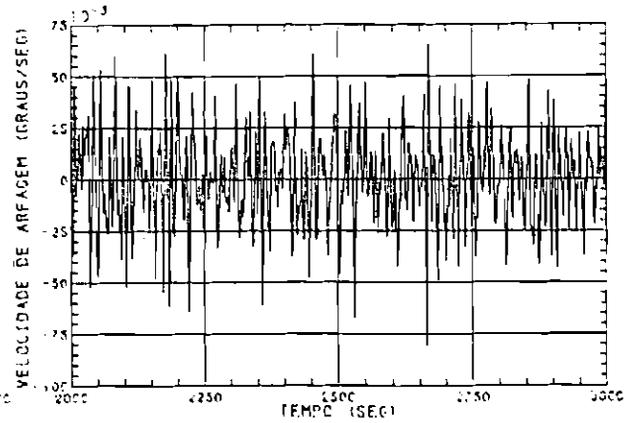
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos

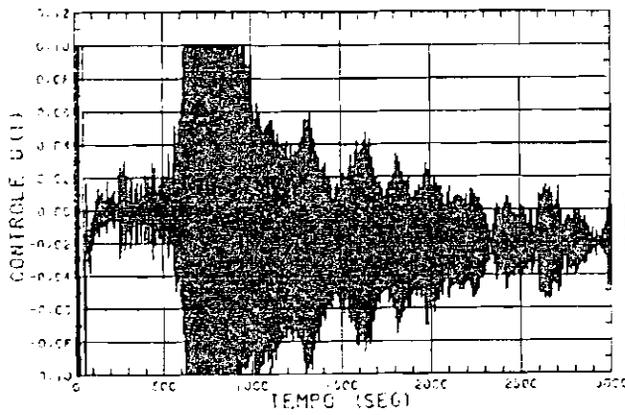


(e) Simulação total

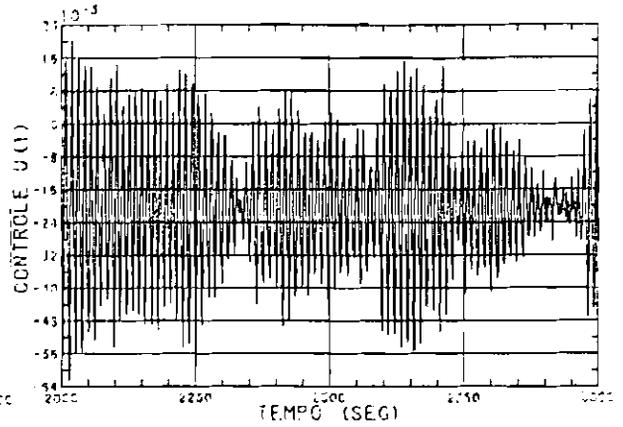


(f) Últimos 1000 segundos

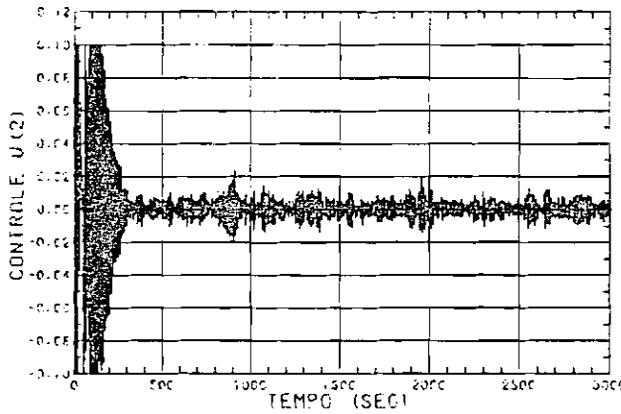
Fig. 5.24 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito (alteração b).



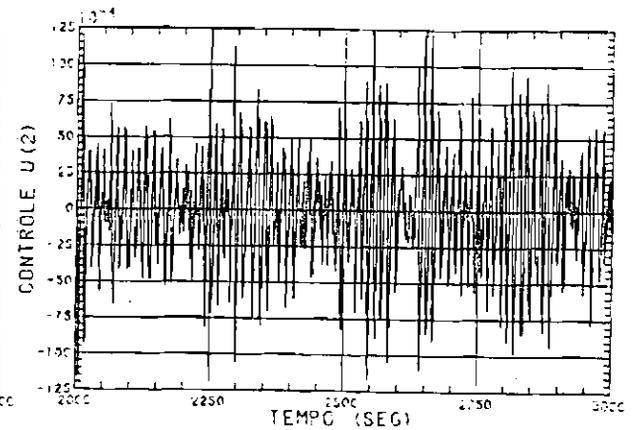
(a) Simulação total



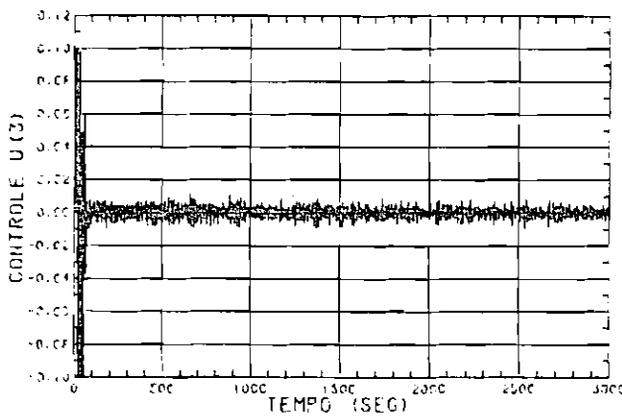
(b) Últimos 1000 segundos



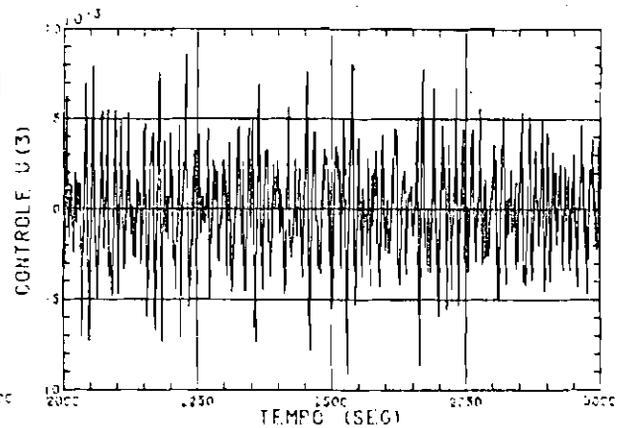
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos

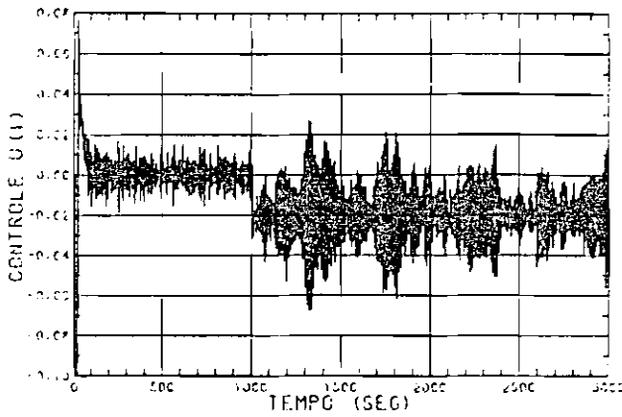


(e) Simulação total

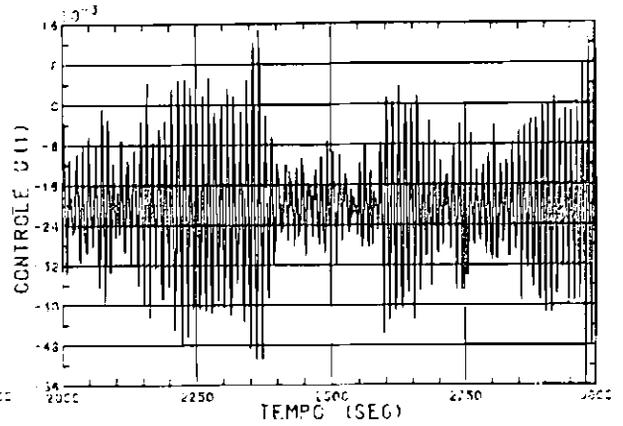


(f) Últimos 1000 segundos

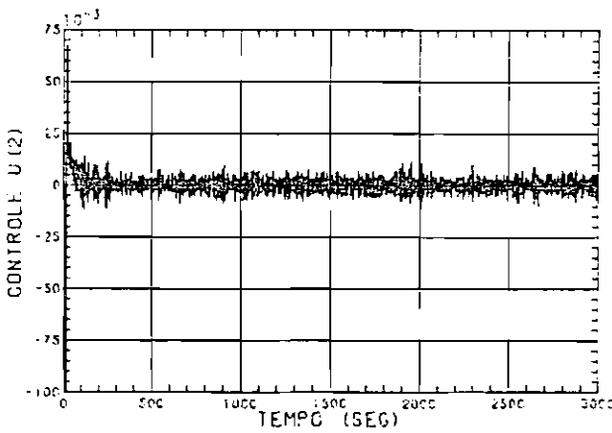
Fig. 5.25 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo implícito (alteração b).



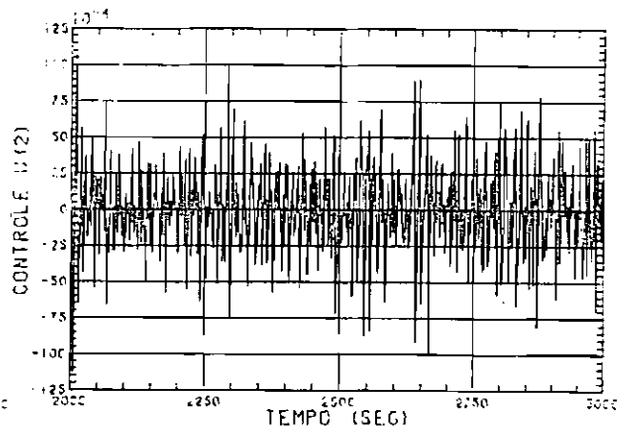
(a) Simulação total



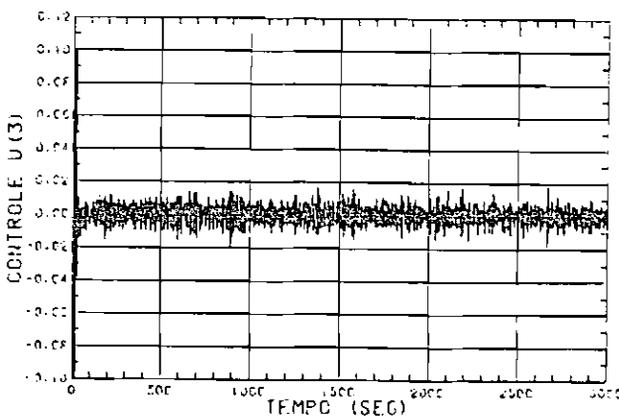
(b) Últimos 1000 segundos



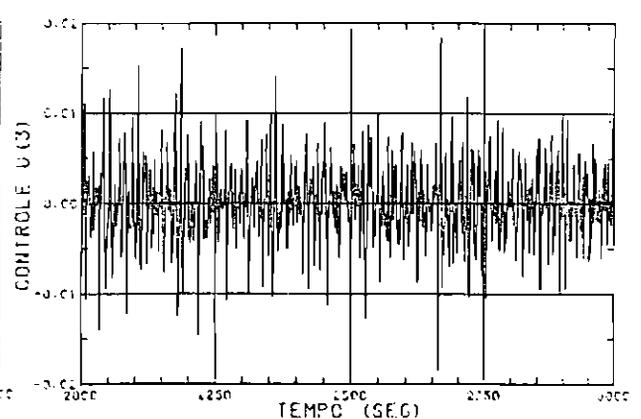
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos

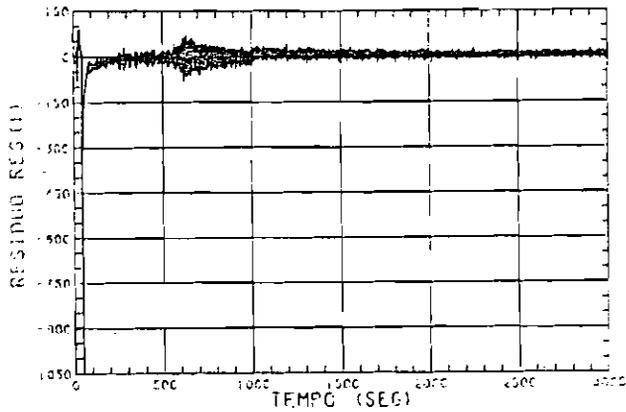


(e) Simulação total

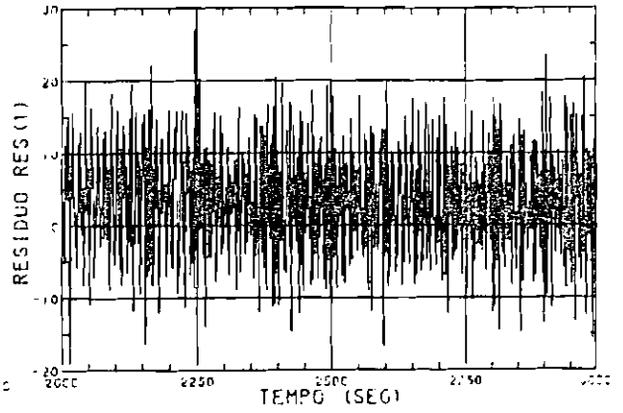


(f) Últimos 1000 segundos

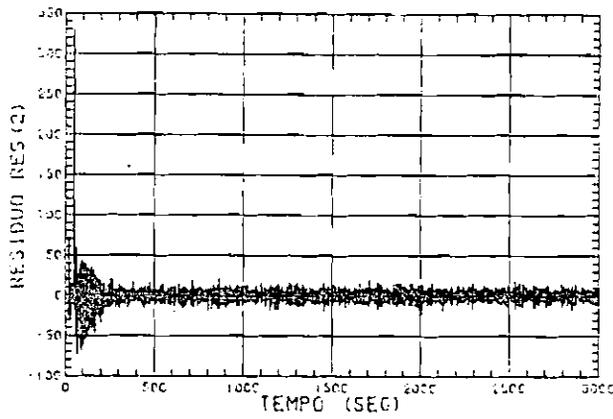
Fig. 5.26 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo explícito (alteração b).



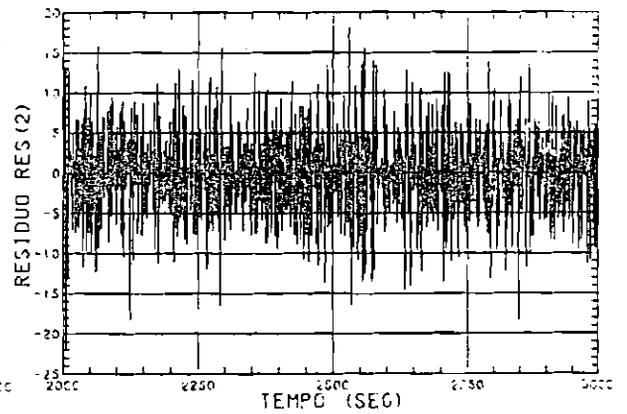
(a) Simulação total



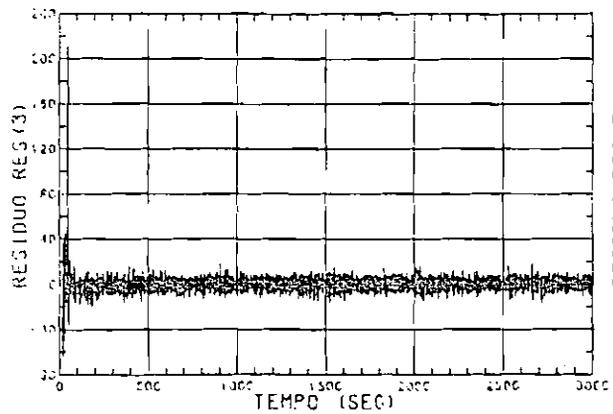
(b) Últimos 1000 segundos



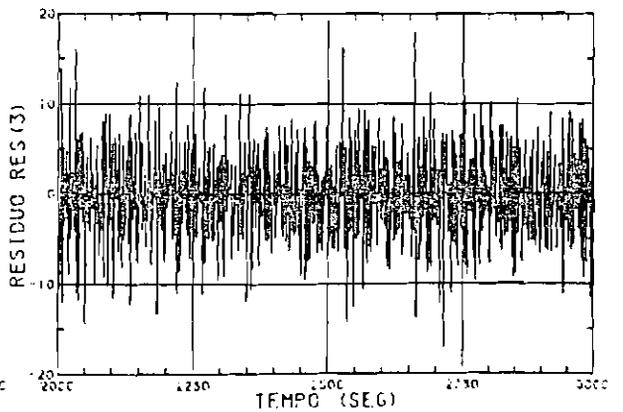
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos

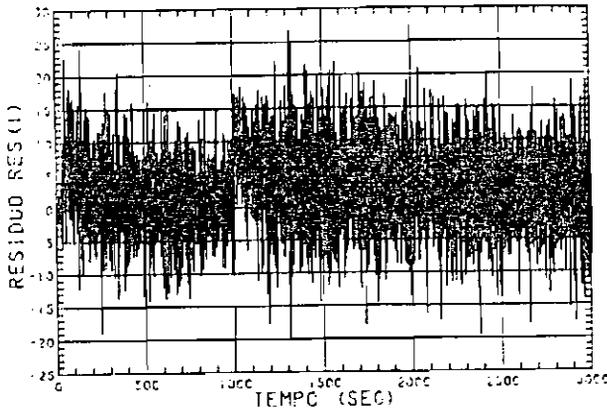


(e) Simulação total

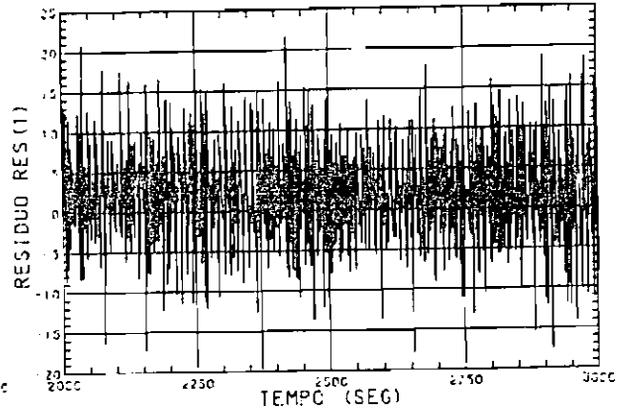


(f) Últimos 1000 segundos

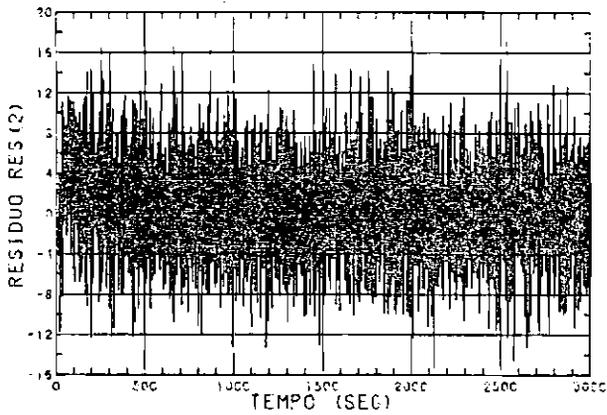
Fig. 5.27 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo implícito (alteração b).



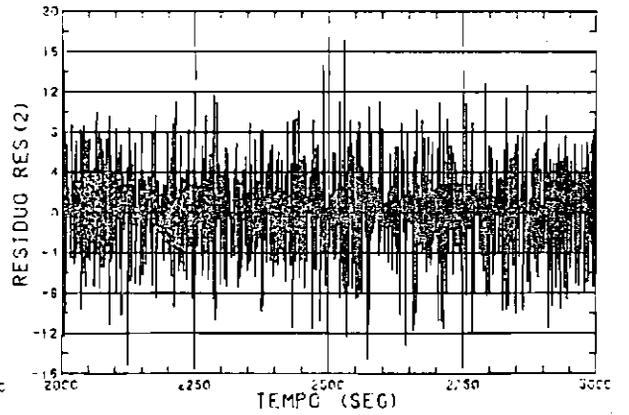
(a) Simulação total



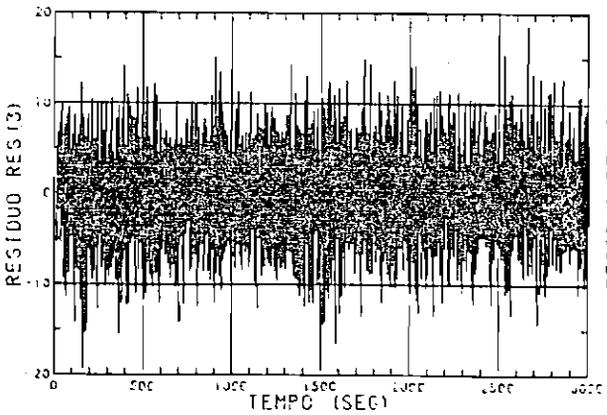
(b) Últimos 1000 segundos



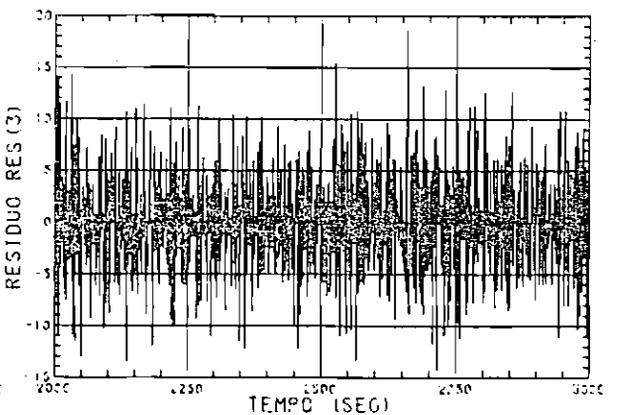
(c) Simulação total



(d) Últimos 1000 segundos

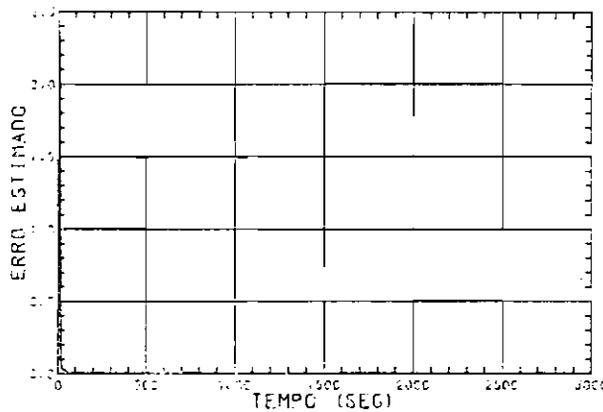


(e) Simulação total

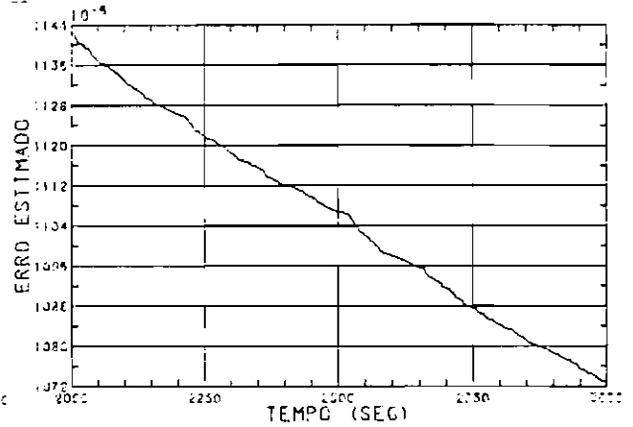


(f) Últimos 1000 segundos

Fig. 5.28 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo explícito (alteração b).

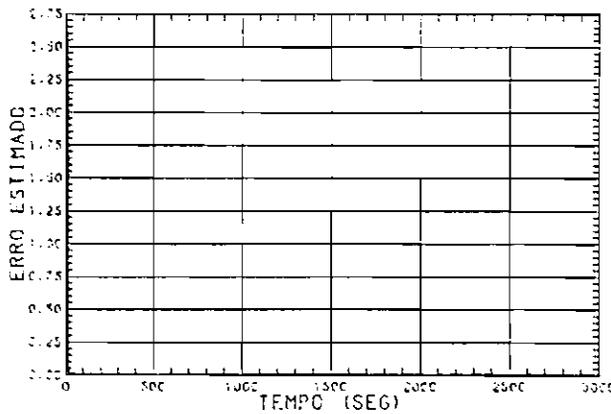


(a) Simulação total

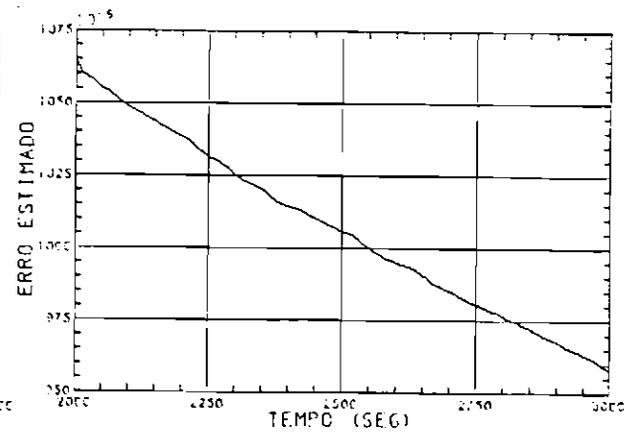


(b) Últimos 1000 segundos

Fig. 5.29 - Gráficos do erro estimado global para o algoritmo implícito (alteração b).



(a) Simulação total



(b) Últimos 1000 segundos

Fig. 5.30 - Gráficos do erro estimado global para o algoritmo explícito (alteração b).

Analisando-se as curvas das Figuras 5.11, 5.12, 5.13 e 5.14 (alteração a) observa-se claramente o melhor desempenho do algoritmo auto-sintonizável, na versão explícita, na capacidade de adaptar-se às variações na dinâmica do sistema descritas no item (a) desta seção. Nota-se que, apesar de não existência de ruído no modelo matemático adotado para os parâmetros (estimação via filtro de Kalman) e não utilização de fator de esquecimento (estimação via mínimos quadrados), o algoritmo da versão explícita obteve uma boa capacidade de adaptação à variação dinâmica imposta, conseguindo conduzir tanto os ângulos quanto as velocidades envolvidas a regiões próximas do zero. No entanto, observa-se uma certa tendenciosidade no comportamento em regime do ângulo de rolamento (Figura 5.12.c), pois este oscila, aproximadamente, em torno de  $-0,16^{\circ}$ , embora com pequenas amplitudes. Já o comportamento em regime das velocidades para esta versão (explícita) foi análogo ao observado na seção anterior (Figura 5.14).

Examinando-se as curvas da versão implícita (Figuras 5.11 e 5.13) nota-se que, em geral, o seu desempenho foi mais comprometido pela alteração na dinâmica do processo. Nota-se, por exemplo, que tanto o ângulo quanto a velocidade de rolamento apresentaram, em regime, oscilações de ordem elevada (entre  $1,3^{\circ}$  e  $-1,7^{\circ}$  para o ângulo e entre  $\pm 0,8^{\circ}/s$  para a velocidade). Observa-se, ainda, que as oscilações na velocidade de guinada (entre  $\pm 0,25^{\circ}/s$ , na Figura 5.13.b) foram maiores que as verificadas na versão explícita (entre  $\pm 0,06^{\circ}/s$ , na Figura 5.14.b) O comportamento do ângulo e velocidade de arfagem é semelhante para as duas versões do algoritmo.

Analisando-se os gráficos das Figuras 5.15 e 5.16 verifica-se que o algoritmo auto-sintonizável na versão implícita para tentar manter os ângulos e velocidades estudados na região do zero (Figura 5.15), atingiu várias vezes a saturação ( $\pm 0,1$  Nm). Já a versão explícita consegue manter os níveis de torque de controle relativamente baixos (com exceção

da segunda componente, na Figura 5.16.c, onde no momento da alteração na dinâmica esta componente atinge o nível de saturação).

Nas Figuras 5.17 e 5.18 observa-se que, para ambas as versões, a segunda componente do resíduo normalizado apresenta um pico da ordem de 3000 no instante em que ocorre a alteração na dinâmica. Nos demais instantes nota-se o melhor comportamento da versão explícita. No caso do erro estimado global, apresentado nas Figuras 5.19 e 5.20 verifica-se que estes atingem valores irrealisticamente pequenos. Isto significa que o filtro de Kalman pondera exageradamente o modelo considerado para os parâmetros, não ponderando adequadamente as observações. Ainda assim a versão explícita consegue obter uma boa adaptação à variação aplicada mas o mesmo não ocorre com a versão implícita que não apresenta um desempenho satisfatório.

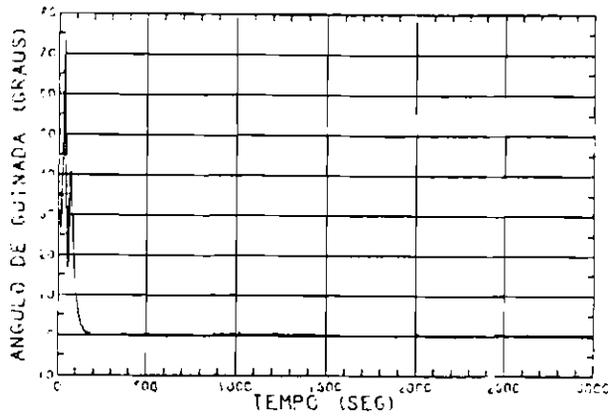
Analisando-se os gráficos das Figuras 5.21 a 5.30, referentes a alteração na dinâmica descrita no item (b) desta seção, observa-se que, a partir do instante de alteração, o ângulo e a velocidade de guinada, para ambas as versões (explícita e implícita) sofrem um acréscimo (Figuras 5.21, 5.22, 5.23 e 5.24). O acréscimo em velocidade, para a versão implícita, é porém pouco pronunciado pois esta já se encontrava em oscilação em níveis da ordem de  $\pm 1,0^{\circ}/s$  (Figura 5.23.a). Já o comportamento dos demais ângulos e velocidades, para ambas as versões, permanece análogo ao obtido na seção anterior. O comportamento em regime permanente do ângulo e da velocidade de guinada é semelhante para ambas as versões notando-se, claramente, que, dentro do intervalo simulado, o ângulo de guinada não conseguiu retornar a oscilar em torno do zero, com oscilações iniciais (após a alteração na dinâmica) em torno de  $0,6^{\circ}$ , decaindo para  $0,4^{\circ}$  ao final (Figuras 5.21.a e 5.22.b).

Examinando-se as Figuras 5.25 e 5.26 observa-se claramente a atuação do controlador no sentido de compensar o

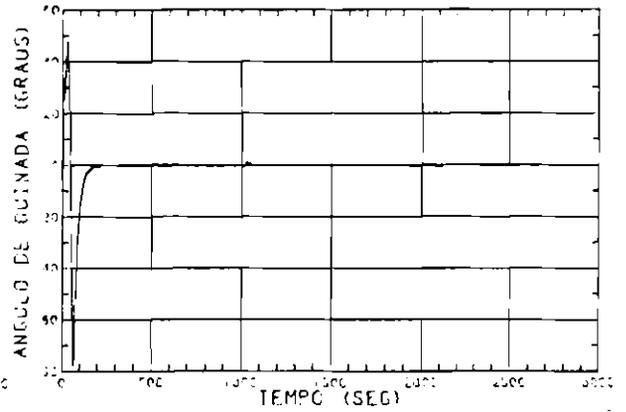
vazamento simulado (alteração b). Isto pode ser visto através dos gráficos das Figuras 5.25.a e 5.26.a, onde, a partir de  $t=1000$  segundos, a primeira componente do vetor de controle (correspondente ao eixo afetado pelo vazamento) passa a oscilar em torno de  $-0,02$  Nm, valor simétrico do torque adicionado ao sistema devido ao vazamento ( $0,02$  Nm). O gasto em energia, como visto nas seções anteriores, continua sendo maior para a versão implícita.

Verificando-se o comportamento do resíduo normalizado (Figuras 5.27 e 5.28) e do erro estimado global (Figuras 5.29 e 5.30) observa-se que apenas a primeira componente do vetor de resíduos apresenta alteração, deixando de oscilar em torno do zero (passa a oscilar em torno de 5, para ambas as versões). Para as demais componentes do vetor de resíduos o comportamento permanece o mesmo observado na seção anterior. O comportamento do erro estimado global, para as duas versões, permanece decrescente e da ordem de  $10^{-3}$  (Figuras 5.29.b e 5.30.b).

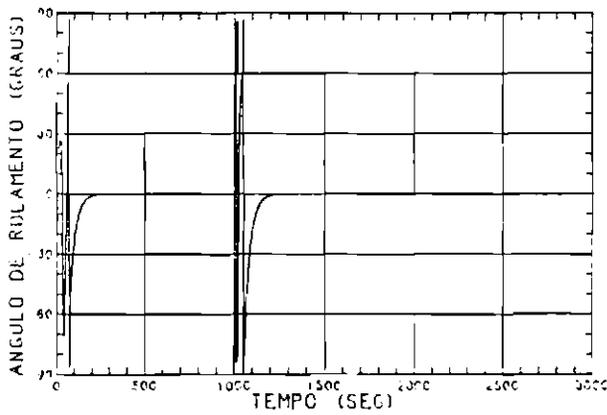
Serão apresentadas, a seguir, as curvas obtidas considerando-se cada caso de alteração na dinâmica descritos acima, quando se inclui um nível constante de ruído no modelo adotado para os parâmetros no filtro de Kalman e fator de esquecimento nos algoritmos com estimação por mínimos quadrados. Nas Figuras 5.31 a 5.48 são apresentadas as curvas referentes à alteração (a) e nas Figuras 5.49 a 5.66 as referentes à alteração (b).



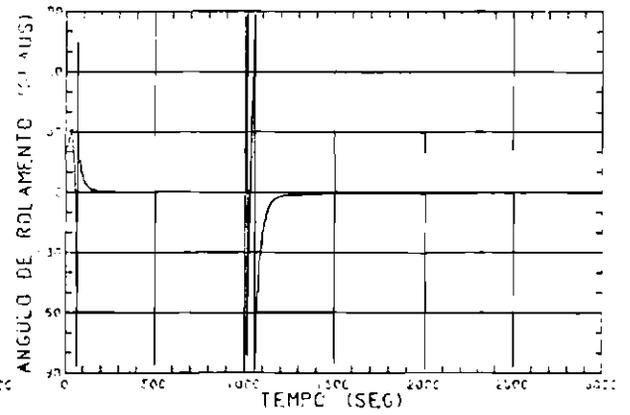
(a) Filtro de Kalman



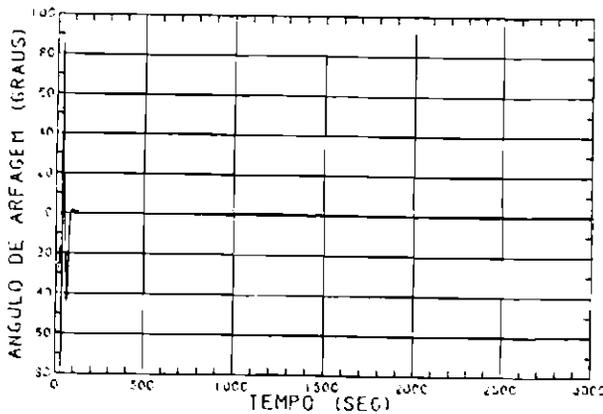
(b) Mínimos Quadrados



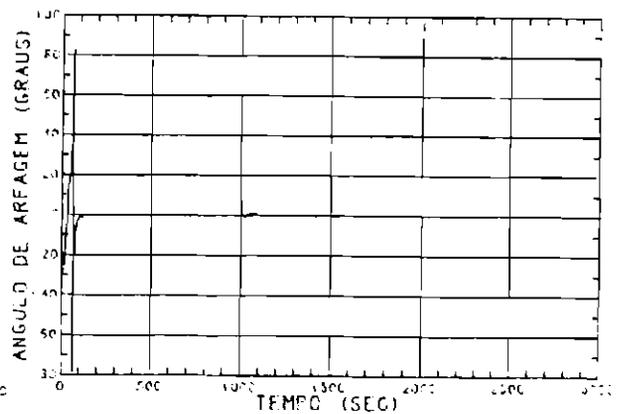
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

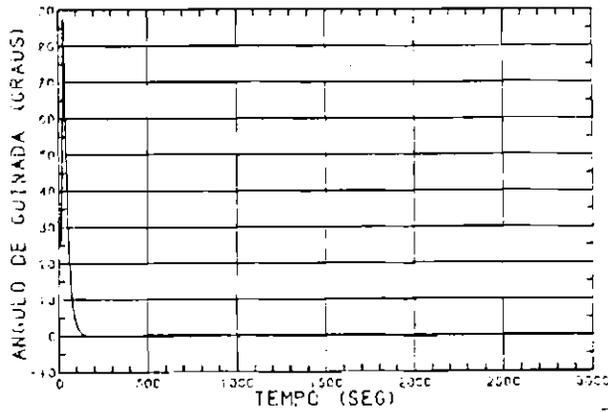


(e) Filtro de Kalman

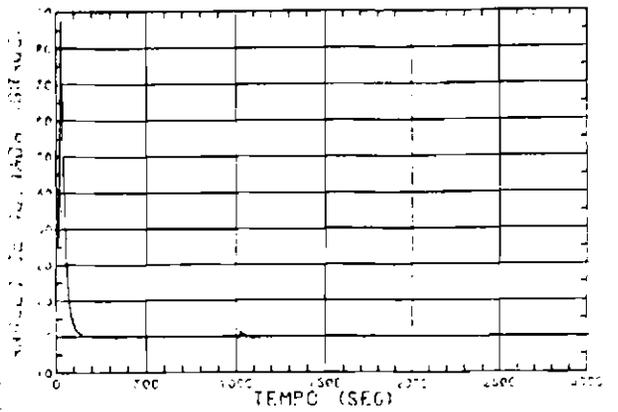


(f) Mínimos Quadrados

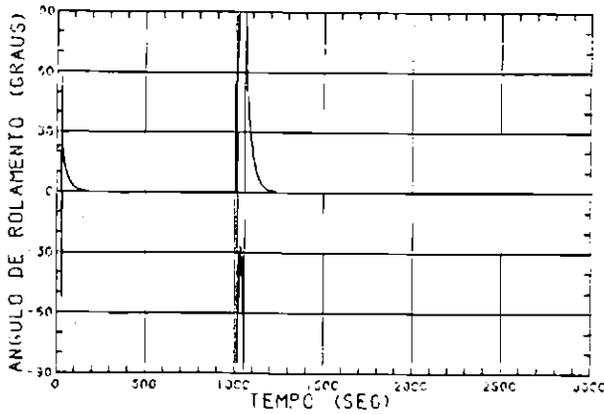
Fig. 5.31 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito (alteração a).



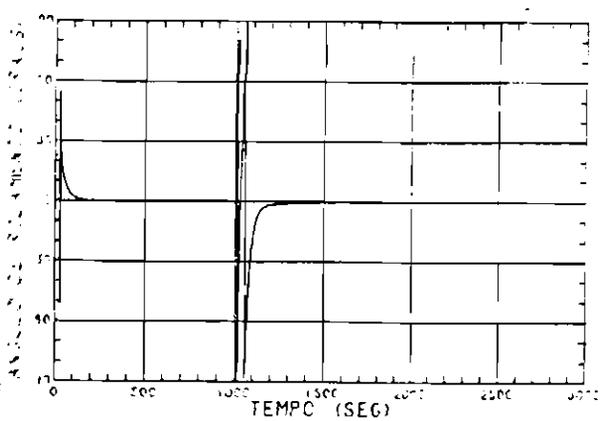
(a) Filtro de Kalman



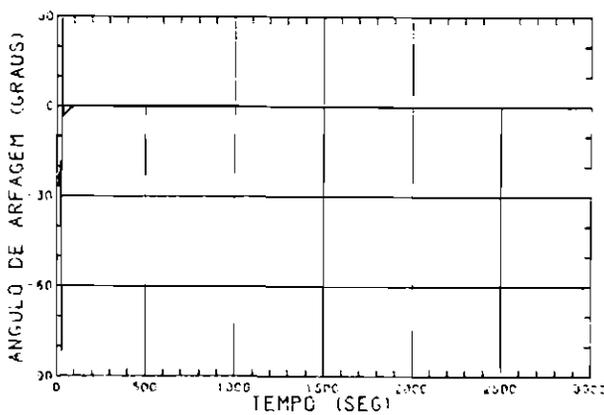
(b) Mínimos Quadrados



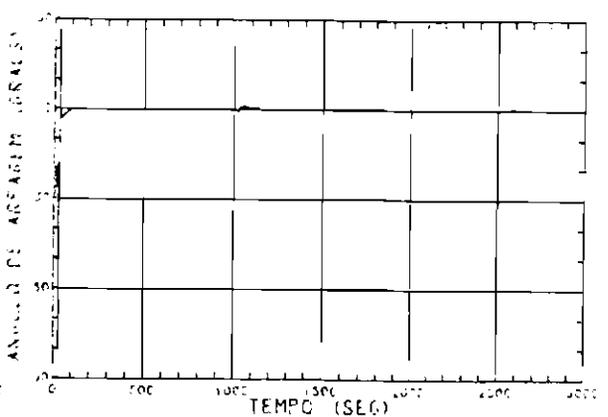
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

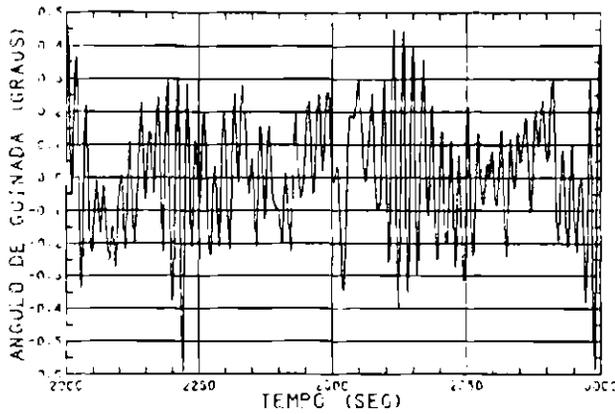


(e) Filtro de Kalman

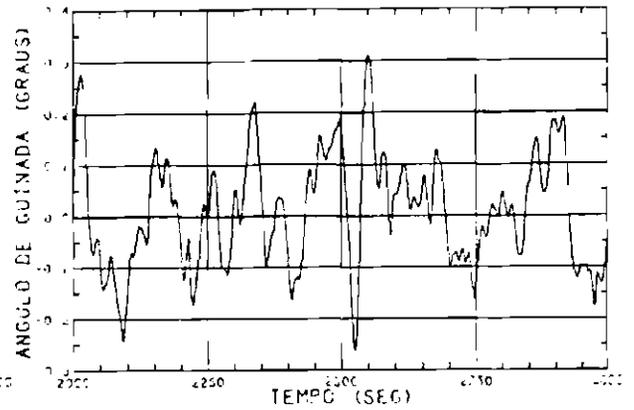


(f) Mínimos Quadrados

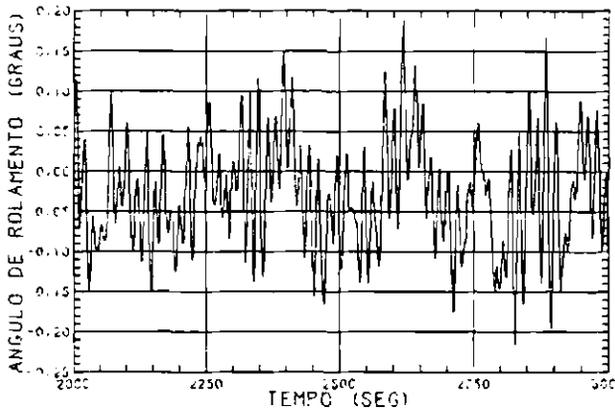
Fig. 5.32 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito (alteração a).



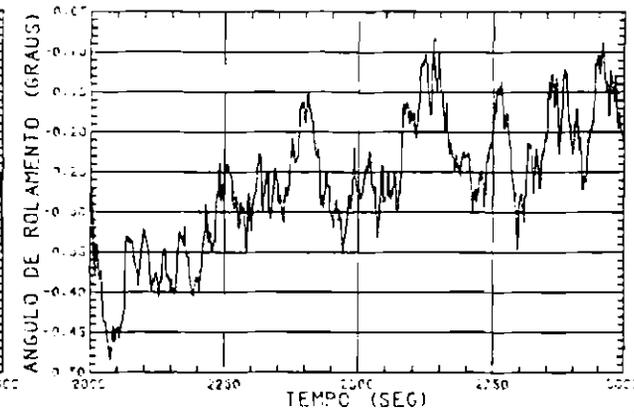
(a) Filtro de Kalman



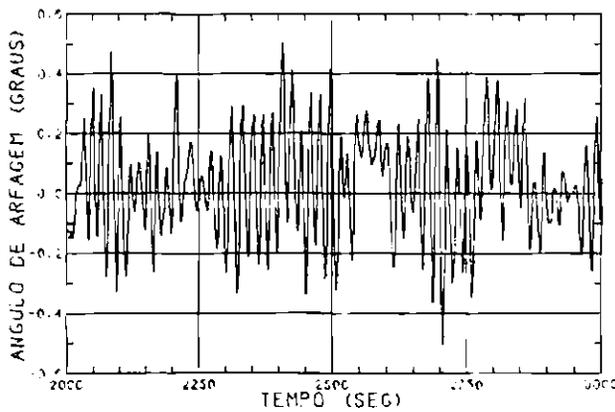
(b) Mínimos Quadrados



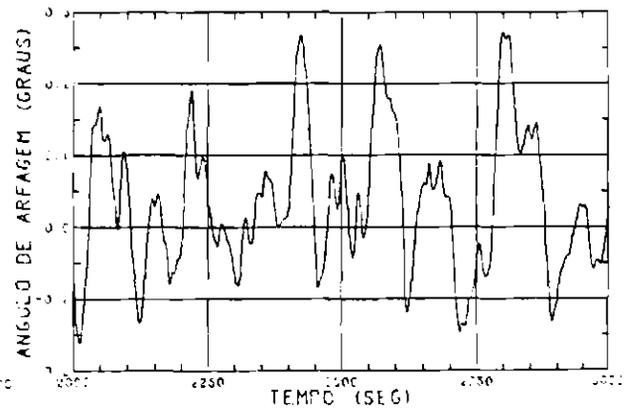
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

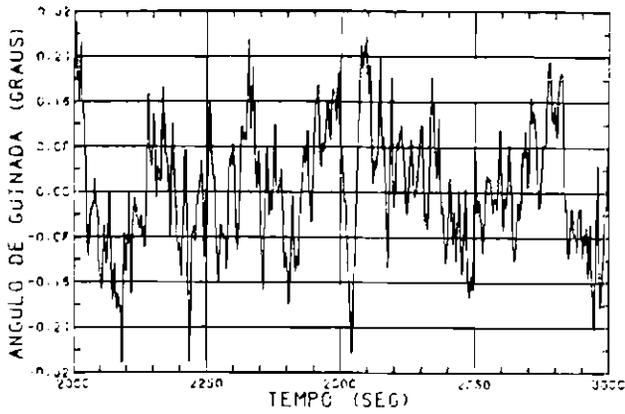


(e) Filtro de Kalman

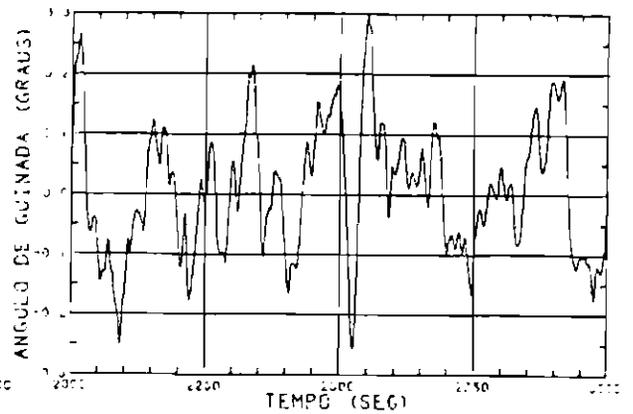


(f) Mínimos Quadrados

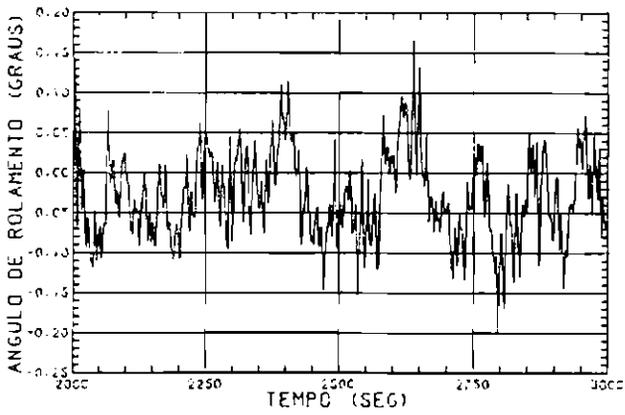
Fig. 5.33 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito ( $t \geq 2000s$ ) (a) 1ª iteração a).



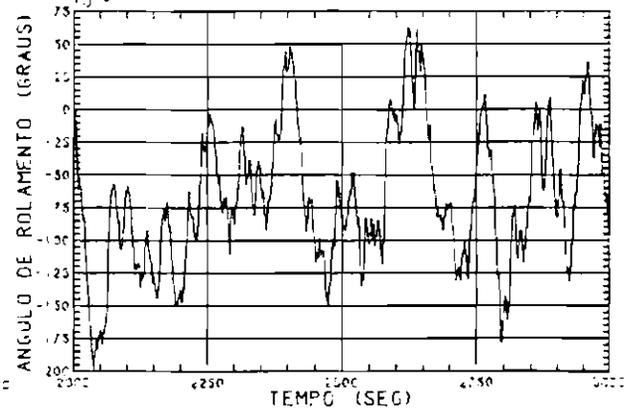
(a) Filtro de Kalman



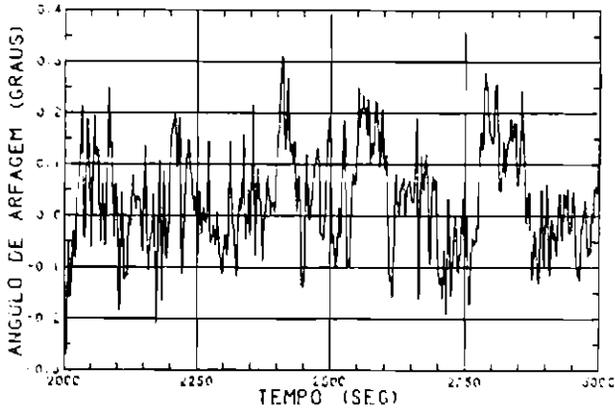
(b) Mínimos Quadrados



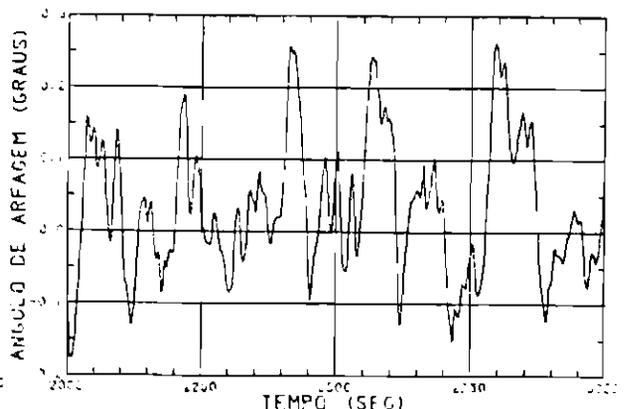
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

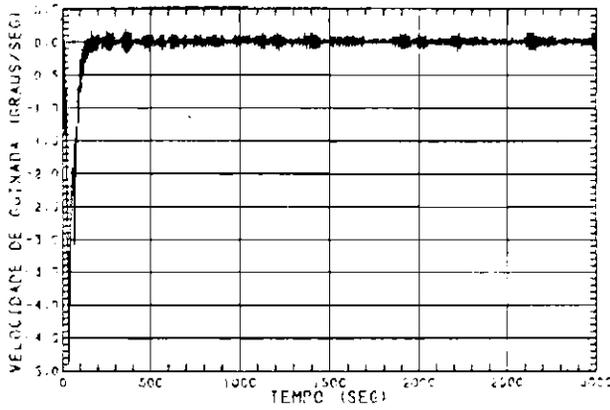


(e) Filtro de Kalman

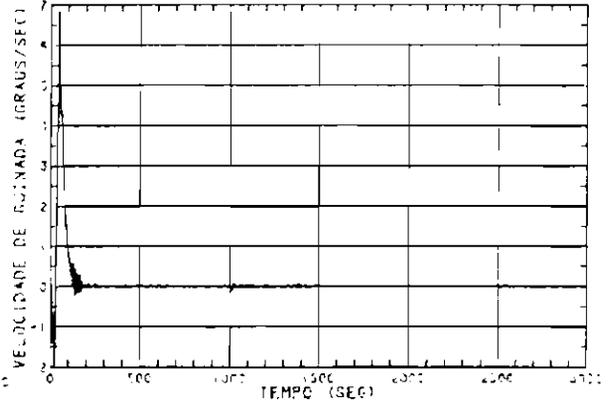


(f) Mínimos Quadrados

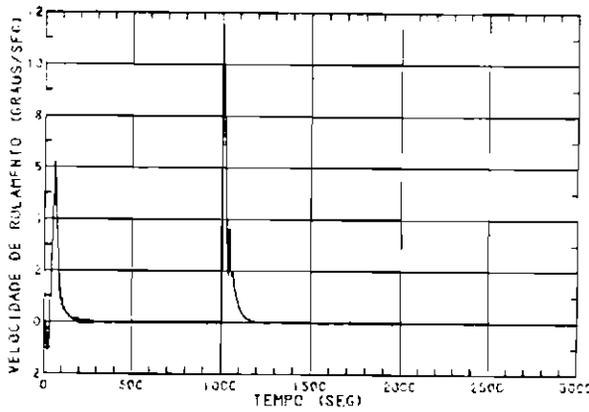
Fig. 5.34 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para os algoritmo explícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração a).



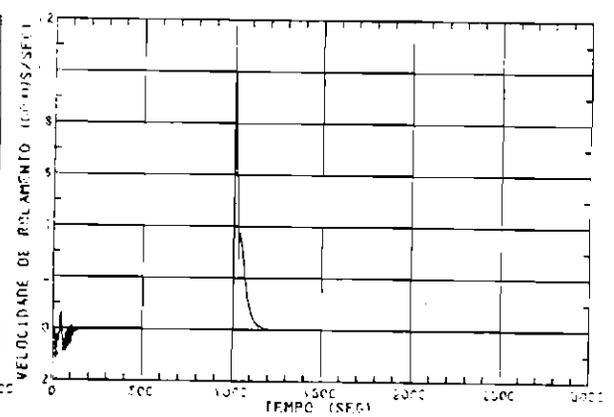
(a) Filtro de Kalman



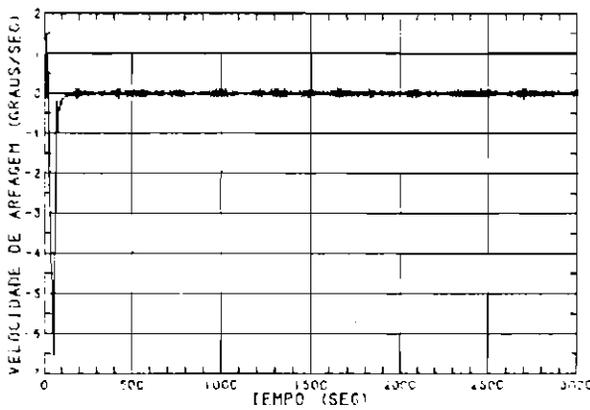
(b) Mínimos Quadrados



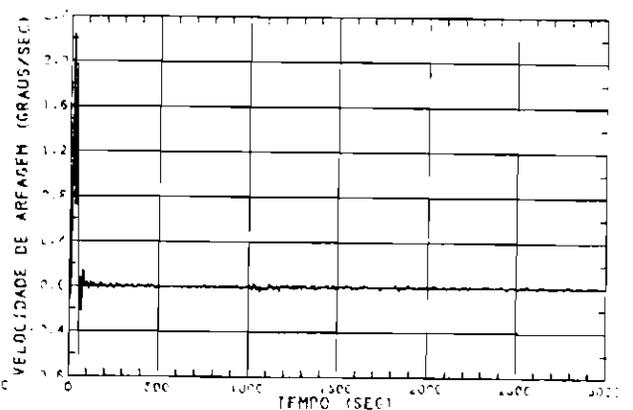
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

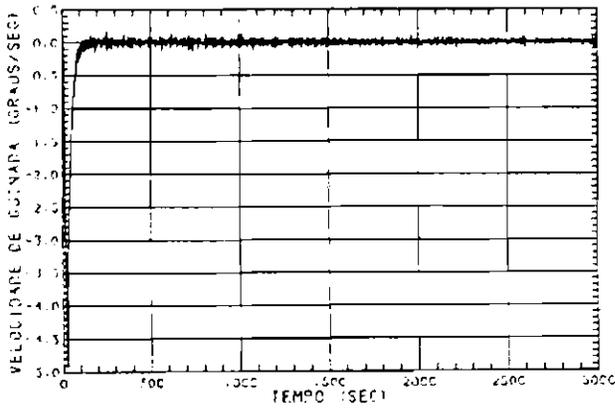


(e) Filtro de Kalman

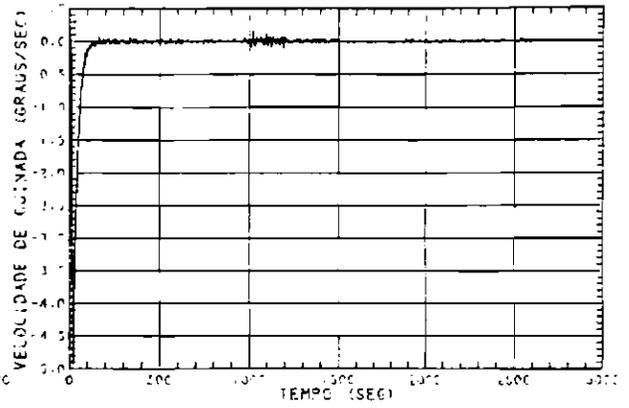


(f) Mínimos Quadrados

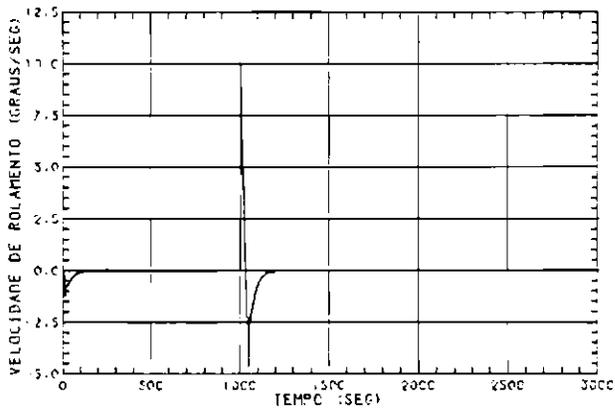
Fig. 5.35 - Gráficos das velocidades guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito (alteração a).



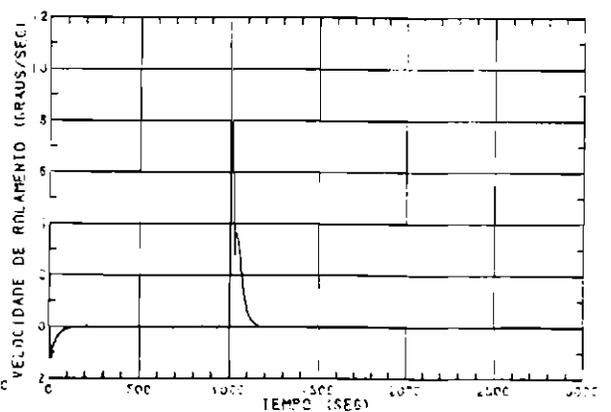
(a) Filtro de Kalman



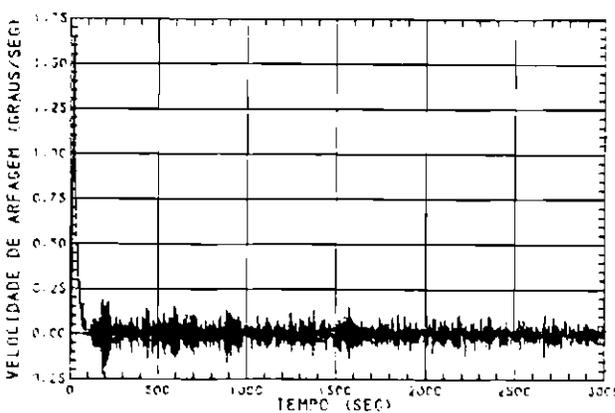
(b) Mínimos Quadrados



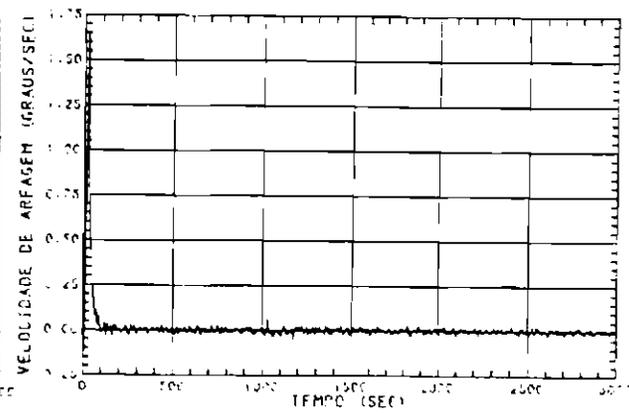
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

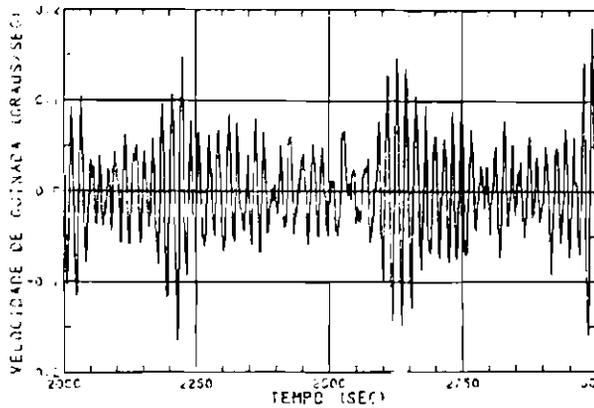


(e) Filtro de Kalman

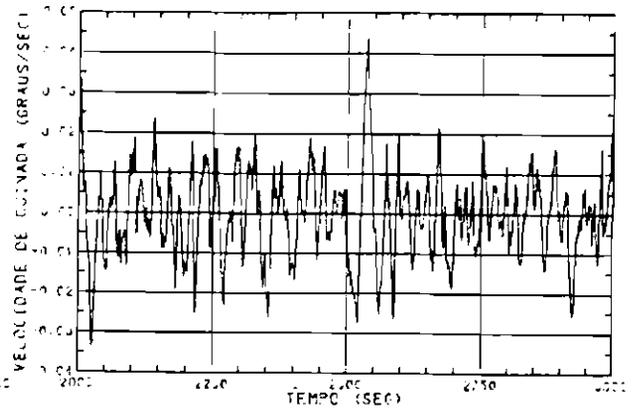


(f) Mínimos Quadrados

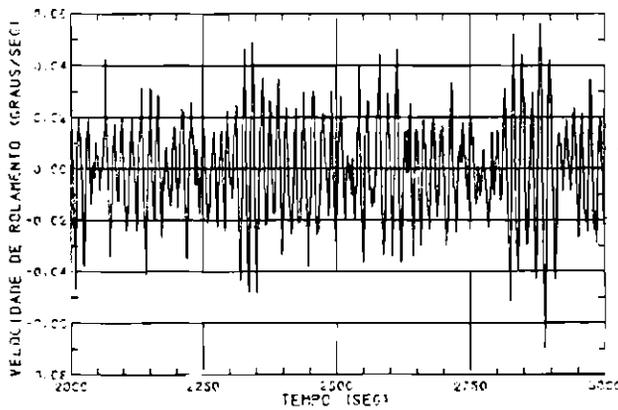
Fig. 5.36 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito (alteração a).



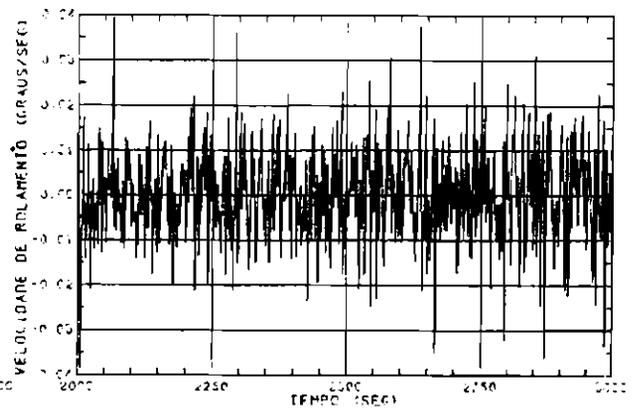
(a) Filtro de Kalman



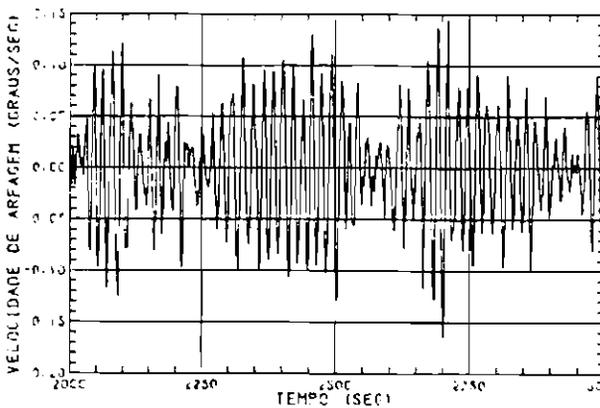
(b) Mimos Quadrados



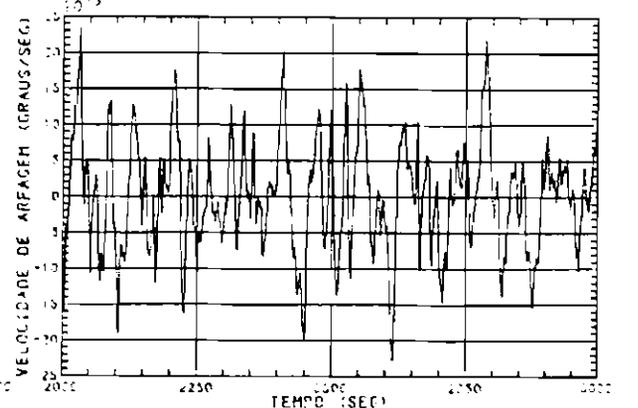
(c) Filtro de Kalman



(d) Mimos Quadrados

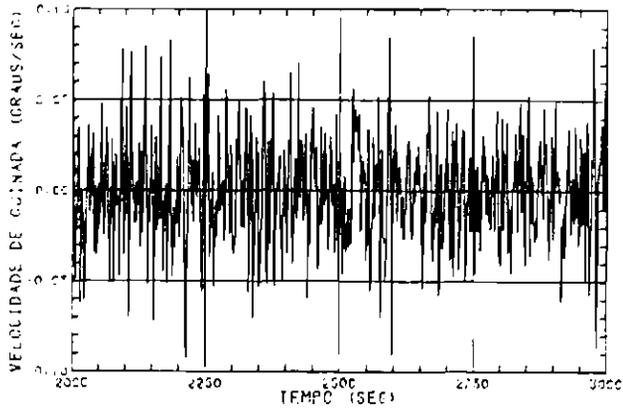


(e) Filtro de Kalman

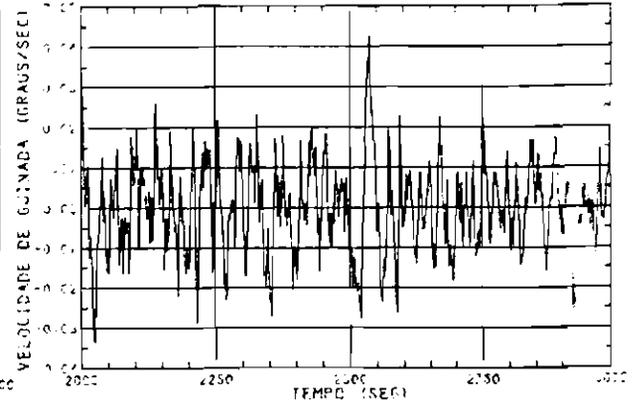


(f) Mimos Quadrados

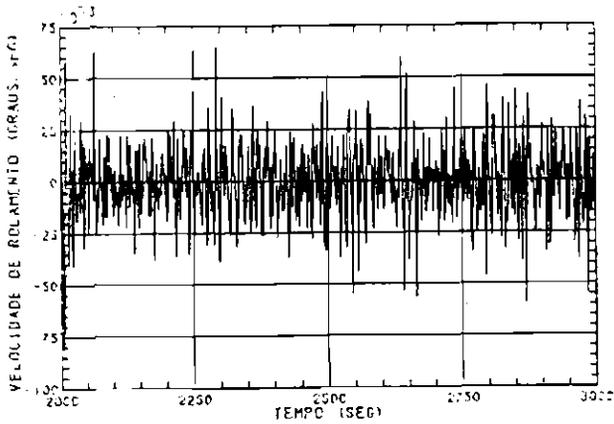
Fig. 5.37 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração a).



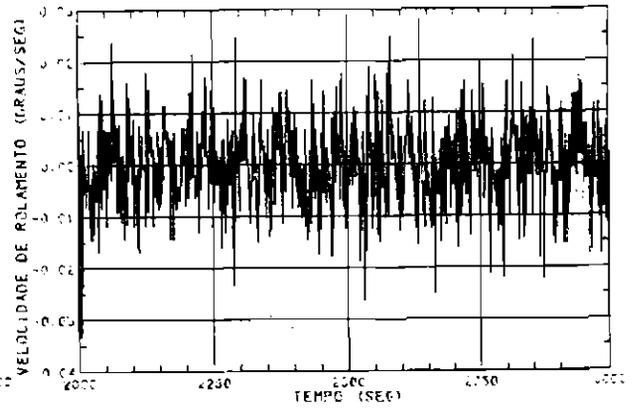
(a) Filtro de Kalman



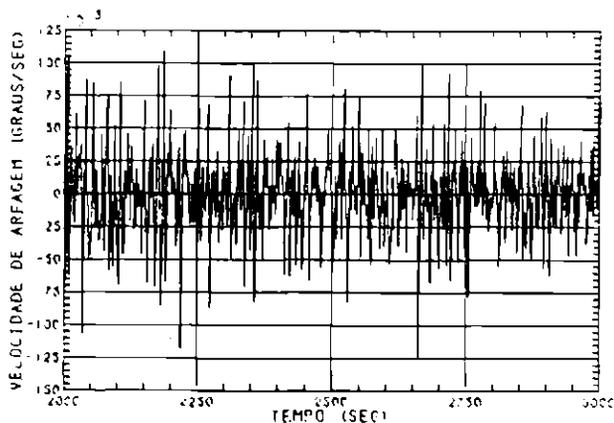
(b) Mínimos Quadrados



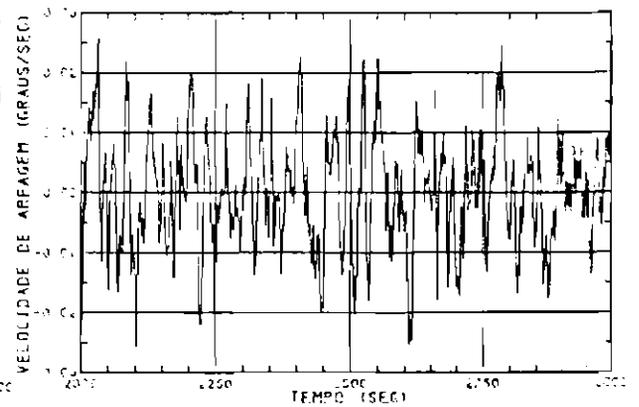
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

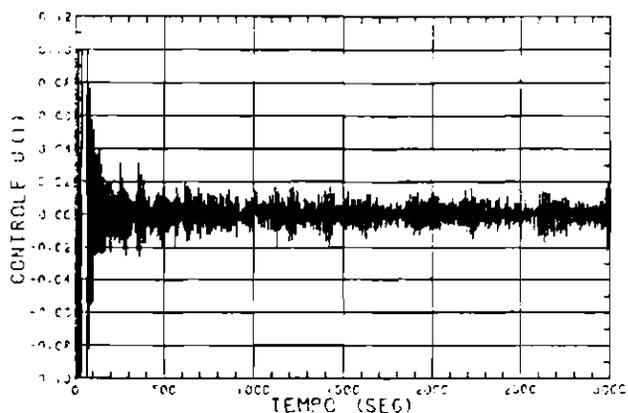


(e) Filtro de Kalman

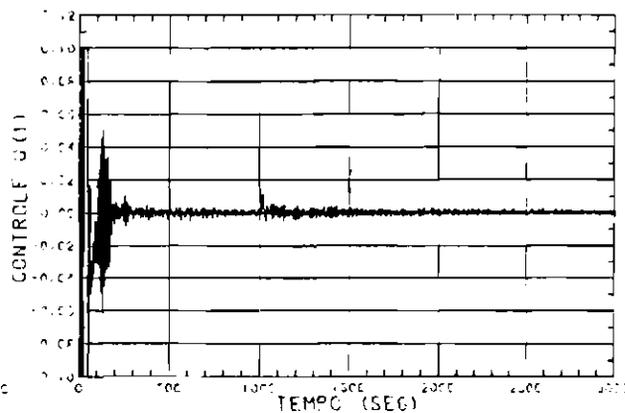


(f) Mínimos Quadrados

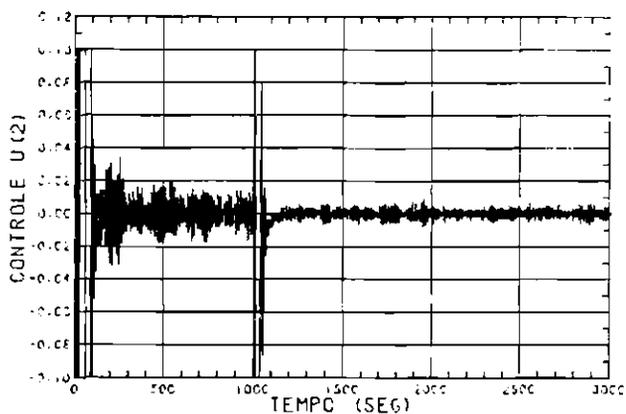
Fig. 5.38 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração a).



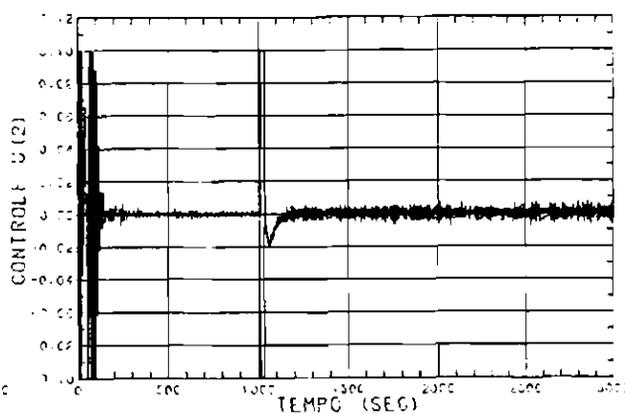
(a) Filtro de Kalman



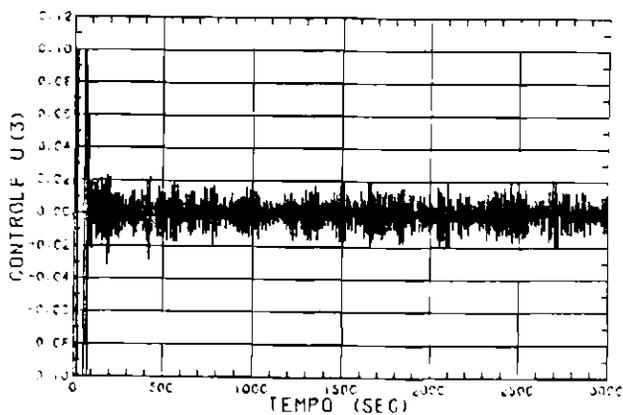
(b) Mínimos Quadrados



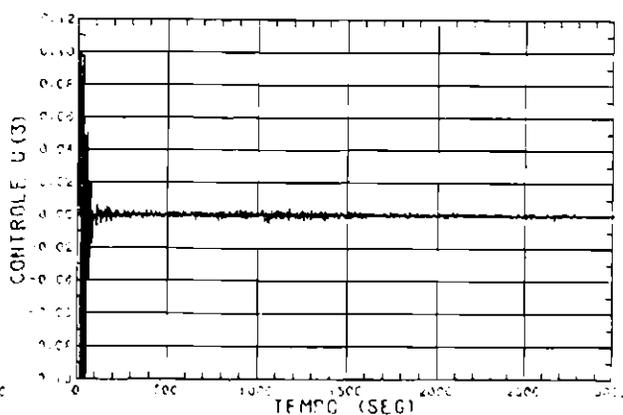
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

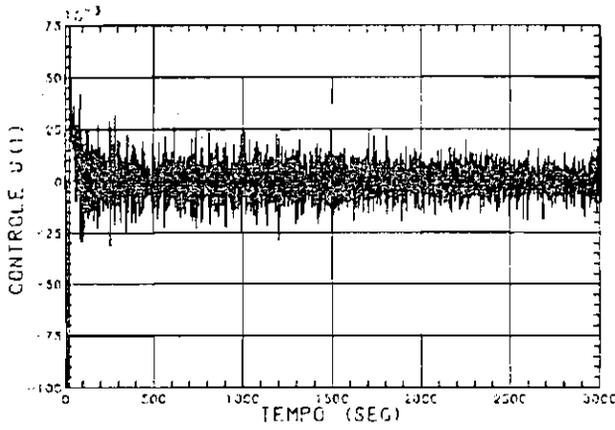


(e) Filtro de Kalman

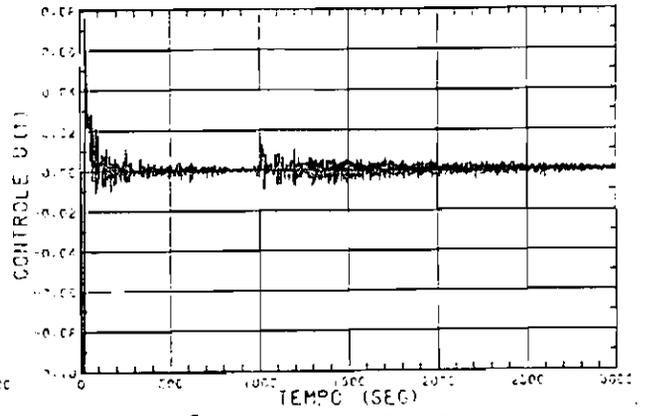


(f) Mínimos Quadrados

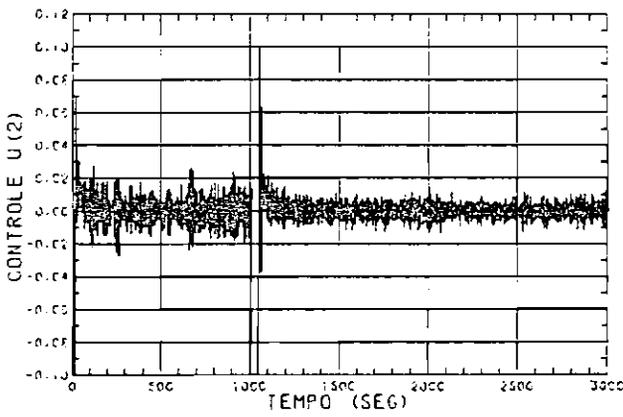
Fig. 5.39 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo implícito (alteração a).



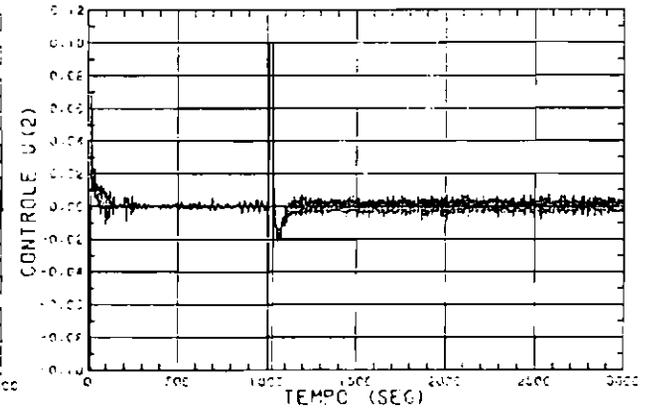
(a) Filtro de Kalman



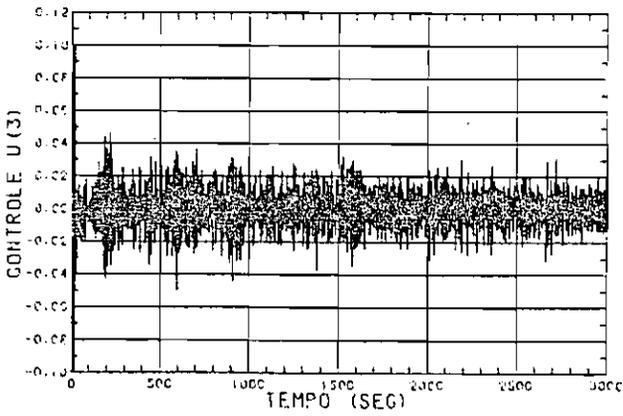
(b) Mínimos Quadrados



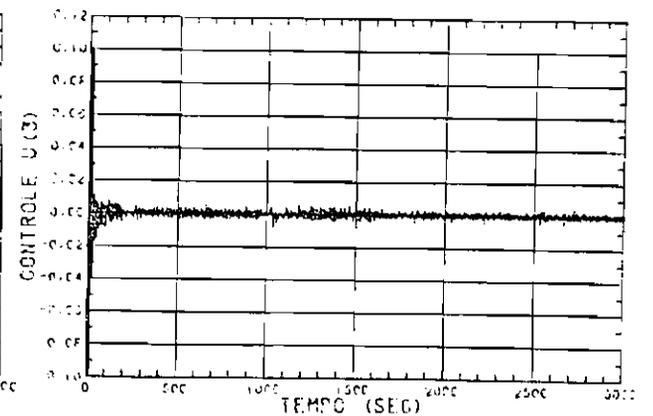
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

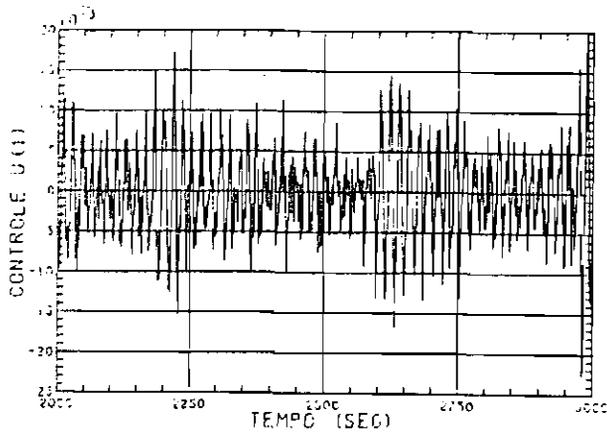


(e) Filtro de Kalman

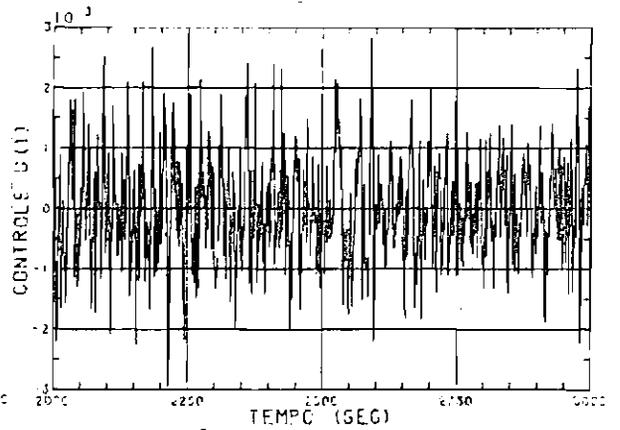


(f) Mínimos Quadrados

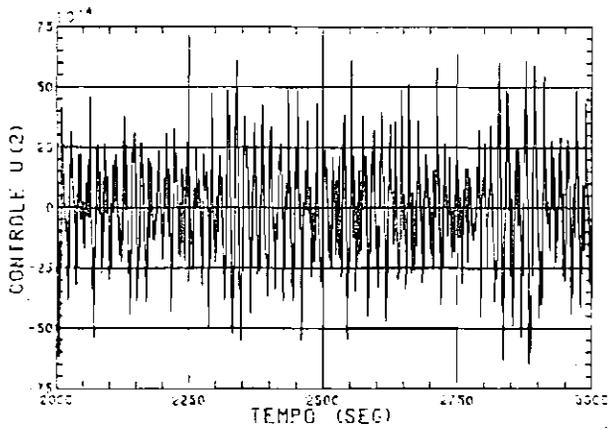
Fig. 5.40 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo explícito (alteração a).



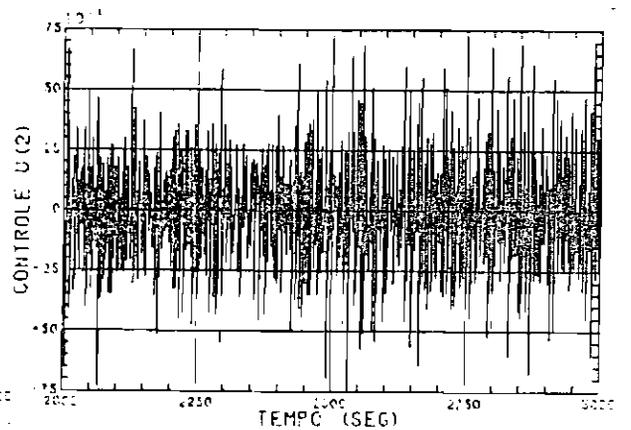
(a) Filtro de Kalman



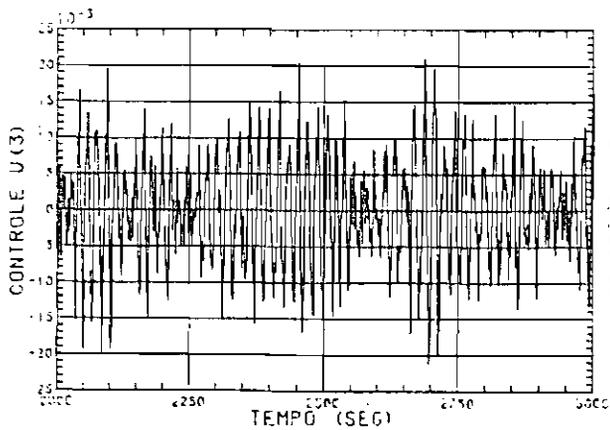
(b) Mínimos Quadrados



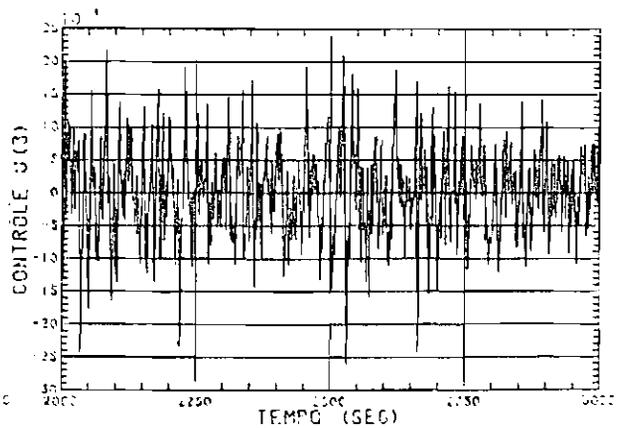
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

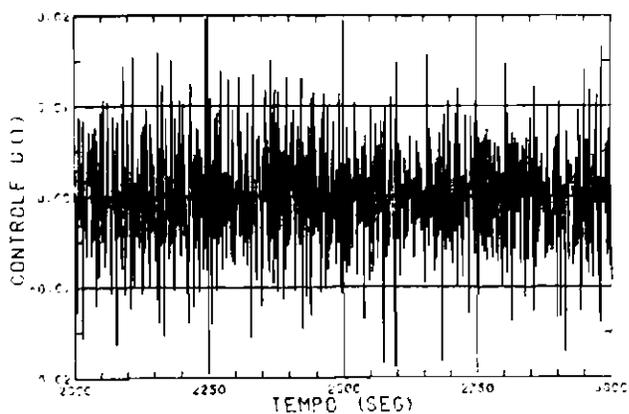


(e) Filtro de Kalman

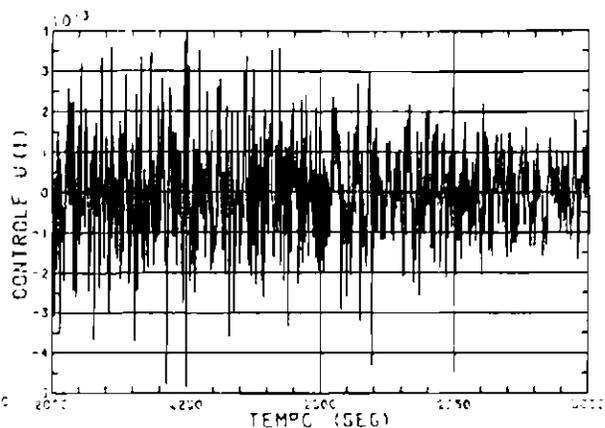


(f) Mínimos Quadrados

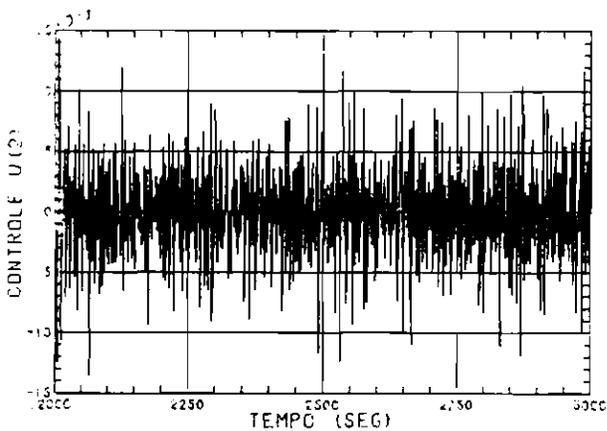
Fig. 5.41 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo implícito ( $t \geq 2000s$ ). (alteração a).



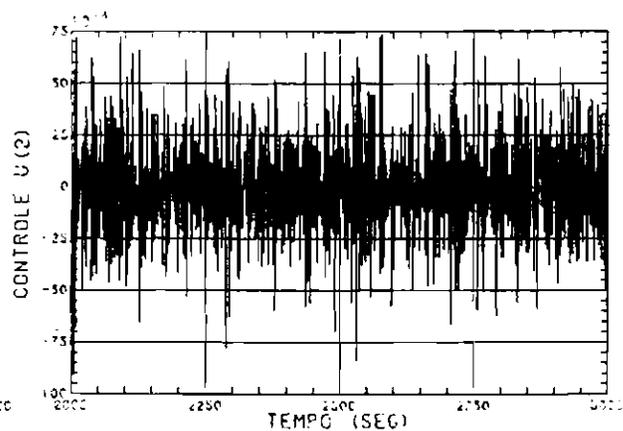
(a) Filtro de Kalman



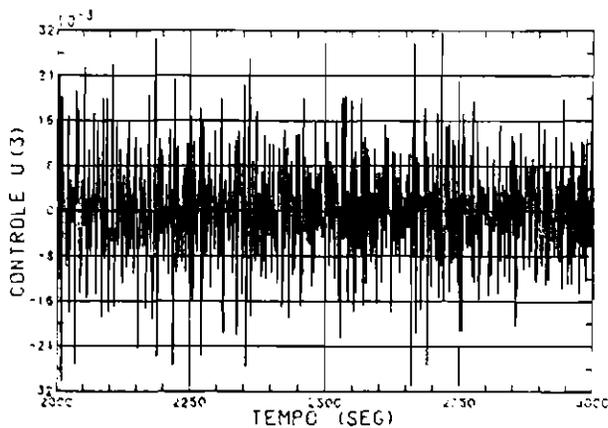
(b) Mínimos Quadrados



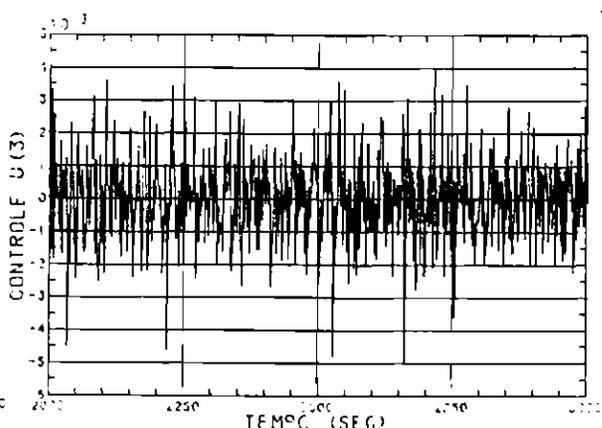
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

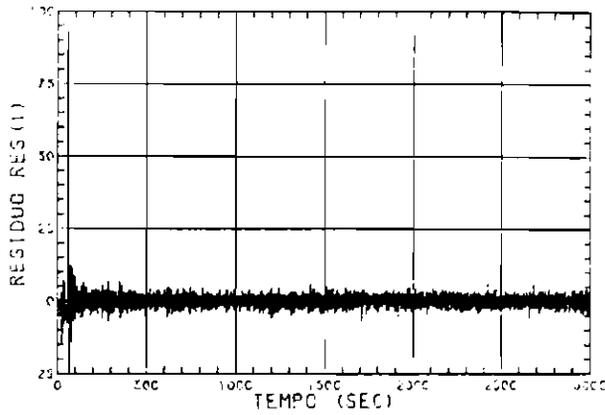


(e) Filtro de Kalman

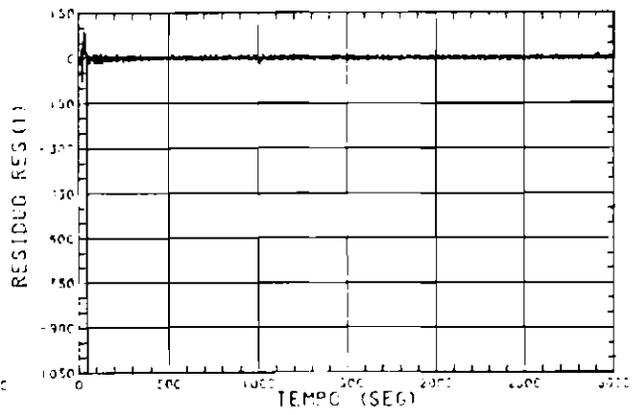


(f) Mínimos Quadrados

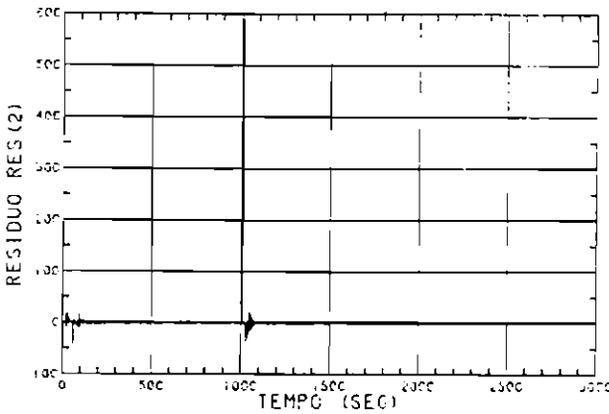
Fig. 5.42 - Gráficos das componentes do vetor de controle para o algoritmo explícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração a).



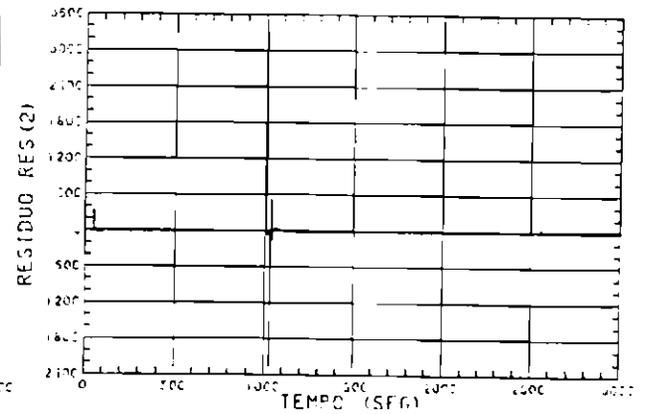
(a) Filtro de Kalman



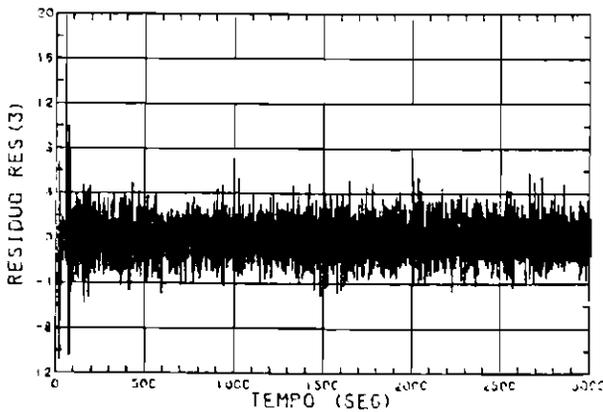
(b) Mínimos Quadrados



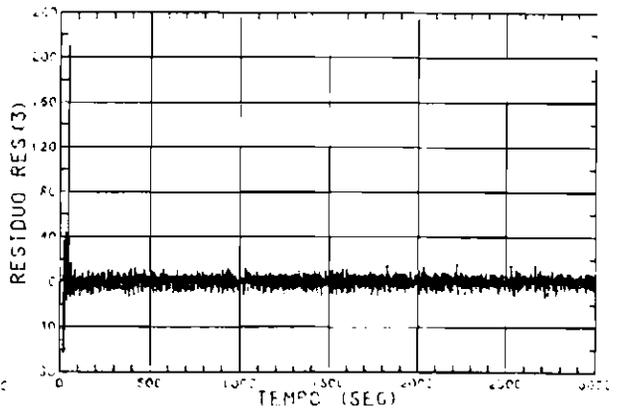
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

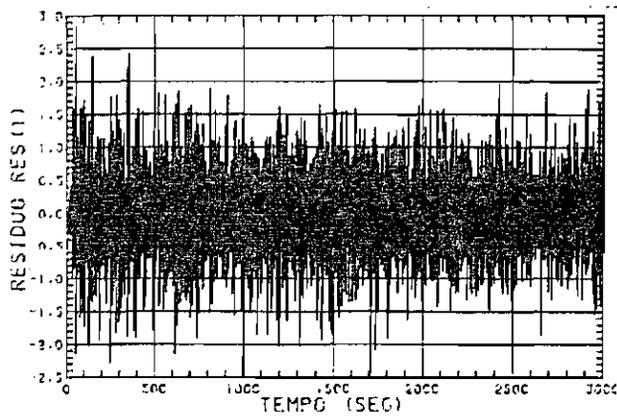


(e) Filtro de Kalman

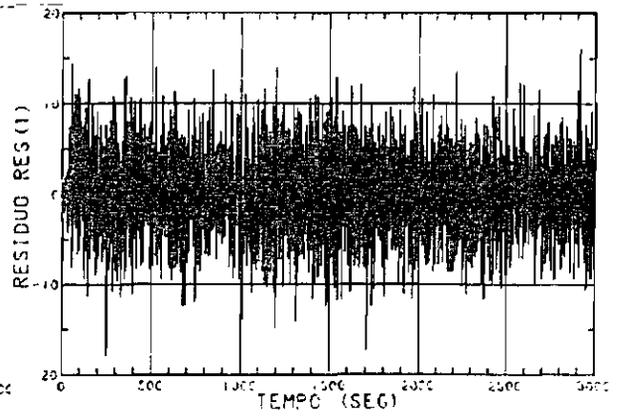


(f) Mínimos Quadrados

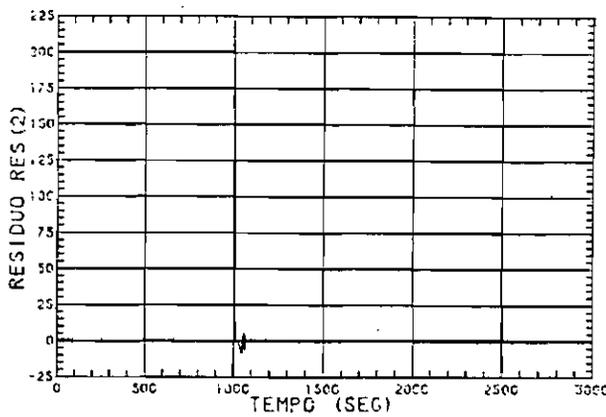
Fig. 5.43 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo implícito (alteração a).



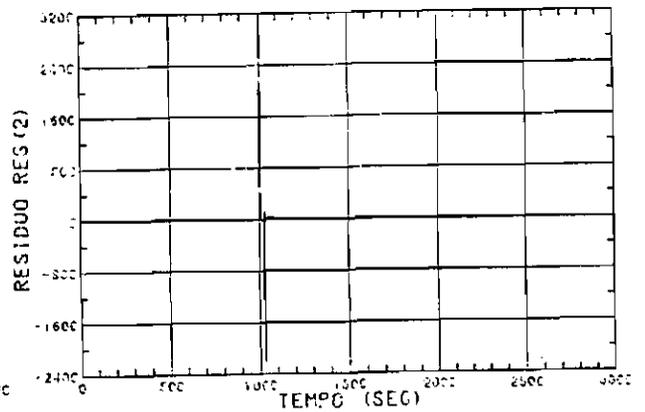
(a) Filtro de Kalman



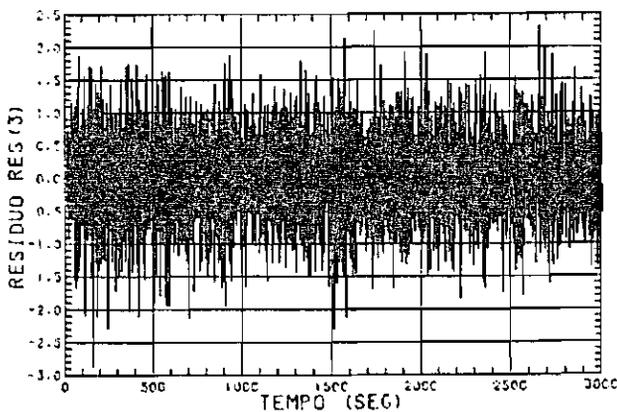
(b) Mínimos Quadrados



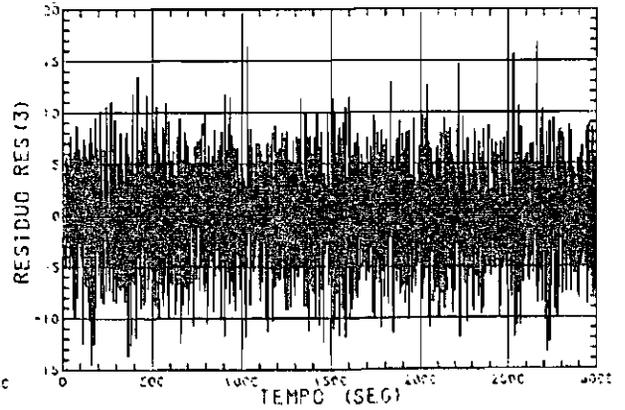
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

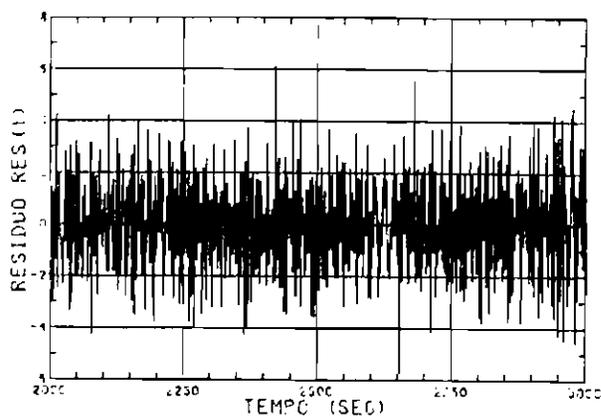


(e) Filtro de Kalman

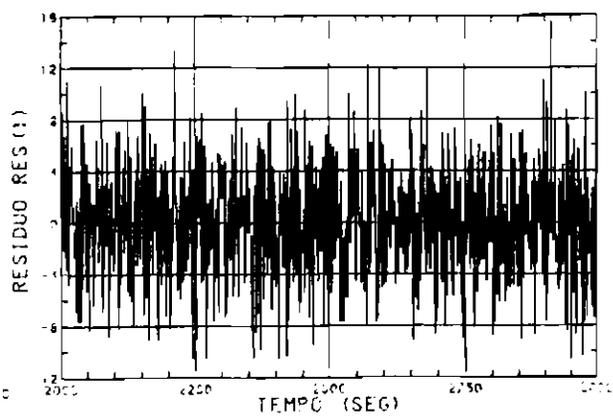


(f) Mínimos Quadrados

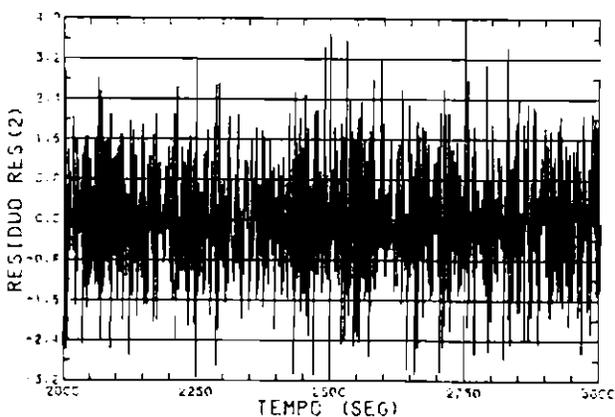
Fig. 5.44 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo explícito (alteração a).



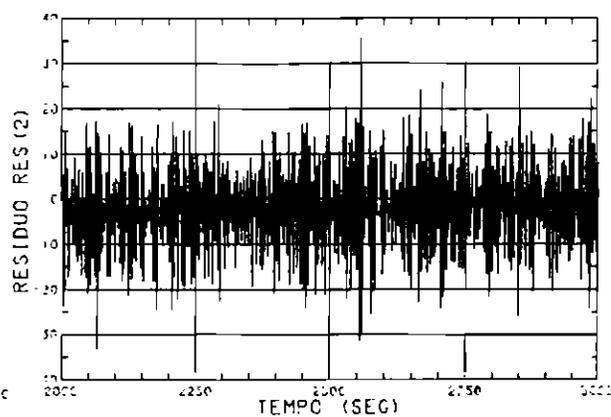
(a) Filtro de Kalman



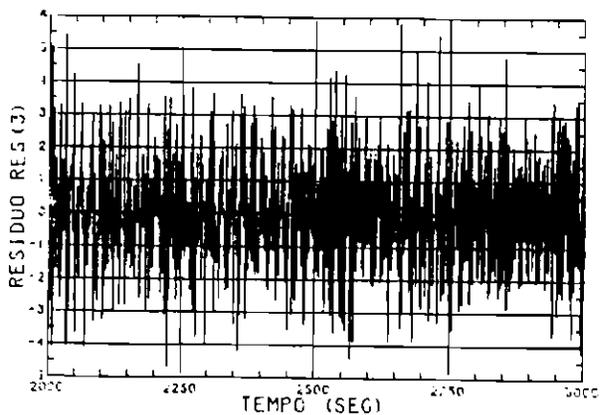
(b) Mínimos Quadrados



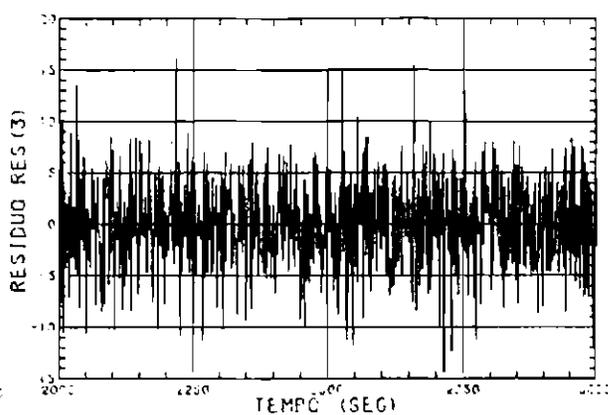
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

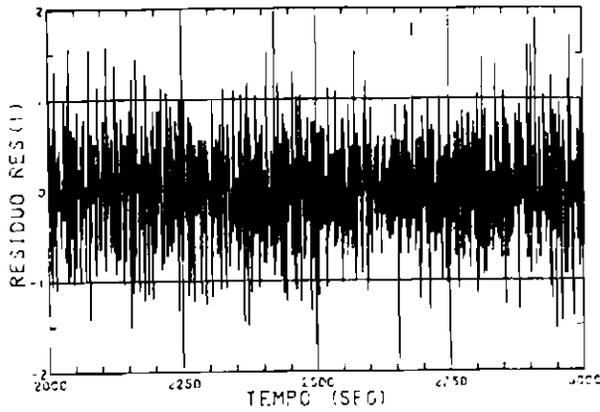


(e) Filtro de Kalman

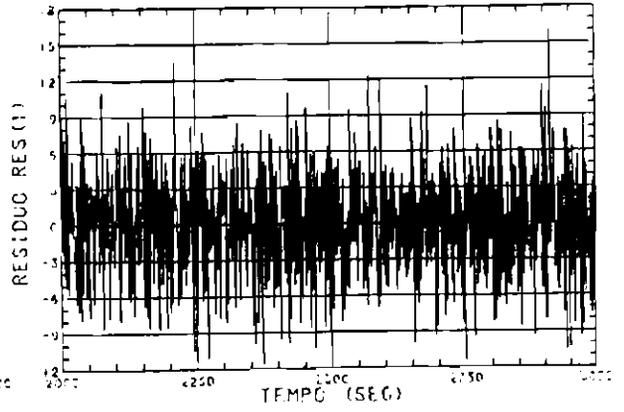


(f) Mínimos Quadrados

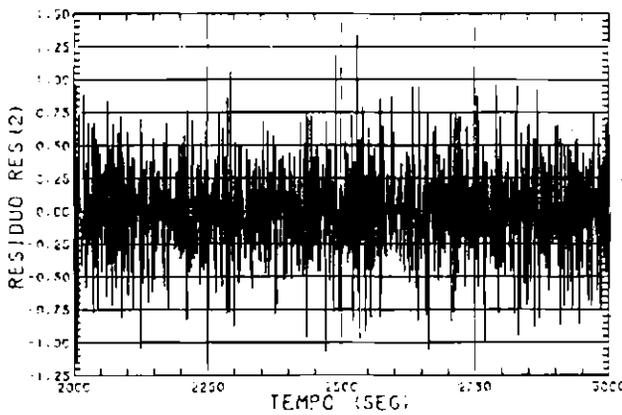
Fig. 5.45 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo implícito ( $t \geq 2000s$ ), (alteração a).



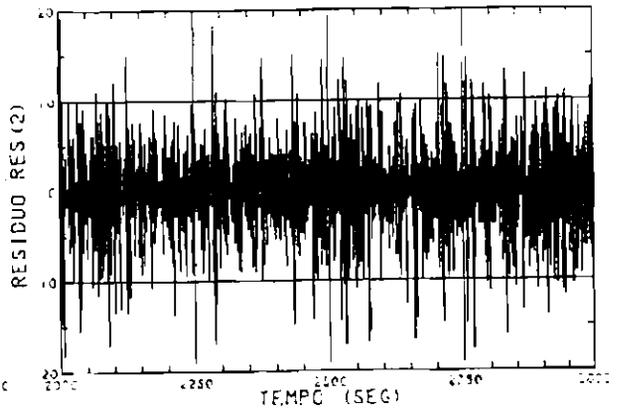
(a) Filtro de Kalman



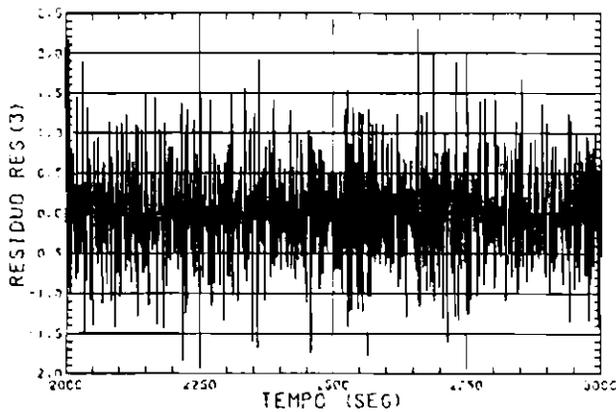
(b) Mínimos Quadrados



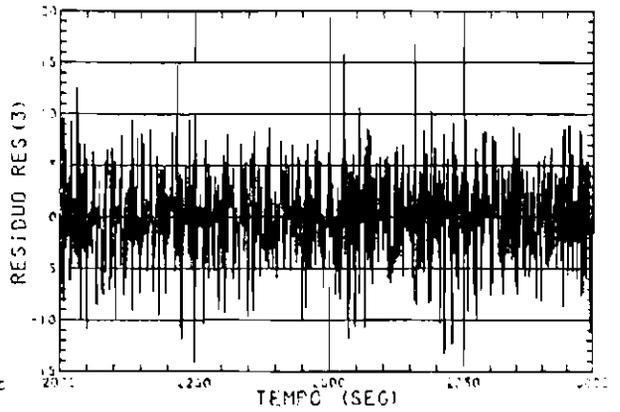
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

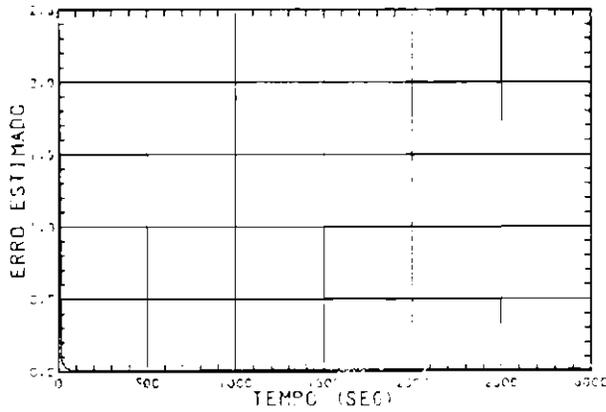


(e) Filtro de Kalman

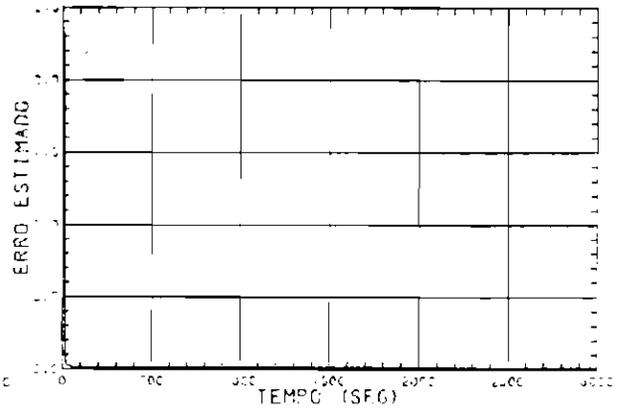


(f) Mínimos Quadrados

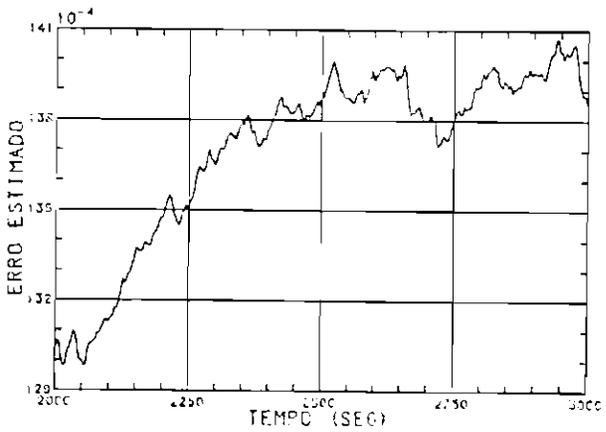
Fig. 5.46 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo explícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração a).



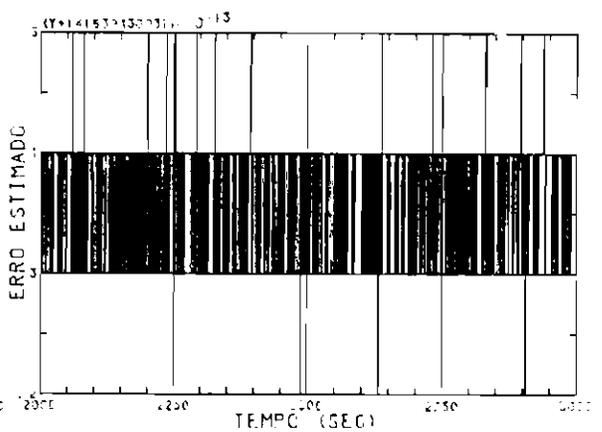
(a) Filtro de Kalman



(b) Mínimos Quadrados

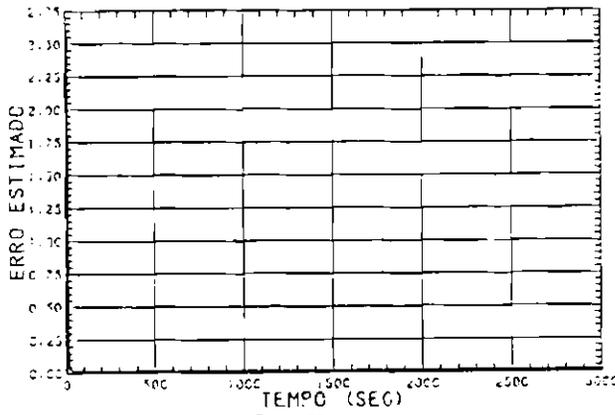


(c) Filtro de Kalman  
( $t \geq 2000s$ )

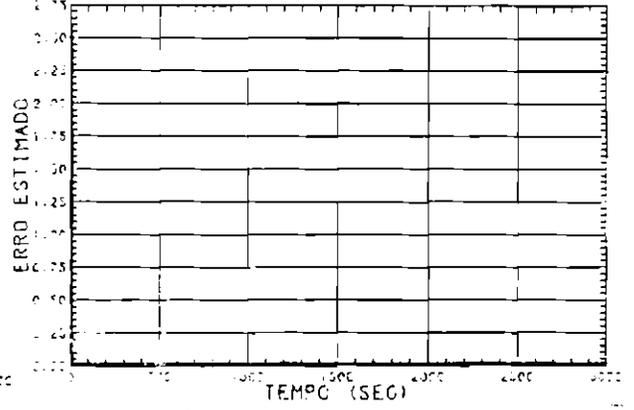


(d) Mínimos Quadrados  
( $t \geq 2000s$ )

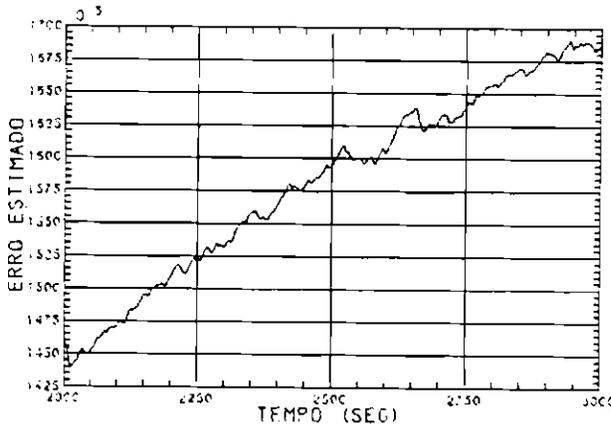
Fig. 5.47 - Gráficos do erro estimado global para o algoritmo implícito (alteração a).



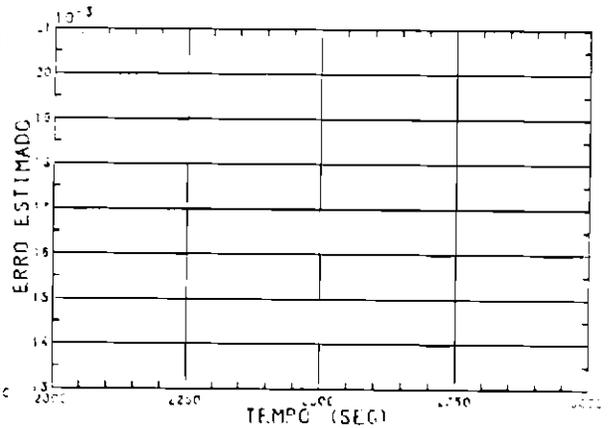
(a) Filtro de Kalman



(b) Mínimos Quadrados

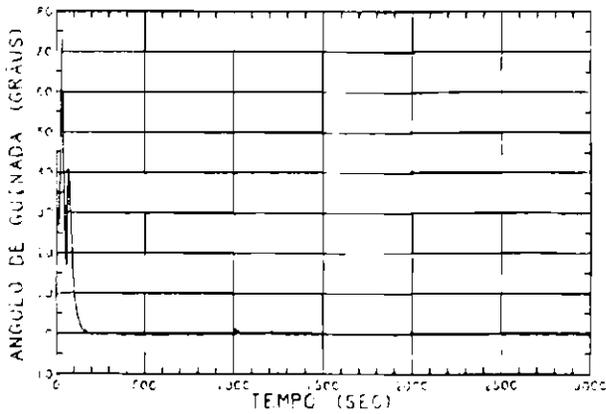


(c) Filtro de Kalman  
( $t \geq 2000$ s)

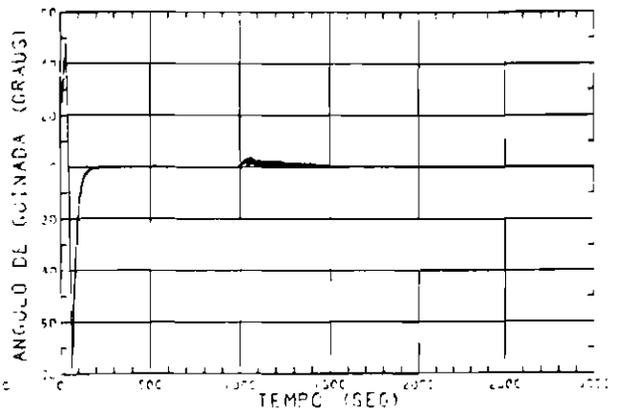


(d) Mínimos Quadrados  
( $t \geq 2000$ s)

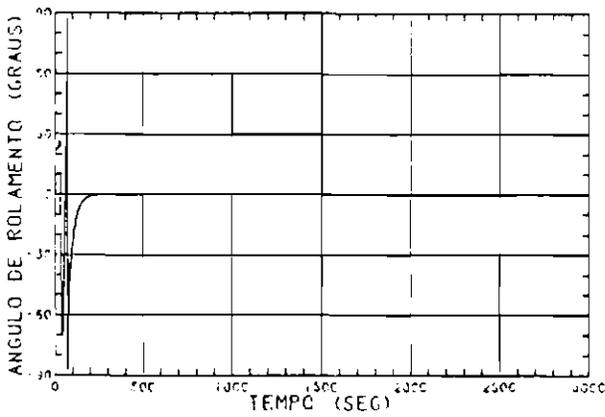
Fig. 5.48 - Gráficos do erro estimado global para o algoritmo explícito (alteração a).



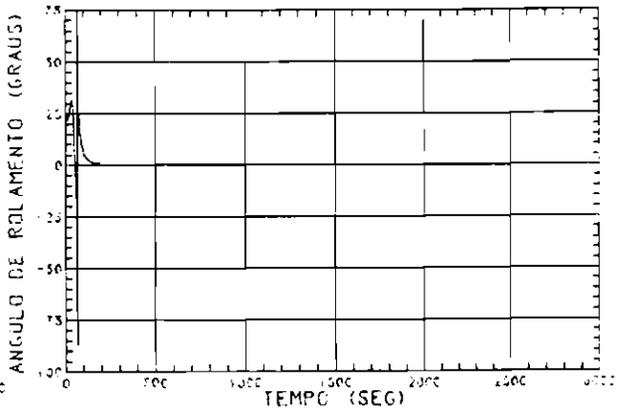
(a) Filtro de Kalman



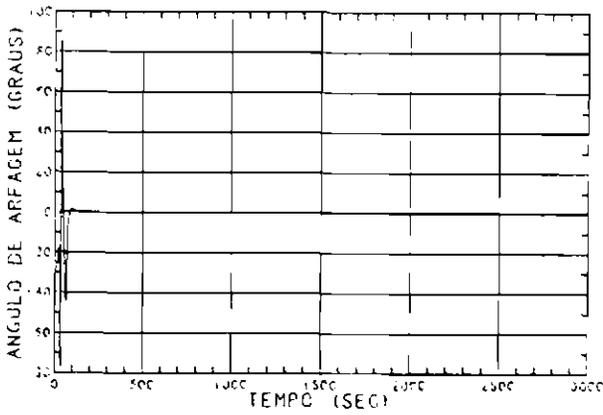
(b) Mínimos Quadrados



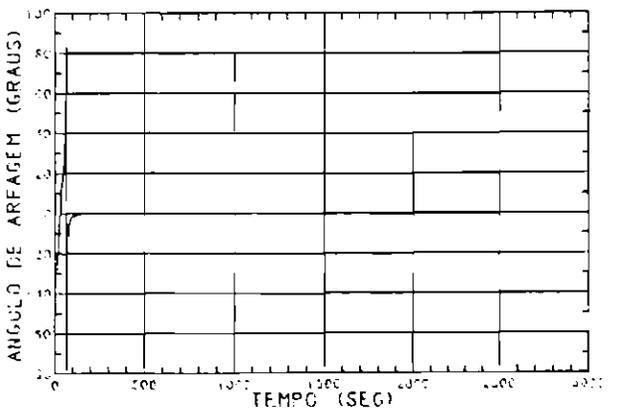
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

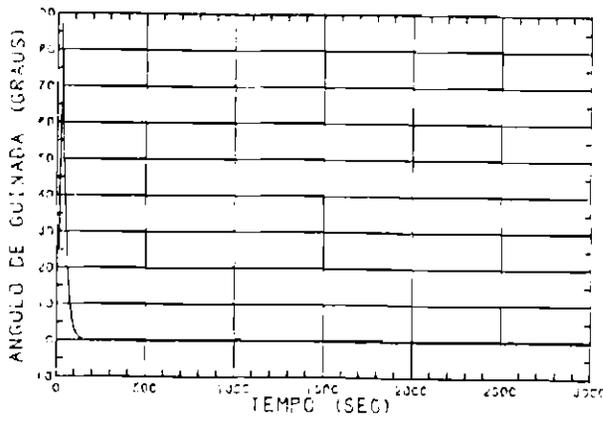


(e) Filtro de Kalman

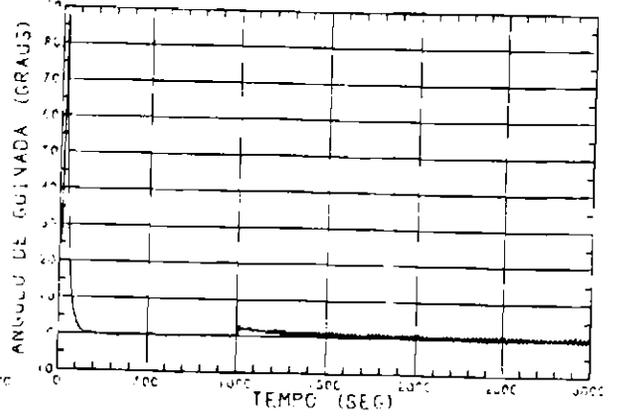


(f) Mínimos Quadrados

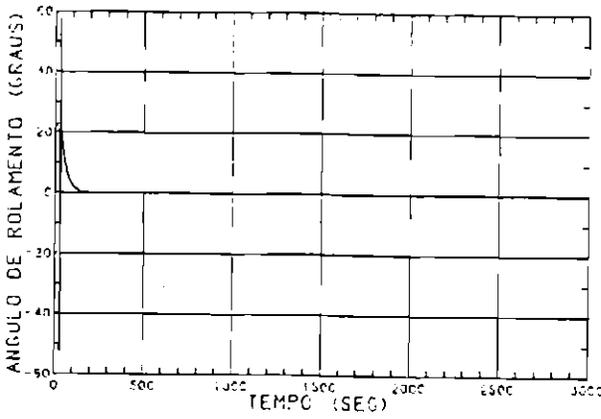
Fig. 5.49 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfa gem para o algoritmo implícito (alteração b).



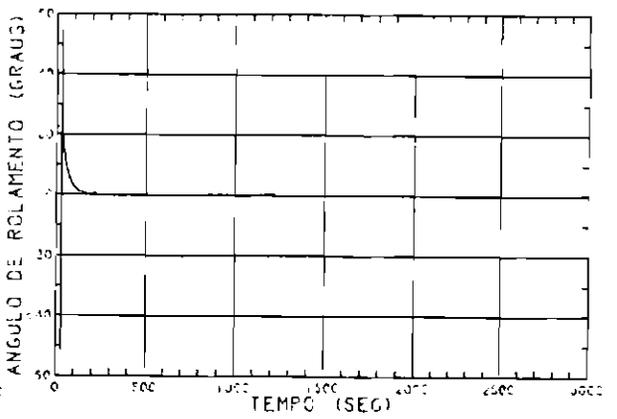
(a) Filtro de Kalman



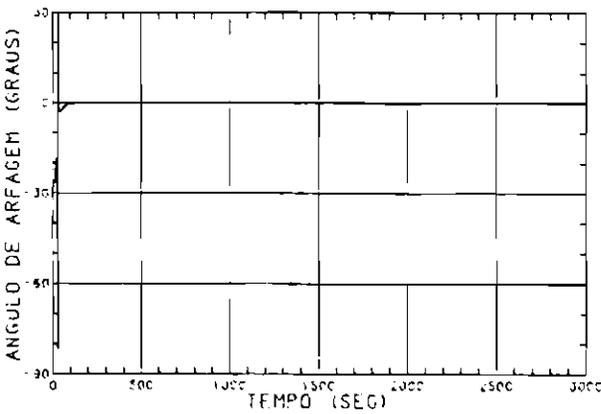
(b) Mínimos Quadrados



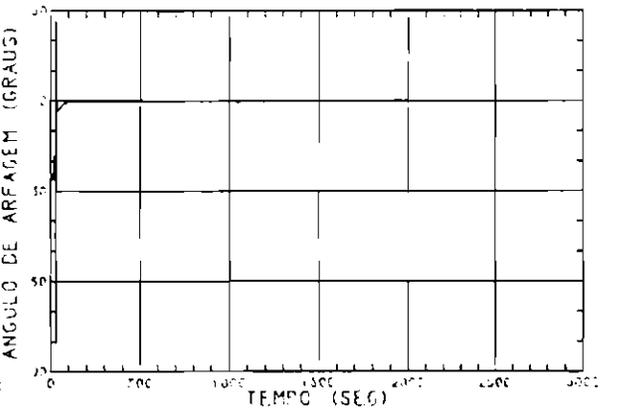
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

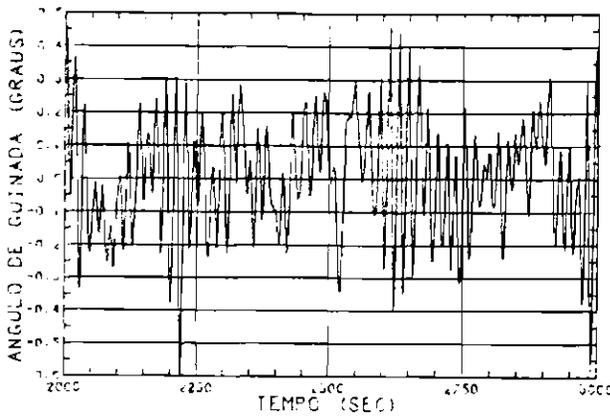


(e) Filtro de Kalman

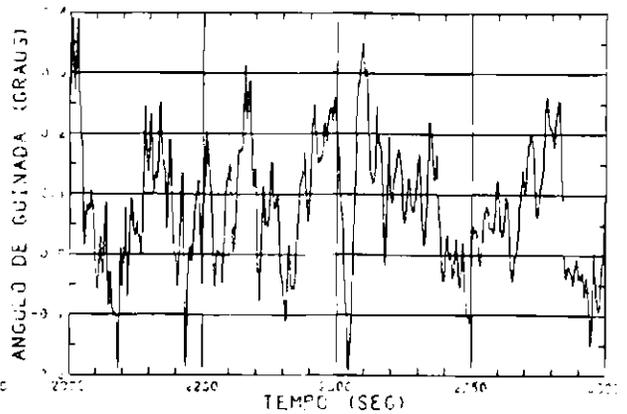


(f) Mínimos Quadrados

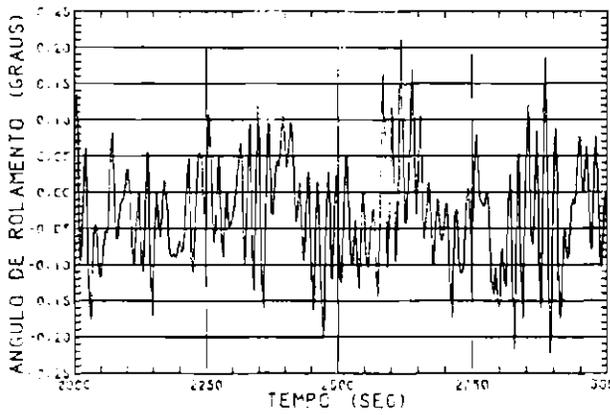
Fig. 5.50 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito (alteração b).



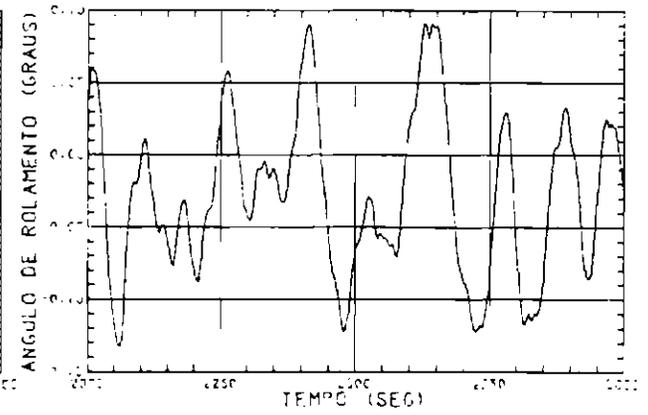
(a) Filtro de Kalman



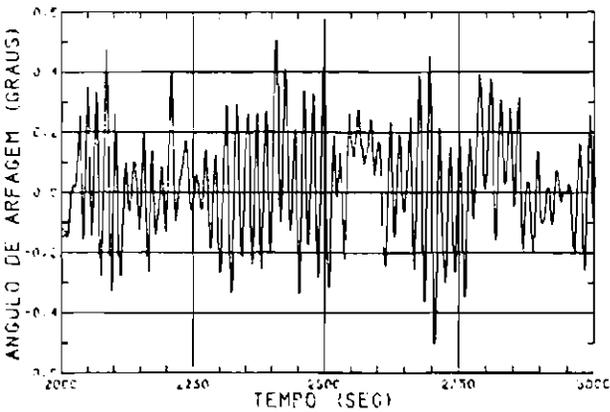
(b) Mínimos Quadrados



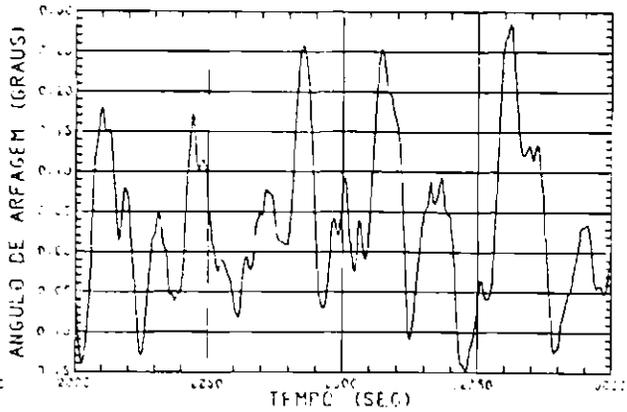
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

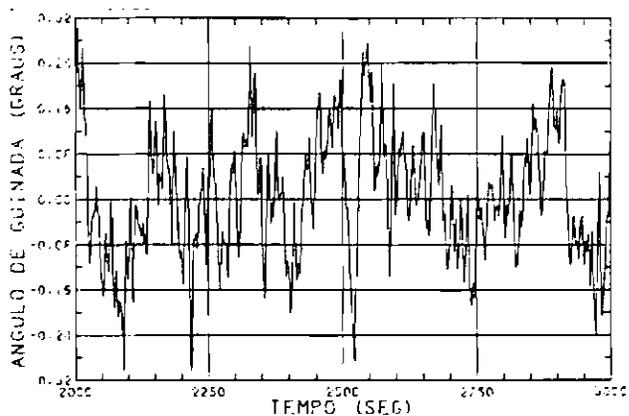


(e) Filtro de Kalman

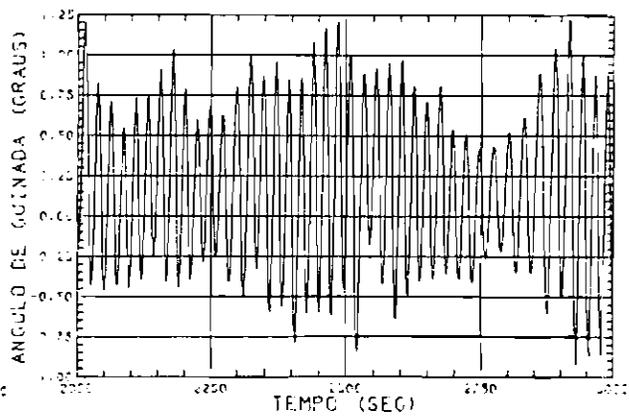


(f) Mínimos Quadrados

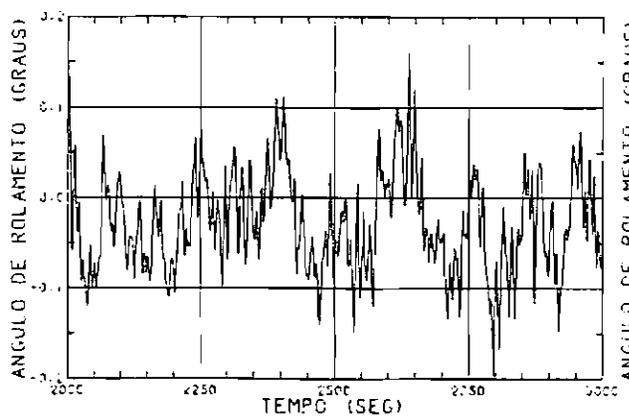
Fig. 5.51 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração b).



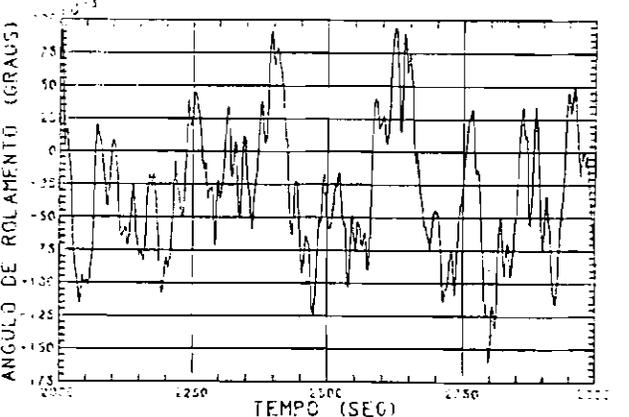
(a) Filtro de Kalman



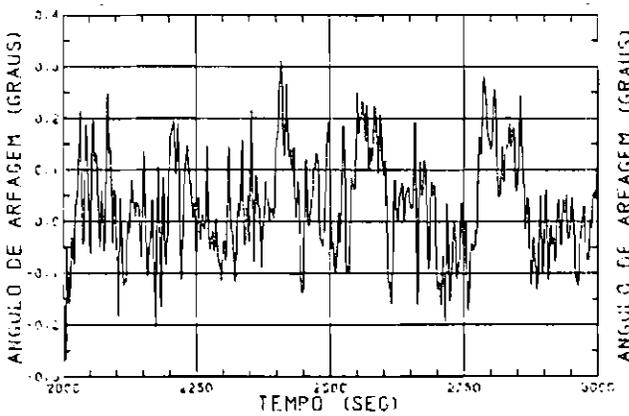
(b) Mínimos Quadrados



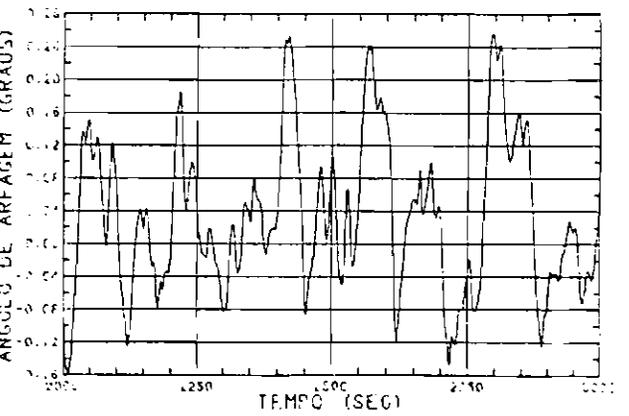
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

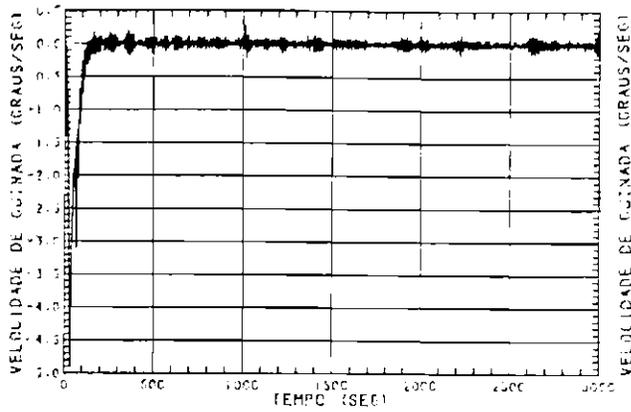


(e) Filtro de Kalman

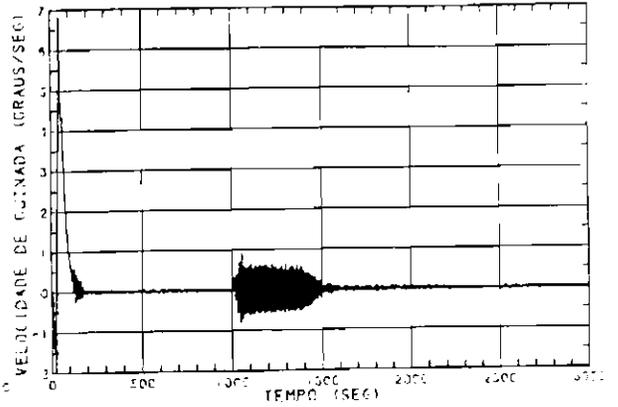


(f) Mínimos Quadrados

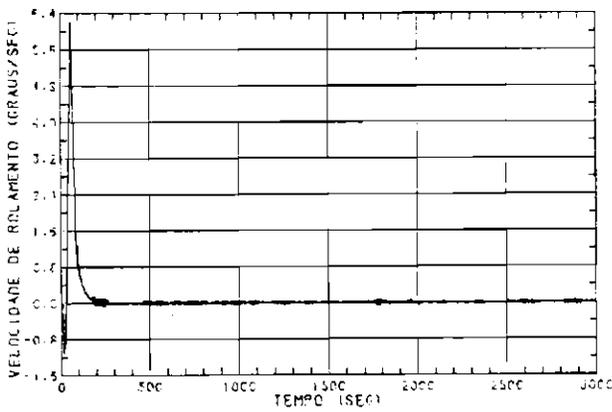
Fig. 5.52 - Gráficos dos ângulos de guinada, rolamento e arfa gem para o algoritmo explícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração b).



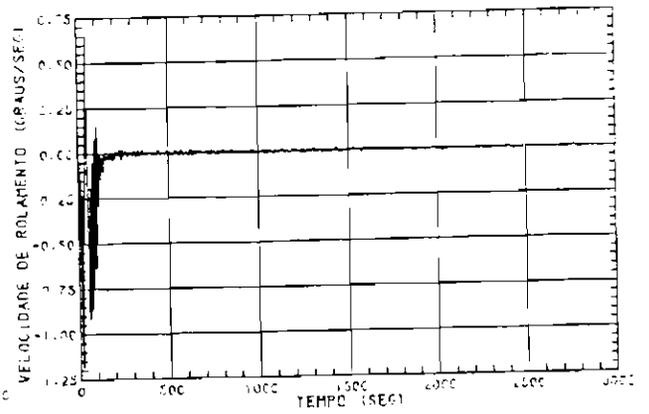
(a) Filtro de Kalman



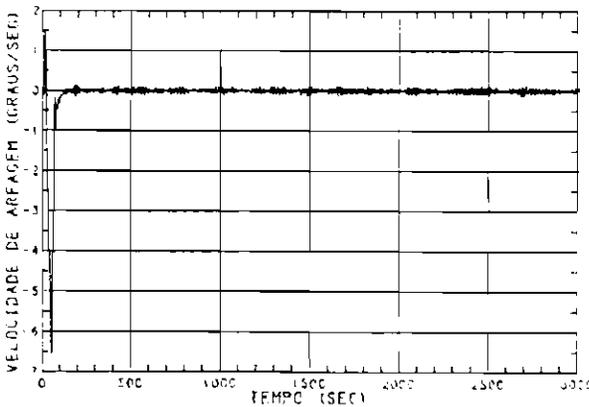
(b) Mínimos Quadrados



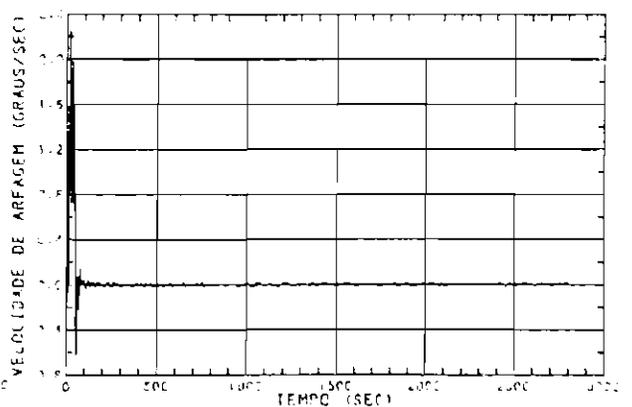
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

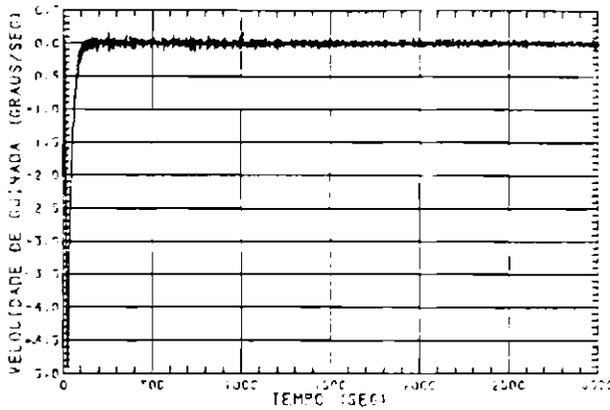


(e) Filtro de Kalman

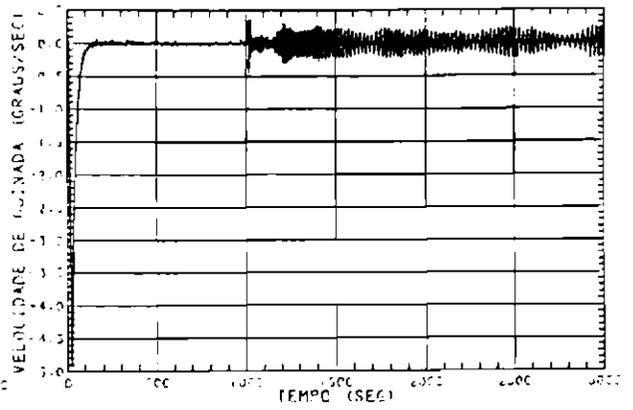


(f) Mínimos Quadrados

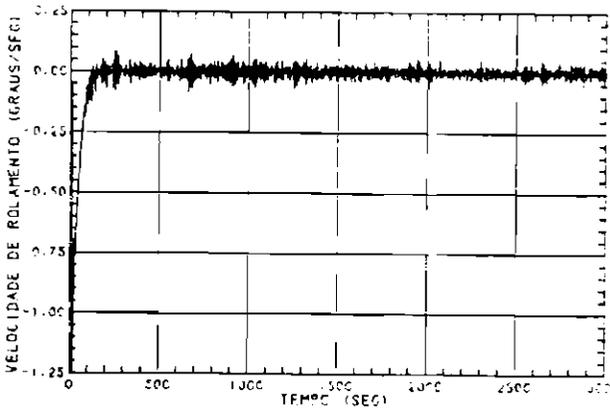
Fig. 5.53 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito (alteração b).



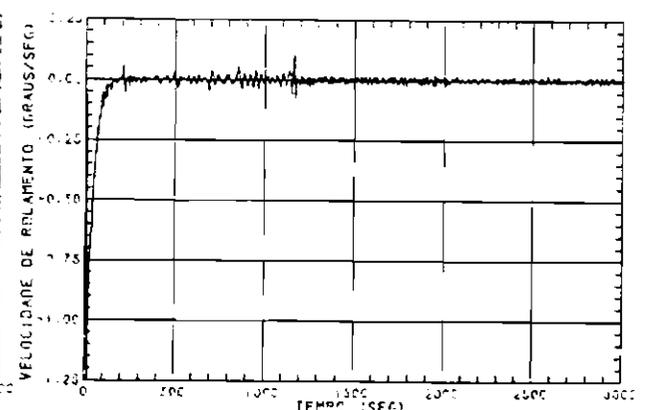
(a) Filtro de Kalman



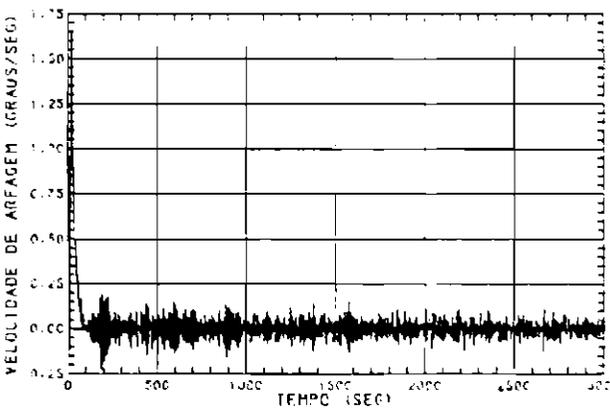
(b) Mínimos Quadrados



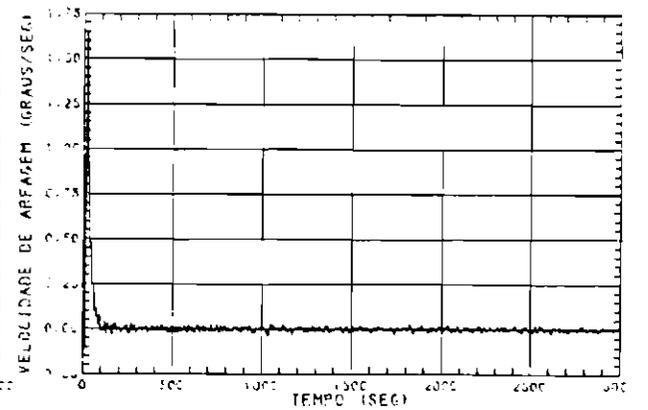
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

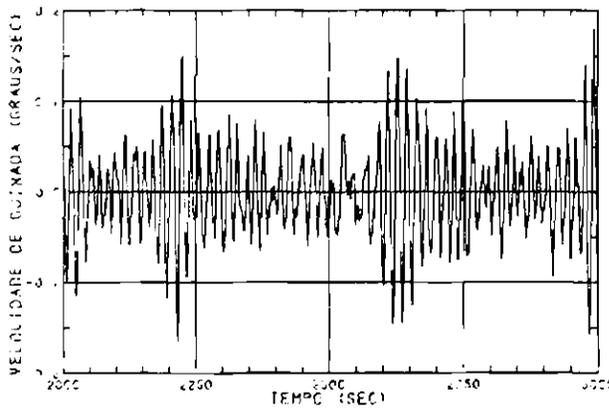


(e) Filtro de Kalman

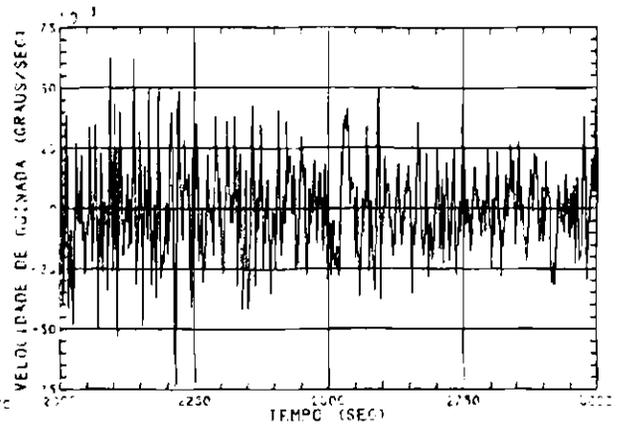


(f) Mínimos Quadrados

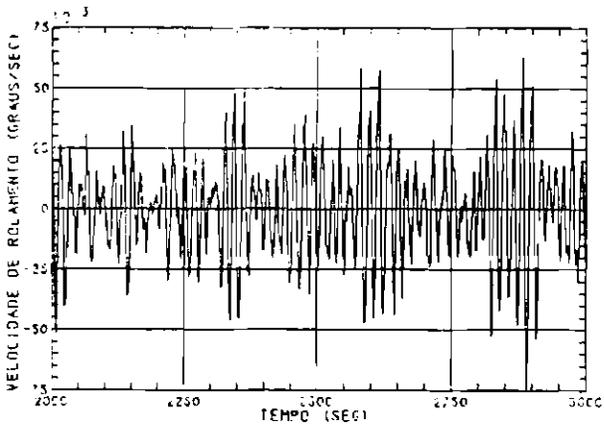
Fig. 5.54 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito (alteração b).



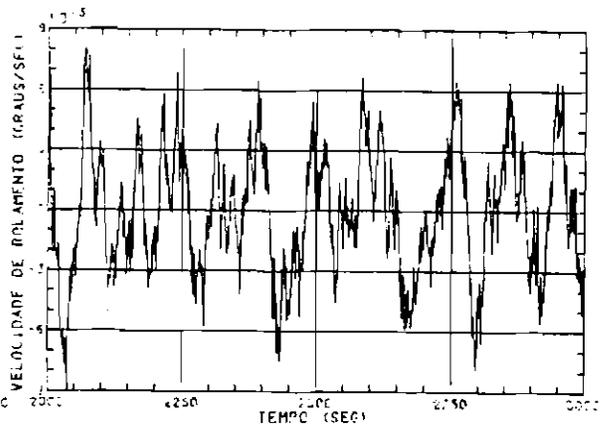
(a) Filtro de Kalman



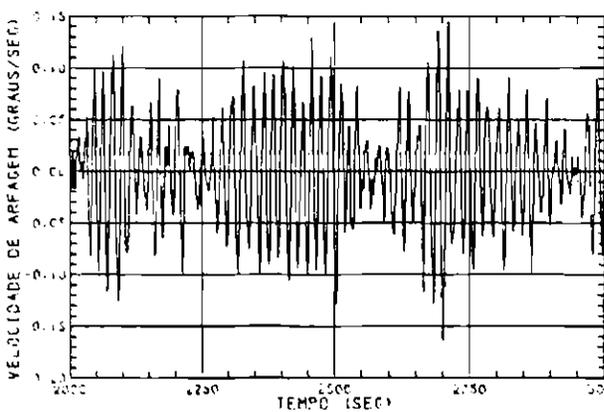
(b) Mínimos Quadrados



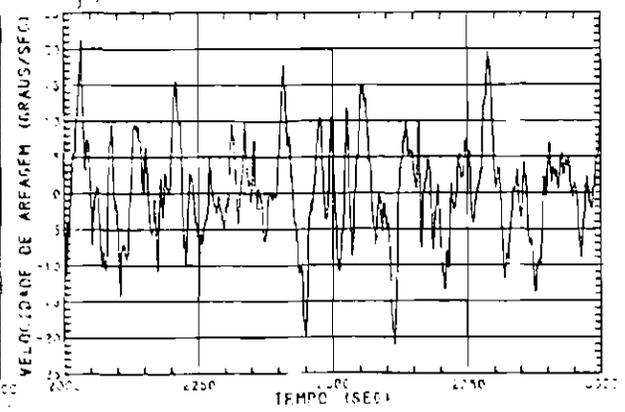
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

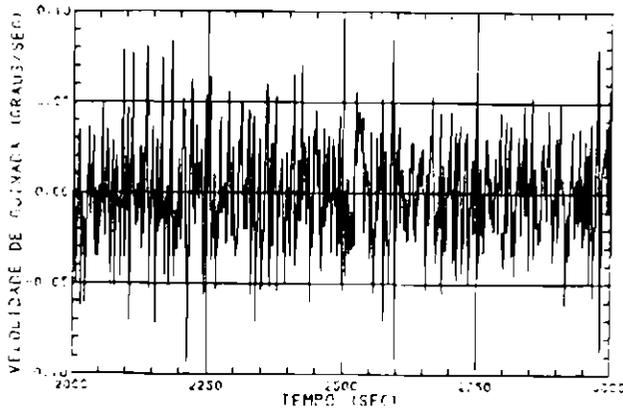


(e) Filtro de Kalman

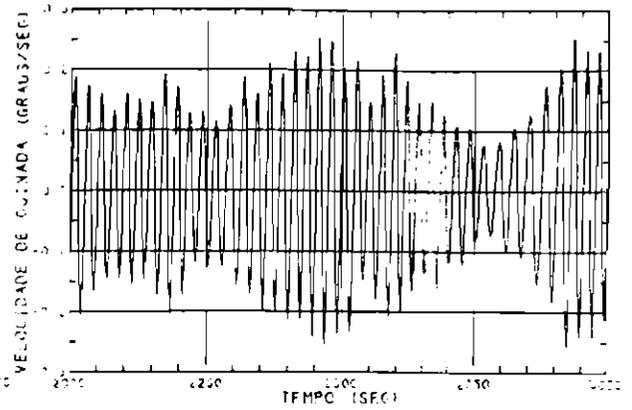


(f) Mínimos Quadrados

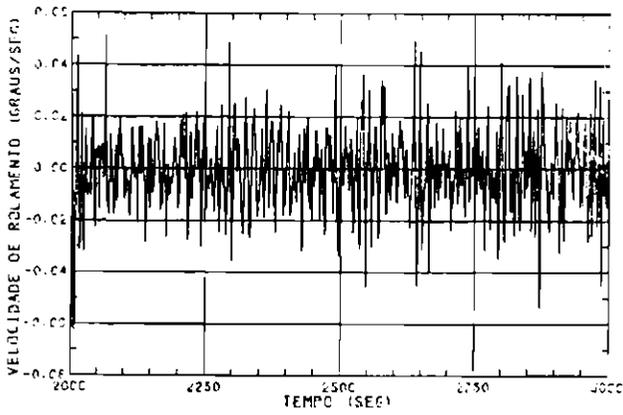
Fig. 5.55 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo implícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração b).



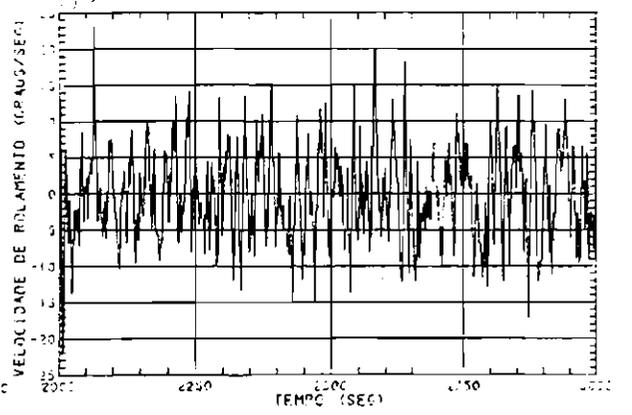
(a) Filtro de Kalman



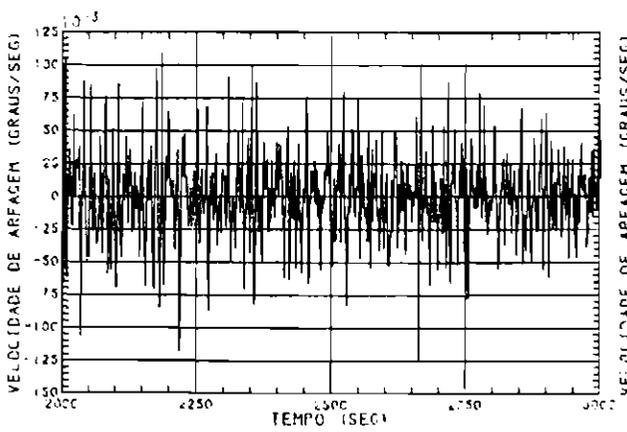
(b) Mínimos Quadrados



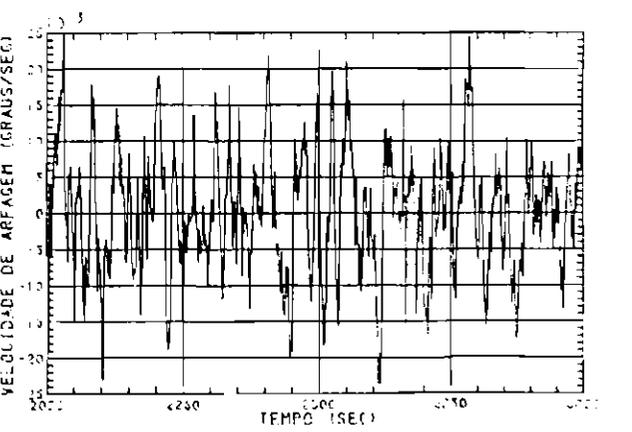
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

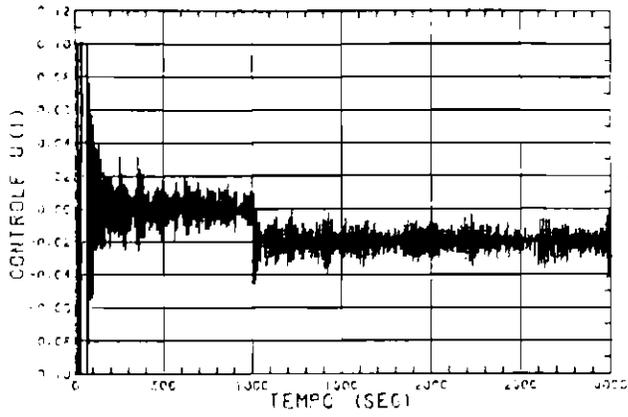


(e) Filtro de Kalman

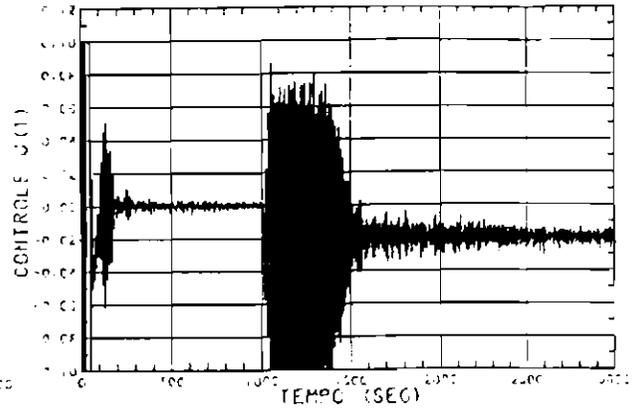


(f) Mínimos Quadrados

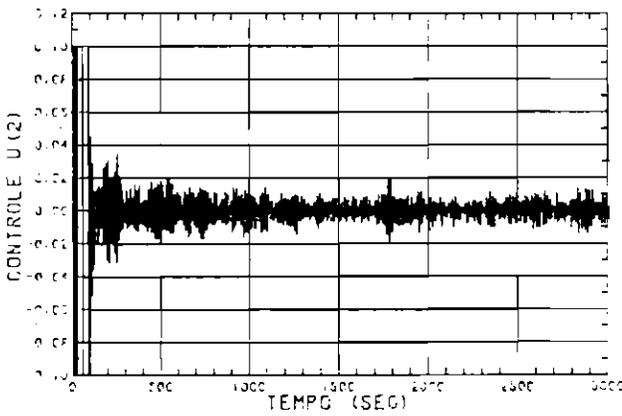
Fig. 5.56 - Gráficos das velocidades de guinada, rolamento e arfagem para o algoritmo explícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração b).



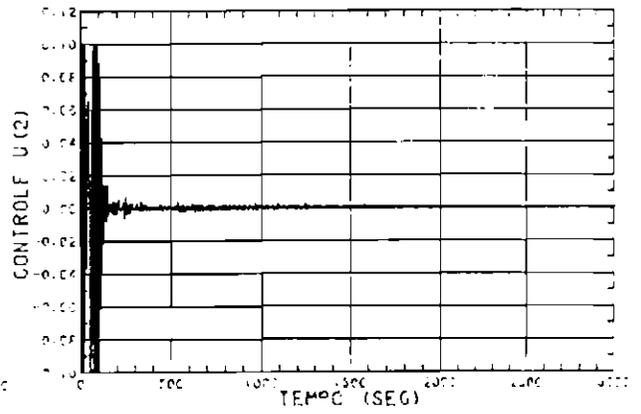
(a) Filtro de Kalman



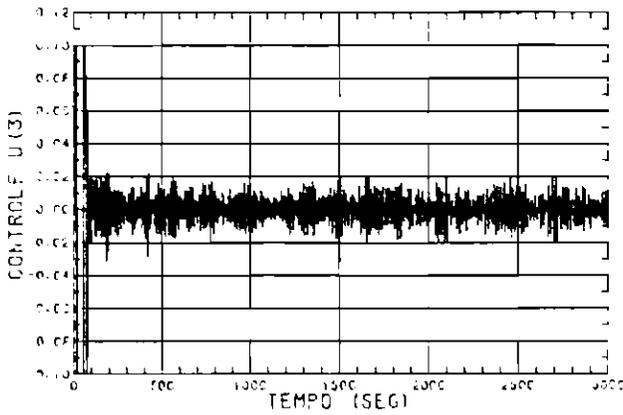
(b) Mínimos Quadrados



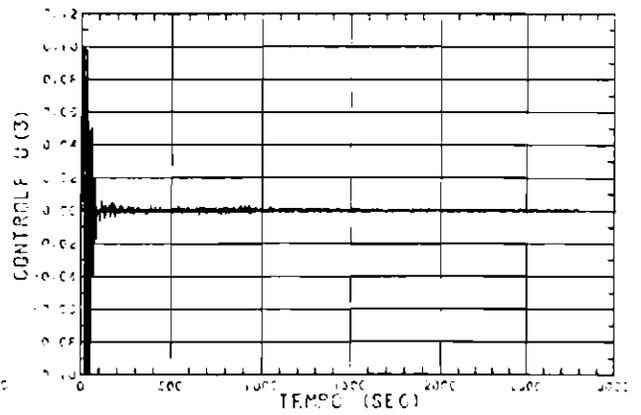
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

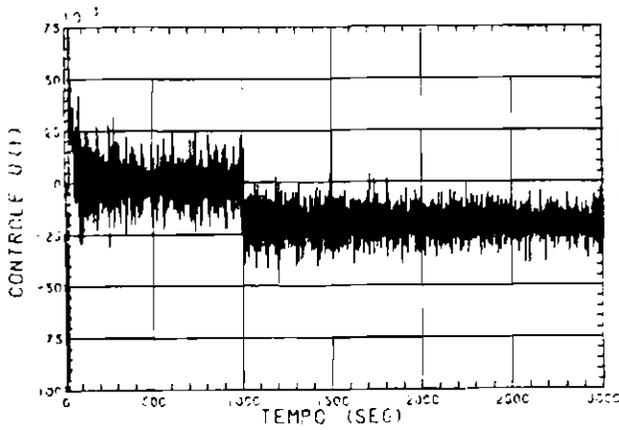


(e) Filtro de Kalman

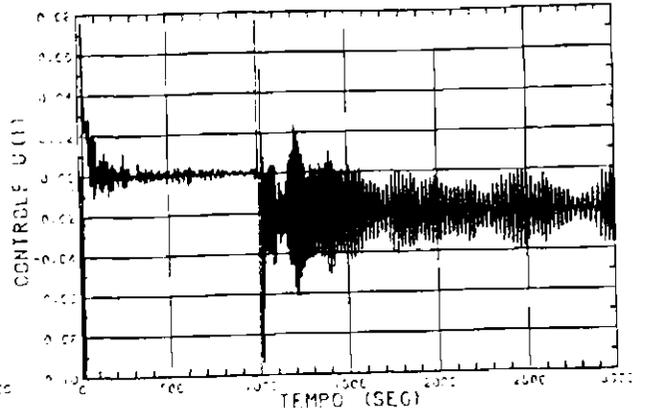


(f) Mínimos Quadrados

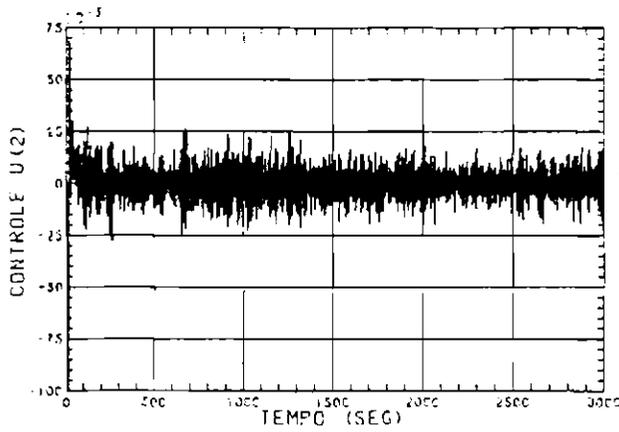
Fig. 5.57 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo implícito (alteração b).



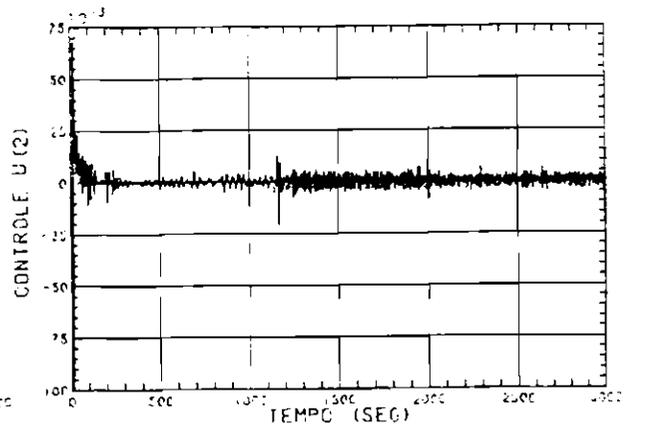
(a) Filtro de Kalman



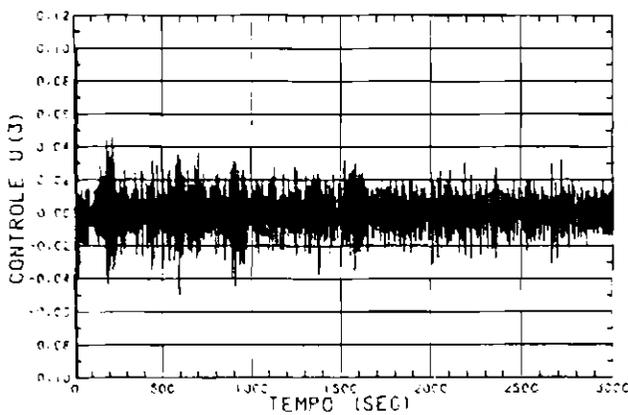
(b) Mínimos Quadrados



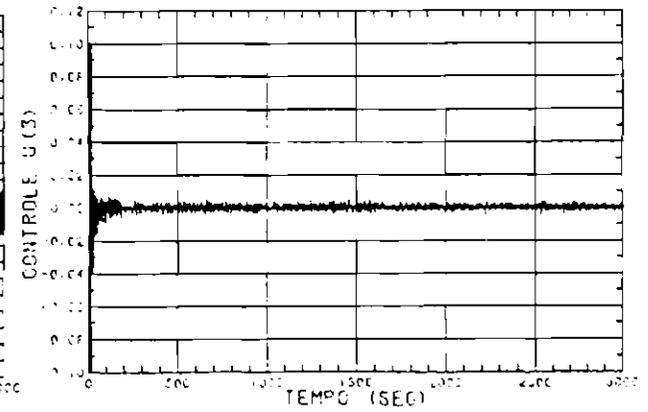
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

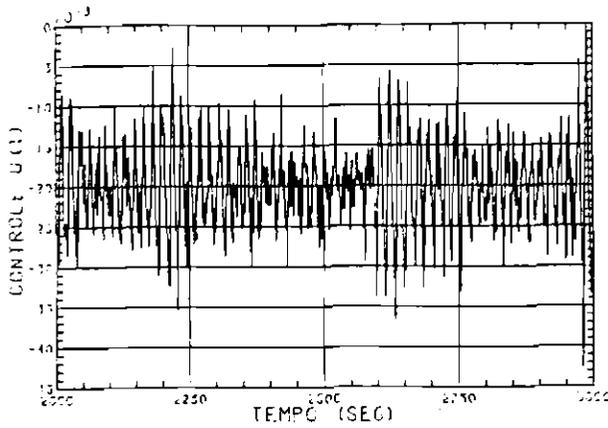


(e) Filtro de Kalman

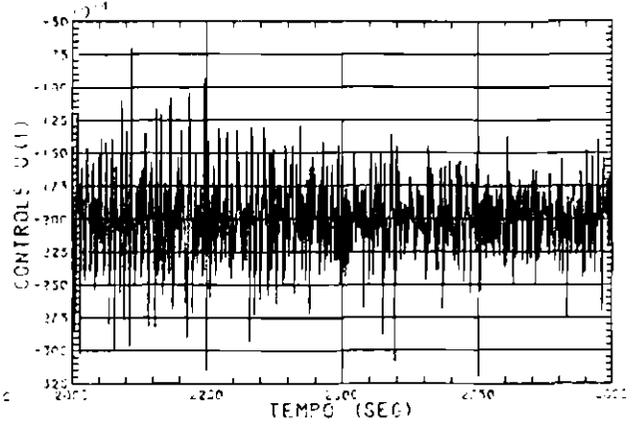


(f) Mínimos Quadrados

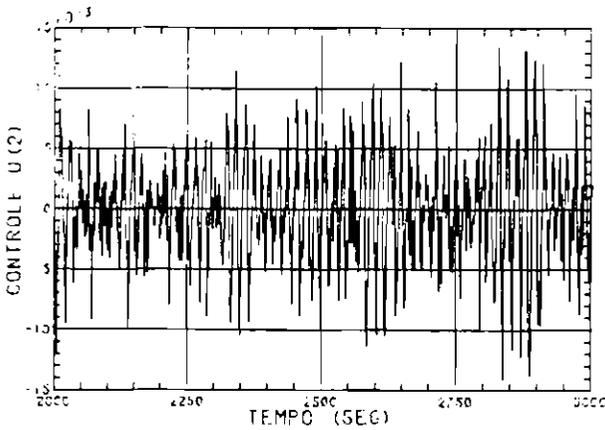
Fig. 5.58 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo explícito (alteração b).



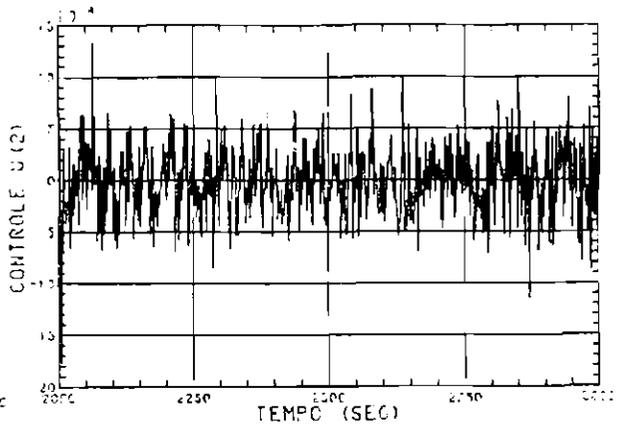
(a) Filtro de Kalman



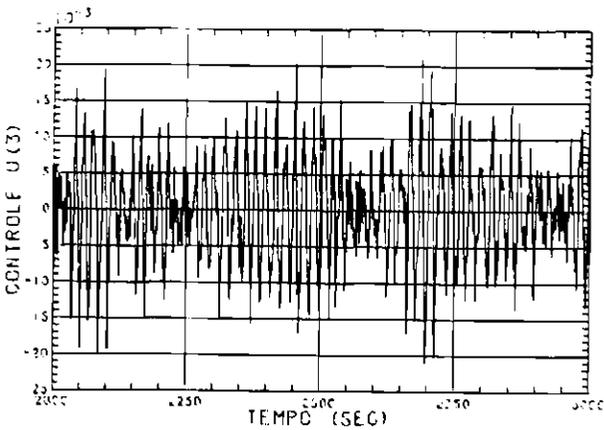
(b) Mínimos Quadrados



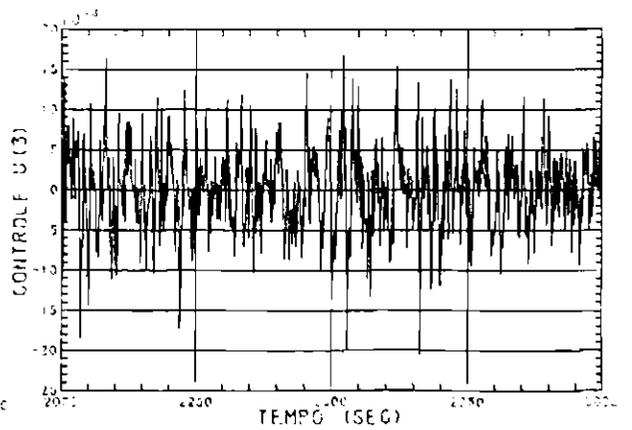
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

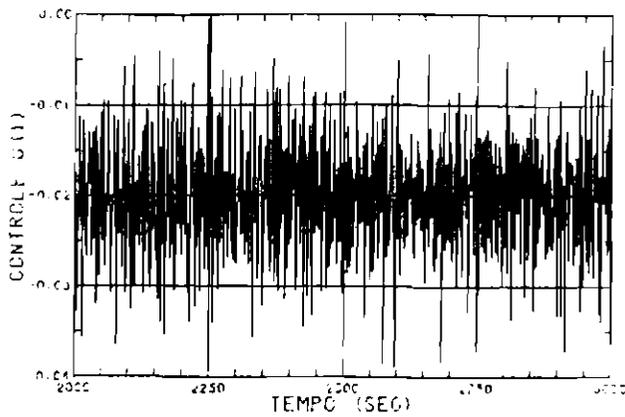


(e) Filtro de Kalman

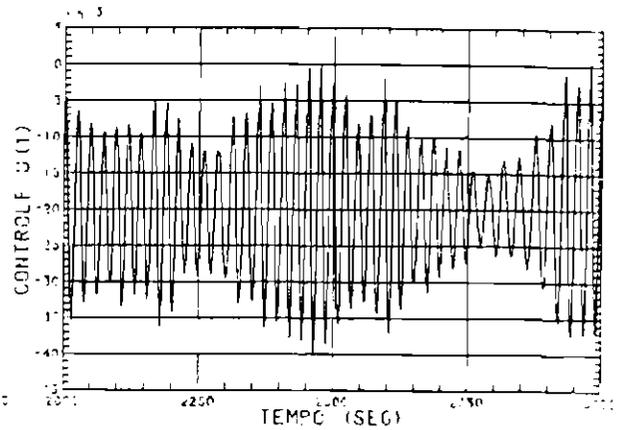


(f) Mínimos Quadrados

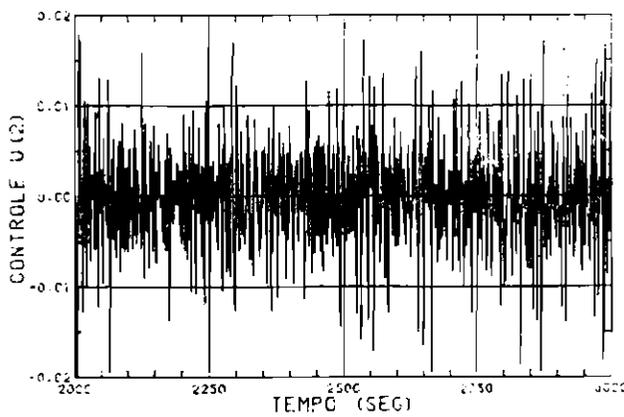
Fig. 5.59 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo implícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração b).



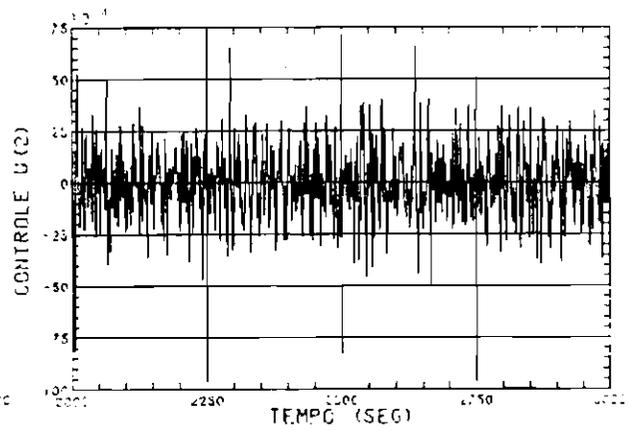
(a) Filtro de Kalman



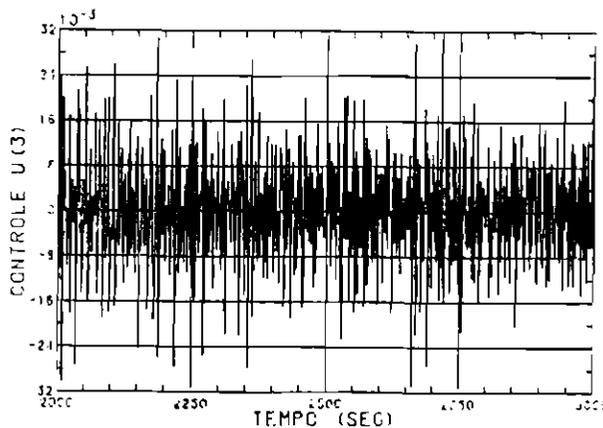
(b) Mínimos Quadrados



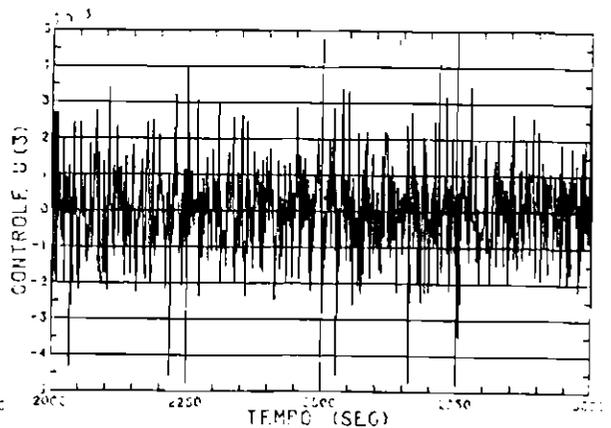
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

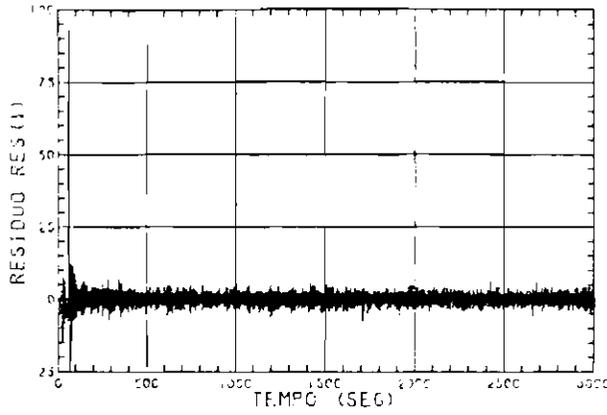


(e) Filtro de Kalman

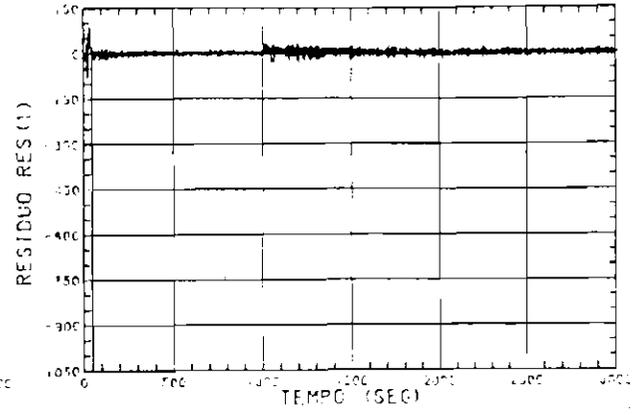


(f) Mínimos Quadrados

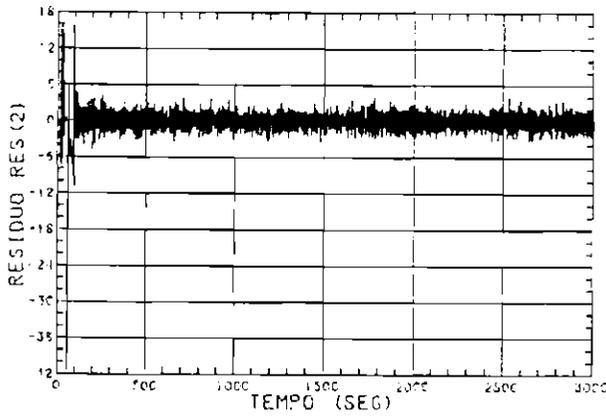
Fig. 5.60 - Gráficos das componentes do vetor de controle (em N.m) para o algoritmo explícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração b).



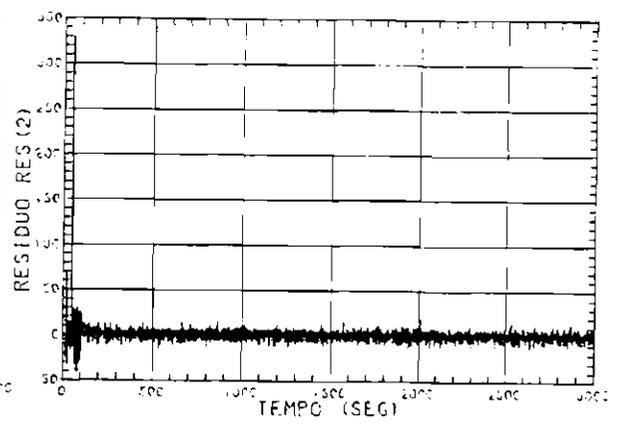
(a) Filtro de Kalman



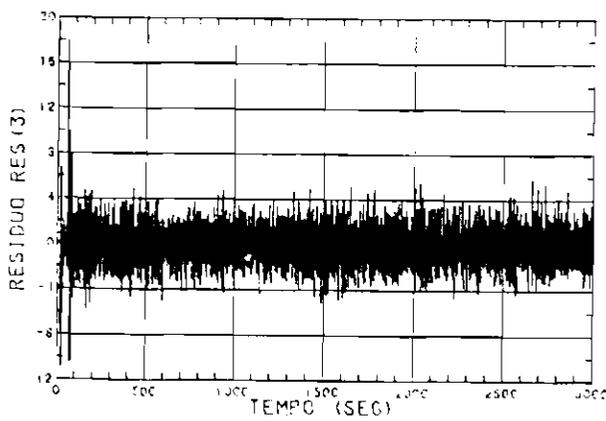
(b) Mínimos Quadrados



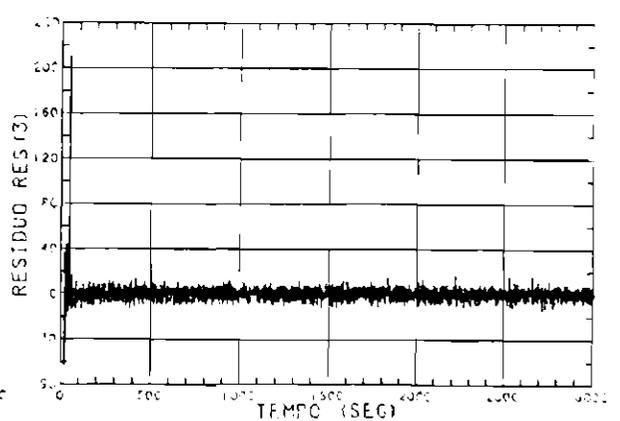
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

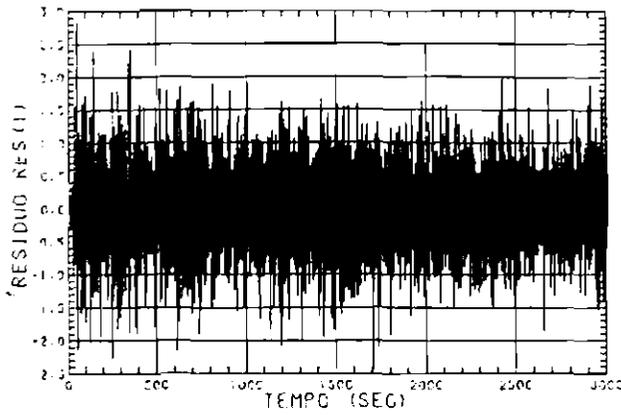


(e) Filtro de Kalman

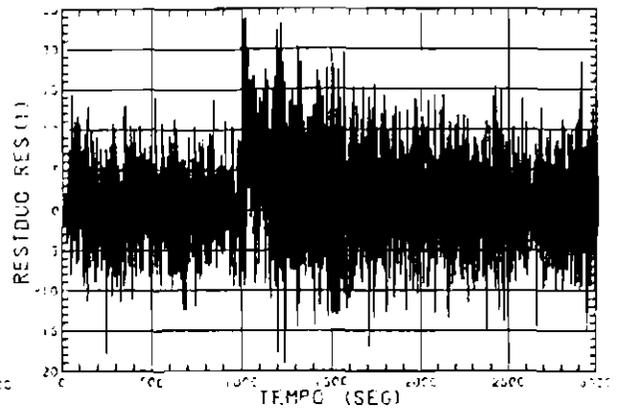


(f) Mínimos Quadrados

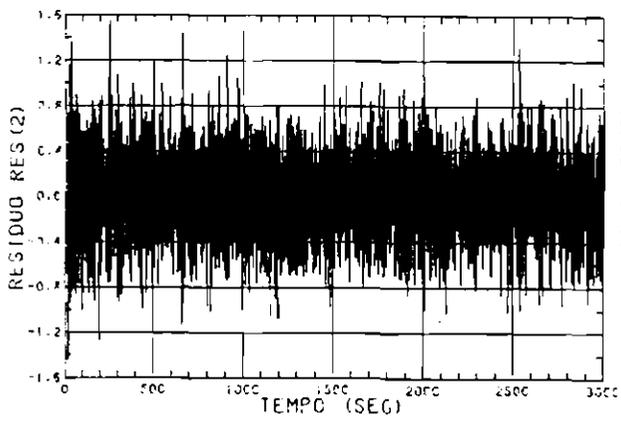
Fig. 5.61 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo implícito (alteração b).



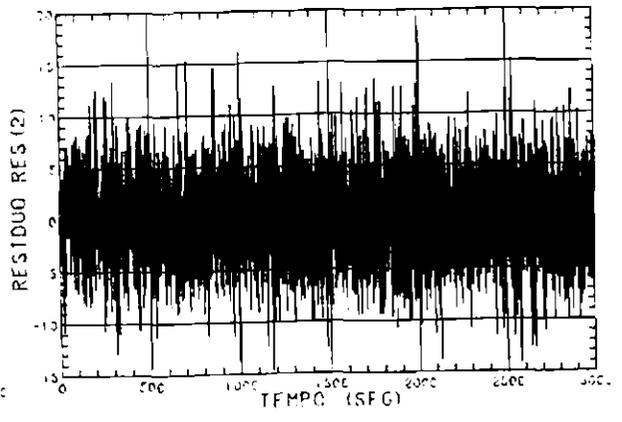
(a) Filtro de Kalman



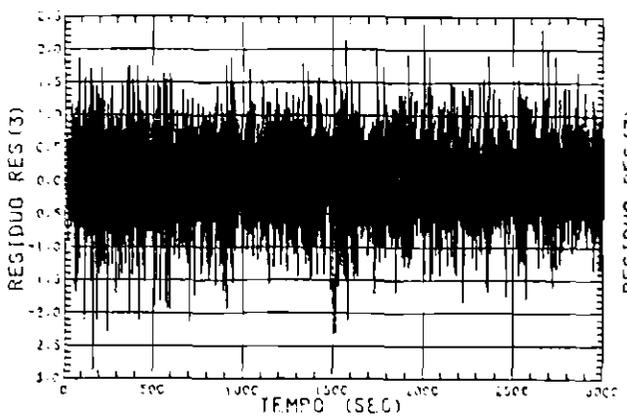
(b) Mínimos Quadrados



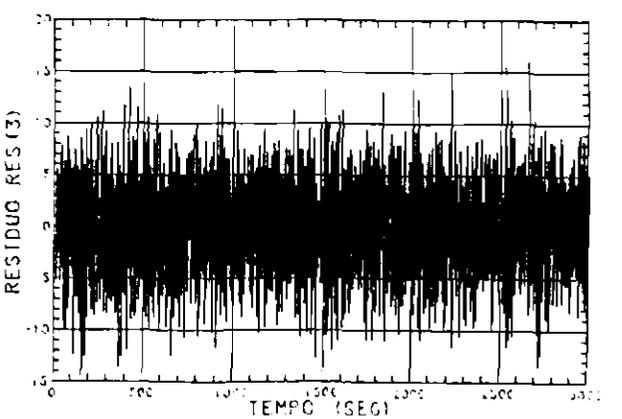
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

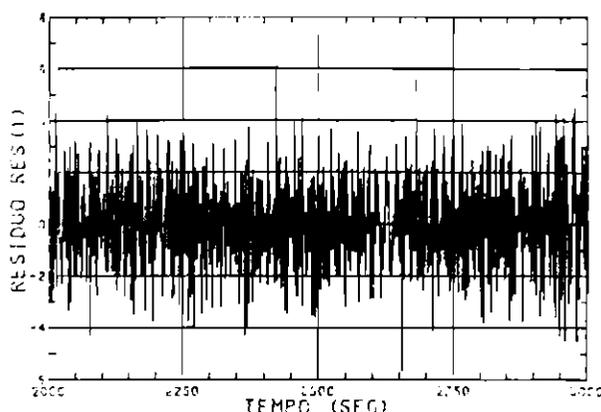


(e) Filtro de Kalman

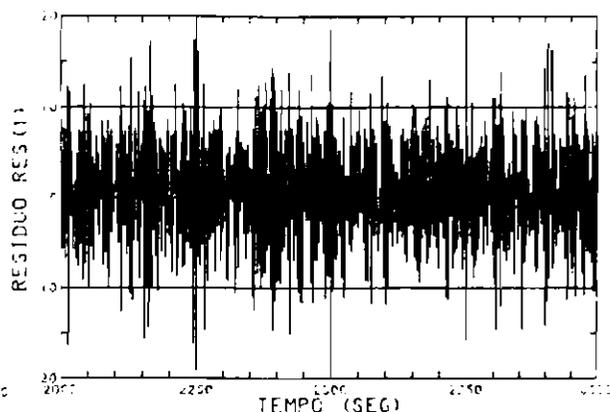


(f) Mínimos Quadrados

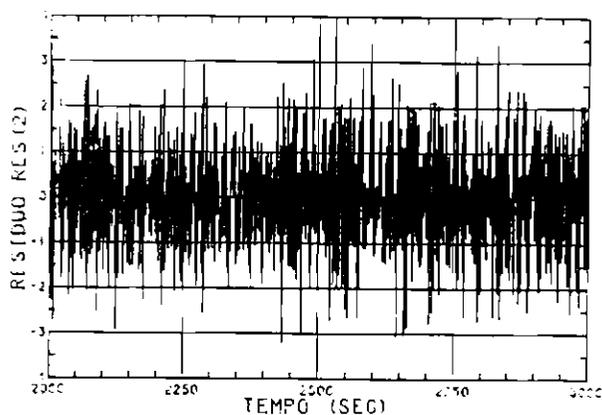
Fig. 5.62 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo explícito (alteração b).



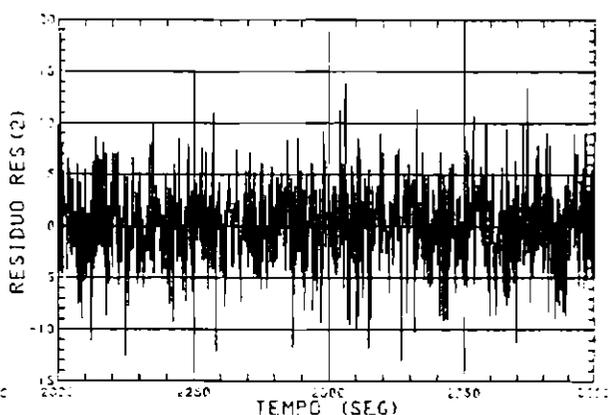
(a) Filtro de Kalman



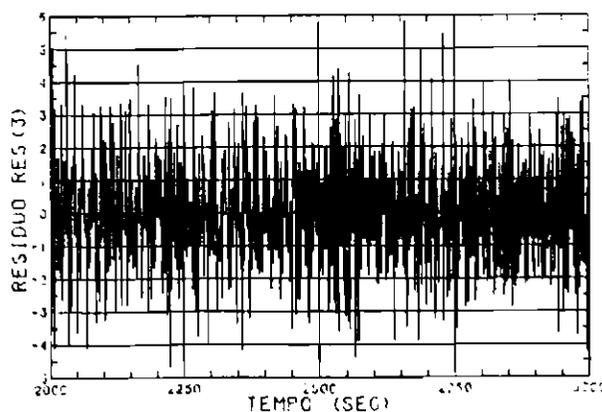
(b) Mínimos Quadrados



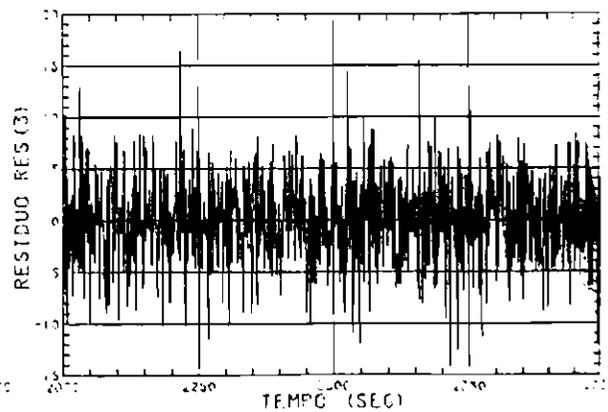
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

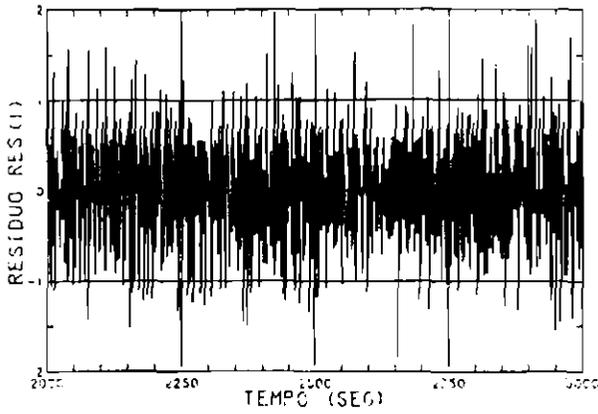


(e) Filtro de Kalman

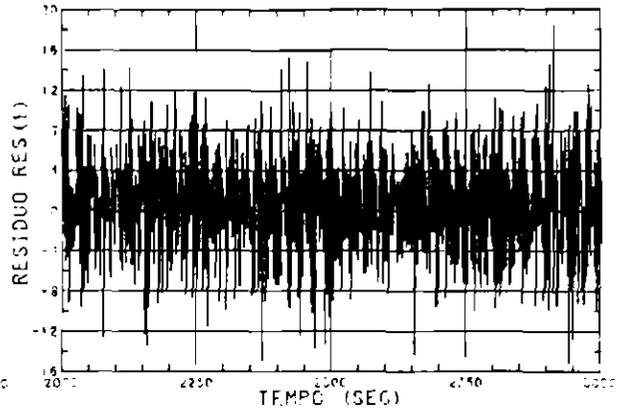


(f) Mínimos Quadrados

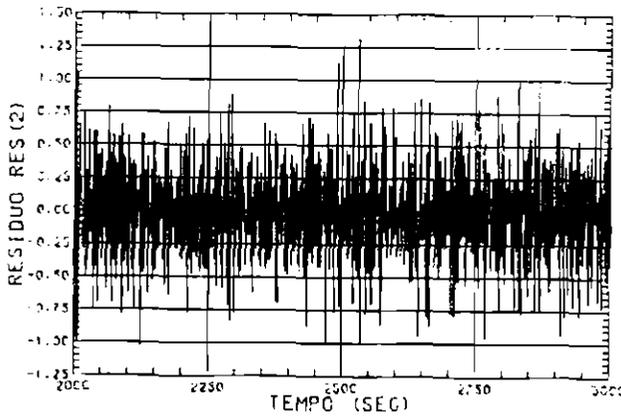
Fig. 5.63 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo implícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração b).



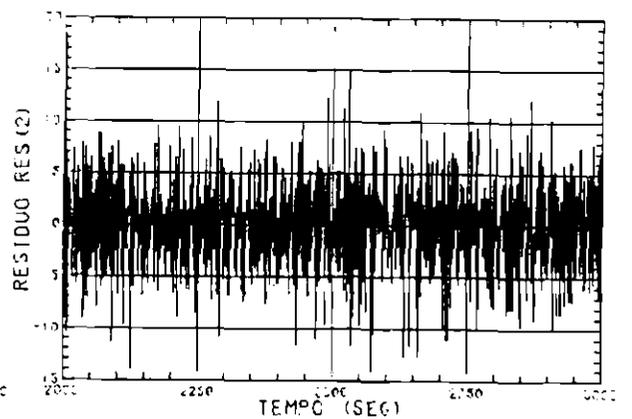
(a) Filtro de Kalman



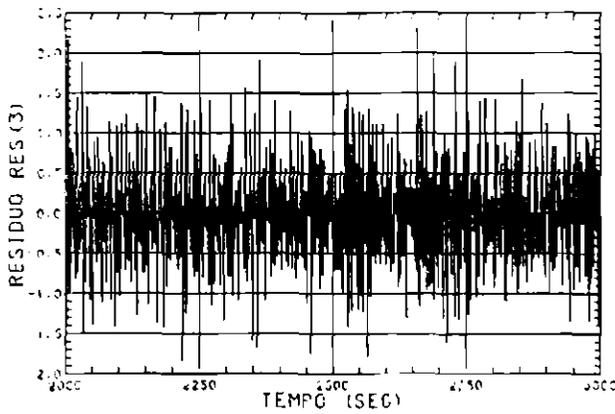
(b) Mínimos Quadrados



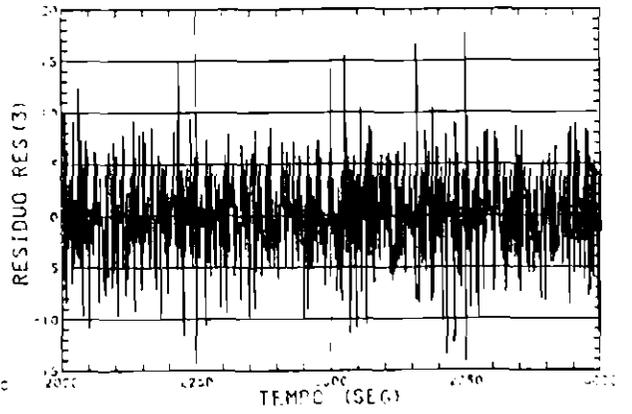
(c) Filtro de Kalman



(d) Mínimos Quadrados

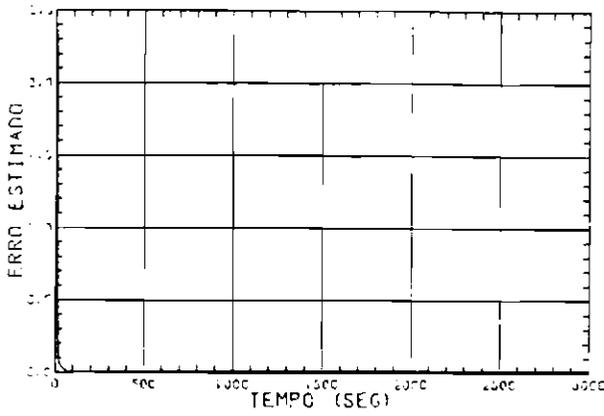


(e) Filtro de Kalman

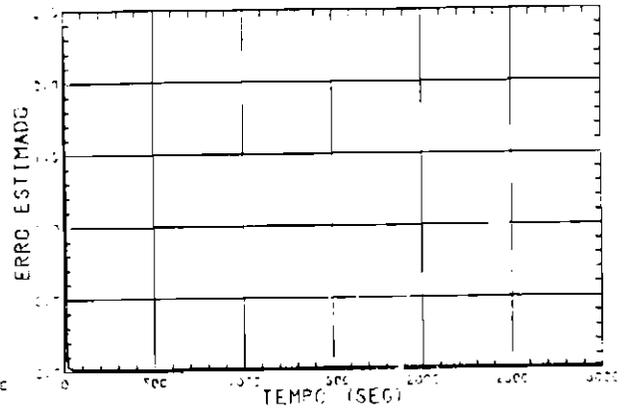


(f) Mínimos Quadrados

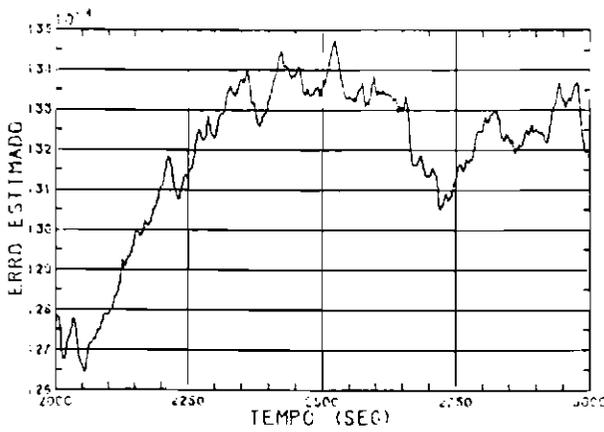
Fig. 5.64 - Gráficos das componentes do resíduo normalizado para o algoritmo explícito ( $t \geq 2000s$ ) (alteração b).



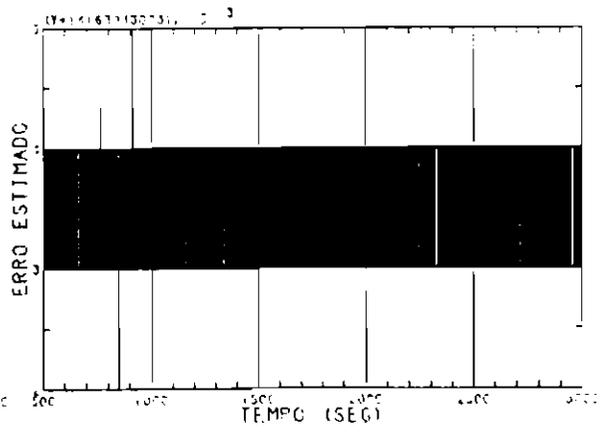
(a) Filtro de Kalman



(b) Mínimos Quadrados

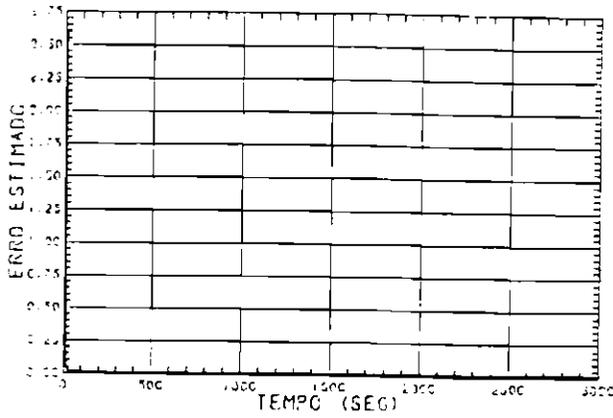


(c) Filtro de Kalman  
( $t \geq 2000$ s)

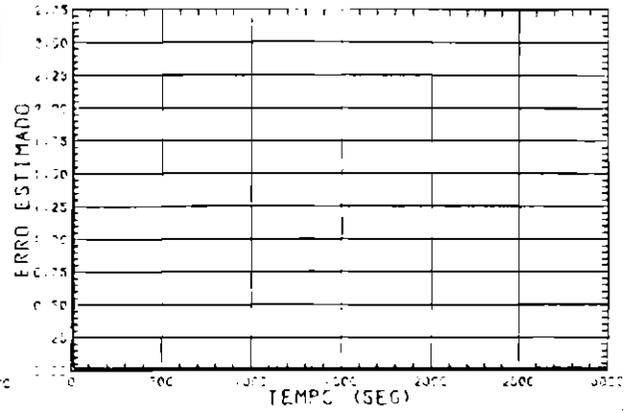


(d) Mínimos Quadrados  
( $t \geq 2000$ s)

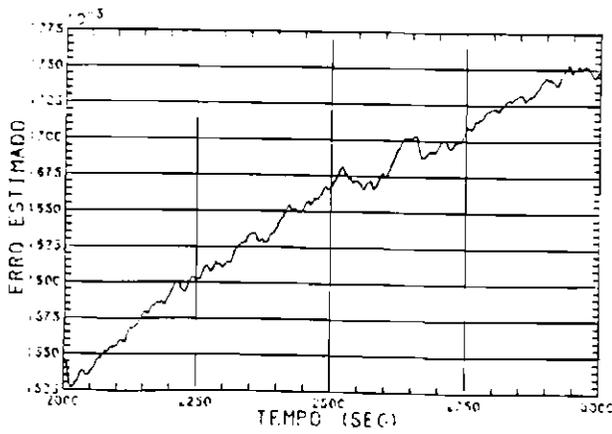
Fig. 5.65 - Gráficos do erro estimado global para o algoritmo implícito (alteração b).



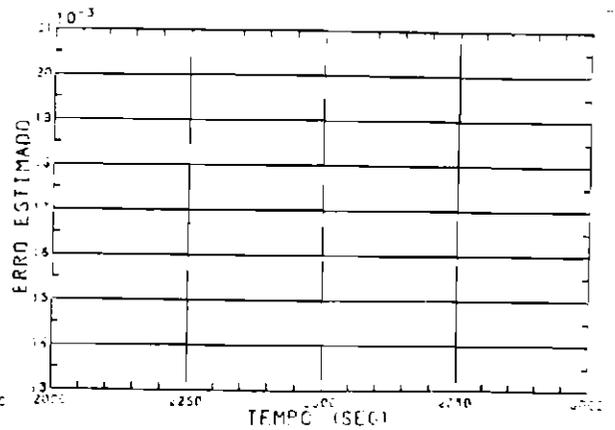
(a) Filtro de Kalman



(b) Mínimos Quadrados



(c) Filtro de Kalman  
( $t \geq 2000$ s)



(d) Mínimos Quadrados  
( $t \geq 2000$ s)

Fig. 5.66 - Gráficos do erro estimado global para o algoritmo explícito (alteração b).

Examinando-se os gráficos das Figuras 5.31 e 5.32 observa-se que as duas versões do algoritmo auto-sintonizável (implícita e explícita) tanto com estimação via filtro de Kalman quanto com estimação por mínimos quadrados conduziram os ângulos de guinada e arfagem para uma faixa próxima ao zero e foram capazes de se adaptar a alteração (a), fato que pode ser constatado através do comportamento das curvas referentes ao ângulo de rolamento (Figuras 5.31.c,d: implícito e 5.32.c,d: explícito). O desempenho destes algoritmos, em regime, na condução destes ângulos a zero pode ser verificado nas Figuras 5.33 e 5.34, que mostram a variação dos ângulos a partir de 2000 segundos. Nota-se que a evolução dos ângulos de guinada (Figuras 5.33.a,b: implícito e 5.34.a,b: explícito) e de arfagem (Figuras 5.33.e,f e 5.34.e,f) foi equivalente a apresentando oscilações (em torno do zero) na faixa de  $\pm 0,3^\circ$  para o ângulo de guinada e na faixa de  $\pm 0,2^\circ$  para o ângulo de arfagem (a versão implícita com estimação via filtro de Kalman apresentou, porém, um maior número de pontos fora das citadas faixas). Já com relação ao comportamento do ângulo de rolamento nota-se claramente um melhor desempenho das versões do algoritmo auto-sintonizável com estimação via filtro de Kalman. Observa-se que, para ambas as versões, este ângulo apresentou oscilações em torno do zero dentro da faixa de  $\pm 0,1^\circ$ . O mesmo não ocorreu com as versões com estimação por mínimos quadrados, pois, para estas, o ângulo de rolamento não atingiu o zero, aparentando uma certa tendenciosidade. A versão implícita, ao final da simulação, mostra uma oscilação da ordem de  $\pm 0,1^\circ$  em torno de  $-0,2^\circ$  e a versão explícita apresenta uma oscilação de mesma ordem em torno de  $-0,075^\circ$ .

Analisando os resultados, em termos de velocidades, mostrados nas Figuras 5.35 a 5.38, observa-se que todos os algoritmos conseguiram se adaptar à alteração (a) imposta ao sistema. Como constatado para o ângulo de rolamento, a evolução da respectiva velocidade, onde nota-se o efeito da alteração aplicada, mostrou uma tendência de adaptação a esta alteração, apresentando, ao final da simulação (Figuras 5.37.c,d: implícito e 5.38.c,d: explícito) oscilações em tor

no do zero da ordem de  $\pm 0,02^\circ/\text{s}$ . As demais velocidades apresentaram oscilações dentro de uma faixa de  $\pm 0,05^\circ/\text{s}$  (versões com estimação via filtro de Kalman) e de  $\pm 0,02^\circ/\text{s}$  (versões com estimação por mínimos quadrados).

Com relação a atuação dos torques de controle (Figuras 5.39 a 5.42) observa-se que a versão implícita apresenta, no início, um maior nível de atuação e, consequentemente, maior consumo de combustível do que a versão explícita. Nota-se, ainda, que, para a versão implícita, a inclusão do nível de ruído constante ( $\hat{Q}_1=0$ ) e de fator de esquecimento ( $F_{\text{esq}}$ ) evitou as oscilações até o nível de saturação (0,1 Nm), observadas anteriormente na segunda componente do vetor de controle.

Analisando-se os gráficos referentes ao resíduo normalizado, encontrados nas Figuras 5.43 a 5.46, nota-se que a inclusão do nível de ruído constante fez com que nas versões do algoritmo auto-sintonizável com estimação via filtro de Kalman ocorresse uma melhor ponderação das observações e, consequentemente, as componentes do resíduo normalizado ficassem dentro de uma faixa de  $\pm 3$  desvios-padrões da observação. Já nas versões com estimação por mínimos quadrados, o valor utilizado como fator de esquecimento ainda não foi adequado para conduzir as componentes do resíduo normalizado a oscilarem dentro da faixa desejada, embora a utilização deste fator de esquecimento introduziu melhoras no desempenho do algoritmo.

Examinando-se os gráficos do erro global estimado (Figuras 5.47 e 5.48) verifica-se que a inclusão do nível de ruído constante no modelo dos parâmetros e do fator de esquecimento evitou a diminuição, a valores irrealisticamente pequenos, dos elementos da matriz de covariância associada ao vetor de parâmetros e, consequentemente, evitou uma diminuição drástica no ganho K, o que permitiu aos algoritmos adaptarem-se a alteração imposta ao sistema (alteração a). Portanto, através destes resultados, verifica-se que a inclusão de um

nível constante de ruído no modelo adotado para os parâmetros (versões com estimação via filtro de Kalman) possibilitou uma melhor ponderação das observações pelo estimador e consequentemente uma maior capacidade de adaptação a alterações no sistema. Constata-se, ainda, que o valor calculado para o fator de esquecimento (nas versões com estimação por mínimos quadrados) não foi suficiente para uma adequada ponderação das observações mais recentes.

Analisando-se os gráficos das figuras subsequentes (Figuras 5.49 a 5.66) observa-se que todos os algoritmos conseguiram adaptar-se à simulação de vazamento em um dos propulsores. Nas Figuras 5.49 (implícito) e 5.50 (explícito) observa-se que a alteração provocada pelo vazamento iniciado em  $t=1000$  segundos só é percebida no ângulo de ação do propulsor defeituoso (guinada) e praticamente só nos procedimentos com estimação por mínimos quadrados. Após algum tempo, porém, esta variação angular decai, embora persista o vazamento, e o ângulo volta a oscilar em faixa próxima àquela em que se encontrava antes da alteração (versão explícita). Na versão implícita, porém, esta faixa que era da ordem de  $\pm 0,3^\circ$  permanece em  $\pm 1^\circ$ .

Observando-se as curvas que mostram a evolução das velocidades (Figuras 5.53 e 5.56) observa-se que os algoritmos com estimação via filtro de Kalman apresentaram desempenho análogo ao caso anterior (alteração a). Para os algoritmos com estimação via mínimos quadrados, porém, a velocidade de guinada sofreu uma variação brusca no instante de início do vazamento, não conseguindo retornar aos níveis reduzidos anteriores (caso explícito).

Observando-se as curvas do controle (Figuras 5.57 a 5.58) verifica-se que, após o início do vazamento, o valor da componente do vetor de controle correspondente ao eixo cujo vazamento influi diretamente (Figuras 5.57.a,b e

5.58.a,b) passa a oscilar em torno de um valor constante igual a  $-0,02$  Nm. Percebe-se aí o efeito adaptativo do algoritmo de compensar o torque perturbador, gerado pelo vazamento, cujo valor, nesta simulação, é de  $0,02$  Nm.

As curvas do resíduo normalizado (Figuras 5.61 a 5.65) confirmam o melhor desempenho dos estimadores de parâmetros via filtro de Kalman em relação aos de mínimos quadrados nos testes efetuados.

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSÕES

A partir dos resultados das simulações numéricas realizadas pode-se concluir que as duas versões do algoritmo de controle auto-sintonizável com estimação de parâmetros via filtro de Kalman apresentaram um bom desempenho, principalmente quando se utilizou um nível constante de ruído no modelo matemático adotado no filtro para os parâmetros. Observou-se que a adição deste nível de ruído possibilitou ao algoritmo uma ponderação adequada das observações recentes e, conseqüentemente, uma maior capacidade de adaptação à variações na dinâmica do sistema a ser controlado. A inclusão deste nível de ruído melhorou o desempenho do estimador de parâmetros, fato este constatado através das curvas das componentes dos resíduos normalizados, que passaram a oscilar dentro de uma faixa de  $\pm 3$  desvios-padrões da observação. Com relação aos algoritmos com estimação por mínimos quadrados verificou-se que a inclusão de um fator de esquecimento permitiu um aumento de sensibilidade à alterações no processo, melhorando sua capacidade de adaptação a estas alterações. No entanto; observou-se que, mesmo com a utilização deste fator de esquecimento, não foi possível melhorar a contento o desempenho do estimador de parâmetros, conforme constatado pelas curvas do resíduo normalizado.

Outro fato que deve ser destacado é que o ajuste da matriz de covariância do ruído no modelo dos parâmetros no filtro de Kalman, por tentativa e erro, para melhorar o desempenho do estimador e a capacidade de adaptação do procedimento foi bem mais simples e eficaz do que o ajuste do fator de esquecimento nos algoritmos com mínimos quadrados.

Pode-se concluir ainda, dos resultados apresentados, que as versões do algoritmos com filtro de Kalman implícita e explícita praticamente se equivaleu em desempenho, apesar de a

versão explícita ter sido ligeiramente superior quando o nível de ruído no modelo dos parâmetros usado no filtro é nulo.

Quando comparados com os requisitos de precisão de apontamento, por exemplo, do satélite holandês ANS ( $\pm 0,1^\circ$  de desvio angular e  $0,02^\circ/s$  de desvio de velocidade, segundo Otterloo, 1973), cujas dimensões são da ordem do satélite simulado e do satélite de sensoriamento remoto LANDSAT ( $\pm 0,7^\circ$  de desvio angular e  $0,04^\circ/s$  de desvio de velocidade, segundo Hammond, 1977) os resultados obtidos são satisfatórios, já que se encontram dentro da mesma ordem de grandeza.

Como continuação do trabalho desenvolvido sugere-se:

- uma possível simulação de algoritmos auto-sintonizáveis em sistemas físicos (implementação em hardware);
- uma maior análise sobre a escolha e influência das matrizes que compõem os polinômios matriciais  $P(q^{-1})$  e  $Q(q^{-1})$ ;
- um estudo de novas formas de cálculo de fator de esquecimento;
- a aplicação das técnicas de controle auto-sintonizável à satélites com apêndices flexíveis.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMARAL, W.C. *Identificação recursiva de sistemas multivariáveis*. Tese de Doutorado em Engenharia. Campinas, UNICAMP, 1980.
- ARRUDA, L.V.R.; AMARAL, W.C.; GIMENO, L.; FAVIER, G. Estimadores para sistemas não estacionários. In: CONGRESSO LATINO-AMERICANO DE AUTOMÁTICA, 3., Valparaíso, Chile, Nov. 1988. *Anais*. Valparaíso, Sociedade Chilena de Controle Automático, 1988, p. 425-426.
- ASTRÖM, K.J. *Introduction to stochastic control*. New York, N.Y., Academic Press, 1970. 299 p. (Mathematics in Science and Engineering, 70).
- \_\_\_\_\_. Theory and applications of adaptive control - a survey. *Automática*, 19(5):471-486, Sept. 1983.
- \_\_\_\_\_. Adaptive feedback control. *Proceedings of the IEEE*, 75(2):185-217, Feb. 1987.
- \_\_\_\_\_. EYKHOFF, P. System identification - a survey. *Automática*, 7(2):123-162, 1971.
- BEZANSON, L.W.; HARRIS, S.L. State space design of multivariable self-tuning regulators. *International Journal of Control*, 39(2):395-411, 1984.
- BIERMAN, G.J. *Factorization methods for discrete sequential estimation*. New York, N.Y., Academic Press, 1977. 241 p.
- BORISON, U. Self-tuning regulators for a class of multivariable systems. *Automática*, 15(2):209-215, 1979.
- BROUWER, D.; CLEMENCE, G.M. *Celestial Mechanics*. New York, N.Y., Academic Press, 1961. 598 p.
- CARRARA, V. *Modelagem de forças e torques atuantes, nos satélites*. Dissertação de Mestrado em Ciência Espacial. São José dos Campos, INPE, jun. 1982. 153 p. (INPE-2454-TDL/094).
- CLARKE, D.W.; GAWTHROP, B.A. Self-tuning controller. *Proceeding of the IEE*, 122(9):929-934, Sept. 1975.

- FAVIER, G.; ROUGERIE, C.; BARIANI, J.P.; AMARAL, W.C.; GIMENO, L.; ARRUDA, L.V.R. A comparison of fault detection methods and adaptive identification algorithms. In: SYMPOSIUM ON IDENTIFICATION AND SYSTEM PARAMETER ESTIMATION, China, Aug. 1988, *Proceedings*. Beijing, IFAC, 1988. p.757-762.
- FONSECA, I.M. *Dynamic modeling for the remote sensing satellite: Rigid Body Version*. São José dos Campos, INPE, 1989. no prelo
- FRANKLIN, G.F.; POWELL, J.D. *Digital control of dynamic systems*. Reading, MA, Addison-Wesley, 1980. 335 p.
- GUEDES, U.T.V.; PADILHA, O.S.; FERREIRA, L.D.D. *Simulador de órbita e atitude para um satélite de sensoriamento remoto, estabilização em três eixos*. São José dos Campos, INPE, 1989. no prelo
- HAMMOND, M.J. A survey of earth surface observation satellites and the interface between remote sensor and attitude control system. In: EUROPEAN SPACE AGENCY (ESA). *Attitude and orbit control systems*; Proceedings of a Symposium held in Noordwijk, Netherlands, Oct. 3-6, 1977. Paris, ESA, 1977, p. 37-51. (ESA-SP-128).
- HARRIS, C.J.; BILLINGS, S.A. *Self-tuning and adaptive control: theory and applications*. London, Peter Peregrinus, 1981. 333 p.
- JAZWINSKI, A.H. *Stochastic process and filtering theory*. New York, N.Y. Academic Press, 1970. 376 p. (Mathematics in Science and Engineering, 64).
- KOIVO, H.N. A multivariable self-tuning controller. *Automática*, 16(4):351-366, 1980.
- KUGA, H.K. *Análise numérica preliminar dos métodos de estimação sequencial*. São José dos Campos, INPE, 1982. (INPE-2517-RPI/072).
- \_\_\_\_\_. *Estimação adaptativa de órbitas aplicada a satélites a baixa altitude*. Dissertação de Mestrado em Ciência Espacial, São José dos Campos, INPE, 1982. (INPE-2316-TDL/079).
- LANDAU, I.D. *Adaptive control: the model reference approach*. New York, N.Y., Dekker, 1979. 406 p.

- LARANGEIRA, J.L. Adaptive system identification via Kalman filter. In: CONGRESSO LATINOAMERICANO DE CONTROL AUTOMÁTICO, 2., Buenos Aires, 1986. 406 p.
- LIEBELT, P.B. *An introduction to optimal estimation*. Reading, MA, Addison-Wesley, 1967. 273 p.
- MAYBECK, P.S. *Stochastic models, estimation and control*, New York, N.Y., Academic Press, 1979, v.1. 423 p.
- MORISHITA, H.M. *Estudo de um controlador adaptativo para uma instalação propulsiva marítima*. Tese de Doutorado em Engenharia, São Paulo, USP, 1985. 131 p.
- MORO, J. *Simulação do movimento e observações de atitude para satélites artificiais terrestres*. São José dos Campos, INPE, 1983. 101 p. (INPE-2649-RPI/076).
- MORTENSEN, R.E. A globally stable linear attitude regulator. *International Journal of Control*, 8(3):297-302, 1968.
- OGATA, K. *Engenharia de controle moderno*. Rio de Janeiro, Prentice Hall, 1982. 929 p.
- ORLANDO, V. *Técnicas estocásticas aplicadas à suavização, tratamento de tendências e compressão de dados de rastreamento ou telemetria de satélites artificiais*. Tese de Doutorado em Ciência Espacial. São José dos Campos, INPE, out. 1983. 150 p. (INPE-2909-TDL-148).
- OTERLOO, P.V. *Attitude control for the Netherlands astronomical satellite (ANS)*. Philips Technical Review. 33(6):162-176, 1973.
- PENTTINEN, J.; KOIVO, H.N. Multivariable tuning regulators for unknown systems. *Automática*, 16(4):393-397, 1980.
- PILCHOWSKI, H.U.; SILVA, W.C.C.; FERREIRA, L.D.D. *Introdução à mecânica celeste*. São José dos Campos, INPE, 1981. 125 p. (INPE-2126-RPE/350).

- RIBEIRO, J.F. *O uso de controle auto-sintonizado num sistema de controle de atitude ativo em três eixos de um satélite artificial de sensoriamento remoto*. Dissertação de Mestrado em Ciência Espacial. São José dos Campos, INPE, mar. 1986. 96 p. (INPE-3840-TDL/213).
- RIOS NETO, A.; KUGA, H.K. Kalman filtering state noise adaptive estimation. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON TELECOMMUNICATION ON CONTROL, 2., Rio de Janeiro, Dec. 10-13, 1985. *Proceedings*. São José dos Campos, INPE, 1985, p. 210-213.
- SHUSTER, M.D.; OH, S.D. Three-axis attitude determination from vector observations. *Journal of Guidance and Control*, 4(1):70-77, 1981.
- STREJC, V. Least squares parameter estimation. *Automática*, 16(5):535-550, 1980.
- VAROTTO, S.E.C. *Determinação de atitude de satélites artificiais através da aplicação conjunta de técnicas de estimação ótima estática e dinâmica*. Dissertação de Mestrado em Ciência Espacial. São José dos Campos, INPE, out. 1983. 115 p. (INPE-4415-TDL/148).
- WERTZ, J.R. *Spacecraft attitude determination and control*. London, D. Reidel, 1978. 858 p. (Astrophysics and Space Library, 73).
- WITTENMARK, B.; ASTRÖM, K.J. Practical issues in the implementation of self-tuning control. *Automática*, 20(5):595-605, 1984.