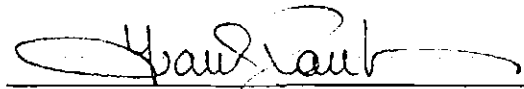


1. Classificação <i>INPE-COM.01/TPT</i> <i>CDU: 550.3A</i>		2. Período	4. Critério de Distribuição:
3. Palavras Chaves (selecionadas pelo autor) <i>POEIRA ESTRATOSFÉRICA</i> <i>ESPALHAMENTO DE MIE</i> <i>RADAR DE LASER</i> <i>AERONOMIA</i>			interna <input type="checkbox"/> externa <input checked="" type="checkbox"/>
5. Relatório nº <i>INPE-1135-TPT/071</i>	6. Data <i>Outubro de 1977</i>	7. Revisado por <i>Barclay R. Clemesha</i>	
8. Título e Sub-Título  <i>POEIRA ESTRATOSFÉRICA</i>		9. Autorizado por  <i>Nelson de Jesus Parada</i> Diretor	
10. Setor <i>DCE/FISAT</i>	Código	11. Nº de cópias <i>15</i>	
12. Autoria <i>Walter Moreira Lima</i>		14. Nº de páginas <i>126</i>	
13. Assinatura Responsável <i>W. Lima</i>		15. Preço	
16. Sumário/Notas <i>Este trabalho estuda as variações temporais da quantidade de poeira estratosférica. Utilizamos para isso medidas das variações do perfil de espalhamento estratosférico, obtidas através de um radar de laser. As observações foram feitas no INPE, São José dos Campos (23° 12' S, 45° 51' W). As medidas deste trabalho se estendem de Julho de 1970 a Fevereiro de 1977. Em meados de outubro de 1974 o vulcão "Fuego", localizado na Guatemala a 15°N, lançou grande quantidade de gases e cinzas na atmosfera, alterando consideravelmente a quantidade de poeira da estratosfera. A densidade numérica das partículas de poeira foi determinada baseada na comparação das razões de retroespalhamento obtidas das medidas, com o coeficiente volumétrico acumulativo de retroespalhamento dado pela teoria Mie. As principais conclusões a que chegamos são: concentração de poeira baixa e constante na Camada Junge no período de 1973 a 1974; aumento sensível na densidade numérica das partículas a partir de abril de 1975; diminuição da abundância, de dezembro de 1975 a março de 1976, após o que parece ter-se estabelecido o regime de equilíbrio. Estas características estão consistentes com os recentes modelos propostos da circulação meridional da baixa estratosfera tropical.</i>			
17. Observações <i>Tese de Mestrado em Ciência Espacial e da Atmosfera, aprovada em 19 de agosto de 1977.</i>			

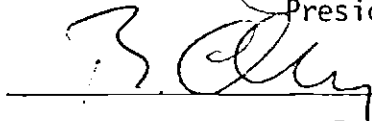
Aprovada pela Banca Examinadora  
em cumprimento dos requisitos exigidos  
para a obtenção do Título de Mestre em  
Ciência Espacial e da Atmosfera

Dr. Ivan Jelinek Kantor



Presidente da Banca

Dr. Barclay Robert Clemesha



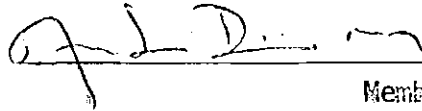
Orientador

Dr. Volker W.J.H. Kirchhoff



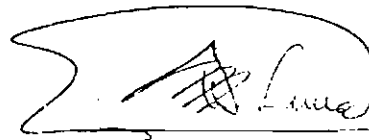
Membro da Banca

Dr. Antonio Divino Moura



Membro da Banca

Walter Moreira Lima



Candidato

São José dos Campos, 19 de agosto de 1977

INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS

TESE

POEIRA ESTRATOSFÉRICA

SUBMETIDA POR

Walter Moreira Lima

Em cumprimento parcial dos requisitos exigidos para a  
obtenção do título de Mestre em Ciência Espacial e da Atmosfera

1977

## INDICE

	Pag.
SUMÁRIO .....	v
ABSTRACT .....	vi
LISTA DE FIGURAS .....	vii
CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO .....	1
1.1 - AEROSOL ESTRATOSFÉRICO .....	3
1.1.1 - ORIGEM E COMPOSIÇÃO QUÍMICA .....	3
1.1.2 - DISTRIBUIÇÃO VERTICAL .....	5
1.1.3 - DISTRIBUIÇÃO DO TAMANHO E CONCENTRAÇÃO .....	20
CAPÍTULO II - RADAR DE LASER .....	23
2.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS .....	23
2.2 - EQUAÇÕES QUE REGEM AS TÉCNICAS DO RADAR .....	25
2.3 - CONCEITOS BÁSICOS SOBRE OS DIVERSOS TIPOS DE ESPALHAMENTOS .....	29
CAPÍTULO III - TEORIA DO ESPALHAMENTO MIE .....	31
3.1 - COMENTÁRIOS GERAIS .....	31
3.1.1 - EQUAÇÕES DE MAXWELL .....	31
3.2 - SOLUÇÃO FORMAL DE MIE .....	34
3.2.1 - SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO VETOR ONDA .....	34
3.2.2 - CÁLCULOS DOS COEFICIENTES USANDO AS CONDIÇÕES DE CONTORNO .....	41

	Pag.
3.2.3 - CÁLCULO DA AMPLITUDE E DAS FUNÇÕES INTENSIDADES	51
3.3 - AVALIAÇÃO NUMÉRICA DAS FUNÇÕES INTENSIDADES PARA $\theta = 180^\circ$ E DO COEFICIENTE VOLUMÉTRICO DE RETROES- PALHAMENTO .....	57
3.3.1 - AVALIAÇÃO NUMÉRICA DAS FUNÇÕES INTENSIDADES PARA $\theta = 180^\circ$ .....	58
3.3.2 - COEFICIENTE VOLUMÉTRICO ACUMULATIVO DE RETROES- PALHAMENTO .....	60
 CAPÍTULO IV - INTERPRETAÇÃO DOS DADOS OBTIDOS COM O RA- DAR DE LASER .....	 69
4.1 - PERFIL DE ESPALHAMENTO .....	69
4.2 - ESTIMATIVA DA CONCENTRAÇÃO DE AEROSOL ESTRATOSFÉ- RICO .....	71
 CAPÍTULO V - RESULTADOS .....	 79
5.1 - HIPÓTESE VULCÂNICA .....	83
5.2 - CIRCULAÇÃO MERIDIONAL MÉDIA DA BAIXA ESTRATOSFERA TROPICAL .....	85
 CAPÍTULO VI - CONCLUSÕES .....	 95
AGRADECIMENTOS .....	97
BIBLIOGRAFIA .....	98
APÊNDICE A - LISTAGEM E COMENTÁRIOS SOBRE OS PROGRAMAS A-1	

## SUMÁRIO

Este trabalho estuda as variações temporais da quantidade de poeira estratosférica. Utilizamos para isso medidas das variações do perfil de espalhamento estratosférico, obtidas através de um radar de Laser. As observações foram feitas no INPE, São José dos Campos (23° 12' S, 45° 51' W). As medidas deste trabalho se estendem de julho de 1970 a fevereiro de 1977. Em meados de outubro de 1974 o vulcão "Fuego", localizado na Guatemala a 15° N, lançou grande quantidade de gases e cinzas na atmosfera, alterando consideravelmente a quantidade de poeira da estratosfera. A densidade numérica das partículas de poeira foi determinada baseada na comparação das razões de retroespalhamento obtidas das medidas, com o coeficiente volumétrico acumulativo de retroespalhamento dado pela teoria Mie. As principais conclusões a que chegamos são: concentração de poeira baixa e constante na Camada Junge no período de 1973 a 1974; aumento sensível na densidade numérica das partículas a partir de abril de 1975; diminuição da abundância, de dezembro de 1975 a março de 1976, após o que parece ter-se estabelecido o regime de equilíbrio. Estas características estão consistentes com os recentes modelos propostos da circulação meridional da baixa estratosfera tropical.

## ABSTRACT

*This work describes the time variations of the abundance of stratospheric dust. The analysis is based on stratospheric scattering profiles obtained by laser radar. Observations have been made at INPE, São José dos Campos (23° 12' S, 45° 51' W), from July 1970 to February, 1977. In mid October, 1974, the Fuego Volcano in Guatemala, underwent a large eruption throwing large quantities of dust and ashes into the atmosphere. Dust particle densities were determined by comparison of measured backscattering ratios with the accumulative volume backscattering coefficient given by Mie scattering theory. The main conclusions are: The stratospheric dust concentrations were small and constant, at Junge layer heights, from 1973 to 1974; an increase in the dust concentration occurred beginning in April, 1975; a decrease followed from December, 1975 to March, 1976, after which the concentrations appear to have stabilized to equilibrium values. These characteristics are consistent with recently proposed models for the circulation of the lower stratosphere.*

## LISTA DE FIGURAS

	Pag.
Figura I.1 - Velocidade de sedimentação em função do raio (segundo Junge et al., 1961) .....	11
Figura I.2 - Concentração relativa de partículas para o equilíbrio de sedimentação em uma atmosfera não turbulenta (segundo Junge et al., 1961) .....	14
Figura I.3 - Concentração de partículas em função da altura (segundo Junge et al., 1961) ...	14
Figura I.4 - Estado de equilíbrio coagulação-sedimentação (segundo Junge et al., 1961) ....	17
Figura I.5 - Distribuição do tamanho das partículas em função do raio (segundo Junge et al., 1961) .....	21
Figura II.1 - Geometria da técnica de radar de Laser	24
Figura II.2 - Esquema básico do espalhamento .....	26
Figura III.1 - Decomposição dos campos elétricos das ondas incidente e espalhada .....	56
Figura III.2 - Coeficiente volumétrico acumulativo de retroespalhamento para o gelo .....	63
Figura III.3 - Coeficiente volumétrico acumulativo de retroespalhamento para o vapor d'água .	64
Figura III.4 - Coeficiente volumétrico acumulativo de	



	Pag.
retroespalhamento para o ácido sulfúrico	65
Figura III.5 - Coeficiente volumétrico acumulativo de retroespalhamento para os sulfatos ....	66
Figura III.6 - Coeficiente volumétrico acumulativo de retroespalhamento para os silicatos ...	67
Figura IV.1 - Perfil médio de espalhamento para São José dos Campos (Dados correspondentes ao dia 15/10/75) .....	75
Figura IV.2 - a) Perfil da razão de retroespalhamento em função da altura .....	76
b) Variação média do coeficiente de retroespalhamento com a altura (Dados correspondentes ao dia 15/10/75) ...	76
Figura IV.3 - Densidade numérica das partículas de poeira com raios entre 0,15 e 1,0 $\mu\text{m}$ relativas ao dia 15/10/75 ( $\lambda = 0,5890 \mu\text{m}$ ) .	77
Figura V.1 - Razões médias de retroespalhamento ....	90
Figura V.2 - Variação do perfil médio semi-anual da densidade atmosférica em relação ao anual	91
Figura V.3 - Variação da poeira estratosférica total com o tempo .....	92
Figura V.4 - Movimento meridional médio (segundo Newell et al., 1972) .....	93

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

Para proporcionar a necessária base para um adequado entendimento da natureza química das partículas de aerossóis, primeiro daremos a definição de aerossol e a seguir faremos um resumo das propriedades físicas, da distribuição vertical, da distribuição do tamanho e da concentração sob várias condições.

Chamamos de aerossol a toda matéria sólida ou líquida dispersa em um meio gasoso, em nosso caso o ar. Na atmosfera, existem partículas de todos os tamanhos, desde as de tamanho das moléculas de ar até as de tamanho das gotas de chuva. Contudo, o nosso interesse será limitado a partículas compreendidas numa faixa de tamanho de 0,005 a 20  $\mu\text{m}$ . As partículas que se encontram nesta faixa de tamanho e a uma umidade relativa abaixo do ponto de saturação da água, são conhecidas como aerossóis naturais. Por conveniência, estas partículas estão divididas em três grandes grupos. Partículas pequeníssimas com raios menores ou iguais a 0,1  $\mu\text{m}$ , conhecidas como partículas de Aitken; partículas com raios compreendidos entre 0,1 e 1,0  $\mu\text{m}$ , classificadas como grandes; partículas com raios maiores do que 1,0  $\mu\text{m}$ , conhecidas como gigantes.

As partículas de Aitken chamam peculiar atenção por causa do seu grande número, das pronunciadas flutuações na sua densidade numérica, sob várias condições geográficas e atmosféricas, e pela importância que elas apresentam na eletricidade atmosférica. Estas partículas originam-se de três maneiras:

- a) Por condensação e sublimação de substâncias em mistura com o ar ou gases. Neste grupo incluímos toda a fumaça produzida por aquecimento e combustão.
- b) De reações entre gases traçadores provocadas pela ação do calor, da radiação ou da umidade.

c) Por dispersão de material na superfície da Terra. Como exemplo, podemos citar as partículas de origem marítima e a poeira mineral originária dos continentes.

As partículas classificadas como grandes são, principalmente, aerossóis continentais, os quais são importantes no estudo da visibilidade, na física das nuvens e na química atmosférica. Estas partículas são constituídas, principalmente, de amônio e sulfatos.

Por outro lado, partículas gigantes são encontradas sobre oceanos e continentes. Estas partículas, geralmente, apresentam uma densidade numérica muito mais estável do que todas as menores e são importantes no estudo da física das nuvens e da química atmosférica.

Análises de diferentes amostras de aerossóis naturais, efetuadas por Junge (1961), mostram que as cidades são as principais fontes de sulfatos, amônia e, em menor escala, de  $\text{NO}_3$ . Por outro lado, essas análises também mostram que as cidades apresentam alta concentração de material orgânico, como acetona e substâncias solúveis, e que a maior parte dos componentes do material coletado é proveniente de processos de combustão e outras fontes artificiais, mesmo em áreas não urbanas. Podemos, também, considerar partículas como  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{CaCO}_3$ ,  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  etc., produzidas por frequentes tempestades de poeira no Sahara e outros desertos.

Resumindo, podemos dizer que nosso conhecimento a respeito da produção de aerossóis naturais é ainda pouco satisfatório. As partículas gigantes são, sem sombra de dúvida, formadas facilmente nas tempestades de poeira. Contudo, não existem dados suficientes sobre a produção de partículas grandes e partículas de Aitken, na superfície do solo, nem sobre a composição química das mesmas. Provavelmente, uma considerável fração destas partículas é constituída de sais solúveis.

## 1.1 - AEROSOL ESTRATOSFÉRICO

### 1.1.1-ORIGEM E COMPOSIÇÃO QUÍMICA

A presença de quantidades opticamente significantes de poeira, na estratosfera, é conhecida desde o século passado; e esse conhecimento era baseado na coloração do crepúsculo, bem como na estrondosa erupção do Krakatoa, em 1883, que, sem dúvida, lançou poeira vulcânica na estratosfera. Desde as primeiras observações quantitativas do crepúsculo, feitas por Gruner e Kleinert (1927), a presença de camadas de aerosol estratosférico foi confirmada e suas propriedades estudadas por amostragem direta e técnicas de sensoriamento remoto. Estas técnicas, que incluem coleta por impactores e filtros, contagem de partículas por detectores fotoelétricos levados a bordo de balões e aeronaves, bem como medidas de espalhamento da luz de holofotes, têm produzido valiosas informações e uma extensa literatura, que tem sido resumida e revisada por Grams e Fiocco (1967), Rosen (1969), Reiter (1971), Cadle (1972), Castleman (1974) e muitos outros. Completando o campo de medidas, investigações de laboratório têm sido levadas a cabo por Bigg et al (1971), as quais contribuíram com informações suplementares sobre a composição química e o mecanismo de formação de aerosol estratosférico.

Durante a década passada, o radar de Laser foi adicionado à lista de instrumentos de sensoriamento remoto e tem provado ser útil ao estudo de aerosol estratosférico. Os primeiros a fazer uso deste novo método, foram Fiocco e Grams (1964) e Clemesha et al (1966) e, recentemente, estudos sistemáticos de aerossóis têm sido feitos por grupos de pesquisadores em Boulder, U.S.A. (Schuster, 1970) e Adelaide, Austrália (Gambling et al, 1970).

Análise de amostras de aerossóis estratosféricos, indicam a presença de substâncias que contêm silício, enxofre e ferro, sendo o enxofre encontrado em maior quantidade. Em geral, a poeira estratosférica é constituída de partículas de ácido sulfúrico impuro ( $H_2SO_4$ ). A for

mação destas partículas é iniciada pela condensação do vapor de ácido sulfúrico, formado na estratosfera pela oxidação e hidratação do dióxido de enxofre ( $\text{SO}_2$ ). Se o vapor de ácido sulfúrico se condensa na presença de partículas de poeira, este processo de condensação heterogêneo pode provocar um crescimento das mesmas e, assim, modificar a distribuição do tamanho das partículas de aerossóis. Porém, se o vapor de ácido sulfúrico forma novas partículas de poeira, por nucleação heteromolecular homogênea (Kiang e Stauffer, 1973; Kiang et al, 1973), uma distribuição bimodal do tamanho pode ocorrer. Recentemente, Kiang e Cadle (1974) demonstraram a relativa importância destes dois processos na formação de partículas de ácido sulfúrico na estratosfera. Mostraram, também, que a concentração do dióxido de enxofre e da água, a razão de conversão do dióxido de enxofre para o vapor de ácido sulfúrico, a área da superfície onde estão localizadas as partículas e o tamanho das mesmas, são parâmetros de terminantes do mecanismo de formação de partículas de ácido sulfúrico estratosférico.

A fonte mais provável, segundo Junge (1966), de material extraterrestre, é a nuvem de poeira zodiacal. O influxo médio desta fonte é da ordem de  $10^{-7}$  partículas por  $\text{cm}^2$  por segundo, para partículas com raios compreendidos entre 1,0 e 10,0  $\mu\text{m}$ , e a concentração delas é aproximadamente mil vezes maior do que a concentração do influxo de meteoritos de todos os tamanhos. Desta forma, o influxo de meteoros, para o nosso propósito, será desprezado. Por outro lado, erupções vulcânicas podem lançar na troposfera e baixa estratosfera partículas sólidas e gases, provocando colorações diferentes do crepúsculo no mundo todo. Os gases lançados pelas erupções vulcânicas são, geralmente, dióxido de enxofre ( $\text{SO}_2$ ) e amônia ( $\text{NH}_3$ ).

A quantidade global de aerossóis acumulados na atmosfera da Terra tem sofrido variações naturais, devido a injeções ocasionais de cinzas e gases, na estratosfera por erupções vulcânicas, bem como pelas mudanças ocorridas na vegetação e no tamanho dos desertos. Um outro fator importante, que pode alterar a quantidade natural de aerossóis, é a atividade do homem. Podemos citar alguns exemplos: a poluição da estratosfera provocada pelo transporte supersônico e processos de poluição industrial.

A poeira vulcânica, suspensa na atmosfera, interage com a radiação solar aumentando ou diminuindo a radiação que entra ou sai do sistema terra-atmosfera. A influência dos aerossóis no balanço de energia é de interesse, principalmente, porque flutuações na sua concentração podem ser responsáveis por mudanças climáticas.

Segundo Shaw (1976), os aerossóis causam um aquecimento nos pólos e um esfriamento nas regiões tropicais; porém, segundo Pollack et al (1976), um aumento repentino da quantidade de poeira causa um decréscimo na temperatura média da superfície e que o efeito dos aerossóis sobre o albedo global é mais importante do que sobre a radiação infravermelha. Isto é, se o albedo global aumenta, provoca um esfriamento, pois as partículas de poeira são extremamente efetivas no espalhamento da luz visível; por outro lado, a radiação infravermelha emitida pela Terra, aparentemente não é afetada, pois os aerossóis maiores que este comprimento de onda são em número muito reduzido.

#### 1.1.2 - DISTRIBUIÇÃO VERTICAL

A distribuição vertical dos elementos, que fazem parte da baixa estratosfera, é controlada, principalmente, pelos processos de mudanças meteorológicas entre a estratosfera e a troposfera. Os processos principais são:

- a) Mistura vertical em pequena escala, por turbulência e difusão.
- b) Mistura vertical devido à mudança, em grande escala, na conexão dos sistemas de pressão troposféricos.
- c) Mistura na horizontal, em grande escala, entre os constituintes da baixa estratosfera de latitudes médias e os da alta troposfera tropical.
- d) Circulações hemisféricas meridionais, isto é, ar subindo através da tropopausa tropical e descendo nas latitudes maiores.
- e) Sedimentação gravitacional de partículas com velocidades determinadas pela lei de Stokes.

Até o presente, o processo ou a combinação de processos que controlam a distribuição vertical não é totalmente conhecida. O que quer dizer que a distribuição vertical de partículas de poeira, na faixa de tamanho de 0,01 a 10,00  $\mu\text{m}$  de raios e mesmo as maiores, pode ser afetada em qualquer grau por todos os processos anteriormente citados. Contudo, é provável que um ou dois destes determinem as principais características da distribuição de partículas, dentro de uma dada faixa de tamanho.

De qualquer maneira, os processos (a), (d) e (e) podem ser tratados teoricamente, com certas simplificações, enquanto (b) e (c) são de difícil tratamento teórico. Por estas razões, procederemos à obtenção do modelo da transferência vertical de partículas de poeira, levando em conta apenas (a) e (e), com ou sem a inclusão de (d), e efetuaremos a comparação da distribuição com os resultados determinados experimentalmente.

Os processos (a) e (e) podem ser descritos em termos da teoria da difusão desenvolvida para constituintes gasosos, visto não existir, basicamente, diferenças no comportamento das moléculas e das partículas de poeira. Lettau (1951) fez um exaustivo trabalho a respeito da teoria da difusão, o qual foi tomado como base por Junge et al (1961) num trabalho que trata da distribuição vertical de partículas. Nessa pesquisa foram feitas as seguintes suposições:

- a) Considera-se uma atmosfera calma em grande escala, tal que a distribuição vertical da pressão obedeça à equação hidrostática.
- b) A concentração das partículas espalhadas é tão pequena que a massa das mesmas não influencia na distribuição da densidade atmosférica.
- c) O gradiente da concentração das partículas é zero na direção horizontal, tal que a difusão atua somente ao longo da vertical.

d) São existem forças de gravidade atuando sobre as moléculas e partículas.

Nestas condições, o fluxo vertical das partículas ( $\gamma_s = n_s c_s$ ) é dado por:

$$\gamma_s = - v_s n d_s \mu_s mg/kT - n(D + d_s) \partial v_s / \partial z \quad (1.1)$$

onde:

- $n_s$  = número de partículas por  $cm^3$
- $c_s$  = velocidade de difusão das partículas (cm/seg)
- $n$  = número de moléculas de ar por  $cm^3$
- $v_s = n_s/n$ ; concentração relativa das partículas.
- $d_s$  = coeficiente de difusão das partículas no ar ( $cm^2/seg$ )
- $\mu_s = (m_s - m)/m$ ; peso relativo das partículas
- $m_s$  = massa da partícula (gramas)
- $m$  = massa média das moléculas de ar (gramas)
- $k$  = constante de Boltzmann (erg/ $^0K$ )
- $T$  = temperatura absoluta ( $^0K$ )
- $D$  = coeficiente de difusão turbulenta ( $cm^2/seg$ ).

O primeiro termo à direita de (1.1) é identificado com a pressão de difusão. De fato, ele é o fluxo de partículas resultantes da influência indireta da gravidade sobre partículas suspensas em um gás de peso molecular específico, ou ainda, é o produto da concentração volumétrica de partículas ( $n v_s$ ) e um termo que possui dimensões de velocidade, e, é na verdade a velocidade de sedimentação das mesmas ( $\omega_s$ ).

$$\omega_s = \frac{\mu_s d_s mg}{kT} \quad (1.2)$$

O segundo termo de (1.1) diz respeito ao transporte de partículas cau



sado por um gradiente de concentração. Nota-se que este termo é controlado pelo gradiente de concentração relativa ( $v_s = n_s/n$ ).

Levando em conta as suposições anteriores, a equação da continuidade toma a seguinte forma:

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} = - \frac{\partial \gamma_s}{\partial z} \quad (1.3)$$

Para os estados estacionários, temos que  $\partial n_s / \partial t = 0$ , o que corresponde a  $\gamma_s = \gamma_{s0} = \text{constante}$ . A condição exclui a perda e a produção de partículas dentro da região considerada, mas inclui perdas e produções externas de iguais intensidades para o contorno do volume considerado.

Substituindo a escala de altura  $H = kT/mg$ , no termo de sedimentação da equação (1.1); a velocidade de sedimentação em função da escala de altura tomará a seguinte forma:

$$\omega_s = \frac{\mu_s d_s}{H} \quad (1.4)$$

Mostraremos a seguir que  $d_s \mu_s / H$  é praticamente equivalente à velocidade de queda das partículas com raios maiores do que 5 nm e que obedecem a fórmula de Stokes - Cunningham, ou seja:

$$\omega_{sc} = \frac{2 r_s^2 (\rho_s - \rho) g \alpha}{9 \eta} \quad (1.5)$$

onde:

- $r_s$  = raio da partícula em cm
- $\rho_s$  = densidade da partícula ( $\text{g/cm}^3$ )
- $\rho$  = densidade do ar ( $\text{g/cm}^3$ )
- $g$  = aceleração da gravidade ( $981 \text{ cm/seg}^2$ )
- $\eta$  = viscosidade do ar ( $\text{g/cm seg}$ )

$$\alpha = \ell + \beta \ell / r_s$$

$$\beta = 1,257 + 0,4 \exp(-1,1 \cdot r_s / \ell), \text{ onde } \beta \text{ varia lentamente com } \ell / r_s; \text{ vale } 1,65 \text{ para } \ell / r_s \geq 10 \text{ e } 1,25 \text{ para } \ell / r_s \leq 0,1$$

$$\ell = \text{livre caminho m\u00e9dio (cm).}$$

Tomando da teoria cin\u00e9tica dos gases  $\ell / \eta = 2 (\pi / 8mkT)^{1/2} / n$  e considerando  $\ell / r_s \gg 1$  e  $\rho_s \gg \rho$ , obtemos:

$$\omega_{sc} = \frac{r_s \rho_s g \beta}{9 n} \left[ \frac{2\pi}{mkT} \right]^{1/2} \quad (1.6)$$

Sabemos da teoria cin\u00e9tica dos gases, que o coeficiente de difus\u00e3o das part\u00edculas no ar \u00e9 igual a:

$$d_s = \frac{3}{16 n (r + r_s)^2} \left[ \frac{2 kT (m + m_s)}{\pi m m_s} \right]^{1/2} \quad (1.7)$$

onde  $r$  \u00e9 o raio m\u00e9dio de colis\u00e3o das mol\u00e9culas de ar. Usando isto, podemos obter a velocidade de sedimenta\u00e7\u00e3o  $\omega_s$ .

$$\omega_s = \frac{d_s \mu_s}{H}$$

$$\omega_s = \frac{3 g(m_s - m)}{16 n(r + r_s)^2} \left[ \frac{2 (m + m_s)}{\pi kT m m_s} \right]^{1/2} \quad (1.8)$$

como  $m_s = 4\pi \rho_s r_s^3 / 3$  e considerando  $r_s \gg r$ , obteremos a velocidade de sedimenta\u00e7\u00e3o procurada.

$$\omega_s = \frac{g \rho_s r_s}{4 n} \left[ \frac{2 \pi}{kT m} \right]^{1/2} \quad (1.9)$$

A razão entre as velocidades de sedimentação  $\omega_s$  e  $\omega_{sc}$  será:

$$\frac{\omega_s}{\omega_{sc}} = \frac{9}{4\beta} \quad (1.10)$$

Substituindo o valor de  $\beta$ , verificamos que esta razão é aproximadamente 1,4 e varia muito pouco em uma faixa grande de variação de pressão. É possível obtermos numericamente as velocidades de queda das partículas pelo uso das fórmulas de  $\omega_s$  ou de  $\omega_{sc}$ .

Podemos verificar que a extrapolação da velocidade de sedimentação para partículas de tamanho molecular é correta dentro de 50%; variações desta magnitude são esperadas, pois estas expressões foram obtidas de modos diferentes e as constantes usadas devem ter influenciado (ver figura I.1). Para o problema em questão, o principal resultado é que a sedimentação molecular e a queda de partículas de poeira, no campo gravitacional, são conceitos equivalentes, num intervalo relativamente grande de tamanho, e que o transporte vertical das partículas, pela gravidade, pode ser descrito pela expressão formal de  $\omega_{sc}$  para partículas com raios entre 0,1 e 1,0  $\mu\text{m}$ . Entretanto, substituiremos  $\omega_s$  por  $\omega_{sc}$  na equação (1.1), quando estivermos tratando com partículas de raio maior do que 0,1  $\mu\text{m}$ .

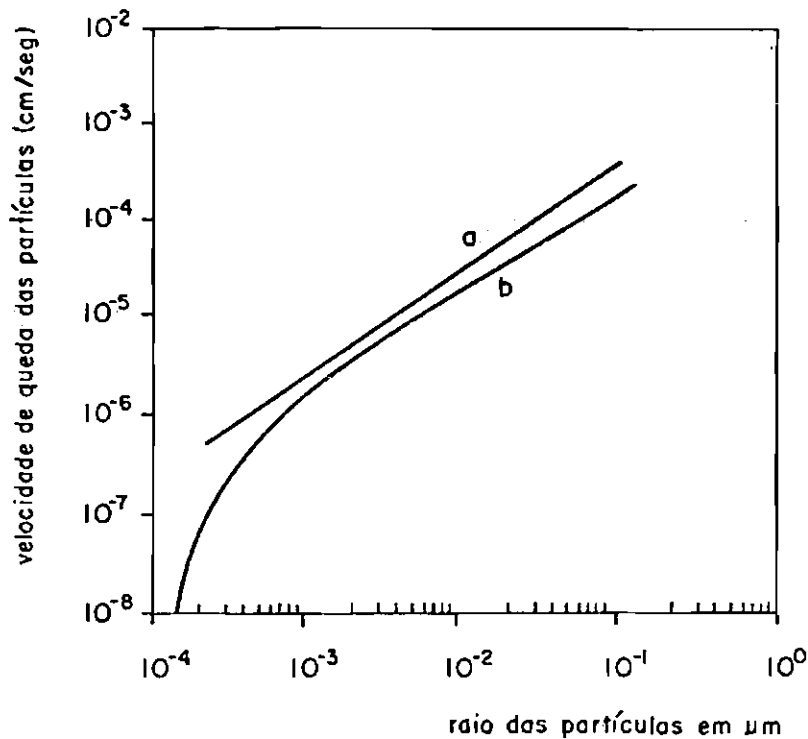


Fig. I.1 - Velocidade de sedimentação em função do raio (segundo Junge et al, 1961)

- a) Representa a extrapolação da velocidade de sedimentação molecular ou seja  $\omega_s$
- b) Representa a extrapolação da velocidade de sedimentação obtida através da fórmula de Stokes - Cunningham.

Para que isto seja aplicável às partículas de aerossóis é suficiente resolver a equação (1.1) com as seguintes simplificações:

- a) Consideraremos  $T \equiv$  constante e como consequência  $H$  independa da altura; supondo isto, segue-se que tanto  $n \omega_s$  ou  $n \omega_{sc}$  independem da altura. Esta condição é verdadeira se  $l/r_s \gg 1$
- b) Consideraremos também,  $d_s \ll D$ . Esta suposição é certamente justificada nas camadas abaixo de 30 Km.

A Equação (1.1) toma a seguinte forma e a sua solução será apresentada a seguir:

$$\gamma_s = -v_s n \omega_{sc} - nD \frac{d v_s}{d z}$$

$$\text{ou } \frac{d v_s}{\frac{\gamma_s}{n \omega_{sc}} + v_s} = - \frac{\omega_{sc}}{D} dz \quad (1.11)$$

Para os estados estacionários  $\gamma_s = \gamma_0$ , isto é, quando não existem fontes e sorvedouros na região considerada. Para estas condições, a solução da Equação (1.11) entre zero e  $z$  será:

$$v_s = v_{s0} \exp \left[ - \int_0^z \frac{\omega_{sc}}{D} dz \right] - \frac{\gamma_0}{n \omega_{sc}} \left[ 1 - \exp \left[ - \int_0^z \frac{\omega_{sc}}{D} dz \right] \right] \quad (1.12)$$

A partir desta solução, três casos especiais podem ser facilmente distinguidos:

(1) Se  $v_{s0} = - \gamma_0 / n \omega_{sc}$ , obtemos  $v_s = - \gamma_0 / n \omega_{sc}$  ou seja,  $n_s = - \gamma_0 / \omega_{sc}$ . Neste caso,  $v_s$  é constante com a altura e independe de  $D$ , ou seja, o fluxo que entra pela parte superior da região considerada é o mesmo que sai pela parte inferior da mesma. Este caso é muito especial e só acontece para uma atmosfera não turbulenta e recebe o nome de equilíbrio de sedimentação (ver Figura I.2).

(2) Se  $\gamma_0 = 0$ , obtemos  $v_s = v_{s0} \exp \left[ - \int_0^z \frac{\omega_{sc}}{D} dz \right]$ . Este caso é satisfeito para aerossol que se difunde na direção vertical, através de toda a tropopausa e alcança a estratosfera na mesma razão em que o transporte da sedimentação ocorre no sentido inverso.  $v_{s0}$  é então determinado pela concentração da troposfera superior. Desta forma, o primeiro termo da expressão (1.12) representa a componente de aerossol tro

posférico que se difunde na estratosfera. Porém, se existir uma diminuição do vento cisalhante, a medida que aumenta a altura acima da tropopausa, também  $D$  decrescerá com a altura. Na análise que se segue, adotaremos  $z$  para representar a distância acima da tropopausa e assumiremos  $D$  decrescer linearmente para o seu valor  $D_0$  correspondente ao da tropopausa e para 1/4 do seu valor a uma altura de 30 Km. Basicamente, esta suposição não altera as conclusões posteriores, mas parece mais real do que supor  $D$  constante com a altura (ver Figura I.3a).

(3) O terceiro caso especial é dado, se assumirmos  $v_{s0} = 0$ . Este caso é estabelecido para aerossol que entra no nível de 30 Km com  $\gamma_0$  constante, mas diminui em concentração quando se aproxima da tropopausa, devido à lavagem troposférica. Como exemplo disto, podemos citar a poeira vulcânica e restos de bombas lançadas a grande altura que com o passar do tempo tendem a desaparecer (ver Figura I.3b).

Se assumirmos  $v_{s0} = 0$  na tropopausa implica que a remoção de aerossol na troposfera é muito eficiente, isto significa que não há partículas iguais às citadas anteriormente na alta troposfera. Esta suposição é correta para partículas pequenas, pois  $\omega_{sc}$  e  $\gamma_0$  também são pequenos. Mas, se  $\omega_{sc}$  e  $\gamma_0$  crescem, as partículas penetrarão na troposfera tão rapidamente com respeito à razão de remoção, que  $v_{s0} = 0$  não é mais verdadeiro. Além disso, com o aumento do tamanho das partículas, a concentração das mesmas será perturbada pela lavagem troposférica. Se todas as partículas de aerossol existentes na troposfera são removidas pelas chuvas,  $v_{s0}$  para a superfície da Terra será nulo. Se assumirmos um certo decréscimo de  $\gamma$  em que  $\gamma = \gamma_0$ , para a tropopausa, e  $\gamma = 0$ , para a superfície da Terra, considerando a distribuição vertical das perdas na troposfera, o equilíbrio para o tropopausa  $v_{s0}$  poderá ser calculado.

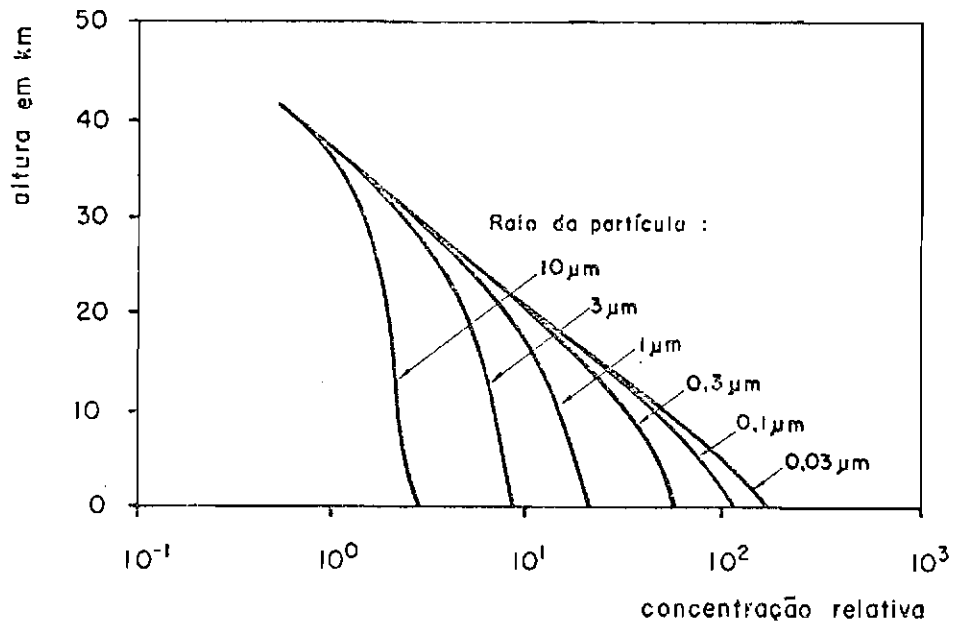


Fig. I.2 - Concentração relativa de partículas para o equilíbrio de sedimentação em uma atmosfera não turbulenta (segundo Junge et al, 1961).

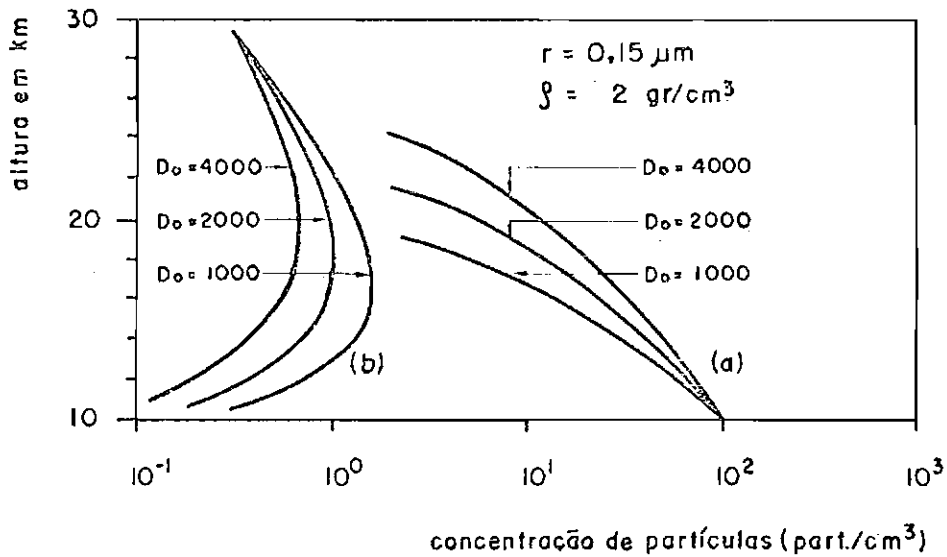


Fig. I.3 - Concentração de partículas em função da altura (segundo Junge et al, 1961).

- a) Representa o caso onde  $\gamma_0 = 0$  com uma fonte constante na tropopausa.
- b) Representa o caso de uma fonte constante a 30 km de altura e um eficiente sorvedouro a 10 km.

Um outro mecanismo que pode afetar a distribuição vertical das partículas é a possível e lenta circulação meridional; como exemplo disto, podemos citar a célula de Hadley.

Das observações efetuadas por Junge et al (1961) da camada de aerossóis estratosféricos e dos estudos levados a cabo por Telega das (1971) de partículas radioativas suspensas na atmosfera, podemos afirmar que o tempo de permanência das partículas de poeira na estratosfera é em torno de dois anos. Por esta razão, a influência da coagulação não pode ser desprezada, mesmo sabendo da existência de uma pequena concentração de partículas na baixa estratosfera. Para podermos estudar o papel da coagulação nos perfis verticais, consideraremos o equilíbrio entre o fluxo ascendente de partículas pela difusão e o de crescimento pela coagulação. Assumiremos, por aproximação, que as constantes de difusão e de coagulação independem, praticamente, dos processos de coagulação (ver Junge et al, 1961).

O aumento no fluxo ascendente por difusão é, aproximadamente,  $\partial n_s / \partial t = D \partial^2 n_s / \partial z^2$ ; o decréscimo devido à coagulação é  $\partial n_s / \partial t = - a_s n_s^2$ . No equilíbrio estas expressões são iguais em módulo. Isto é:

$$D \frac{\partial^2 n_s}{\partial z^2} = a_s n_s^2 \quad (1.13)$$

ou simplesmente:

$$\frac{d^2 n_s}{dz^2} - \frac{a_s}{D} n_s^2 = 0 \quad (1.14)$$

A solução da Equação (1.14), pode ser facilmente obtida, fazendo as seguintes mudanças de variáveis:  $dn_s/dz = p$ , donde



$d^2 n_s / dz^2 = p \, d \, p / d n_s$ . Portanto, a solução da equação (1.14) será

$$n_s = \frac{6 D}{a_s \left[ z + \left( \frac{3 D}{2 a_s} \right)^{1/2} C_1 \right]^2}$$

Tomando  $z_0 = C_1 \left[ \frac{3 D}{2 a_s} \right]^{1/2}$ , teremos:

$$n_s = \frac{6 D}{a_s (z + z_0)^2} \quad (1.15)$$

onde  $z_0$  é uma constante a ser ajustada pelos valores de  $n_{s0}$ .

A teoria da coagulação dá  $a_s = 4 kT \ell (1 + \beta/r_s) / 3n$  ( $\text{cm}^3$  por seg). Nesta expressão, o que varia marcadamente com a altura é apenas o livre caminho médio  $\ell$ . Porém, para um intervalo de altura de alguns quilômetros acima da tropopausa, um valor aceitável de  $z$  seria cinco quilômetros. Com:

$$k = 1,38 \times 10^{-16} \text{ ergs/seg}$$

$$T = 210^\circ\text{K}$$

$$n = 1,42 \times 10^{-4} \text{ gr/cm seg (a 15 quilômetros de altura)}$$

$$\ell = 4,17 \times 10^{-5} \text{ cm (a 15 quilômetros de altura)}$$

$$\beta = 0,9$$

e ajustando o valor de  $z_0$  tal que  $n_{s0}$  seja igual a  $100/\text{cm}^3$ , obtemos a representação da concentração relativa de partículas por  $\text{cm}^3$ , em relação à altura. Isto será mostrado na Figura I.4, onde  $r_s = 0,03 \mu\text{m}$  e  $\rho_s = 2 \text{ gr/cm}^3$ .

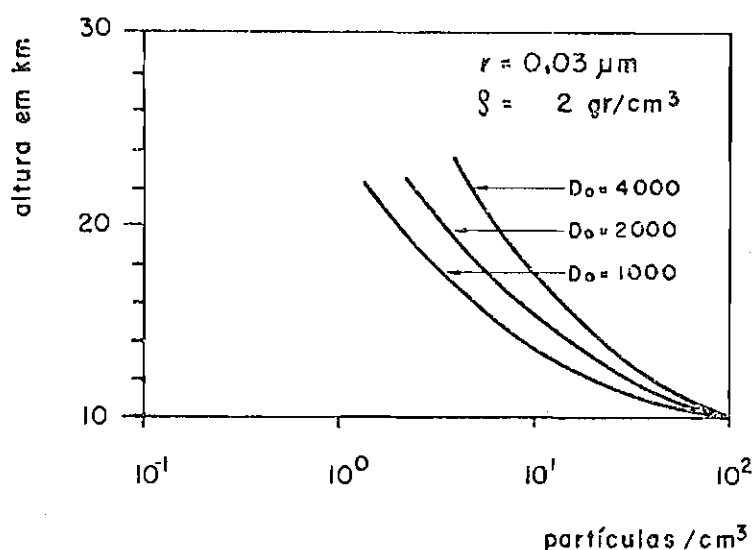


Fig. I.4 - Estado de equilíbrio coagulação - sedimentação (segundo Junge et al, 1961).

A Figura I.4, mostra que, à medida que o coeficiente de difusão aumenta, mantendo constante a altura, aumenta também a concentração relativa. Em outras palavras, se partículas deste tamanho difundem-se na estratosfera, o perfil vertical estará em equilíbrio coagulação - difusão mais do que em equilíbrio sedimentação - difusão.

A discussão do estado de equilíbrio tem pouco mérito, a menos que o tempo necessário para atingir esse estado seja conhecido. Um cálculo geral deste tempo é muito complicado e depende das condições iniciais e do grau de exatidão que a solução final possa ter. Para a presente discussão, é suficiente obter estimativas da ordem de grandeza. Consideraremos dois casos:

Primeiro, tomando componentes de aerosol estratosférico ( $v_{SO} = 0$ ) na faixa de tamanho de 0,1 a 1,0  $\mu\text{m}$  de raios, como é mostrado na Figura I.3b. Assumiremos também que, para o tempo ( $t$ ) igual a zero, o coeficiente de turbulência muda repentinamente de  $D_1$  para  $D_2$ , com  $D_1 > D_2$ . Isto resulta em um acréscimo na concentração de partículas nas camadas imediatamente acima da tropopausa. O tempo mínimo  $t$  de adaptação do perfil vertical é, obviamente, dado pelo aumento total das partículas dividido pelo fluxo descendente,  $\gamma_0$ , ou seja:

$$t = \left[ \int_0^{\infty} (n_{s2} - n_{s1}) dz \right] / \gamma_0 \quad (1.16)$$

Segundo Junge et al (1961), o tempo mínimo de adaptação do perfil vertical é:

$$t = (D_1 - D_2) / \omega_{sc}^2 \quad (1.17)$$

Fazendo  $D_1 = 2000 \text{ cm}^2/\text{seg}$ ,  $D_2 = 1000 \text{ cm}^2/\text{seg}$  e considerando partículas com raios  $0,2 \mu\text{m}$  e velocidade de sedimentação igual a  $6,0 \times 10^{-3} \text{ cm}/\text{seg}$  e  $\rho_s = 2 \text{ gr}/\text{cm}^3$ , a uma altitude de 15 quilômetros, nestas condições  $t$  será aproximadamente um ano. Este é um tempo muito grande, comparado com o tempo em que os fenômenos meteorológicos acontecem. Sempre que exista a tendência de se estabelecer o perfil de equilíbrio, este será aproximado devido às perturbações meteorológicas serem da ordem de dias, semanas, ou mesmo meses. Outro fato notado da expressão (1.17) é que o tempo mínimo decresce rapidamente com o aumento do tamanho das partículas. Podemos, entretanto, assumir que o perfil vertical de partículas maiores do que  $1,0 \mu\text{m}$  está normalmente próximo do equilíbrio de sedimentação.

O segundo caso é referente ao equilíbrio de coagulação de aerossóis originários da troposfera. Assumiremos duas distribuições de partículas caracterizadas por coeficientes de turbulências  $D_1$  e  $D_2$ , mas com o mesmo  $n_{s0}$  para a tropopausa. O aumento total do número de partículas em uma coluna de  $1 \text{ cm}^2$  acima da tropopausa é:

$$\Delta n = \int_0^{\infty} (n_{s2} - n_{s1}) dz = \frac{-6}{a_s} \left( \frac{D_1}{z_{01}} - \frac{D_2}{z_{02}} \right) \quad (1.18)$$

Supondo que o fluxo de partículas através da tropopausa é dado pelo gradiente de distribuição original e o novo coeficiente de difusão de turbulência  $D_2$ , isto nos dá o limite superior do fluxo, e portanto, o

tempo mínimo será:

$$t = \frac{\Delta n}{\gamma_0} \quad (1.19)$$

O fluxo,  $\gamma_0$ , segundo Junge et al (1961) é dado por:

$$\gamma_0 = \frac{12 D_1}{a_s z_{01}^3} (D_2 - D_1) \quad (1.20)$$

sendo que  $z_{01} = (6 D_1 / a_s n_{s0})^{1/2}$ . Substituindo este valor e a expressão (1.20) na equação (1.19), teremos o tempo mínimo procurado.

$$t = \frac{3 D_1^{1/2}}{a_s n_{s0} (D_2 - D_1)} (D_2^{1/2} - D_1^{1/2}) \quad (1.21)$$

Se considerarmos  $D_1 = 1000 \text{ cm}^2/\text{seg}$ ,  $D_2 = 2000 \text{ cm}^2/\text{seg}$ ,  $a_s = 3,65 \times 10^{-9} \text{ cm}^3/\text{seg}$  (a 15 Km de altitude),  $r_s = 0,03 \text{ }\mu\text{m}$  e  $n_s = 100/\text{cm}^3$ , o tempo mínimo em que se dá o equilíbrio de coagulação é aproximadamente de 40 dias.

Todas as considerações anteriores estão baseadas na suposição de que não existem fontes e sorvedouros de partículas dentro da estratosfera e que, geralmente, as condições de estado estacionário prevalecem. Na realidade, contudo, nenhuma suposição é estritamente válida. Existem fontes estranhas que injetam partículas na estratosfera, tais como: explosões nucleares e erupções vulcânicas. Existem também, fontes próprias, como formação de partículas de poeira devido às reações dos gases atmosféricos. Outrossim, o longo tempo de relaxação para as partículas na faixa de tamanho de 0,1 a 1,0  $\mu\text{m}$  torna improvável a manutenção das condições de estado estacionário. Estas considerações teóricas podem ser consideradas como um guia na interpretação de dados experimentais.

### 1.1.3 - DISTRIBUIÇÃO DO TAMANHO E CONCENTRAÇÃO

A variação da distribuição do tamanho das partículas de aerossóis, em relação aos componentes e às diversas condições em que se encontram, é uma das melhores ferramentas para diagnosticar e identificar a fonte e a história das partículas de poeira. Por outro lado, existe uma variação da massa total depositada, com o tempo e localização, mas o mais importante é a diversificação dos componentes em todas as faixas de tamanho existentes. Convenientes e melhores medidas da distribuição do tamanho, com separação de partículas em intervalos menores de tamanho, são necessárias para a melhor determinação dos efeitos da distribuição do tamanho.

Existem muitos tipos de funções matemáticas usadas para representar a distribuição do tamanho. Porém, as que melhores resultados proporcionaram com o seu emprego foram: A lei de potência para a distribuição do tamanho, a distribuição bimodal e a distribuição log normal.

A lei de potência, para a frequência da distribuição do tamanho, foi usada pela primeira vez por Junge em 1961, quando analisou amostras de aerossóis estratosféricos coletados por impactores levados a bordo de aeronaves ou balões. Neste trabalho, usaremos esta distribuição que tem a seguinte forma:

$$\frac{dn(r)}{d \log r} = c r^{-\gamma} \quad (1.22)$$

onde "n" é a concentração total de partículas de poeira (por cm<sup>3</sup>), "c" é uma constante a ser ajustada para o intervalo de tamanho usado e para cada valor de  $\gamma$ , onde  $\gamma$  indica a ordem da distribuição.

A distribuição do tamanho das partículas de poeira é representada graficamente como mostra a Figura 1.5, onde a ordenada representa " $dn(r)/d \log r$ " e a abcissa o raio da partícula.

Segundo Junge et al (1961), partículas com raio compreendido entre 0,1 e 1,0  $\mu\text{m}$  podem ser representadas por  $dn/dr = c r^{-3}/2,303$ , mas para partículas com raio menor do que 0,1  $\mu\text{m}$ , a concentração destas é bem menor do que daria a expressão anterior.

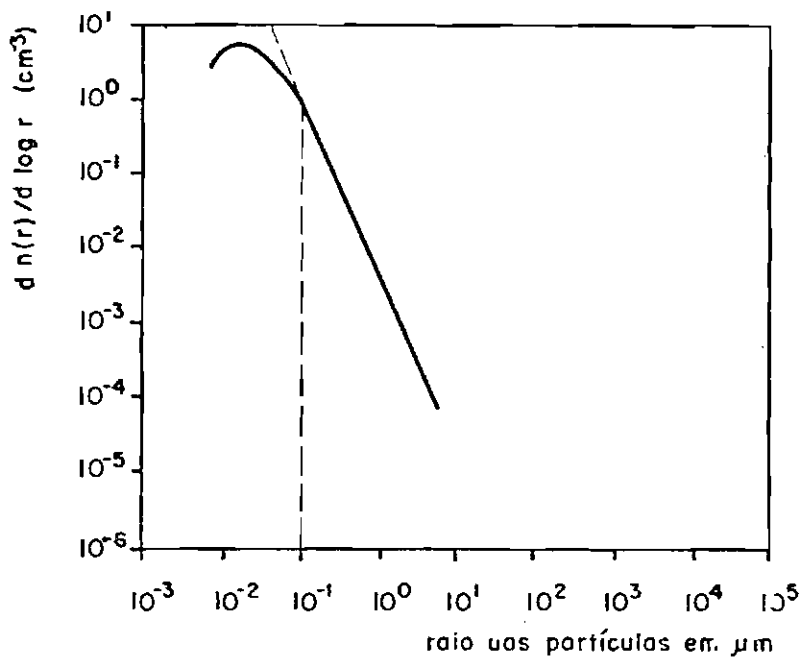


Fig. I.5 - Distribuição do tamanho das partículas em função do raio (segundo Junge et al, 1961)

O estudo da composição, da distribuição do tamanho e da densidade numérica das partículas de aerossóis, deriva-se de três grupos básicos de medidas:

- Análises de amostras coletadas por aeronaves ou balões;
- Medidas "in situ" efetuadas por mecanismos levados a bordo de aeronaves ou balões;
- Medidas das propriedades ópticas do espalhamento provocado por aerossóis.

Os resultados das técnicas, acima, muitas vezes entram em contradições quanto à concentração e à distribuição do tamanho. Cada uma apresenta deficiências que podem ser levadas em conta no estudo de poeira. Amostras coletadas apresentam erros, tais como variação na eficiência da coleta e provavelmente, também exista evaporação de constituintes voláteis. Por outro lado, aerossóis com raios menores do que 0,1  $\mu\text{m}$  não são muito suscetíveis a medidas ópticas.

## CAPÍTULO II

### RADAR DE LASER

#### 2.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

Com o advento do laser e, em particular, do laser de estado sólido, a luz passou a ser usada sistematicamente nas pesquisas da alta atmosfera. Em 1960, Maiman desenvolveu um laser de rubi que emite pulsos de luz; em consequência disto, vários grupos de pesquisadores começaram simultaneamente a desenvolver a técnica de radar de Laser. Para maiores informações, ver, por exemplo, Fiocco e Smullin (1963), Collis e Ligda (1966), Mc Cormick et al (1966), Bain e Sandford (1966) e Clemesha et al (1966).

A técnica do radar óptico, usado em observações da atmosfera superior da Terra, é semelhante à de um radar de microondas. Esta técnica de observação à distância é conhecida, também, como LIDAR e consiste de um Laser que emite pulsos de luz de alta intensidade. Através desta técnica, o que medimos na realidade, são os fótons que voltam, em função do tempo, e relacionamos isto com o retroespalhamento atmosférico, em função da altura. O sinal óptico, na forma de fótons, é transformado em pulsos elétricos e, automaticamente, contado para posterior análise. Ver por exemplo Fiocco e Smullin (1963).

As moléculas atmosféricas agem como centros espalhadores da radiação óptica, sendo o sinal espalhado proporcional à densidade atmosférica, na altura em que se dá o espalhamento, o que quer dizer que, na ausência de outros centros espalhadores, podemos usá-lo para medir a densidade da atmosfera.

A luz produzida pelo laser é, aproximadamente, coerente e monocromática. A coerência da luz pode ser espacial e temporal. A coerência espacial resulta em uma pequena divergência do sinal, enquanto que a coerência temporal resulta em uma estreita largura de banda. Estas propriedades são de grande importância para um radar óptico. Por



outro lado, a estreita largura de banda do sinal do transmissor acarreta em uma estreita largura de banda do sinal do receptor, o que possibilita minimizar o ruído recebido do céu. Mesmo à noite, a luminescência do céu, as estrelas e outras fontes causam luminescências de apreciáveis intensidades; neste caso, o receptor detectará isso como ruído. A magnitude de este será proporcional à área do céu observada. A Figura II.1 mostra a geometria da técnica do radar de Laser.

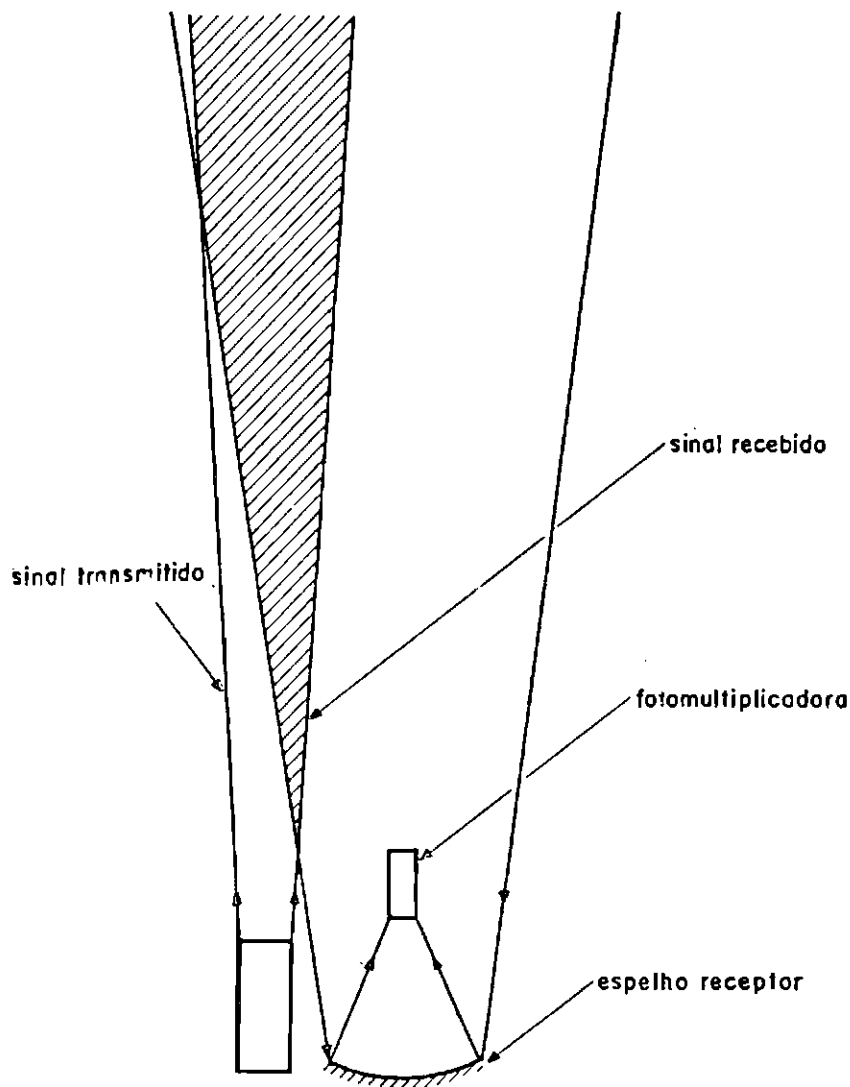


Fig. II.1 - Geometria da técnica de radar de Laser.

## 2. 2 - EQUAÇÕES QUE REGEM AS TÉCNICAS DO RADAR DE LASER

Primeiro, procuraremos determinar o número de fótons que chegam de um certo intervalo de altura,  $\Delta h$ , como função do número de fótons transmitidos.

No procedimento da dedução, desprezaremos a atenuação devida ao espalhamento e absorção dos aerossóis existentes na baixa atmosfera e as perdas associadas a estes processos. As perdas no sistema óptico e na fotomultiplicadora serão, também, desprezadas neste estágio. Ambas serão consideradas como coeficientes de correção da equação obtida.

Se uma fonte "s" transmite um sinal com uma potência  $P_0$ , a divergência que este sinal sofre proporciona um decréscimo da intensidade da luz com a altura. Para uma altura  $h$ , onde a área da seção transversal do feixe transmitido é  $A'$ , como é indicado na Figura II.2, a intensidade do sinal nessa altura será:

$$I_V = \frac{P_0}{A'} \quad (2.1)$$

Esta densidade de potência é espalhada em todas as direções por um volume  $V$ , de área  $A'$  e  $\Delta h$  de espessura, para a altura  $h$ . Como estamos apenas interessados na luz retroespalhada, usaremos o coeficiente volumétrico de retroespalhamento " $\sigma$ " e multiplicando a equação (2.1) por este coeficiente, teremos  $\sigma I_V$  que nada mais é do que a potência incidente retroespalhada por unidade de volume e por unidade de ângulo sólido. Desta forma, a potência total retroespalhada pelo volume " $V$ " será:

$$P_V = \sigma I_V V = \sigma \frac{P_0}{A'} A' \Delta h$$

$$P_V = \sigma P_0 \Delta h \quad (2.2)$$

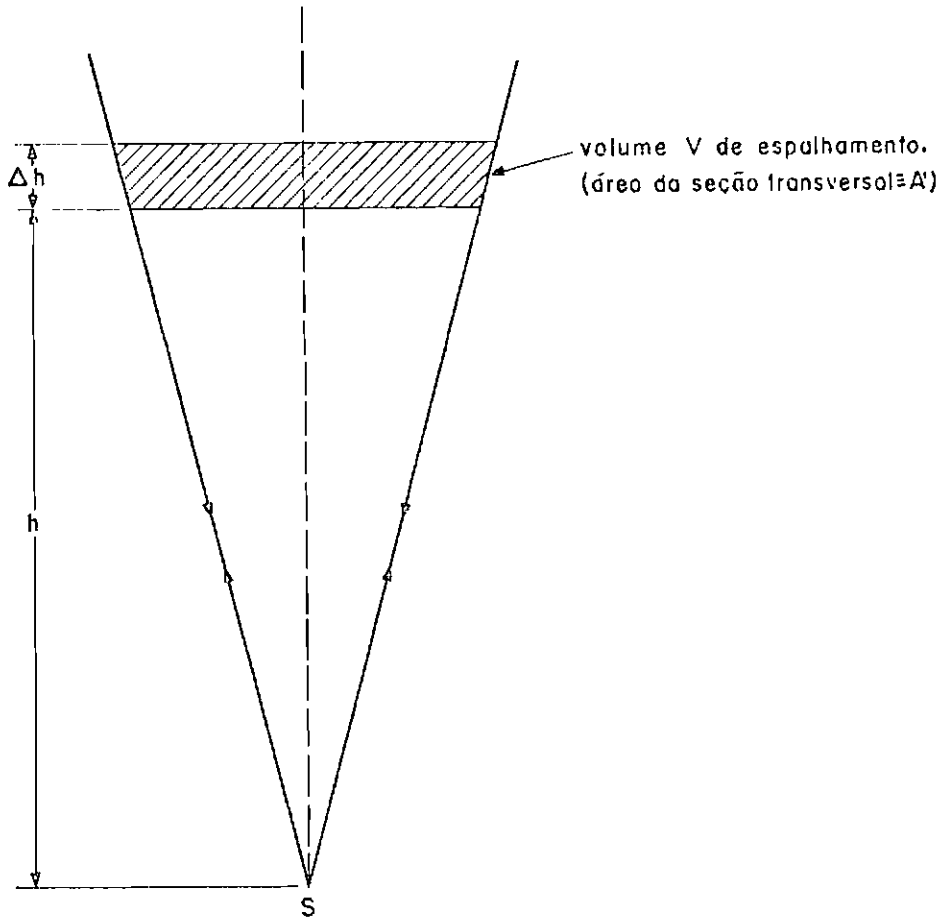


Fig. II.2 - Esquema básico do espalhamento

Esta potência  $\bar{e}$  recebida por um espelho receptor de área  $A$ . De um ponto a uma altura;  $h$ , o ângulo sólido subtendido por  $A$  é:

$$\Omega = \frac{A}{h^2}$$

tal que a potência recebida seja:

$$P_s = \sigma P_o A \frac{\Delta h}{h^2} \tag{2.3}$$

Supondo que o pulso transmitido tenha uma duração de  $t_o$  e uma energia média  $E_o$ , a espessura da atmosfera iluminada pelo feixe de luz está relacionada da seguinte forma: No instante  $t_1$ , a energia

de frente do pulso atinge um receptor, tendo sido refletida de uma altura  $h$ ; no instante  $t_2$ , a energia da parte final do pulso atinge o mesmo receptor, sendo também refletida de uma altura  $h$ ; já no instante  $t_2$  a frente do pulso encontra-se a uma altura  $h + \Delta h$ . Desta forma podemos escrever:

$$h = \frac{C t_1}{2}$$

$$h + \Delta h = \frac{C t_2}{2}$$

Como  $t_2 - t_1 = t_0$ , o  $\Delta h$  procurado será:

$$\Delta h = \frac{C}{2} t_0 \quad (2.4)$$

Substituindo (2.4) em (2.3), teremos:

$$P_s = \sigma P_0 t_0 C \frac{A}{2 h^2}$$

Mas a energia total do fóton transmitido é relacionada à potência transmitida através de:

$$E_0 = P_0 t_0$$

tal que:

$$P_s = \sigma E_0 C \frac{A}{2 h^2} \quad (2.5)$$

Vamos supor que  $P_s$  seja recebido durante um certo tempo  $\tau$ ; a energia recebida pelo espelho será:

$$E_s = P_s \tau = \sigma E_0 C \tau \frac{A}{2 h^2} \quad (2.6)$$

A Equação (2.6) relaciona a energia recebida com a transmitida. Conforme a quantização da energia, podemos relacionar a energia transmitida com o número de fótons transmitidos,  $N_0$ , e a energia recebida com o número de fótons recebidos,  $N_s$ . Dessa forma, a equação (2.6) pode ser escrita da seguinte maneira:

$$N_s = \frac{\sigma N_0 A}{h^2} \cdot \frac{c \tau}{2} \quad (2.7)$$

Os fótons recebidos no intervalo de tempo,  $\tau$ , vêm de um intervalo de altura  $\Delta h = c \tau / 2$ . Se  $t_0$  é muito pequeno, comparado com  $\tau$ , fazemos a integração do sinal recebido no intervalo de altura  $\Delta h$ , centrado na altura  $h$ . Por outro lado, se considerarmos as perdas devido à transmitância atmosférica  $T$  e à eficiência do equipamento  $Q$ , a Equação (2.7) torna-se:

$$N_s = \sigma N_0 A T^2 Q \frac{\Delta h}{h^2} \quad (2.8)$$

A potência 2 de  $T$ , corresponde à ida e a volta do sinal transmitido.

Se temos uma atmosfera ideal,  $\sigma$  é apenas o coeficiente volumétrico de retroespalhamento Rayleigh,  $\sigma_R$ , relacionado diretamente à densidade atmosférica,  $n$ , ou seja:  $\sigma_R = \rho_R n$ . Porém, se na atmosfera existirem em suspensão partículas de poeira, o coeficiente volumétrico de retroespalhamento será dado por:

$$\sigma = n \rho_R + \sigma_M \quad (2.9)$$

Substituindo (2.9) em (2.8), teremos o número total de fótons recebidos devido ao espalhamento Rayleigh e ao espalhamento Mie:

$$N_s = (n \rho_R + \sigma_M) N_0 A T^2 Q \frac{\Delta h}{h^2} \quad (2.10)$$

onde:

$$\sigma_M = \frac{1}{k^2} \int_{r_1}^{r_2} i(r) \, d n(r)$$

Sendo  $i(r)$  a função intensidade,  $n(r)$  o número de partículas em função do raio e  $k$  é o número de onda, conforme será visto mais detalhadamente no Capítulo III.

### 2.3 - CONCEITOS BÁSICOS SOBRE OS DIVERSOS TIPOS DE ESPALHAMENTOS

Nas medidas de radar de Laser, quatro tipos de espalhamentos podem acontecer:

1) *Espalhamento Rayleigh*: É o espalhamento da luz por átomos, moléculas ou qualquer partícula de dimensões bem menores que o comprimento de onda da luz utilizado. Este espalhamento tem sido utilizado para fornecer perfis de densidade atmosférica entre 30 e 100 quilômetros de altitude.

2) *Espalhamento Mie*: É o espalhamento da luz por partículas maiores ou da mesma ordem de grandeza que o comprimento de onda de luz utilizado. Este tipo de espalhamento foi tratado por Van de Hulst (1957) e o usaremos para poder dar uma estimativa da densidade numérica das partículas de aerossóis.

3) *Espalhamento Raman*: A maior parte da radiação espalhada pelas moléculas gasosas é da mesma frequência que a radiação incidente, porém uma pequena fração da energia incidente é espalhada em frequências diferentes. Estas frequências diferentes correspondem a certos níveis discretamente espaçados, alguns de maior e outros de menor frequência que a incidente. A existência dessas frequências constitui o efeito Raman. Estes deslocamentos de frequências estão associados aos níveis de energia eletrônico, vibracional e rotacional, da espécie em questão; portanto o deslocamento em frequência independe da radiação utilizada, sendo

uma propriedade dos átomos ou moléculas.

Medindo assim, o espectro Raman obtêm-se informações sobre as densidades de diversas espécies moleculares; além do mais, medindo a razão das intensidades das linhas Stokes e Anti-Stokes, obtemos informações sobre a temperatura da atmosfera.

A desvantagem do espalhamento Raman é ser um efeito muito fraco, sendo necessário o uso de laser de alta potência e as medidas restritas a baixas altitudes.

4) *Espalhamento Ressonante*: É o espalhamento da luz por átomos e moléculas que possuem linhas de emissão do mesmo comprimento de onda que a luz incidente. A seção transversal de espalhamento ressonante é muito maior (cerca  $10^{14}$  ou  $10^{15}$  vezes) que a seção transversal de espalhamento Rayleigh, por isso, densidades de átomos com concentrações pequenas podem ser medidas.

## CAPÍTULO III

### TEORIA DO ESPALHAMENTO MIE

#### 3.1 - COMENTÁRIOS GERAIS

O problema do espalhamento da luz por partículas esféricas de qualquer tamanho e material foi resolvido por Mie em 1908. Ele integrou as equações de Maxwell para campos elétrico e magnético dentro e fora da partícula em estudo e calculou as amplitudes das ondas irradiadas por ela. As soluções exatas são apresentadas em forma de séries.

Qualquer fluxo radiante que atravessa a atmosfera é atenuado. As moléculas espalham e absorvem radiação; contudo, a absorção depende do comprimento de onda e dos constituintes. Partículas de aerossol espalham com maior eficiência, a radiação de comprimento de onda menor ou da mesma ordem de grandeza do tamanho das partículas. Para o comprimento de onda de  $0,5890 \mu\text{m}$ , que é de nosso interesse, a absorção, pelas moléculas atmosféricas e por partículas de poeira, é muito pouca e, portanto, o espalhamento predomina. A teoria Mie pode ser aplicada a partículas de poeira maiores do que  $0,02 \mu\text{m}$  de raio, para o comprimento de onda usado, com um erro permitido menor ou igual a 1%. A lei do espalhamento Rayleigh é, geralmente, usada para espalhamento molecular, onde as moléculas podem apresentar um tamanho menor ou igual a  $0,02 \mu\text{m}$  de raio e, de acordo com esta lei, a energia espalhada é proporcional a  $\lambda^{-4}$ . Esta lei pode ser obtida da teoria Mie. Adotaremos o parâmetro  $x = 2\pi r/\lambda$  no lugar de  $r$ . Isto é feito apenas para que possamos trabalhar com funções independentes do comprimento de onda. A maior parte da teoria apresentada aqui foi tratada por Van de Hulst (1957), Born e Wolf (1959) e Nakamura (1969).

##### 3.1.1 - EQUAÇÕES DE MAXWELL

Usaremos o sistema C.G.S. eletrostático para  $\vec{E}$ ,  $\vec{D}$ ,  $\vec{I}$ ,  $\sigma$ ,  $\rho$  e o sistema C.G.S. magnético para  $\vec{H}$ , a fim de obtermos as equa



ções de Maxwell em uma forma de fácil manuseio. O fator que engloba o tempo é dado por  $\exp(i\omega t)$ , diferindo, apenas no sinal da exponencial, dos livros técnicos que tratam a teoria eletromagnética. Nestas condições as equações de Maxwell são as seguintes:

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{4 \pi \vec{I}}{c} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \quad (3.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 4 \pi \rho \quad (3.4)$$

No sistema adotado, temos:  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$  e  $\vec{I} = \sigma \vec{E}$

onde:

$t$  = tempo

$c$  = velocidade da luz

$\vec{H}$  = intensidade do campo magnético

$\vec{E}$  = intensidade do campo elétrico

$\vec{D}$  = deslocamento elétrico

$\vec{I}$  = densidade de corrente

$\epsilon$  = permitividade elétrica

$\sigma$  = condutividade

$\mu$  = permeabilidade magnética; neste caso vale um.

Assumindo as componentes, do campo elétrico e magnético, variando periodicamente com frequência angular  $\omega$ , da forma

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t}, \quad \vec{H} = \vec{H}_0 e^{i\omega t},$$

as equações (3.1) e (3.2) tornam-se:

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \sigma \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon \vec{E})$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{i\omega}{c} \left( \epsilon - \frac{i4\pi\sigma}{\omega} \right) \vec{E}$$

Porém, sabemos que  $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$  e tomando  $\left( \epsilon - \frac{i4\pi\sigma}{\omega} \right) = m^2$ , onde  $k$  é o número de onda e  $m$  é o índice de refração do meio para a frequência  $\omega$ , podemos escrever a equação anterior na forma procurada:

$$\nabla \times \vec{H} = i k m^2 \vec{E} \quad (3.1a)$$

Fazendo as mesmas passagens matemáticas na equação (3.2) chegamos a seguinte forma:

$$\nabla \times \vec{E} = - i k \vec{H} \quad (3.2a)$$

Das equações (3.1a) e (3.1a), temos:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{H} = k^2 m^2 \vec{H} \quad (3.2b)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = k^2 m^2 \vec{E} \quad (3.2c)$$

Porém, o cálculo vetorial nos fornece que:  $\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$

A primeira destas duas últimas equações, levando em conta a expressão do cálculo vetorial e a terceira equação de Maxwell, será:

$$\nabla^2 \vec{H} = - k^2 m^2 \vec{H} \quad (3.5)$$

Tomando o divergente da equação (3.1a), teremos:

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{H}) = \nabla \cdot (i k m^2 \vec{E}) \quad (3.5a)$$

Como  $\nabla \cdot \nabla \times \vec{H} = 0$  e  $\nabla \cdot (ikm^2 \vec{E}) = \vec{E} \cdot \nabla (ikm^2) + ikm^2 \nabla \cdot \vec{E}$ , a equação (3.5a) será:

$$\vec{E} \cdot \nabla (ikm^2) + ikm^2 \nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (3.5b)$$

Para um meio homogêneo, onde  $m$  é constante, a equação (3.5b) toma a seguinte forma:

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (3.5c)$$

Nestas condições, a densidade de carga que aparece na equação (3.4) é nula.

A equação (3.2c), levando em conta a (3.5c), tomará a forma procurada:

$$\nabla^2 \vec{E} = - ikm^2 \vec{E} \quad (3.6)$$

As equações (3.5) e (3.6) apresentam soluções simples, correspondentes a ondas planas. Uma onda plana propagando-se na direção do eixo  $z$ , tomado como positivo, tem a forma:

$$y_{\alpha} e^{i\omega t - ikmz} \quad (3.7)$$

Isto mostra que " $k m$ " é a constante de propagação de um meio com índice de refração  $m$ . A onda será amortecida se a parte imaginária de  $m$  for negativa e será não amortecida se  $m$  for real.

## 3.2 - SOLUÇÃO FORMAL DE MIE

### 3.2.1 - SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO VETOR ONDA

Como vimos na seção anterior, as equações (3.5) e (3.6) são equações vetoriais. Estas equações mostram que  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$ , em um meio homogêneo, satisfazem a equação do vetor onda.

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 m^2 \vec{A} = 0 \quad (3.8)$$

A equação (3.8), sempre pode ser substituída por um sistema de três equações escalares, mas a solução deste sistema, para coordenadas quaisquer  $\vec{e}$ , em muitos casos, impraticável. Porém, ela é resolvida se  $\vec{A}$  estiver na forma retangular dando três equações independentes:

$$\nabla^2 A_i + k^2 m^2 A_i = 0 \quad (i = x, y, z)$$

O operador  $\nabla^2$  pode ser expresso tanto em coordenadas cartesianas como curvilíneas.

Visto que a equação (3.8) pode ser desmembrada em três equações escalares, passaremos a solução da equação escalar da onda, ou seja, de:

$$\nabla^2 \psi + k^2 m^2 \psi = 0 \quad (3.9)$$

Em coordenadas esféricas a equação (3.9) toma a seguinte forma:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + k^2 m^2 \psi = 0$$

Esta equação é resolvida por separação de variáveis, tomando como solução:

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r) \Theta(\theta) \Phi(\phi)$$

Substituindo esta solução na equação, teremos:

$$\frac{\Theta \cdot \Phi}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{R \Phi}{r^2 \sin \Theta} \left( \sin \Theta \frac{\partial \Theta}{\partial \Theta} \right) + \frac{R \Theta}{r^2 \sin^2 \Theta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} +$$

$$k^2 m^2 R \Theta \Phi = 0$$

Esta equação multiplicada por  $\frac{r^2 \sin^2 \Theta}{R \Theta \Phi}$  resulta em:

$$\frac{\sin^2 \Theta}{R} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \frac{d}{d\Theta} \left( \sin \Theta \frac{d\Theta}{d\Theta} \right) + \frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} +$$

$$k^2 m^2 r^2 \sin^2 \Theta = 0$$

ou ainda:

$$\frac{\sin^2 \Theta}{R} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \frac{d}{d\Theta} \left( \sin \Theta \frac{d\Theta}{d\Theta} \right) + k^2 m^2 r^2 \sin^2 \Theta =$$

$$- \frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} = \ell^2$$

a) Resolvendo a equação em  $\phi$ , teremos:

$$- \frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} = \ell^2$$

$$\frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} + \ell^2 \Phi = 0 \tag{3.10}$$

A solução da equação (3.10) é:

$$\Phi(\phi) \propto \{ \sin \ell \phi, \cos \ell \phi \} \tag{3.10a}$$

Onde  $\ell$  é um número inteiro.

b) Tendo eliminado uma variável, voltamos à equação original, e a dividimos por  $\text{sen}^2\theta$ , a fim de efetuarmos definitivamente a solução da equação. Portanto, teremos:

$$\frac{1}{R^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{\Theta \text{sen } \theta} \frac{d}{d\theta} \left( \text{sen } \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + k^2 m^2 r^2 = \frac{\ell^2}{\text{sen}^2\theta}$$

ou ainda:

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + k^2 m^2 r^2 = \frac{\ell^2}{\text{sen}^2\theta} - \frac{1}{\Theta \text{sen } \theta} \frac{d}{d\theta} \left( \text{sen } \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) = b^2$$

Da equação acima, tiramos duas equações independentes de fáceis soluções;

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + k^2 m^2 r^2 - b^2 = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{1}{\Theta \text{sen } \theta} \frac{d}{d\theta} \left( \text{sen } \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) - \frac{\ell^2}{\text{sen}^2\theta} - b^2 = 0 \quad (3.12)$$

Para que a equação (3.9) tenha uma solução finita para  $\theta = 0$ ,  $b$  deve ser da forma  $(n(n+1))^{1/2}$ . Para resolvermos esta equação, fazemos uma simples troca de variável, isto é, tomamos  $\eta = \cos \theta$ ; dessa forma a equação fica:

$$\frac{d}{d\eta} \left( 1 - \eta^2 \right) \frac{d\Theta}{d\eta} + \left[ n(n+1) + \frac{\ell^2}{1 - \eta^2} \right] \Theta = 0 \quad (3.13)$$

Esta é uma equação bem conhecida e as suas soluções são as funções associadas de Legendre.

$$\Theta(\theta) \propto P_n^\ell(\cos \theta) \quad (3.13a)$$

Estas funções são identicamente nulas se  $|\ell| > n$ , tal que existam  $(2n+1)$  funções para cada valor de  $n$ .

Para obtermos a solução da equação (3.11), tomamos  $mkr=y$  e posteriormente fazemos  $R(y) = u(y)/\sqrt{y}$ . Nestas condições a equação (3.11) toma a forma da equação de Bessel:

$$\frac{d^2 u(y)}{dy^2} + \frac{1}{y} \frac{du(y)}{dy} + \left[ 1 - \frac{(n+1/2)^2}{y^2} \right] u(y) = 0 \quad (3.14)$$

Assim, a solução da equação (3.11) será:

$$R(ky) = \frac{1}{\sqrt{ky}} J_{n+1/2}(ky) = j_n(ky)$$

ou seja:  $R(kmr) \propto j_n(kmr)$  (3.14a)

A solução geral da equação (3.9) será obtida multiplicando (3.10a), (3.13a) e (3.14a)

$$\Psi_{\ell;n} \propto \begin{cases} \text{sen } \ell \phi \\ \text{cos } \ell \phi \end{cases} P_n^{(\ell)}(\cos \Theta) j_n(krm) \quad (3.15)$$

Se  $\Psi$  satisfaz a equação escalar da onda, e se considerarmos o vetor unitário  $\vec{r}$ , podemos construir agora três soluções vetoriais independentes.

$$\vec{L} \equiv \nabla \Psi ; \quad \vec{M} = \nabla \times (\vec{r} \Psi) ; \quad \vec{N} \equiv \frac{1}{mk} \nabla \times \vec{M} \quad (3.16)$$

Se substituirmos  $\vec{A}$  por  $\vec{L}$ ,  $\vec{M}$  ou  $\vec{N}$ , respectivamente, na equação (3.8), vemos que as expressões de (3.16) satisfazem completamente a referida equação.

Os vetores  $\vec{M}$  e  $\vec{N}$  são apropriados para representar os

campos  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$ , pois cada um  $\vec{e}$  proporcional ao rotacional do outro.

Passaremos, agora, a obter as componentes de  $\vec{M}$ , fazendo uso da segunda expressão definida em (3.16). Tomaremos o rotacional em coordenadas esféricas, por ser a que se adapta ao nosso problema.

$$\vec{M} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \begin{vmatrix} \hat{e}_r & r \hat{e}_\theta & r \sin \theta \hat{e}_\phi \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \phi} \\ r \psi & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Onde  $\vec{M} = M_r \hat{e}_r + M_\theta \hat{e}_\theta + M_\phi \hat{e}_\phi$ ; portanto, as componentes de  $\vec{M}$  serão:

$$\begin{cases} M_r = 0 \\ M_\theta = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} (r \psi) \\ M_\phi = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (r \psi) \end{cases} \quad (3.17)$$

Da mesma maneira obtemos as componentes de  $\vec{N}$ , fazendo uso da terceira expressão de (3.16)

$$\vec{N} = \frac{1}{k m r^2 \sin \theta} \begin{vmatrix} \hat{e}_r & r \hat{e}_\theta & r \sin \theta \hat{e}_\phi \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \phi} \\ M_r & r M_\theta & r \sin \theta M_\phi \end{vmatrix}$$



Onde  $\vec{N} = N_r \hat{e}_r + N_\theta \hat{e}_\theta + N_\phi \hat{e}_\phi$ ; dessa forma as componentes de  $\vec{N}$  serão:

$$\left\{ \begin{array}{l} N_r = \frac{1}{mk} \frac{\partial^2 (r\psi)}{\partial r^2} + m k r \psi \\ N_\theta = \frac{1}{mkr} \frac{\partial^2 (r\psi)}{\partial r \partial \theta} \\ N_\phi = \frac{1}{mkr \sin \theta} \frac{\partial^2 (r\psi)}{\partial r \partial \phi} \end{array} \right. \quad (3.18)$$

As equações (3.1a) e (3.2a) apresentam soluções que são combinações lineares das soluções da equação escalar da onda. Considerando "u" e "v" duas soluções da equação escalar da onda, as soluções procuradas serão:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E} = v\vec{M} + iu\vec{N} \\ \vec{H} = -mu\vec{M} + imv\vec{N} \end{array} \right. \quad (3.19)$$

Conhecendo as componentes de  $\vec{M}$  e  $\vec{N}$ , podemos obter as componentes de  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  em termos das soluções escalares u e v. Tomando as equações (3.19) teremos:

$$E_r = vM_r + iuN_r \quad \therefore \quad E_r = \frac{i}{mk} \left\{ \frac{\partial^2(ru)}{\partial r^2} + m^2 k^2 r u \right\}$$

$$E_\theta = vM_\theta + iuN_\theta \quad \therefore \quad E_\theta = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(rv)}{\partial \phi} + \frac{i}{mkr} \frac{\partial^2(ru)}{\partial r \partial \theta}$$

$$E_\phi = vM_\phi + iuN_\phi \quad \therefore \quad E_\phi = -\frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial \phi} + \frac{i}{mkr \sin \theta} \frac{\partial^2(ru)}{\partial r \partial \phi}$$

$$H_r = -m\mu M_r + imvN_r \quad \therefore \quad H_r = \frac{i}{k} \left\{ \frac{\partial^2(rv)}{\partial r^2} + m^2 k^2 r v \right\}$$

$$H_\theta = -m\mu M_\theta + imvN_\theta \quad \therefore \quad H_\theta = -\frac{m}{r \sin \theta} \frac{\partial(ru)}{\partial \phi} + \frac{i}{kr} \frac{\partial^2(rv)}{\partial r \partial \theta}$$

$$H_\phi = -m\mu M_\phi + imvN_\phi \quad \therefore \quad H_\phi = \frac{m}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial \theta} + \frac{i}{kr \sin \theta} \frac{\partial^2(rv)}{\partial r \partial \phi}$$

(3.20)

### 3.2.2 - CÁLCULO DOS COEFICIENTES USANDO AS CONDIÇÕES DE CONTORNO

Voltando ao problema de espalhamento, vamos considerar o espalhamento de uma onda plana, monocromática e linearmente polarizada, por uma esfera homogênea com índice de refração "m" e imersa no vácuo ( $m_2 = 1$ ). Considerando um sistema de coordenadas cartesianas com origem no centro da esfera e com o eixo z na direção de propagação da onda e o eixo x na direção do vetor campo elétrico da onda, (ver figura III.1) a onda incidente é descrita por:

$$\vec{E} = \hat{a}_x e^{-ikz + i\omega t}$$

$$\vec{H} = \hat{a}_y e^{-ikz + i\omega t}$$

onde  $\hat{a}_x$  e  $\hat{a}_y$  são vetores unitários ao longo dos eixos x e y.

### ONDA INCIDENTE NA PARTE EXTERNA DA ESFERA

Para determinar as soluções "u" e "v" da equação escalar da onda incidente, é necessário usar uma das equações de (3.20); por exemplo, a primeira delas nos fornece:

$$e^{-ikr \cos \theta} \sin \theta \cos \phi = \frac{i}{k} \left[ \frac{\partial^2 (ru)}{\partial r^2} + k^2 ru \right] \quad (3.21)$$

O lado esquerdo da equação (3.21) é a componente radial do campo elétrico em coordenadas esféricas. A expressão de uma onda eletromagnética plana em coordenadas esféricas é dada por:

$$e^{-ikr \cos \theta} = \sum_{n=0}^{\infty} F_n j_n(kr) P_n(\cos \theta) \quad (3.22)$$

Os coeficientes " $F_n$ " são determinados de maneira usual, multiplicando ambos os membros da equação (3.22) por  $P_n(\cos \theta) \sin \theta$  e integrando em relação a  $\theta$  entre zero e  $\pi$ .

$$\int_0^{\pi} e^{-ikr \cos \theta} P_n(\cos \theta) \sin \theta \, d\theta = \int_0^{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} F_n j_n(kr) P_n(\cos \theta) P_n(\cos \theta) \sin \theta \, d\theta$$

$$\int_0^{\pi} e^{-ikr \cos \theta} P_n(\cos \theta) \sin \theta \, d\theta = F_n j_n(kr) \cdot \frac{2}{(2n+1)} \quad (3.23)$$

Sabendo que as funções esféricas de Bessel são da forma:

$$j_n(kr) = 2^n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (n+m)!}{m! (2n+2m+1)!} (kr)^{2m+n}$$

a n-esima derivada destas funções é facilmente obtida-

$$\frac{d^n j_n(kr)}{d(kr)^n} = 2^n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (n+m)!}{m! (2m+2n+1)!} (2m+n)(2m+n-1)\dots(2m+1)(kr)^{2m}$$

Escrevendo a série, teremos:

$$\frac{d^n j_n(kr)}{d(kr)^n} = \frac{2^n (n!)^2}{(2n+1)!} - \frac{2^n (n+1)! (n+2)(n+1)n \dots 3}{(2n+3)!} (kr)^2 + \dots \quad (3.24)$$

Voltando à equação (3.23) e derivando, em relação a "kr", ambos os membros desta equação, teremos:

$$(-i)^n \int_0^{\pi} \cos^n \theta e^{-ikr \cos \theta} P_n(\cos \theta) \sin \theta d\theta = \frac{2F_n}{(2n+1)} \frac{d^n j_n(kr)}{d(kr)^n} \quad (3.25)$$

Supondo  $kr = 0$  e substituindo (3.24) em (3.25), teremos:

$$(-i)^n \int_0^{\pi} \cos^n \theta P_n(\cos \theta) e^{-ikr \cos \theta} \sin \theta d\theta = \frac{2F_n}{(2n+1)} \cdot \frac{2^n (n!)^2}{(2n+1)!}$$

A integral da esquerda da equação acima é facilmente calculada, fazendo integrações por partes, ou seja:

$$\int_0^{\pi} \cos^n \theta P_n(\cos \theta) e^{-ikr \cos \theta} \sin \theta d\theta = \frac{2^{n+1} (n!)^2}{(2n+1)!}$$

Substituindo o valor da integral, obtemos os coeficientes procurados.

$$F_n = (2n+1)(-i)^n \quad (3.26)$$

Substituindo (3.26) em (3.22), obtemos a expansão da onda plana em coordenadas esféricas.

$$e^{-ikr \cos \theta} = \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)(-i)^n j_n(kr) P_n(\cos \theta) \quad (3.27)$$

Além disso:

$$e^{-ikr \cos \theta} \sin \theta = \frac{1}{ikr} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( e^{-ikr \cos \theta} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} P_1(\cos \theta) = -P_1^{(1)}(\cos \theta) ; P_0^{(1)}(\cos \theta) = 0$$

Portanto, o lado esquerdo de (3.21) toma a seguinte forma:

$$e^{-ikr \cos \theta} \sin \theta \cos \phi = \frac{1}{ikr} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( e^{-ikr \cos \theta} \right) \cos \phi \quad (3.28)$$

Substituindo (3.27) em (3.28), teremos:

Sabendo que as funções esféricas de Bessel são da forma:

$$j_n(kr) = 2^n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (n+m)!}{m! (2n+2m+1)!} (kr)^{2m+n}$$

a n-esima derivada destas funções é facilmente obtida-

$$\frac{d^n j_n(kr)}{d(kr)^n} = 2^n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (n+m)!}{m! (2m+2n+1)!} (2m+n)(2m+n-1)\dots(2m+1)(kr)^{2m}$$

Escrevendo a série, teremos:

$$\frac{d^n j_n(kr)}{d(kr)^n} = \frac{2^n (n!)^2}{(2n+1)!} - \frac{2^n (n+1)! (n+2)(n+1)n \dots 3}{(2n+3)!} (kr)^2 + \dots \quad (3.24)$$

Voltando à equação (3.23) e derivando, em relação a "kr", ambos os membros desta equação, teremos:

$$(-i)^n \int_0^{\pi} \cos^n \theta e^{-ikr \cos \theta} P_n(\cos \theta) \sin \theta d\theta = \frac{2F_n}{(2n+1)} \frac{d^n j_n(kr)}{d(kr)^n} \quad (3.25)$$

Supondo  $kr = 0$  e substituindo (3.24) em (3.25), teremos:

$$(-i)^n \int_0^{\pi} \cos^n \theta P_n(\cos \theta) e^{-ikr \cos \theta} \sin \theta d\theta = \frac{2F_n}{(2n+1)} \cdot \frac{2^n (n!)^2}{(2n+1)!}$$

A integral da esquerda da equação acima é facilmente calculada, fazendo integrações por partes, ou seja:

$$\int_0^{\pi} \cos^n \theta P_n(\cos \theta) e^{-ikr \cos \theta} \sin \theta d\theta = \frac{2^{n+1} (n!)^2}{(2n+1)!}$$

Substituindo o valor da integral, obtemos os coeficientes procurados.

$$F_n = (2n+1)(-i)^n \quad (3.26)$$

Substituindo (3.26) em (3.22), obtemos a expansão da onda plana em coordenadas esféricas.

$$e^{-ikr \cos \theta} = \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)(-i)^n j_n(kr) P_n(\cos \theta) \quad (3.27)$$

Além disso:

$$e^{-ikr \cos \theta} \sin \theta = \frac{1}{ikr} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( e^{-ikr \cos \theta} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} P_1(\cos \theta) = -P_1^{(1)}(\cos \theta) ; P_0^{(1)}(\cos \theta) = 0$$

Portanto, o lado esquerdo de (3.21) toma a seguinte forma:

$$e^{-ikr \cos \theta} \sin \theta \cos \phi = \frac{1}{ikr} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( e^{-ikr \cos \theta} \right) \cos \phi \quad (3.28)$$

Substituindo (3.27) em (3.28), teremos:

$$e^{-ikr \cos \theta} \sin \theta \cos \phi = \frac{1}{ikr} \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)(-i)^n j_n(kr) P_n(\cos \theta) \right\} \cos \phi$$

$$e^{-ikr \cos \theta} \sin \theta \cos \phi = \frac{1}{ikr} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)(-i)^n j_n(kr) \frac{\partial}{\partial \theta} P_n(\cos \theta) \cos \phi$$

$$e^{-ikr \cos \theta} \sin \theta \cos \phi = - \frac{\cos \phi}{ikr} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)(-i)^n j_n(kr) P_n^{(1)}(\cos \theta) \quad (3.29)$$

Como soluções tentativas das equações de (3.20), tomamos sêries semelhantes a (3.29) ou seja:

$$ru = \cos \phi \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n P_n^{(1)}(\cos \theta) r j_n(kr) \quad (3.30)$$

Substituindo (3.29) e (3.30) em (3.21), teremos:

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} \left[ r j_n(kr) \right] + k^2 r j_n(kr) = \frac{(2n+1)(-i)^n}{r^2 \alpha_n} r j_n(kr) \quad (3.31)$$

A equação (3.11) com  $m = 1$ , pode ser escrita:

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR}{dr} + \left[ k^2 - \frac{n(n+1)}{r^2} \right] R = 0$$

ou ainda:

$$\frac{d^2 (rR)}{dr^2} + \left[ k^2 - \frac{n(n+1)}{r^2} \right] rR = 0$$



Tomando  $R = j_n(kr)$ , a equação acima torna-se:

$$\frac{d^2}{dr^2} \left[ r j_n(kr) \right] + \left[ k^2 - \frac{n(n+1)}{r^2} \right] r j_n(kr) = 0 \quad (3.32)$$

Comparando (3.31) com (3.32), vemos que:

$$\alpha_n = \frac{(-i)^n (2n+1)}{n(n+1)} \quad (3.33)$$

As soluções da equação escalar da onda incidente são:

$$\left\{ \begin{array}{l} u = \cos \phi e^{i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-i)^n (2n+1)}{n(n+1)} P_n^{(1)}(\cos \theta) \cdot j_n(kr) \\ v = \sin \phi e^{i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-i)^n (2n+1)}{n(n+1)} P_n^{(1)}(\cos \theta) \cdot j_n(kr) \end{array} \right. \quad (3.34)$$

### ONDA ESPALHADA

Para obtermos a onda espalhada, substituímos as funções esféricas de Bessel pelas funções esféricas de Hankel.

$$H_n^{(1)}(kr) \equiv j_n(kr) + i N_n(kr)$$

$$H_n^{(2)}(kr) \equiv j_n(kr) - i N_n(kr)$$

Efetuada a soma algébrica destas duas últimas expressões, temos:

$$H_n^{(1)}(kr) + H_n^{(2)}(kr) = 2j_n(kr) \quad (3.35)$$

Porém, as formas assintóticas das funções esféricas de Hankel são:

$$\begin{cases} h_n^{(1)}(kr) \sim (-i)^{n+1} \frac{e^{ikr}}{kr} \\ h_n^{(2)}(kr) \sim (i)^{n+1} \frac{e^{-ikr}}{kr} \end{cases} \quad (3.36)$$

Isto mostra que as funções de Hankel, na forma assintótica, comportam-se como uma onda esférica. Como estamos interessados somente nas ondas espalhadas, consideraremos apenas a segunda expressão de (3.36), dessa forma podemos escrever:

$$\begin{cases} u = e^{i\omega t} \cos \phi \sum_{n=1}^{\infty} -a_n (-i)^n \frac{(2n+1)}{n(n+1)} P_n^{(1)}(\cos \theta) h_n^{(2)}(kr) \\ v = e^{i\omega t} \sin \phi \sum_{n=1}^{\infty} -b_n (-i)^n \frac{(2n+1)}{n(n+1)} P_n^{(1)}(\cos \theta) h_n^{(2)}(kr) \end{cases} \quad (3.37)$$

onde  $a_n$  e  $b_n$  são coeficientes que posteriormente serão de terminados.

ONDA NO INTERIOR DA ESFERA

A equação escalar da onda no interior da esfera é a própria equação (3.9). Portanto, cálculos semelhantes aos feitos para a onda incidente, serão feitos para obter a solução desta equação, ou seja:

$$\left\{ \begin{array}{l} u = e^{i\omega t} \cos \phi \sum_{n=1}^{\infty} m c_n (-i)^n \frac{(2n+1)}{n(n+1)} P_n^{(1)}(\cos \theta) j_n(mkr) \\ v = e^{i\omega t} \sin \phi \sum_{n=1}^{\infty} m d_n (-i)^n \frac{(2n+1)}{n(n+1)} P_n^{(1)}(\cos \theta) j_n(mkr) \end{array} \right. \quad (3.38)$$

onde  $c_n$  e  $d_n$  são coeficientes a serem determinados.

Para determinar os coeficientes  $a_n$ ,  $b_n$ ,  $c_n$  e  $d_n$ , usamos as condições de contorno. Se  $\hat{n}$  for um vetor normal à superfície de contorno e dirigido para fora da esfera, as componentes tangenciais na ordem serão  $(E_\theta, E_\phi, H_\theta, H_\phi)$  contínuas e deverão satisfazer as condições abaixo.

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = 0 \\ \hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0 \end{array} \right. \quad (3.39)$$

O índice 1 refere-se à região interna e o 2 a parte externa. Diferenciando com respeito a  $\theta$  e  $\phi$  e eliminando os fatores comuns, podemos ver das expressões de (3.20) que  $E_\theta$  e  $E_\phi$  contêm as expressões:

$$v = \frac{1}{m} \frac{\partial(ru)}{\partial r} \quad (3.40)$$

e as componentes  $H_\theta$  e  $H_\phi$  contêm

$$mu = \frac{\partial(rv)}{\partial r} \quad (3.41)$$

Quando  $m = 1$ , as ondas incidentes e espalhadas são iguais.

Para simplificar a notação, um novo conjunto de funções é introduzido, estas novas funções diferem das funções de Bessel de um fator adicional  $z$ . Portanto, temos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_n(z) \equiv z j_n(z) = (\pi z/2)^{1/2} J_{n+1/2}(z) \\ \chi_n(z) \equiv -z n_n(z) = -(\pi z/2)^{1/2} N_{n+1/2}(z) \\ \zeta_n(z) \equiv z h_n^{(2)}(z) = (\pi z/2)^{1/2} H_{n+1/2}^{(2)}(z) \\ \xi_n(z) \equiv \psi_n(z) + i \chi_n(z) \\ H_n^{(2)}(z) \equiv J_n(z) - i N_n(z) \end{array} \right.$$

As derivadas destas funções serão denotadas por pontos em  $\underline{c}$  ma das mesmas. O argumento  $z$  será  $x$  ou  $y$ , onde:

$$\left\{ \begin{array}{l} x \equiv ka = 2\pi a/\lambda \\ y \equiv mka = mx \end{array} \right. \quad (3.42)$$

As condições de contorno, escritas mais detalhadamente para  $r = a$ , são:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{\theta} \quad \therefore \quad r u (\text{inc}) + r u (\text{esp.}) = r u (\text{inter}) \\ E_{\phi} \quad \therefore \quad \frac{\partial(ru)}{\partial r} (\text{inc}) + \frac{\partial(ru)}{\partial r} (\text{esp.}) = \frac{1}{m} \frac{\partial(ru)}{\partial r} (\text{inter}) \\ E_{\theta} \quad \therefore \quad r v (\text{inc}) + r v (\text{esp.}) = v r (\text{inter}) \\ H_{\phi} \quad \therefore \quad \frac{\partial(rv)}{\partial r} (\text{inc}) + \frac{\partial(rv)}{\partial r} (\text{esp.}) = \frac{\partial(rv)}{\partial r} (\text{inter}) \end{array} \right. \quad (3.43)$$

Substituindo as expressões (3.34), (3.37) e (3.38) nas condições de contorno (3.43), obtemos as seguintes relações lineares entre os coeficientes  $a_n$ ,  $b_n$ ,  $c_n$  e  $d_n$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_n(x) - a_n \zeta_n(x) = m c_n \psi_n(y) \\ \dot{\psi}_n(x) - a_n \dot{\zeta}_n(x) = c_n \dot{\psi}_n(y) \\ \psi_n(x) - b_n \zeta_n(x) = d_n \psi_n(y) \\ \dot{\psi}_n(x) - b_n \dot{\zeta}_n(x) = m d_n \dot{\psi}_n(y) \end{array} \right. \quad (3.44)$$

Das duas primeiras equações de (3.44) podemos eliminar  $c_n$  e das duas últimas o  $d_n$ . Dessa forma resulta:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_n = \frac{\dot{\psi}_n(y) \psi_n(x) - m \dot{\psi}_n(x) \psi_n(y)}{\dot{\psi}_n(y) \zeta_n(x) - m \psi_n(y) \dot{\zeta}_n(x)} \\ b_n = \frac{m \dot{\psi}_n(y) \psi_n(x) - \psi_n(y) \dot{\psi}_n(x)}{m \dot{\psi}_n(y) \zeta_n(x) - \psi_n(y) \dot{\zeta}_n(x)} \end{array} \right. \quad (3.45)$$

Os coeficientes  $c_n$  e  $d_n$  podem ser obtidos das relações acima. Desta maneira, o campo para qualquer ponto dentro e fora da esfera  $\bar{e}$  facilmente obtido.

Das expressões de (3.45), observamos que  $a_n$  e  $b_n$  dependem do material e do tamanho da partícula.  $a_n$  pode ser ainda interpretado como a  $n$ -ésima onda elétrica parcial e  $b_n$  como a  $n$ -ésima onda magnética parcial.

### 3.2.3 - CÁLCULO DA AMPLITUDE E DAS FUNÇÕES INTENSIDADES

As soluções delineadas no item anterior dão os campos para qualquer ponto dentro ou fora de uma partícula. Como estamos interessados apenas na onda espalhada, substituiremos as funções assintóticas de Hankel nas expressões de (3.37)

$$\left\{ \begin{array}{l} u = - \frac{i \cos \phi}{kr} e^{-ikr + i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{(2n+1)}{n(n+1)} P_n^{(1)}(\cos \theta) \\ v = - \frac{i \sin \phi}{kr} e^{-ikr + i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \frac{(2n+1)}{n(n+1)} P_n^{(1)}(\cos \theta) \end{array} \right. \quad (3.46)$$

As componentes tangenciais dos campos elétricos e magnéticos fora da partícula são dadas pelas equações (3.20), fazendo  $m = 1$ , ou seja:

$$E_{\theta} = \frac{1}{r \operatorname{sen} \theta} \frac{\partial(rv)}{\partial \phi} + \frac{i}{kr} \frac{\partial^2(ru)}{\partial r \partial \theta}$$

$$E_{\theta} = -\frac{i \cos \phi}{r \operatorname{sen} \theta} \cdot \frac{1}{k} e^{-ikr + i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \frac{(2n+1)}{n(n+1)} P_n^{(1)}(\cos \theta) -$$

$$-\frac{i \cos \phi}{kr} e^{-ikr + i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{(2n+1)}{n(n+1)} \frac{d}{d\theta} P_n^{(1)}(\cos \theta)$$

$$E_{\theta} = -\frac{i \cos \phi}{kr} e^{-ikr + i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)}{n(n+1)} \left\{ a_n \frac{dP_n^{(1)}(\cos \theta)}{d\theta} + b_n \frac{P_n^{(1)}(\cos \theta)}{\operatorname{sen} \theta} \right\}$$

Fazendo uma mudança de variáveis para simplificar a notação, ou seja, tomando:

$$\frac{d}{d\theta} P_n^{(1)}(\cos \theta) = \tau_n(\cos \theta) \quad ; \quad \frac{P_n^{(1)}(\cos \theta)}{\operatorname{sen} \theta} = \pi_n(\cos \theta)$$

A expressão da componente  $\theta$  do campo elétrico será:

$$E_{\theta} = -\frac{i \cos \phi}{kr} e^{-ikr + i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)}{n(n+1)} \left\{ a_n \tau_n(\cos \theta) + b_n \pi_n(\cos \theta) \right\}$$

$$E_{\phi} = -\frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial \theta} + \frac{i}{kr \operatorname{sen} \theta} \frac{\partial(ru)}{\partial r \partial \phi}$$

$$E_{\phi} = \frac{i \operatorname{sen} \phi}{kr} e^{-ikr + i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \frac{(2n+1)}{n(n+1)} \frac{d}{d\theta} P_n^{(1)}(\cos \theta) +$$

$$+ \frac{i \operatorname{sen} \phi}{kr} e^{-ikr + i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{(2n+1)}{n(n+1)} \frac{P_n^{(1)}(\cos \theta)}{\operatorname{sen} \theta}$$

$$E_{\phi} = \frac{i \operatorname{sen} \phi}{kr} e^{-ikr + i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)}{n(n+1)} \left\{ a_n \pi_n(\cos \theta) + b_n \tau_n(\cos \theta) \right\}$$

As expressões de  $E_{\theta}$  e  $E_{\phi}$  podem ser escritas na forma:

$$E_{\phi} = \frac{i \operatorname{sen} \phi}{kr} e^{-ikr + i\omega t} S_1(\theta)$$

$$E_{\theta} = -\frac{i \cos \phi}{kr} e^{-ikr + i\omega t} S_2(\theta)$$

onde:

$$\left\{ \begin{array}{l} S_1(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)}{n(n+1)} \left\{ a_n \pi_n(\cos \theta) + b_n \tau_n(\cos \theta) \right\} \\ S_2(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)}{n(n+1)} \left\{ a_n \tau_n(\cos \theta) + b_n \pi_n(\cos \theta) \right\} \end{array} \right. \quad (3.47)$$

As expressões de (3.47) são conhecidas como funções amplitudes da onda espalhada.

As componentes  $H_{\theta}$  e  $H_{\phi}$  são obtidas das expres



sões de (3.20), ou seja:

$$H_{\theta} = - \frac{j}{r \sin \theta} \frac{\partial(ru)}{\partial \theta} + \frac{i}{kr \sin \theta} \frac{\partial^2(rv)}{\partial r \partial \theta}$$

$$H_{\phi} = \frac{j}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial \theta} + \frac{i}{kr \sin \theta} \frac{\partial^2(rv)}{\partial r \partial \phi}$$

Comparando as expressões de  $H_{\theta}$  e  $H_{\phi}$  com as de  $E_{\theta}$  e  $E_{\phi}$ , notamos que:

$$E_{\theta} = H_{\phi} \quad ; \quad - E_{\phi} = H_{\theta}$$

Da figura (III.1) vemos que as componentes perpendicular e paralela do campo elétrico da onda incidente são:  $E_{or} = \sin \phi$ ;  $E_{o\ell} = \cos \phi$ , onde  $r$  e  $\ell$  referem-se aos campos elétricos paralelo e perpendicular com o plano de espalhamento. Essas ondas espalhadas são:

$$E_r = - E_{\phi} \quad ; \quad E_{\ell} = E_{\theta}$$

Dessa forma,  $E_r$  e  $E_{\ell}$  podem ser escritos

$$\begin{cases} E_r = S_1(\theta) \frac{e^{-ikr + i\omega t}}{ikr} E_{or} \\ E_{\ell} = S_2(\theta) \frac{e^{-ikr + i\omega t}}{ikr} E_{o\ell} \end{cases} \quad (3.48)$$

Na forma matricial, temos:

$$\begin{pmatrix} E_{\ell} \\ E_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_2(\theta) & 0 \\ 0 & S_1(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{o\ell} \\ E_{or} \end{pmatrix} \frac{e^{-ikr + i\omega t}}{ikr} \quad (3.49)$$

Da equação (3.49) vemos que a onda espalhada, a uma distância muito grande da partícula espalhadora, é uma onda esférica com uma amplitude inversamente proporcional à distância  $r$ .

As funções intensidades são definidas como o quadrado do módulo das amplitudes, ou seja:

$$\begin{cases} i_1(\theta) = |S_1(\theta)|^2 \\ i_2(\theta) = |S_2(\theta)|^2 \end{cases} \quad (3.50)$$

As intensidades da onda espalhada, devido a polarização perpendicular e paralela respectivamente são:

$$\begin{cases} I_1 = \frac{i_1(\theta)}{k^2 r^2} I_0 \\ I_2 = \frac{i_2(\theta)}{k^2 r^2} I_0 \end{cases} \quad (3.51)$$

Portanto, a intensidade da luz natural incidente será:

$$I = \frac{i_1(\theta) + i_2(\theta)}{k^2 r^2} I_0 \quad (3.52)$$

As expressões de (3.51) mostram que a radiação espalhada  $\vec{E}$  sempre polarizada.

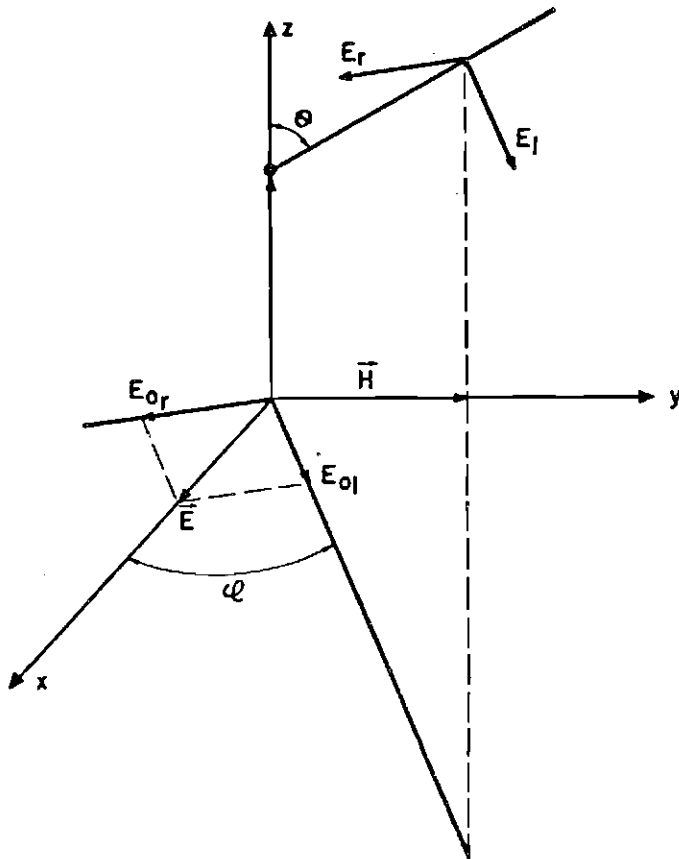


Fig. III.1 - Decomposição dos campos elétricos das ondas incidente e espalhada.

Para  $\theta = 180^\circ$ , que é o ângulo de retroespalhamento, podemos calcular  $\tau_n(\cos \theta)$  e  $\pi_n(\cos \theta)$ . Portanto, teremos:

$$\pi_n(\cos \theta) = \frac{P_n^{(1)}(\cos \theta)}{\sin \theta} \quad ; \quad \tau_n(\cos \theta) = \frac{d}{d\theta} P_n^{(1)}(\cos \theta) \quad ; \quad n = 1, 2, \dots, \infty$$

$$\pi_1(-1) = -1 \quad \therefore \quad \tau_1(-1) = 1$$

$$\begin{array}{ll}
 \pi_2(-1) = 3 & \therefore \tau_2(-1) = -3 \\
 \pi_3(-1) = -6 & \therefore \tau_3(-1) = 6 \\
 \pi_4(-1) = 10 & \therefore \tau_4(-1) = -10 \\
 \vdots & \vdots \\
 \pi_n(-1) = (-1)^n \frac{(n+1)n}{2} & \therefore \tau_n(-1) = (-1)^{n+1} \frac{(n+1)n}{2}
 \end{array}$$

ou ainda, podemos escrever que:

$$-\tau_n(-1) = \pi_n(-1) = (-1)^{n+1} \frac{n(n+1)}{2} \quad (3.53)$$

As amplitudes para o retroespalhamento serão:

$$S_1(180^\circ) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(n + \frac{1}{2}\right) (a_n - b_n)$$

$$S_2(180^\circ) = -\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(n + \frac{1}{2}\right) (a_n - b_n)$$

Portanto:

$$S_1(180^\circ) = -S_2(180^\circ)$$

### 3.3 - AVALIAÇÃO NUMÉRICA DAS FUNÇÕES INTENSIDADES PARA $\theta = 180^\circ$ E DO COEFICIENTE VOLUMÉTRICO DE RETROESPALHAMENTO

### 3.3.1 - AVALIAÇÃO NUMÉRICA DAS FUNÇÕES INTENSIDADES PARA

$$\theta = 180^\circ$$

O interesse em obter o valor numérico das funções intensidades prende-se somente aos cálculos dos coeficientes volumétricos de retroespalhamento, a fim de que possamos interpretar o sinal de Laser retroespalhado por aerossóis estratosféricos.

Os cálculos das funções intensidades foram feitos para índices de refração 1,31; 1,33; 1,40; 1,42 e 1,50, correspondendo respectivamente ao gelo, a água, ao ácido sulfúrico, aos sulfatos e silicatos. Estas funções foram calculadas para "x" variando entre 0,1 a 110, com um incremento de 0,05. Este incremento foi escolhido a fim de evitar erros nos cálculos das funções intensidades, visto que, para incrementos maiores, as funções intensidades, segundo Penndorf (1961) que efetuou os cálculos destas funções usando o método de interpolação, apresentam erros consideráveis.

Os cálculos das funções intensidades retroespalhadas foram feitos tomando como índice das funções esféricas de Bessel aquele usado por Deirmendjan (1961), ou seja:  $n = 1,2x + 9$ . Como o argumento das funções esféricas de Bessel era menor que o índice destas funções, as regras de recorrências não podiam ser usadas diretamente a fim de calcular estas funções. O método numérico é sugerido no Handbook of Mathematical Functions (1965).

As funções de Riccati-Bessel representadas por  $\psi_n$  e  $\zeta_n$ , obedecem todas as propriedades das funções esféricas de Bessel. Como ilustração, mostraremos estas funções e suas respectivas regras de recorrências.

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \psi_0(x) = x j_0(x) = \text{sen } x \\
 \psi_1(x) = x j_1(x) = \frac{\text{sen } x}{x} - \text{cos } x \\
 \psi_2(x) = x j_2(x) = \left( \frac{3}{x^2} - 1 \right) \text{sen } x + \frac{3}{x} \text{cos } x \\
 \dots \dots \dots (3.54) \\
 \psi_{n+1}(x) = x j_{n+1}(x) = \frac{(2n+1)}{x} \psi_n(x) - \psi_{n-1}(x) \\
 \dot{\psi}_n(x) = -\frac{n}{x} \psi_n(x) + \psi_{n-1}(x)
 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \zeta_0(x) = i e^{-ix} \\
 \zeta_1(x) = (i/x - 1) e^{-ix} \\
 \zeta_2(x) = (3/x^2 - 1) i e^{-ix} - \frac{3}{x} e^{-ix} \\
 \dots \dots \dots (3.55) \\
 \zeta_{n+1}(x) = \frac{(2n+1)}{x} \zeta_n(x) - \zeta_{n-1}(x) \\
 \dot{\zeta}_n(x) = -\frac{n}{x} \zeta_n(x) + \zeta_{n-1}(x)
 \end{array} \right.$$

Para  $\psi_n(y)$  e  $\zeta_n(y)$  e suas derivadas, o argumento  $x$  das fórmulas acima é mudado para  $y$ .

### 3.3.2 - COEFICIENTE VOLUMÉTRICO ACUMULATIVO DE RETROESPALHAMENTO.

Para o retroespalhamento, isto é, quando  $\theta = 180^\circ$ ,  $i_1(180^\circ) = i_2(180^\circ)$ , neste caso, teremos uma única intensidade que identificaremos por  $i_M$  e será definida pela seguinte relação:

$$I = \frac{n i_M I_0 V}{k^2 r^2} = \frac{\sigma_M I_0 V}{r^2} \quad (3.56)$$

onde:  $n i_M/k^2$  é o coeficiente de retroespalhamento Mie ou seja:  $\sigma_M$ .

$I$  = Intensidade de radiação espalhada a uma distância  $r$  dos espalhadores.

$I_0$  = Intensidade da radiação incidente no espalhador.

$V$  = Volume.

$n$  = Número de partículas contidas no volume  $V$ .

Considerando uma distribuição contínua de partículas de poeira, podemos escrever o coeficiente de retroespalhamento na seguinte forma:

$$\sigma(a) = \frac{1}{k^2} \int_{a_1}^{a_2} i_M(a) d n(a) \quad (3.57)$$

A fim de obtermos o coeficiente de retroespalhamento para um determinado intervalo de raio, efetuamos os cálculos do coeficiente volumétrico acumulativo de retroes

palhamento em função do limite superior do raio das partículas. Desta forma a equação (3.57) fica:

$$\sigma_L(a) = \frac{1}{k^2} \sum_{\ell=1}^L i_M(a_\ell) \Delta n(a_\ell) \quad (3.58)$$

A distribuição de tamanho assumida foi a lei de potência, onde:

$$\Delta n(a_\ell) = \frac{c}{2,303} a_\ell^{-(\gamma+1)} \Delta a$$

fazendo  $a_\ell = \ell \Delta a$ , a expressão (3.58) torna-se:

$$\sigma_L(a) = \frac{c}{2,303 k^2 (\Delta a)^\gamma} \sum_{\ell=1}^L i_M(a_\ell) / \ell^{(\gamma+1)} \quad (3.59)$$

como  $x = ka$ , então  $\Delta a = \frac{\Delta x}{k}$

Em termos de  $x$  a equação (3.59) torna-se:

$$\sigma_L = \frac{c}{2,303} \cdot \frac{k^{\gamma-2}}{(\Delta x)^\gamma} \sum_{\ell=1}^L i_M(x_\ell) / \ell^{\gamma+1} \quad (3.60)$$

No cálculo da equação (3.60), o primeiro valor de  $x$  usado foi 0,05 e o incremento adotado 0,05.

A constante "c" é determinada assumindo que o número de partículas com raios entre 0,1 e 1,0  $\mu\text{m}$  é  $10^{+6}$  partículas por metro cúbico, ou seja:



$$n(a) = \frac{c}{2,303} \int_{r_1}^{r_2} a^{-(\gamma+1)} da$$

Se considerarmos a densidade numérica em (partículas/cm<sup>3</sup>) e os raios em centímetros, teremos:

$$c = - \frac{2,303 \gamma}{10^{4\gamma}(1 - 10^\gamma)}$$

A função (3.60) foi calculada para comprimento de onda 0,5890  $\mu\text{m}$  e para vários modelos de distribuição ou seja,  $\gamma = 2,3,4$ . Os resultados calculados são mostrados nas figuras (III.2) a (III.6).

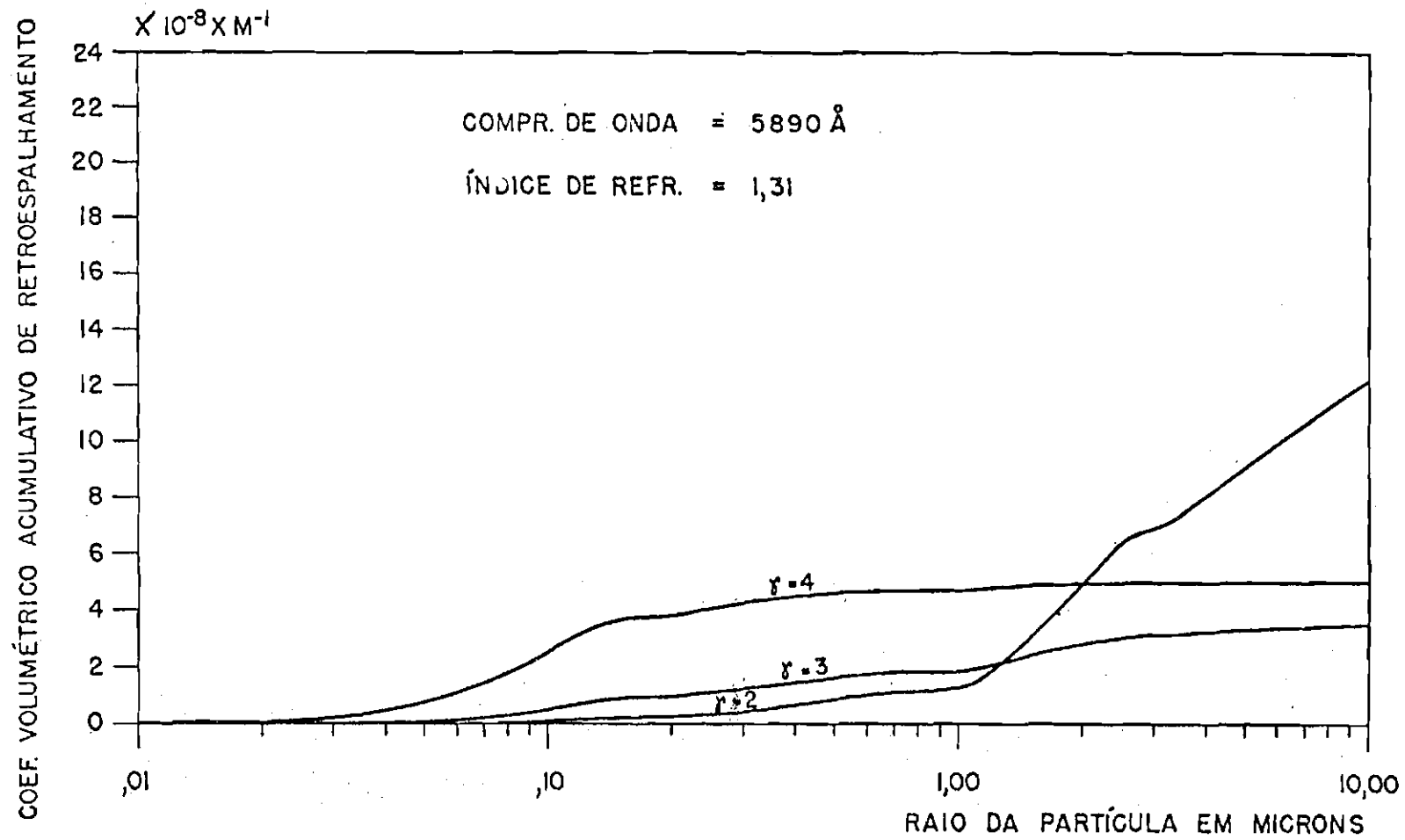


Fig. III.2 - Coeficiente volumétrico acumulativo de retroespalhamento para o gelo.

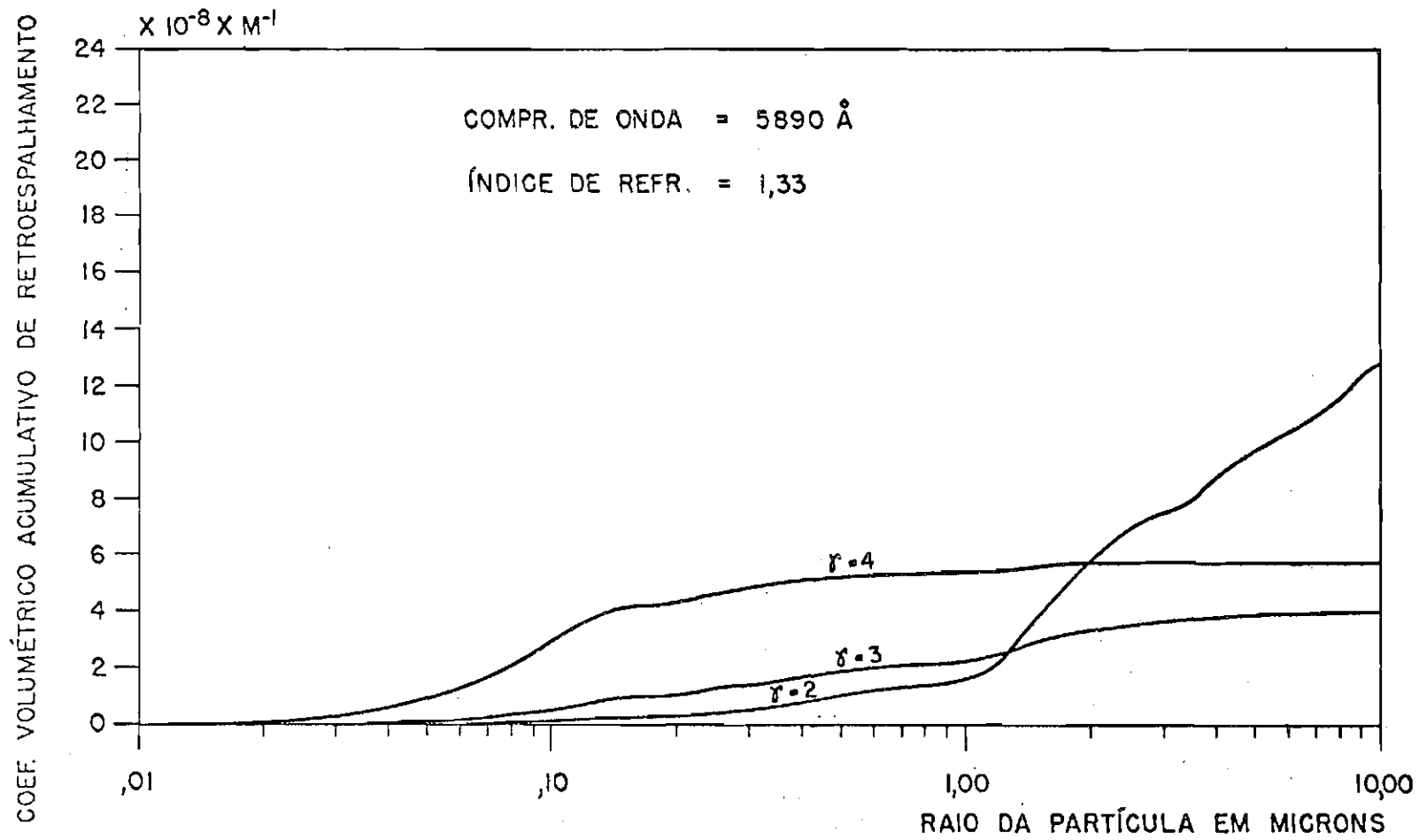


Fig. III.3 - Coeficiente volumétrico acumulativo de retroespalhamento para o vapor d'água.

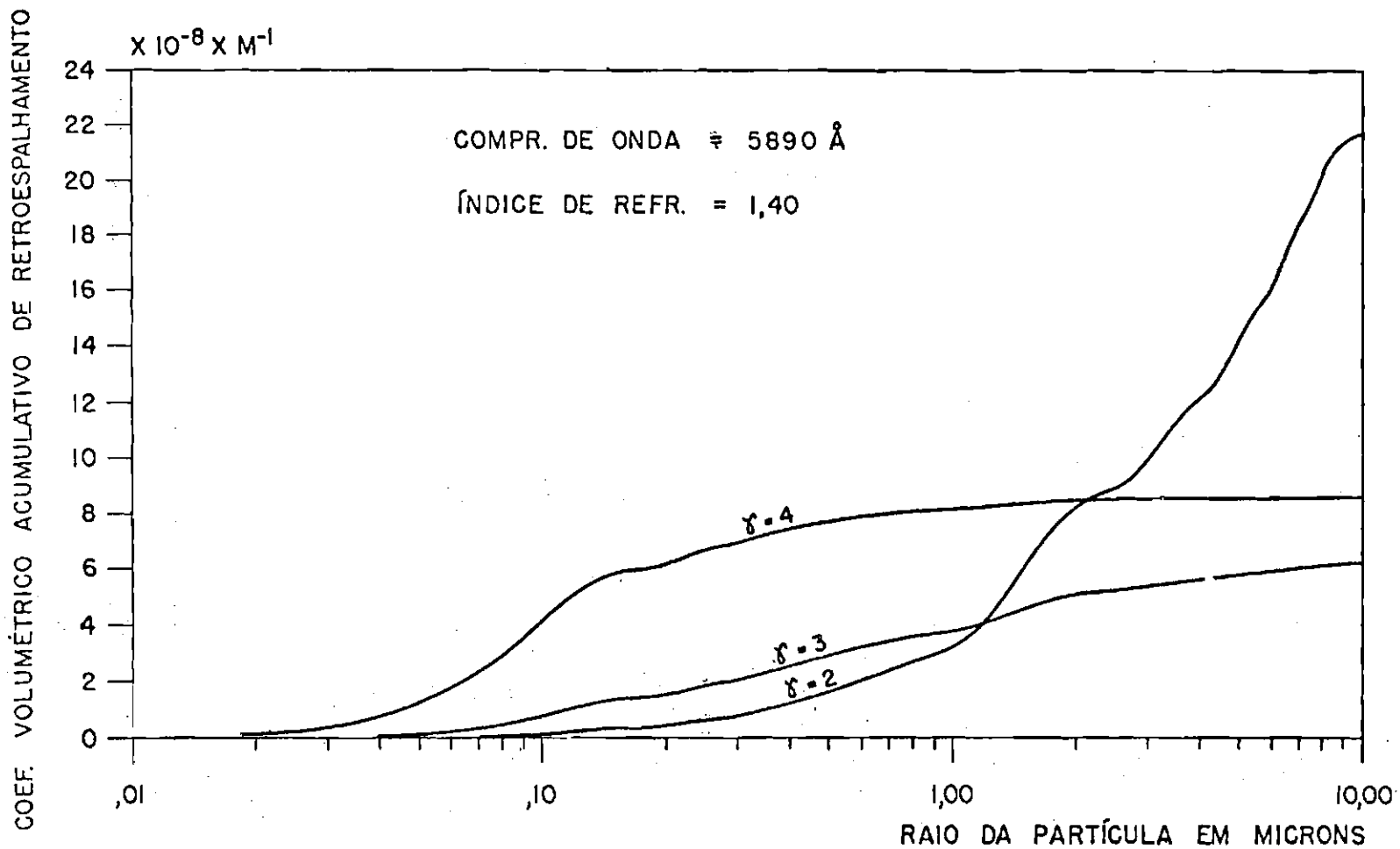


Fig. III.4 - Coeficiente volumétrico acumulativo de retroespalhamento para o ácido sulfúrico.

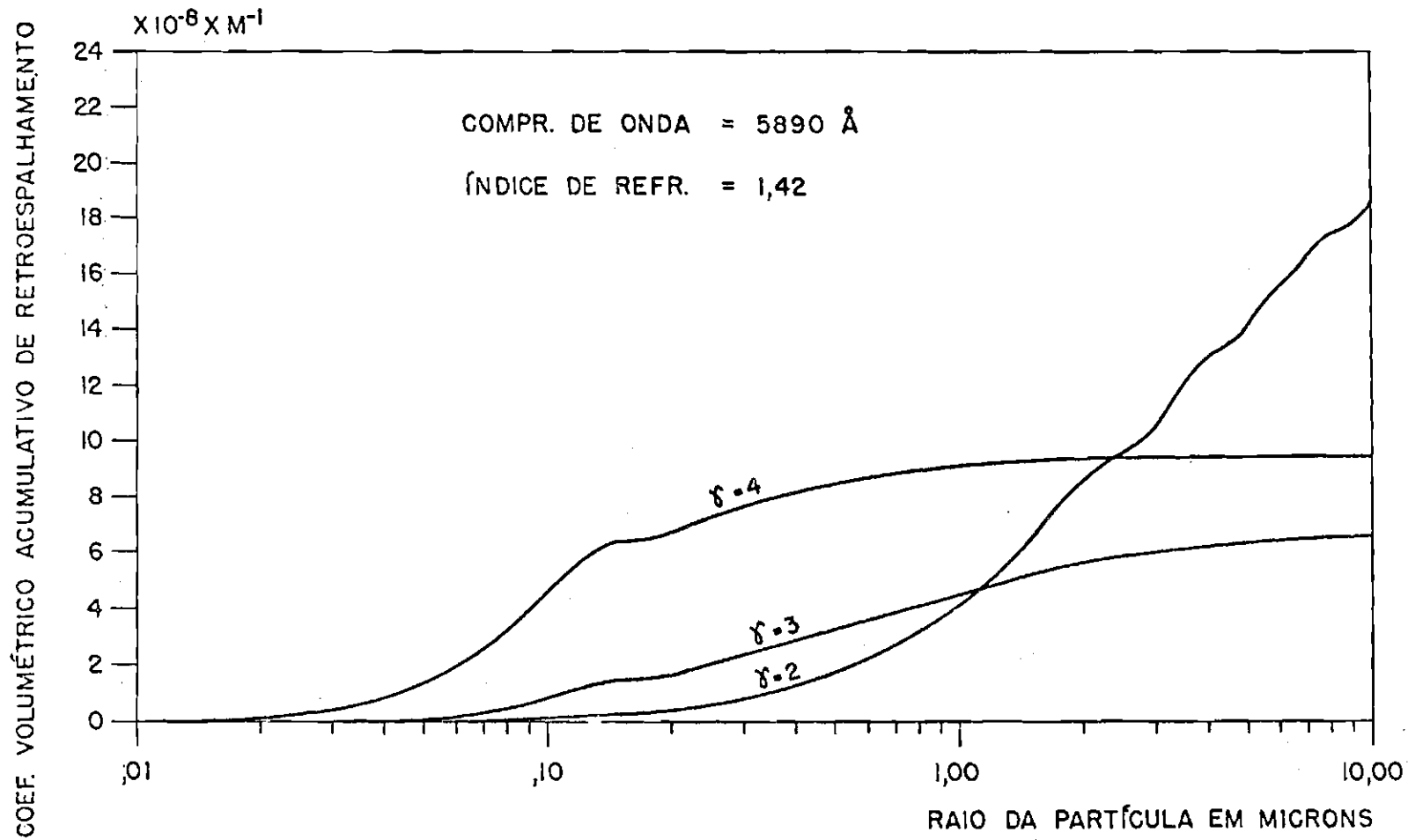


Fig. III.5 - Coeficiente volumétrico acumulativo de retroespalhamento para os sulfatos.

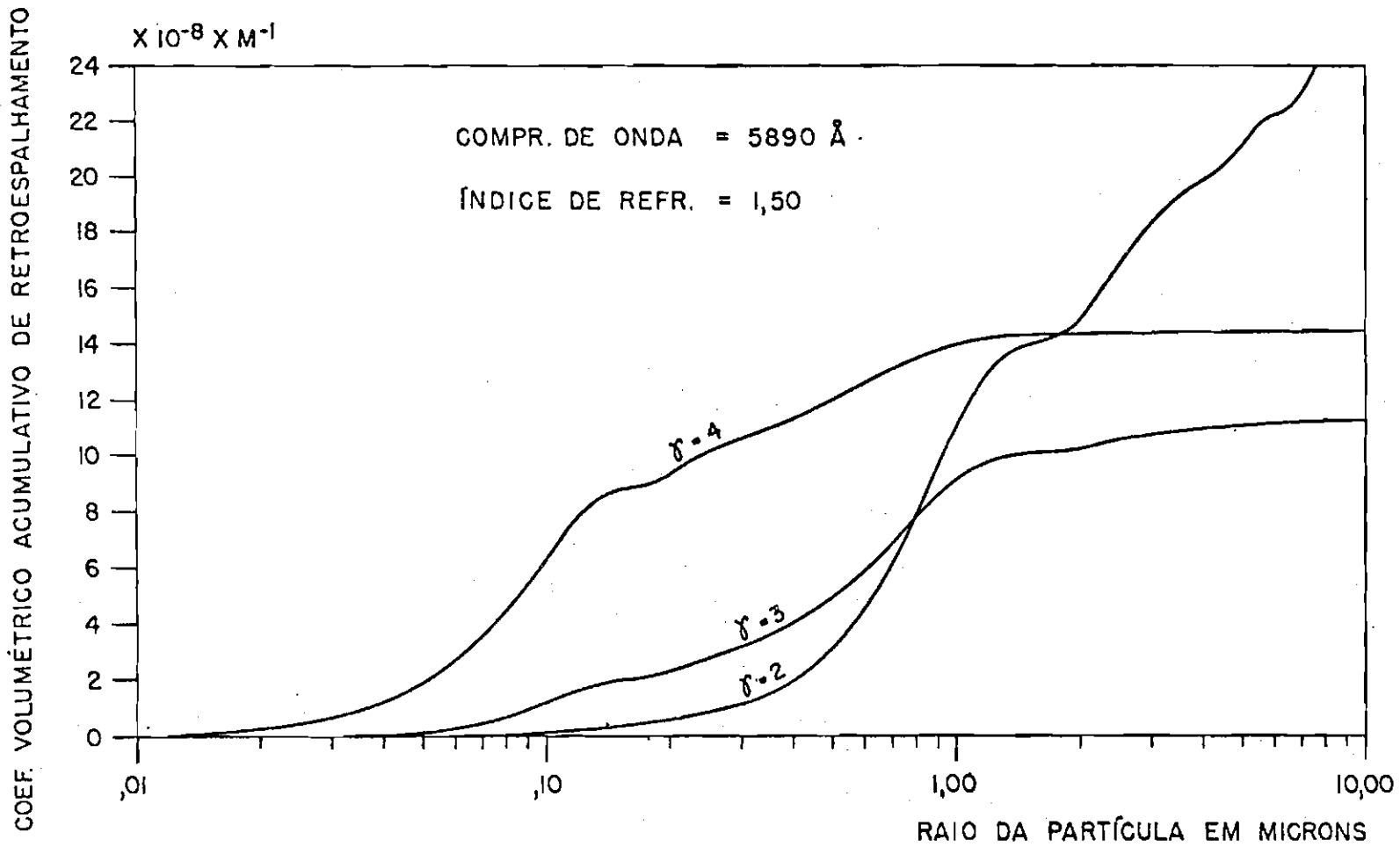


Fig. III.6 - Coeficiente volumétrico acumulativo de retroespalhamento para os silicatos.

## CAPÍTULO IV

### INTERPRETAÇÃO DOS DADOS OBTIDOS COM O RADAR DE LASER

#### 4.1 - PERFIL DE ESPALHAMENTO

Com o sistema de radar de Laser, instalado em São José dos Campos, medimos o perfil de espalhamento da estratosfera entre 15 a 50 quilômetros de altitude, num comprimento de onda de 0,5890  $\mu\text{m}$ . O perfil de espalhamento na da mais  $\bar{e}$  do que a variação, com a altitude, da secção transversal do espalhamento óptico da atmosfera, por unidade de volume.

Comparando o perfil de espalhamento experimental com o perfil esperado para os constituintes atmosféricos moleculares,  $\bar{e}$  possível determinar a contribuição das partículas de poeira que ficam suspensas na atmosfera. A figura IV.1 mostra um perfil experimental, junto a um perfil teórico característico da atmosfera livre de corpos estranhos. Nesta figura, podemos notar existir no perfil experimental um excesso de espalhamento entre 16 e 28 quilômetros de altitude e o valor máximo deste fica em torno de 20 quilômetros.  $\bar{E}$  conveniente expressar o espalhamento da luz em termos da razão entre o espalhamento total, provocado por moléculas de ar e partículas de poeira, e o espalhamento devido, apenas, às moléculas de ar. Esta razão  $\bar{e}$  conhecida como razão de espalhamento e definida como se segue:

$$R(h) \equiv \frac{[n(h)\rho_R + \sigma_M(h)]}{n(h)\rho_R}$$

$$R(h) = 1 + \frac{\sigma_M(h)}{n(h)\rho_R} \quad (4.1)$$

Expressando os dados experimentais como uma razão dos coeficientes de espalhamento, permite-nos representá-los numa forma padrão, sem fazer qualquer suposição sobre a natureza das partículas de poeira. Assim, se a razão de espalhamento observada for maior que a unidade, isto indica a presença de partículas de poeira e dá a relação entre os coeficientes de espalhamento Mie e o coeficiente de espalhamento Rayleigh, mas não proporciona nenhuma outra informação mais específica sobre a natureza das partículas. Na figura IV.2a representamos esta razão referente aos dados da figura IV.1, como função da altitude.

Uma vez calculada a razão de espalhamento, podemos facilmente obter o coeficiente de espalhamento Mie a partir da equação 4.1.

$$\sigma_M(h) = [R(h) - 1] n(h) \rho_R \quad (4.2)$$

O coeficiente de retroespalhamento, que é de nosso interesse, é obtido diretamente das razões de retroespalhamento, onde o coeficiente molecular de retroespalhamento, é dado por  $n(h) \rho_R(180^\circ)$ , a saber,  $\rho_R(180^\circ)$ , é a secção transversal de retroespalhamento Rayleigh para uma molécula de ar, onde para o comprimento de onda usado ( $\lambda = 0,5890 \mu\text{m}$ ) vale  $3,927 \times 10^{-32} \text{ m}^2$  e  $n(h)$  é a densidade numérica molecular em função da altitude. A figura IV.2b representa o coeficiente de retroespalhamento para aerossóis. Este coeficiente será diretamente proporcional à concentração ou à densidade numérica de partículas de poeira, se a distribuição de tamanho, a composição, o índice de refração e a forma das partículas, permanecerem constantes com a altura. Nestas condições, esta quantidade é definida como o produto da secção transversal de retroespalhamento Mie ( $\rho_M(180^\circ) \text{ m}^2/\text{sr}$ ) e a concentração de partículas ( $n_M/\text{m}^3$ ). As funções de retroespa



lhamento desenvolvidas e descritas desta maneira, podem ser comparadas com medidas diretas da densidade numérica de aerosol, a qual também é uma função da altitude.

#### 4.2 - ESTIMATIVA DA CONCENTRAÇÃO DE AEROSOL ESTRATOSFÉRICO

O radar Laser, como todo instrumento de sensoriamento remoto, apresenta várias deficiências quando os seus resultados são comparados com medidas efetuadas "in situ". Não pode proporcionar informações sobre a composição química ou, se restringimos a sua operação a um único comprimento de onda, sobre a distribuição do tamanho das partículas. Além disso, as quantidades ópticas que ele mede não podem ser convertidas sem ambigüidade no número de partículas ou massa das mesmas sem informações auxiliares sobre a composição, forma e distribuição do tamanho das partículas. Contudo, o radar tem várias vantagens sobre os sensores diretos, que fazem dele um útil complemento em estudos estratosfêricos. Estas vantagens incluem as rápidas e contínuas observações de regiões estratosféricas, como o fato de não alterarem as quantidades observadas e o baixo custo por observações, o que permite um longo tempo de operação. As observações de radar são fontes valiosas no estudo de aerossóis estratosféricos, e são de especial valor na complementação das medidas "in situ".

Como foi mencionado anteriormente, a densidade numérica das partículas de poeira não pode ser obtida diretamente do perfil de espalhamento sem fazermos uso das já mencionadas informações adicionais a respeito da forma, índice de refração e distribuição do tamanho das partículas. Porém, para podermos relacionar a secção transversal de espalhamento com a densidade numérica, faremos uso da teoria do espalhamento Mie que foi descrita no capítulo III e assumiremos também, partículas perfeitamente esféricas com índi

ces de refração de 1,31; 1,33; 1,40; 1,42 e 1,50 correspondentes ao gelo, água, ácido sulfúrico, sulfatos e silicatos e como distribuição de tamanho, a lei de potência usada por Junge (1961). Esta lei, já foi mencionada anteriormente e tem a seguinte forma:  $dn(r)/d(\log r) = \text{const} \times r^{-\gamma}$ , onde "r" é o raio das partículas e  $\gamma$  é uma constante que dá a ordem de distribuição. Como exemplo da aplicação da teoria Mie, mostraremos na figura IV.3 a variação do coeficiente volumétrico de retroespalhamento para as partículas de poeira estratosférica, medido em 15 de outubro de 1975. Do lado direito desta mesma figura apresentamos escalas correspondentes ao número de partículas por metro cúbico para diversos índices de refração e distribuições de tamanho. As escalas foram calculadas para partículas de raios compreendidos entre 0,15 e 1,0  $\mu\text{m}$ . Escalas para outros limites são facilmente determinadas utilizando os gráficos do item 3.3.2 do capítulo III.

A densidade numérica de aerossóis estratosféricos também pode ser obtida por meio de contadores fotoelétricos de partículas levados a bordo de balões e aeronaves. Esta técnica tem sido usada por Rosen (1964 e 1968), Pinnick et al. (1973), Russel et al. (1974), Northam et al. (1974) e ultimamente Remsberg et al. (1975). Nesta técnica, um balão a grande altura é usado para levar a "dustsonde". À medida que o balão sobe, o ar ambiente é aspirado através de uma câmara de espalhamento de luz. Aerossóis presentes no ar ambiente espalham a luz à medida que passam no campo de visão da câmara. Os pulsos que saem das fotomultiplicadoras são medidos e contados proporcionando, desta forma, a distribuição do tamanho e a concentração de partículas como funções da altura.

Northam et al. (1974) efetuaram uma experiência, combinando as técnicas do LIDAR e as de "dustsonde", a fim de comparar as concentrações de aerossóis, em função da

altura, obtidas por estas duas técnicas. Deste experimento decorreu a conclusão que existe uma relação linear entre o coeficiente de retroespalhamento de aerosol, obtido de dados do LIDAR, e a concentração de aerosóis medida "in situ", por contadores fotoelétricos de partículas. A relação linear entre estas duas variáveis pode ser escrita:

$$\sigma_M(h) = \sigma_a n_a(h) \quad (4.3)$$

onde  $\sigma_a$  é a secção transversal efetiva para as partículas de aerosóis,  $\sigma_M(h)$  é o coeficiente de retroespalhamento e  $n_a(h)$  é a concentração de aerosóis.

No experimento efetuado por Northam et al (1974), utilizando um laser de rubi e um contador fotoelétrico de partículas, levado a bordo de um balão, houve os seguintes resultados: a uma altitude de 20 quilômetros, obtiveram com o Lidar um coeficiente de retroespalhamento igual a  $8 \times 10^{-9}/\text{msr}$  e, com a "dustsonde",  $10^6$  partículas/ $\text{m}^3$  com raios maiores do que  $0,15 \mu\text{m}$ . Desta forma, a secção efetiva para estas partículas de aerosóis é  $8 \times 10^{-15} \text{m}^2/\text{sr}$ . Destes dados podemos calcular a secção transversal efetiva para o comprimento de onda utilizado em nosso sistema de radar. Segundo Pinnick et al. (1976), os coeficientes de retroespalhamento, para diferentes comprimentos de ondas, são inversamente proporcionais aos comprimentos de ondas, ou seja:

$$\sigma_M(\lambda_1, h) = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \sigma_M(\lambda_2, h) \quad (4.4)$$

Substituindo a expressão (4.4) em (4.3), teremos a expressão que dará a secção transversal efetiva para o nosso comprimento de onda:

$$\sigma_a = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 n_a(h)} \sigma_M(\lambda_2, h) \quad (4.5)$$

Para os dados obtidos por Northam et al. (1974), a secção transversal efetiva, para o comprimento de onda usado no nosso sistema de radar é:  $9,43 \times 10^{-15} \text{ m}^2/\text{sr}$ . Com esta secção transversal efetiva, para as partículas de poeira com raios maiores do que  $0,15 \text{ }\mu\text{m}$  e a uma altura de 20 quilômetros, podemos calcular a densidade numérica para os dados de nosso radar. Por exemplo, se tomarmos os dados do dia 15 de outubro de 1975, a densidade numérica das partículas de poeira a 20 quilômetros de altitude será  $2,23 \times 10^6 \text{ part}/\text{m}^3$ . Comparando este resultado com aqueles obtidos usando a teoria Mie e representados na figura IV.3, vemos que os métodos se equivalem; por exemplo, para o gelo e para uma distribuição de tamanho com  $\gamma$  igual a 3, a diferença é de 9%. As diferenças que existem são devidas às restrições feitas quando do emprego da teoria Mie no cálculo da densidade de partículas. Por outro lado, o método usado por Northam et al. (1974) restringe o menor raio que uma partícula deve ter, para que possa ser contada. Não faz nenhuma outra restrição acerca da forma, da distribuição de tamanho e da natureza das partículas que são contadas. Por estas razões, podemos afirmar que os resultados obtidos por estes métodos se equivalem.

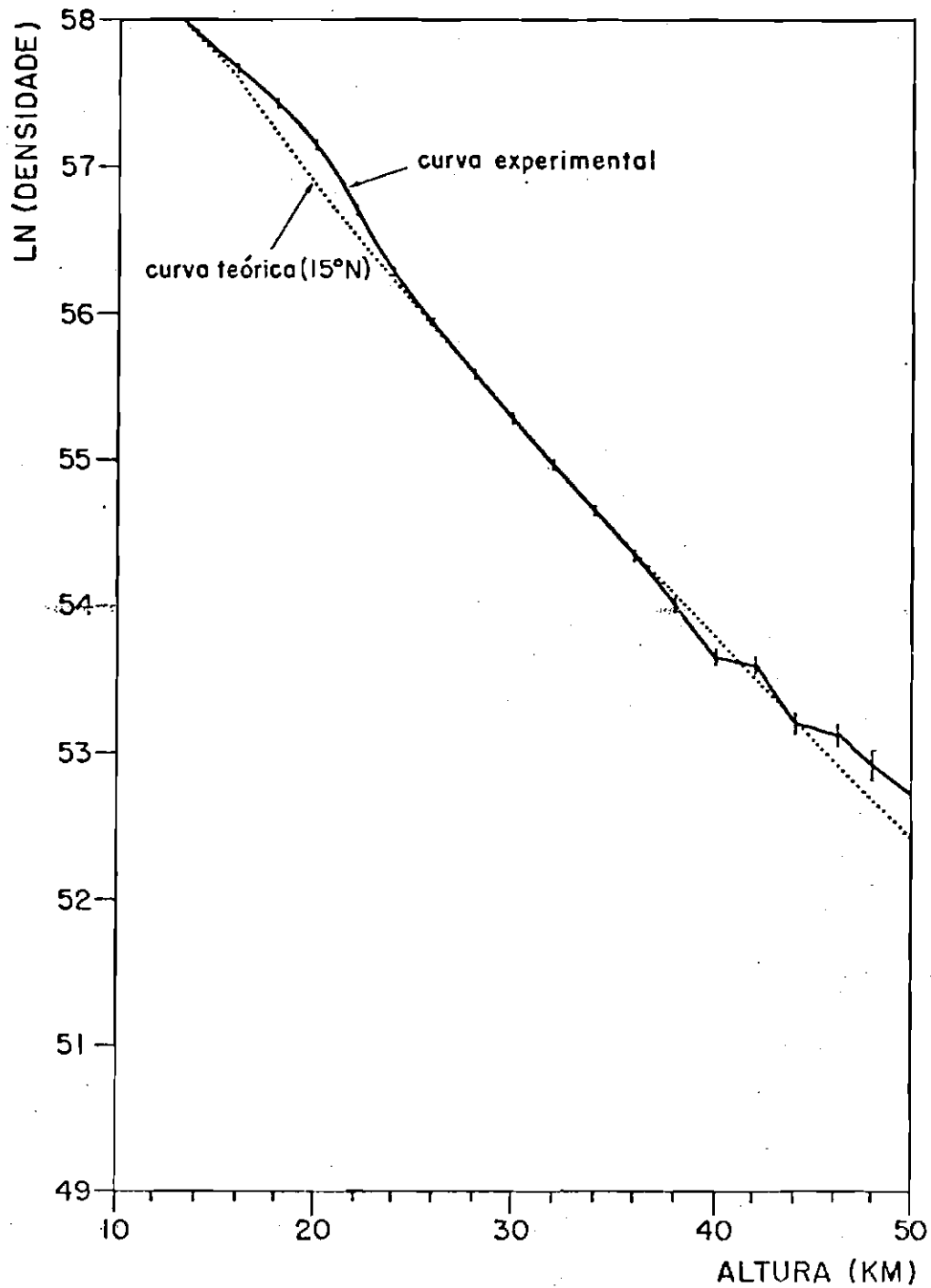


Fig. IV.1 - Perfil médio de espalhamento para São José dos Campos (Dados correspondentes ao dia 15/10/75).

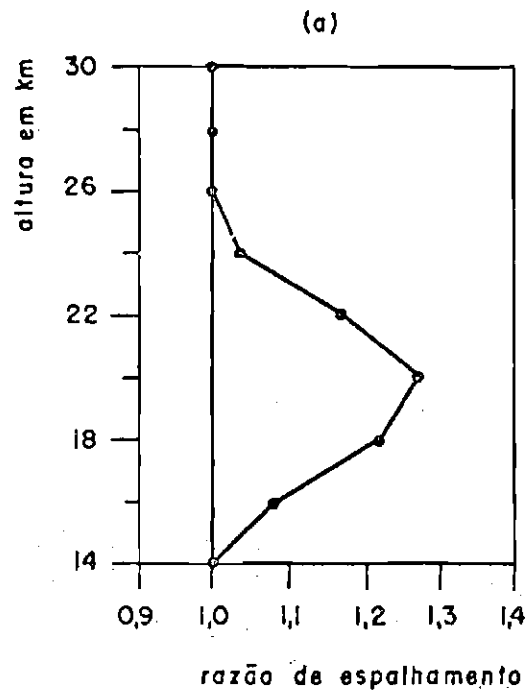


Fig. IV.2 - a) Perfil de razão de retroespalhamento em função da altura.

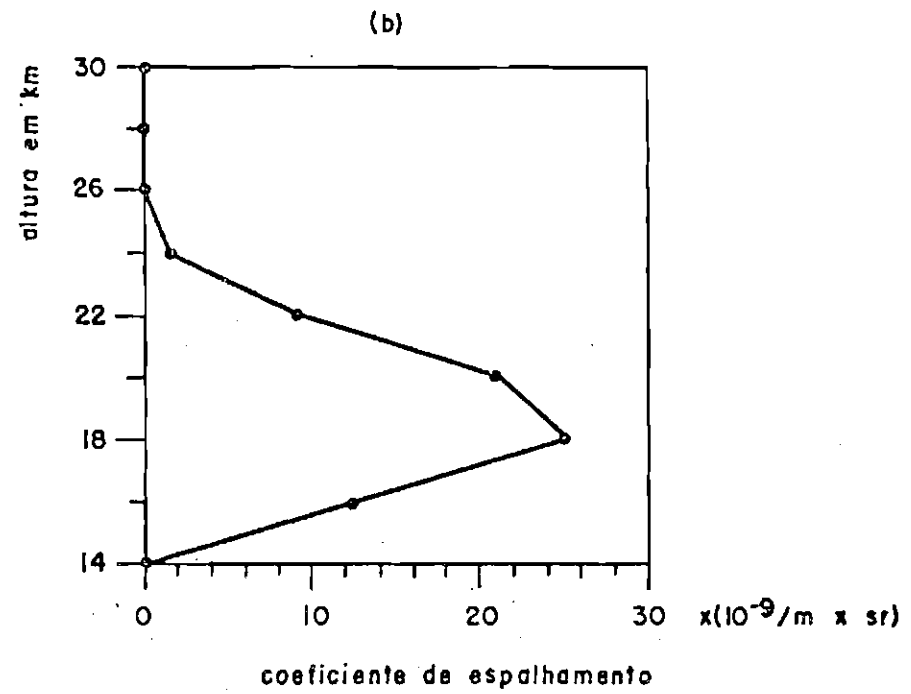


Fig. IV.2 - b) Variação média do coeficiente de retroespalhamento com a altura (Dados correspondentes ao dia 15/10/75).

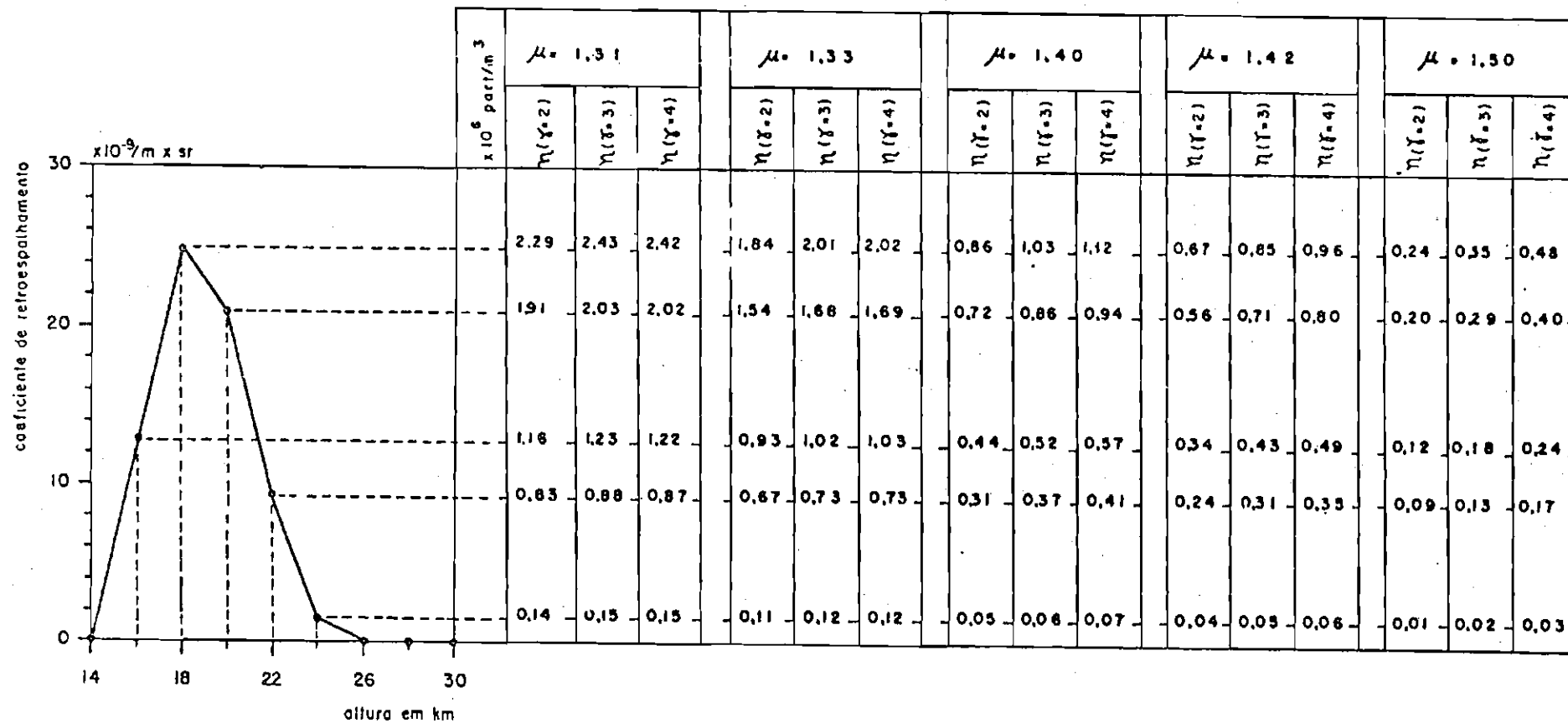


Fig. IV.3 - Densidade numérica das partículas de poeira com raios entre 0,15 e 1,0 μm relativas ao dia 15/10/75 (λ = 0,5890 μm).

## CAPÍTULO V

### RESULTADOS

Para este estudo, sucessivas observações de radar foram feitas em São José dos Campos (23° S, 46° E), desde julho de 1970 a fevereiro de 1977. Todas as observações foram feitas à noite para reduzir o ruído devido à luz do céu. As observações não podem ser efetuadas na presença de nuvens, portanto a ocorrência das mesmas influencia na escolha dos dias de observações.

Neste trabalho serão apresentadas variações temporais de aerossóis estratosféricos. Para apresentar, de maneira sucinta, essas variações da densidade numérica das partículas de poeira, verificadas durante o período em estudo, mostraremos a média mensal das razões de retroespalhamento desde julho de 1970 a fevereiro de 1977.

O comprimento de onda utilizado, nas medidas obtidas em julho e agosto de 1970, foi de 0,6943  $\mu\text{m}$ , enquanto que todas as outras foram com um comprimento de onda de 0,5890  $\mu\text{m}$ . Pinnick et al. (1976) encontraram que a seção transversal de espalhamento para uma distribuição característica de aerossol deveria variar com  $\lambda^{-1}$ . Como a seção transversal Rayleigh varia com  $\lambda^{-4}$ , a razão de mistura para o retroespalhamento deve ser proporcional a  $\lambda^3$ . Isto significa que a razão de mistura para o retroespalhamento para  $\lambda = 0,5890 \mu\text{m}$  deveria ser aproximadamente 60% daquela medida para  $\lambda = 0,6943 \mu\text{m}$ .

Na figura V.1, onde apresentamos a variação, com o tempo e altura, da razão média de retroespalhamento, as razões de retroespalhamento obtidas em 1970 devem ser corrigidas, multiplicando  $\sigma_M / (n \rho_R)$  por um fator de 0,6, para



que estas razões sejam compatíveis com as razões obtidas com o comprimento de onda de  $0,5890 \mu\text{m}$ .

Em julho e agosto de 1970, verificamos existir uma apreciável quantidade de poeira, sendo que a razão média de retroespalhamento para o mês de julho, à altura de 22 quilômetros, atingiu aproximadamente 1,4 para o comprimento de  $0,6943$ , equivalente a 1,24, para  $\lambda$  igual a  $0,5890 \mu\text{m}$ . Medidas feitas nessa mesma época em Boulder, Colorado (Schuster, 1970) e em Adelaide, Austrália (Gambling et al, 1970) mostraram razões de retroespalhamento similares, para o mesmo comprimento de onda por nós utilizado. Cremos que estas partículas sejam ainda um reflexo da violenta erupção que ocorreu em 1963, do vulcão Gunung Agung localizado na ilha de Bali ( $8^\circ \text{S}$ ) e que, com o tempo, devido à difusão, à coagulação, à sedimentação e à lavagem da baixa estratosfera, tem diminuído (Volz, 1971). De setembro de 1970 a março de 1972, não foram feitas observações da baixa e da média estratosfera. As observações feitas, no período compreendido entre março de 1972 a abril de 1975, não mostraram espalhamento mensurável na camada Junge, a 20 quilômetros de altitude. É difícil estimar qual seria a razão mínima detectável, porque esta depende da distribuição dos aerossóis com a altura. Uma razão de mistura para o retroespalhamento, ou excesso de espalhamento:  $R(h) - 1$ , constante para todas as alturas não seria detectável, mesmo para altas concentrações de aerossóis. No caso de uma camada atmosférica estreita, seria óbvia, mesmo com razões de retroespalhamento tão baixas quanto 1,05. Por outro lado, o perfil da densidade atmosférica, obtido por radiossondagem em São José dos Campos, mostra haver uma variação máxima de aproximadamente 3% na densidade, à altura de 19 km. A figura V.2 representa a variação do perfil médio semi-anual da densidade atmosférica, em relação ao perfil médio anual. Nestas condições, somente uma razão de retroespalhamento acima de 1,05, acusaria, sem ambiguidade a existência de poeira.

Fernald e Shuster (1977) fizeram uma série de observações no hemisfério Norte, com um sistema de radar levado a bordo de uma aeronave e concluíram que 1973 foi um ano de baixa concentração de aerossóis. As razões de retroespalhamento obtidas por estes pesquisadores estavam compreendida entre 1,04 e 1,20. Estes pesquisadores usaram um laser de corante com onda de  $0,5850 \mu\text{m}$  e os seus resultados deveriam ser diretamente comparáveis aos nossos. A razão de retroespalhamento, média máxima, encontrada por Fernald e Shuster foi aproximadamente 1,12, exceto para latitudes menores do que  $10^\circ$ . Durante o ano de 1973, 34 observações foram feitas e em nenhuma destas ocasiões foi observado espalhamento na altura de 20 quilômetros; isto significa que a razão de retroespalhamento não foi maior do que 1,05 durante este período. Comparações de nossos resultados com os de Fernald e Shuster sugerem que a concentração de aerossóis a 20 quilômetros de altitude, era maior no hemisfério Norte do que no Sul, durante este período em que a quantidade de poeira na atmosfera era baixa. Por outro lado, medidas efetuadas por contadores de partículas levadas a bordo de balões (Rosen et al., 1975 b), feitas durante 1973, mostram pequena diferença entre o hemisfério Norte e Sul. Cálculos da teoria Mie e comparações entre dados, obtidos com o radar de laser e por contadores fotoelétricos de partículas levados a bordo de balões (Pinnick et al., 1976), indicam que a concentração de aerossol, medida por Rosen et al., deveria corresponder a razões de retroespalhamento compreendidas entre 1,09 a 1,17, para um comprimento de onda de  $0,6943 \mu\text{m}$ . Tomando como base os resultados publicados por Rosen et al. (1975 b) e comparando com os nossos resultados, deveríamos ter razões de retroespalhamento compreendidas entre 1,05 e 1,10, durante o período em questão.

Embora não exista consistência completa entre as várias medidas efetuadas em ambos os hemisférios, existe

pequena evidência que a concentração de aerossóis, a 20 quilômetros de altitude, tenha sido maior no hemisfério Norte do que no sul, durante 1972 - 1973, período este de baixa atividade vulcânica.

Até meados de abril de 1975, espalhamento a 20 quilômetros de altitude continuava a não ser observado, porém, para altitudes inferiores, pequenas e ocasionais camadas eram observadas. Por exemplo, em março de 1972, à altura de 14 quilômetros, registramos uma razão de retroespalhamento da ordem de 1,45; este valor é devido a um único dia de observação, que provavelmente apresentava nuvens a essa altitude. Em outubro desse mesmo ano, foi verificada também uma razão de retroespalhamento de 1,22, na altura de 16 quilômetros e, em fevereiro e julho de 1973, a uma altura de 14 quilômetros, tivemos um excesso de espalhamento referente apenas a uma única observação.

A partir de maio de 1973, as observações foram feitas, praticamente sem nenhuma interrupção, a não ser aquelas devido às condições meteorológicas. Nesta sequência de medidas, notamos, a partir da segunda quinzena de abril de 1975, haver um aumento na razão de retroespalhamento, atingindo um valor médio de 1,27, no mês de agosto desse ano, e formando uma camada a 20 quilômetros de altitude. Nos anos de 1976 e 1977 notamos que houve uma redução na razão de retroespalhamento, cujo valor médio flutuou em torno de 1,15, formando uma camada de 8 quilômetros de espessura, entre 18 e 26 quilômetros. Este aumento de poeira, registrado nos anos de 1975, 1976 e 1977, pode ser explicado pela hipótese da poeira vulcânica e pela circulação meridional média, acrescida aos processos de mistura em grande escala, na baixa estratosfera tropical.

## 5.1 - HIPÓTESE VULCÂNICA

Durante fortes erupções vulcânicas, grande quantidade de cinzas e gases são lançados na atmosfera:

- a) CINZAS: São materiais de constituição arenosa, contendo desde fragmentos finos, de cerca de 4 a 1/4 de milímetro de tamanho, até, às vezes, partículas de dimensões menores, como de poeira impalpável. Podem constituir-se de poeira resultante da explosão de rochas já consolidadas ou do magma finamente fragmentado ou pulverizado pela explosão.
- b) GASES: São constituídos de vapores e gases produzidos pelas atividades vulcânicas. Incluem-se também as substâncias que inicialmente eram gasosas ou vapores e que posteriormente mudaram seu estado, como por exemplo a água condensada dos vapores e o enxofre.

O mais comum é o vapor de água, que pode constituir 80 a 95% dos gases e vapores. A água pode ser tanto primária, ou seja, libertada pelo próprio magma, como também da infiltração de águas pluviais. Pode também ser formada pela reação do hidrogênio e oxigênio molecular atmosfericos ou, ainda, pode provir de minerais hidratados, que foram ocasionalmente assimilados pelo magma.

O magma contém, dissolvidos, grande quantidade de gases que se libertam na sua consolidação, desde que não entrem na constituição das rochas. Estes gases são: HCl, H<sub>2</sub>S, SO<sub>2</sub>, SO<sub>3</sub>, H<sub>2</sub>O, (NH<sub>4</sub>)<sup>+</sup>, NH<sub>4</sub>Cl, CO, CO<sub>2</sub>, CH<sub>4</sub>, sulfatos e ácido sulfúrico impuro.

Nos meses subsequentes a toda grande erupção

vulcânica, dá-se um grande aumento da concentração do número de partículas estratosféricas. Os dados obtidos por Castleman (1974) sugerem um aumento, na altura de 19 quilômetros, da concentração de 400 vezes na estratosfera do hemisfério Sul e de 100 vezes na do norte, nos meses seguintes à erupção do Agung em Bali. A erupção do vulcão Fuego, localizado na Guatemala à 15°N, em meados de outubro de 1974, lançou na estratosfera uma grande quantidade de poeira, que foi sentida, nos meses seguintes, nos Estados Unidos, no Japão, na Inglaterra e sul da França.

Os primeiros pesquisadores a observarem os primeiros efeitos devido à erupção do Vulcão Fuego foram Meinel e Meinel (1975), os quais notaram que o por do sol, na Califórnia, apresentava uma coloração diferente. Também Volz (1975), a partir do dia 26 de novembro de 1974, começava a observar uma coloração diferente no por do sol de Nova Inglaterra. Esta coloração persistiu, permitindo a Meinel e Meinel (1975) fazerem uma estimativa da altura média da camada das partículas de poeira, que provavelmente eram devidas à erupção do Fuego. Observações mais quantitativas foram feitas usando sistemas de radar de laser (Mc Cormick e Fuller, 1975; Fegley e Ellis, 1975; Fujiwara, 1975; Fernald e Frusch, 1975; Remsberg e Northam, 1975; e Russel et al., 1975) e por técnica de balões (Gras, 1976; Hofmann e Rosen, 1976 e Ferry e Lem, 1975). No hemisfério Norte, a concentração máxima de partículas parece ter sido observada um a dois meses depois da erupção do Fuego. No hemisfério Sul, Gras (1976) observou uma camada de aerosol em Mildura (34°S), seis semanas depois desta erupção e Rosen et al. (1975 a) encontraram em janeiro de 1975 um aumento de concentração de partículas entre 15 e 20 quilômetros de altitude. Estes dois grupos consideram que este aumento inicial não era devido à erupção do Fuego. Por outro lado, observações efetuadas em maio de 1975, por Gras, mostraram um segundo aumento que atribuiu a erupção do Fuego.

As observações efetuadas, aqui em São José dos Campos, em novembro de 1974, não mostram excesso de espalhamento, para altitudes maiores do que 16 quilômetros, nem em fevereiro e março de 1975, para altitudes maiores do que 18 quilômetros. Somente em meados de abril de 1975, depois de seis meses do evento da Guatemala, começamos a detectar um aumento de poeira, como mostram as figuras V.1 e V.3. Já os efeitos de erupções menos violentas são mais difíceis de serem detectados, embora Castleman (1974) afirme que os dados obtidos por ele revelem um aumento na concentração de sulfatos estratosféricos nos meses seguintes às erupções do Taal em 1965, do Awu em 1966 e de Fernandina em 1968. Porém, pequenas erupções ocorridas nos trópicos, as quais produzem nuvens de poeira que não penetram na estratosfera, podem aumentar consideravelmente a concentração de partículas de poeira na estratosfera, se estas nuvens estiverem contidas na célula de circulação de Hadley. Por outro lado, alguns compostos de enxofre podem entrar na estratosfera, devido aos processos de mistura vertical em grande escala no sistema estratosfera-troposfera. Compostos de enxofre troposféricos são produzidos por muitas fontes naturais e por fontes antropogênicas. Lazrus e Grandud (1974) fizeram uma estimativa da quantidade de dióxido de enxofre que deveria penetrar na estratosfera,  $1,4 \times 10^6$  toneladas, para conservar a concentração de sulfato durante os períodos de baixa atividade vulcânica. Talvez a metade ou mais do enxofre troposférico esteja na forma de sulfato e o restante na forma de dióxido de enxofre (Georgii, 1970). Assim, pode-se esperar que pelo menos parte do enxofre estratosférico, mesmo na ausência de grandes erupções vulcânicas, penetre na estratosfera na forma de sulfatos.

## 5.2 - CIRCULAÇÃO MERIDIONAL MÉDIA DA BAIXA ESTRATOSFERA TROPICAL

Recentemente, um grupo de meteorologia do

M.I.T., sob a direção do professor Newell, determinou, quantitativamente, a importância relativa da variabilidade estacional da circulação meridional e da difusão turbulenta, que afeta o intercâmbio de massa interhemisférica na troposfera (Kidson et al., 1969; Newell et al., 1972). Estes estudos foram baseados em dados de ventos, obtidos por radar e radiossonda, de aproximadamente 300 estações, localizadas entre 40°N e 30°S e num intervalo de tempo de sete anos, tendo o seu início em julho de 1957 e seu término em dezembro de 1964. Foi sugerido, nesse trabalho, que a célula de circulação de Hadley, que predomina nos trópicos, estende-se até a baixa estratosfera e apresenta uma variação anual como ilustra a figura V.4.

As linhas de correntes padrões, para as quatro estações do ano, são mostradas na figura V.4 e, nesta figura, observamos as seguintes características:

- a) De dezembro a fevereiro e de junho a agosto, uma célula grande, termicamente direta, domina a região tropical. Denomina-se célula termicamente direta aquela em que o ar quente sobe e ar frio desce, ou seja, aquela em que a energia introduzida pelo aquecimento é transformada em energia cinética. Na figura V.4 podemos notar existir uma célula menor termicamente direta nas regiões subtropicais. Nas estações intermediárias, células de circulação de Hadley estão presentes em cada hemisfério com os seus movimentos de ascensão centrados perto do equador.
- b) Para latitudes médias, células termicamente indiretas são evidentes em cada hemisfério em todas as estações. Denomina-se célula termicamente indireta aquela em que o ar quente desce e o ar frio sobe. A possibilidade de células termicamente indiretas foi

pela primeira vez discutida por Ferrel em 1858, e estes tipos de circulações são agora chamados células de Ferrel.

- c) Para latitudes maiores, células polares termicamente diretas ocorrem em ambos os hemisférios e em todas as estações, embora somente um nível de tal circulação seja aparente no verão do hemisfério Norte.
- d) De setembro a novembro e de dezembro a fevereiro, as células tropicais no hemisfério Norte alcançam a estratosfera e, à medida que aumenta a altura, estas células inclinam-se na direção dos pólos.

Este tipo de movimento, que acabamos de descrever, poderia explicar o atraso registrado na chegada ao hemisfério Sul, da poeira vulcânica lançada pelo vulcão Fuego.

Na figura V.3 representamos a poeira estratosférica integral proporcional à poeira contida em um cilindro de  $1 \text{ cm}^2$  de seção e que se estende de 10 a 30 quilômetros de altitude. Do lado direito desta figura, incluímos uma escala que mostra a concentração integral de partículas. Os cálculos do número de partículas foram baseados na teoria Mie, para partículas com índice de refração 1,4, e para uma distribuição de tamanho do tipo:  $dn(r)/d(\log r) = \text{const} \times r^{-3}$ , onde "r" é o raio das partículas, compreendido entre 0,15 e  $1,0 \mu\text{m}$ .

O fato de não termos observado aumento de poeira até abril de 1975, reforça as sugestões de Gras (1976) e de Rosen et al. (1975 a), que o aumento de poeira estratosférica no hemisfério Sul, observado em dezembro de 1974 e janeiro de 1975, não era devido ao evento da Guatemala. O atraso de seis meses da chegada da poeira ao hemisfério Sul



pode ser explicado pela teoria da circulação meridional média da baixa estratosfera, que foi descrita anteriormente. No verão do hemisfério Norte, uma célula termicamente direta domina a região tropical, apresentando um fluxo meridional de sul para norte à altura de 16 quilômetros. Contudo, é provável que a célula de Hadley alcance maiores altitudes; isto é sugerido por modelos teóricos (Kasahara et al., 1973; Somerville et al., 1974; Manabe e Mahlman, 1976) e por medidas de partículas radioativas feitas por Telegadas, 1971. O transporte de partículas para as nossas latitudes deve ser causado pela parte superior da célula de Hadley, na região de 20 quilômetros. Durante o período seguinte à erupção, o transporte turbulento, na direção do sul, na estratosfera, seria inibido pela circulação meridional média associada com a célula tropical de Hadley, que caracteriza o verão do hemisfério Sul e alcançando latitudes subtropicais no hemisfério Norte. No inverno do hemisfério Sul, o transporte meridional de partículas é de Norte para Sul e, como consequência um aumento na quantidade de partículas na estratosfera, foi registrado. Este aumento começou a ser sentido na segunda quinzena de abril de 1975. Durante os meses seguintes, um aumento gradual da quantidade de poeira era observado, como pode ser visto nas figuras V.1 e V.3, atingindo em agosto desse ano uma razão média máxima de retroespalhamento de 1,27. A razão de retroespalhamento mais alta, observada durante este evento, foi de 1,43 no dia 10 de julho a uma altura de 20 quilômetros. Nessa época, a célula de circulação de Hadley estende-se desde 20°N a 30°S, a 15 quilômetros, nível que pode se estender para maiores altitudes, conforme mencionado acima. A diminuição, verificada no mês de dezembro de 1975, é, provavelmente, devida ao estabelecimento do regime característico de verão no hemisfério Sul, onde o transporte meridional, na baixa estratosfera, é de Sul para Norte. No inverno de 1976, a quantidade de poeira volta a aumentar, porém as razões de retroespalhamento observadas foram menores. Durante o ano de

1976, a camada de poeira apresenta-se mais difusa do que a de 1975 e as condições de mínimo, no verão de 1975/1976, não foram repetidas no verão de 1976/1977, o que provavelmente indica que as condições de equilíbrio estejam se estabelecendo, tanto no hemisfério Norte como no Sul.

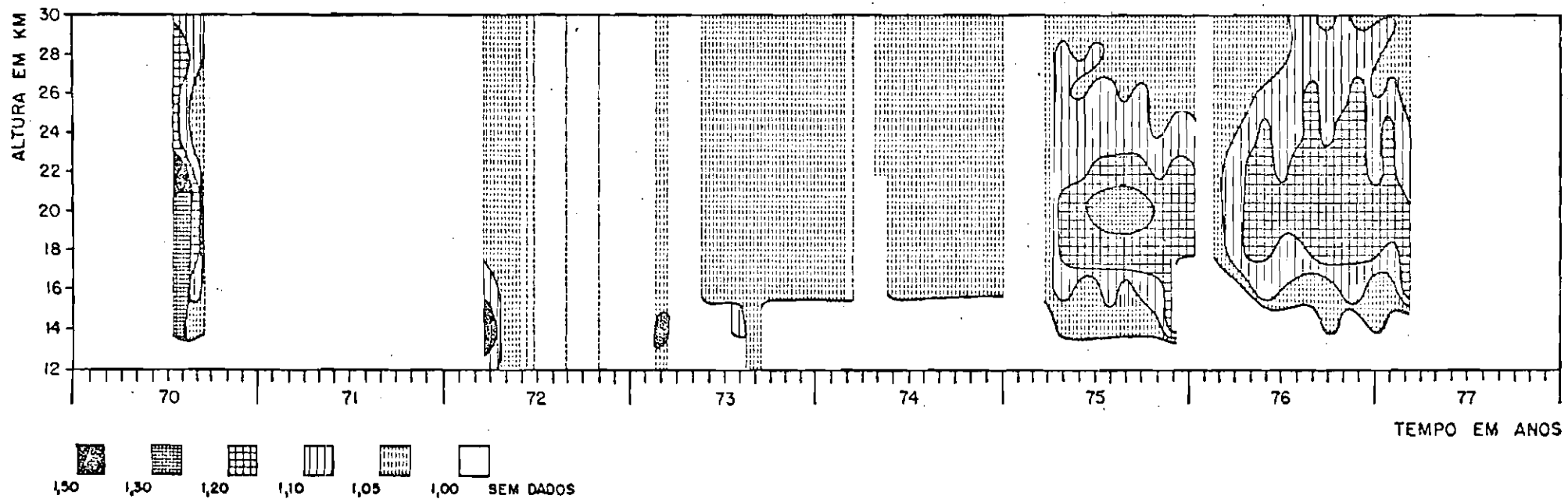


Fig. V.1.- Razões médias de retroespalhamento.

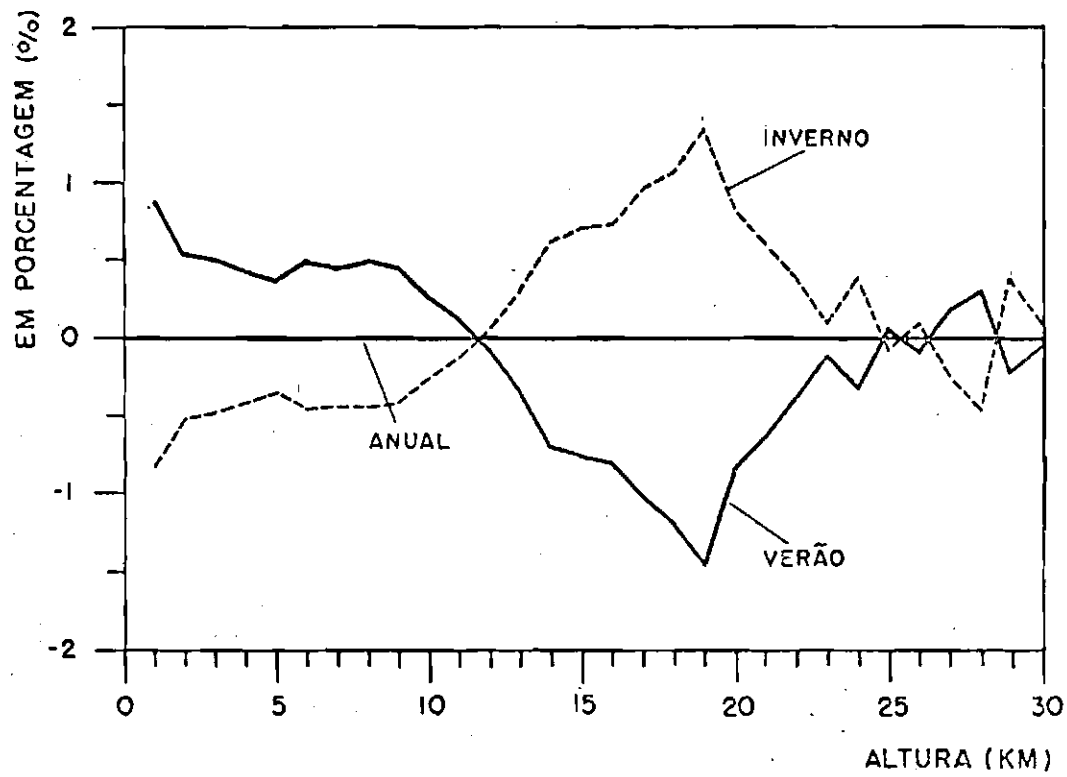


Fig. V.2 - Variação do perfil médio semi-anual da densidade atmosférica em relação ao anual.

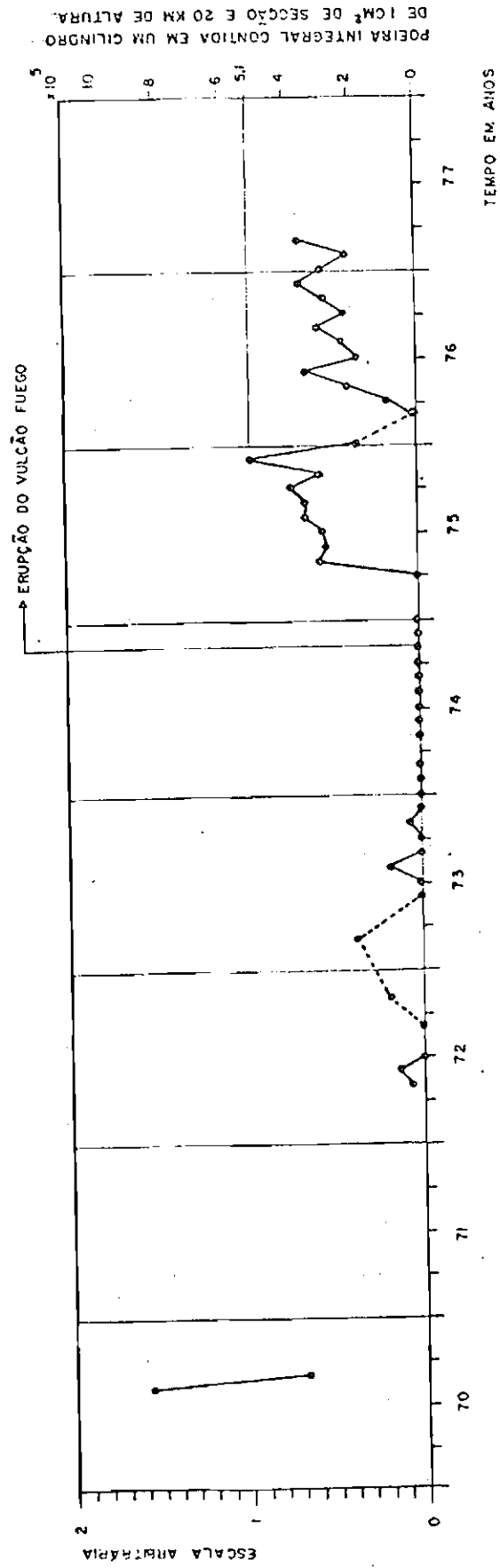


Fig. V.3 - Variação da poeira estratosférica total com o tempo.

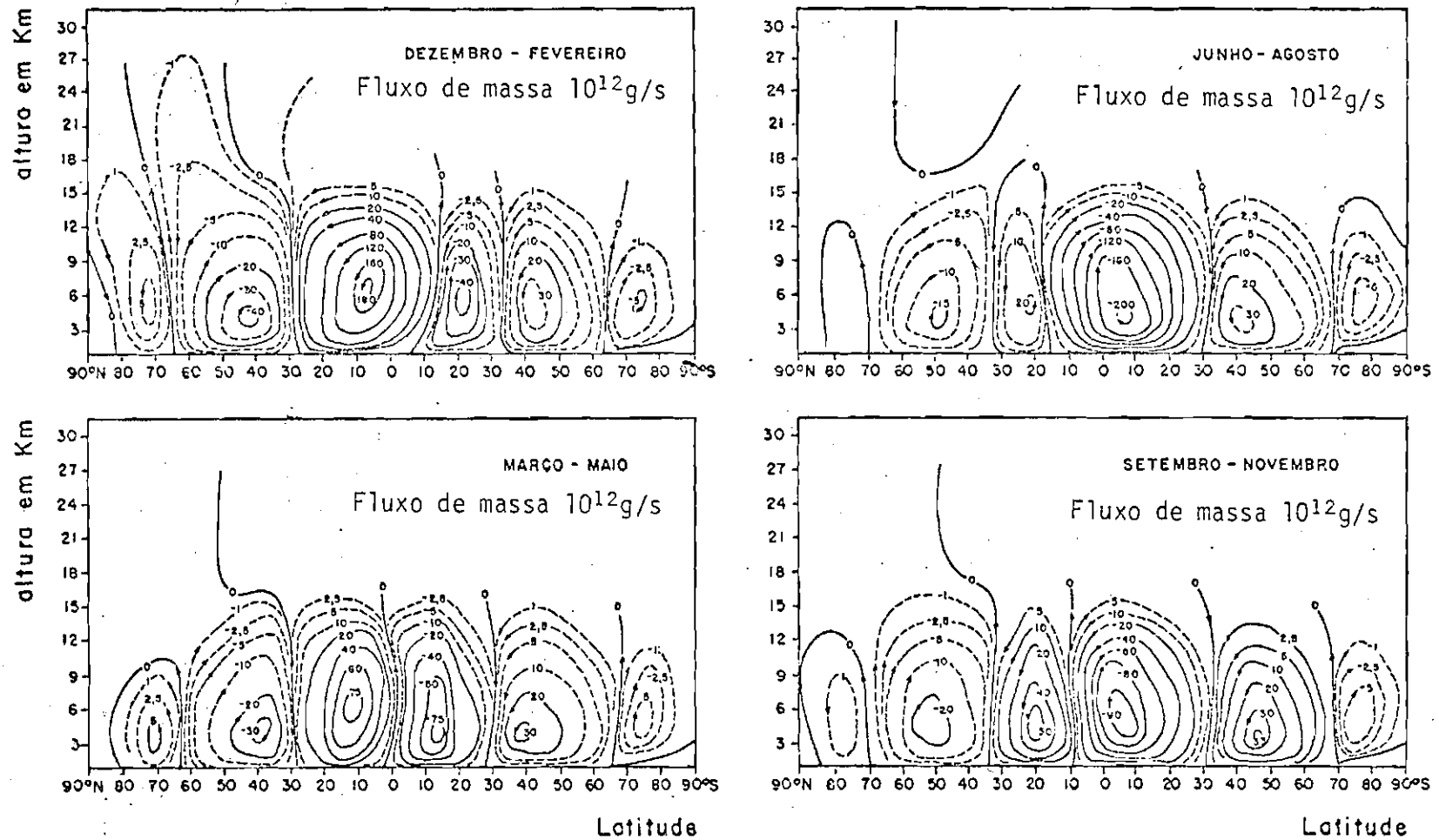


Fig. V.4 - Circulação meridional média (segundo Newell et al., 1972). A velocidade de escoamento é paralela às linhas de corrente num dado ponto e a magnitude da velocidade é proporcional à densidade das linhas de corrente.

## CAPÍTULO VI

### CONCLUSÃO

A concentração de aerossóis da camada Junge na estratosfera, para 23°S, tem caído significativamente desde julho de 1970. De maio de 1972 a dezembro de 1974, a razão de retroespalhamento observada era, provavelmente, um pouco menor do que 1,05, a uma altitude de 20 quilômetros, correspondendo a uma concentração de partículas menor do que 0,16 part/cm<sup>3</sup>, com raios entre 0,15 e 1,00 μm, e obedecendo à lei de potência para a distribuição do tamanho e para um índice de refração de 1,4. Cremos que esta diminuição seja devida às perdas das partículas inicialmente lançadas pelo vulcão Agung em 1963. Neste período, comparações entre as medidas feitas, no hemisfério Norte e hemisfério Sul, levaram-nos a concluir que a quantidade de poeira suspensa na estratosfera do hemisfério Sul, à altura de 20 quilômetros, era menor do que no Norte.

Em abril de 1975, notamos ter início um aumento da quantidade de poeira suspensa na estratosfera, chegando a atingir o seu máximo em agosto de 1975, quando observamos uma razão de retroespalhamento média de 1,27, formando uma camada à 20 quilômetros de altitude. Em dezembro de 1975, a concentração numérica das partículas de poeira diminuiu, atingindo o seu valor mínimo em fevereiro de 1976.

Nos anos de 1976 e 1977, notamos ter havido uma redução na razão de retroespalhamento e o seu valor médio flutuou em torno de 1,15, formando uma camada de 8 quilômetros de altitude. Isto levou-nos a concluir que a poeira lançada na estratosfera está sofrendo difusão. Em dezembro de 1976 não se repetiu o fenômeno registrado em dezembro

de 1975, provavelmente porque está se estabelecendo o regime de equilíbrio de massa entre os dois hemisférios.

Para finalizar, sugerimos que o aumento de poeira, registrado a partir de abril de 1975, tenha sido causado pela erupção do vulcão "Fuego", ocorrido em meados de outubro de 1974 e que a variação temporal da concentração de poeira esteja de acordo com a circulação meridional média da baixa estratosfera.



## AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Dr. B.R. Clemesha por ter sugerido este trabalho e pela dedicada orientação; à equipe do laboratório Laser, por ter-me cedidos os dados; ao Dr. Luiz Alberto Vieira Dias, pelas inúmeras sugestões e pela paciência que teve comigo, durante o tempo que levei para realizar este trabalho e a todos que, direta e indiretamente, colaboraram para que este trabalho tivesse bom término.



## BIBLIOGRAFIA

- ABRAMOWITZ, M., ed.; STEGUN, I.A., ed. Handbook of Mathematical Functions. New York, Dover, 1965. (AMS - 55).
- BAIN, W.C.; SANDFORD, M.C.W. Light scatter from a laser beam at heights above 40 km. *J. Atmos. Terr. Phys.*, 28: 543 - 552, 1966.
- BIGG, E.K.; KVIZ, Z.; THOMPSON, W.J. Electron microscope photographs of extraterrestrial particles, *Tellus*, 23: 247 - 260, 1971.
- BORN, M.; WOLF, E. *Principles of optics*. New York, Pergamon Press, 1959.
- CADLE, R.D. *Particles in the atmosphere and space*. New York, Reinhold, 1966.
- CADLE, R.D. Composition of the stratospheric sulfate layer. *EOS trans. Am. Geophys. Union*, 53: 812 - 820, 1972.
- CADLE, R.D.; GRAMS, G.W. Stratospheric aerosol particles and their optical properties. *Rev. Geophys. and space phys.* 13, (4): 475 - 501, 1975.
- CASTLEMAN Jr., A.W. Nucleation processes and aerosol chemistry. *Space Sci. Rev.*, 15: 547 - 589, 1974.
- CLEMESHA, B.R.; KENT, G.S.; WRIGHT, R.W.H. Laser probing of the lower atmosphere. *Nature*, 209, (5019): 184 - 185, 1966.
- CLEMESHA, B.R.; NAKAMURA, Y. Dust in the upper atmosphere.

*Nature*, 237, (5354), 328 - 329, 1972.

CLEMESHA, B.R.; RODRIGUES, S.N. The stratospheric scattering profile at 23° South. *J. Atmos. Terr. Phys.*, 33: 1119 - 1124, 1971.

COLLIS, R.T.H.; LIGDA, M.G.H. Note on lidar observations of particulate matter in the stratosphere. *J. Atmos. Sci.*, 23: 255 - 257, 1966.

CRONIN, J.F. Recent volcanism and the stratosphere. *Science*, 172: 847 - 849, 1971.

DAMON, P.E.; KUNEN, S.M. Global Cooling. *Science*, 193, (4252): 447 - 453, 1976.

DEIRMENDJIAN, D.; CLASSEN, R.; VIEZEE, W. Mie scattering with complex index of refraction. *J. Optical soc. Am.*, 51, (6): 620 - 633, 1961.

ELTERMAN, L.; TOOLIN, R.B.; ESSEX, J.D. Stratospheric aerosol measurements with implications for global climate. *Appl. opt.*, 12: 330 - 337, 1973.

FARLOW, N.H. Cosmic dust in the mesosphere. California space Sci. Division Ames. Res. Center Moffett field, 1970.

FEGLEY, R.W.; ELLIS, H.T. Lidar observations of a stratospheric dust cloud layer. *Geophys. Res. Letters*, 2, (4): 139 - 141, 1975.

FERNALD, F.G.; SHUSTER, B.G., DANIELSEN, E.F.; DEAVEN, F.G. Synoptic scale variability in the distribution of stratospheric aerosols as revealed by airborne lidar. *Opt. Quantum Electronic*, 7, (3): 141 - 145, 1975.

- FERNALD, F.G.; FRUSH, C.L. Lidar observations of the enhanced stratospheric dust layer associated with the eruption of volcano Fuego. *Eos. Trans. AGU*, 56: 366, 1975.
- FERNALD, F.G.; SCHUSTER, B.G. Wintertime 1973 airborne lidar measurements of stratospheric aerosols. *J. geophys. Res.* 82, (3): 433 - 437, 1977.
- FERRY, G.V.; LEM, H.Y. Changes in stratospheric aerosols collected after the eruption of volcano the Fuego (abstract), *Eos. Trans. AGU*, 56: 366, 1975.
- FIOCCO, G.; SMULLIN, L.D. Detection of scattering layers in the upper atmosphere (60 - 140 km) by optical radar. *Nature*, 199, (4900): 1275 - 1276, 1963.
- FIOCCO, G.; GRAMS, G. Observations of the aerosol layer at 20 km by optical radar. *J. Atmos. Sci.*, 21: 323 - 324, 1964.
- FRIEND, J.P. Properties of the stratospheric aerosol. *Tellus*, 18: 465 - 473, 1966.
- FUJIWARA, M.; ITABE, T.; HIRONO, M. Sudden increase of stratospheric aerosol content after the eruption of Fuego volcano; Lidar observations in Fukuoka. *Report Ionosph. Space Res. in Japan*, 29: 74 - 78, 1975.
- GAMBLING, D.J., BARTUSEK, K.; ELFORD, W.G. A 12 Month study of aerosols below 60 km at Adelaide. Adelaide, University of Adelaide 1970 (ADP, 91).
- GEORGII, H.W. Contribution to the stratospheric budget. *J. Geophys. Res.* 75: 2365 - 2372, 1970.

- GRAMS, G.; FIOCCO, G. Stratospheric aerosol layer during 1964 and 1965. *J. Geophys. Res.* 72: 3523 - 3542, 1967.
- GRAS, J.L. Southern Hemisphere Mid-Latitude stratospheric aerosol after the 1974. Fuego eruption. *Geophys. Res. Letters*, 3, (9): 533 - 536, 1976.
- GRUNER, P.; KLEINERT, H. "Die Dämmerungserscheinungen", *Probleme der Kosmischen Physik*, 10, Henri Grand, Hamburg, 1, 1927. Apud. Russel, P.B. Vizee, W.; Hake, R.D. Lidar measurements of stratospheric aerosols over Menlo Park, California; October 1972 - March 1974. California, Stanford Research Institute, 1974. (SRI project 2217).
- GUMPRECHT, R.O.; NENG-LUN SUNG, CHIN, J.H.; SHEPCERVICH, C.M. Angular distribution of intensity of light scattered by large droplets of water. *J. Opt. Soc. Am.* 42: 226 - 234, 1952.
- HIRONO, M., FUJIWARA, M., UCHINO, O.; ITABE, T. Observations of aerosol's layers in the upper atmosphere by laser radar. *Rep. Ionosph. Space Res. in Japan*, 26, (4): 237 - 244, 1972.
- HOFMANN, D.J.; ROSEN, J.M. Balloon observations of the time development of the stratospheric aerosol event of 1974 - 1975. University of Wyoming. Department of physics and Astronomy, janeiro de 1976. (Laramie Report AP - 36).
- JUNGE, E.C. *Air chemistry and radioactivity*. New York, Academic Press, 1966.
- JUNGE, E.C.; CHAGNON, CH.W.; MANSON, J.E. Stratospheric aerosols. *J. Meteorol.*, 18: 81 - 108, 1961.

- KAO, S.K.; C.N. CHI. Statistical characteristics of three-dimensional particle movement in the NCAR general circulation model. *J. Atmos. sci.* 33, (6): 1042 - 1049, 1976.
- KASAHARA, A.; SASAMORI, T.; WASHINGTON, W.M. Simulation experiments with a 12 - Layers stratospheric global circulation Model. I. Dynamical effect of the Earth's orography and Thermal influence of Continentality. *J. Atmos. Sci.*, 30, (7): 1229 - 1251, 1973.
- KENT, G.S., CLEMESHA, B.R. WRIGHT, R.W. Hight altitude atmospheric scattering of light from a laser beam. *J. Atmos. Terr. Phys.*, 29: 169 - 181, 1967.
- KIANG, C.S.; CADLE, R.D. Stratospheric Sulfuric acid particle formation mechanism. S.L., s.c.p., 1974. Submitted for publication.
- KIANG, C.S., CADLE, R.D.; YUE, G.K.  $H_2SO_4 - HNO_3 - H_2O$  ternary aerosol formation mechanism in the stratosphere. *Geophys. Res. Letters*. 2, (2): 41 - 44. 1975.
- KIANG, C.S.; STAUFFER, D. Chemical Nucleation theory for various humidities and Pollutants. *Faraday Sym.* 7: 26 - 33, 1973.
- KIANG, C.S.; STAUFFER, D.; MOHEN, V.A.; BRICARD, J.; VIGLA, D. Heteromolecular nucleation theory applied to gas - to - particles conversion. *Atmos. Envir.* 7: 1279 - 1283, 1973.
- KIDSON, J.W.; VICENT, D.G.; NEWELL, R.E. Observational studies of the general circulation of the tropics: long term mean values. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 95: 258 - 287, 1961.

- LAZRUS, A.L.; GANDRUD, B.W. Stratospheric sulfate aerosol. *J. Geophys. Res.* 79. (24): 3424 - 3441, 1974.
- LETTAU, H. Diffusion in the upper atmosphere. Compendium of Meteorology. Boston. American Meteorological Society, 1951.
- LORENZ, E.N. *The Nature and theory of the general circulation of the atmosphere*. S.l., WMO, 1967. (WMO, n° 218 TP 115).
- MANABE, S.; MAHLMAN, J.D. Simulation of seasonal and interhemispheric variations in the stratospheric circulation. *J. Atmos. Sci.*, 33, (11): 2185 - 2217, 1976.
- MANSON, J.E. Precipitation, clouds and aerosols. In: Valley, S.L. *Handbook of geophysics and space environments*. S.l., Air Force Cambridge Research Laboratories, 1965. Cap. 5, p. 5.22 - 5.27.
- Mc. CORMICK, M.P.; FULLER Jr., W.H. Lidar measurements of two intense stratospheric dust layers. *Applied Optics*, 14: 4 - 5, 1975.
- Mc. CORMICK, P.D.; POULTNEY, S.K.; VANWIJK, U.; ALLEY, C.O.; BETTINGER, R.T. Backscattering from the upper atmosphere (75 - 160 km) detected by optical radar. *Nature*, 209: 798 - 799, 1966.
- Mc. INTURFF, R.M.; MILLER, A.J.; ANGELL, J.K.; KORSHOVER, J. Possible effects on the stratosphere of the 1963 Mt. Agung Volcanic eruption. *J. Atmos. Sci.*, 28: 1304 - 1307, 1971.
- MEINEL, A.B.; MEINEL, M.P. A stratospheric dust aerosol



- event of November, 1974. *Science*, 188: 477 - 478, 1975.
- MITCHELL Jr., J.M. The effect of atmospheric aerosols on climate with special reference to temperature near the earth's surface. *J. Applied Meteorology*, 10: 703 - 714, 1971.
- NAKAMURA, Y. *Light scattering by atmospheric aerosols*: submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of master of science. São José dos Campos, CNAE, 1969. 61 p. (LAFE - 98).
- NEWELL, R.E.; KIDSON, J.W.; VICENT, D.G.; BOER, G. The general circulation of the tropical atmosphere. Vol. I and II. Cambridge, M.I.T. Press, 1972.
- NORTHAN, G.B.; ROSEN, J.M.; MELFI, S.; PEPIN, T.S.; Mc. CORMICK, M.P.; HOFMANN, D.J.; FULLER, W.H.S. Dust sonde and lidar measurements of stratospheric aerosols: A comparison. *Applied Optics*, 13, (10): 2416 - 2421, 1974.
- PENDORF, R.B. *Research on aerosol scattering in the infrared scientific report n° 5. Atlas of scattering diagrams for  $n = 1.33$* . Wilmington, Mass., Avco corporation. Research and advanced development division, 1961.
- PINNICK, R.G.; HOFMANN, D.J. Efficiency of light scattering aerosol particle counters. *Appl. opt*, 12: 2593 - 2597, 1973.
- PINNICK, R.G.; ROSEN, J.M.; HOFMANN, D.J. Stratospheric aerosol measurements III. Optical Model calculations. *J. Atmos. Sci.*, 33, (2): 304 - 314, 1976.

- POLLACK, J.B.; TOON, O.B.; SAGAN, C.; SUMMERS, A.; BALDWIN, B.; CAMP, V.W. Volcanic explosions and climatic change. A theoretical assessment. *J. Geophys. Res.*, 81, (6): 1071 - 1083, 1976.
- REITER, E.R. *Atmospheric transport processes, 2, Chemical tracers*, OAK. Ridge, Atomic Energy Comm., 1971.
- REMSBERG, E.E.; NORTHAN, G.B. A comparison of dust sonde and lidar measurements of stratospheric aerosols. Paper presented at the conference on CIAP, 4; Cambridge, February 4 - 7, 1975.
- ROSEN, J.M. The vertical distribution of dust to 30 km. *J. Geophys. Res.*, 64: 4673 - 4676, 1964.
- ROSEN, J.M. Simultaneous dust and ozone soundings over North and Central America. *J. Geophys. Res.*, 73: 479 - 486, 1968.
- ROSEN, J.M. Stratospheric dust and its relationship to the meteoric influx. *Space. Sci. Rev.*, 9: 58 - 89, 1969.
- ROSEN, J.M.; HOFMANN, D.J.; LABY, J. In situ measurements of the recent Increase in stratospheric aerosol. *EOS. trans., Amer. Geophys. Union*, 56: 365, 1975 b.
- ROSEN, J.M.; HOFMANN, D.J.; LABY, J. Stratospheric aerosol measurements II: The worldwide distribution. *J. Atmos. Sci.*, 32: 1457 - 1462, 1975 a.
- RUSSEL, P.B.; VIEZEE, W.; HAKE Jr., R.D. *Lidar Measurements of stratospheric aerosols over Menlo Park, California; October 1972 - March 1974*. California, Stanford Research Institute, 1974. (SRI project 2217).

- RUSSEL, P.B.; VIEZEE, W.; HAKE Jr., R.D.; COLLIS, R.T.H.  
*Lidar measurements of the stratospheric aerosol.* California, Menlo Park, Stanford Res. Institute, 1975 b.
- SCHNEIDER, S.H.; MASS, C. Volcanic dust; sunspots, and temperature Trends. *Science*, 190, (4216): 741 - 746, 1975.
- SCHUSTER, B.G. Detection of tropospheric and stratospheric aerosol layers by optical radar (lidar). *J. Geophys. Res.* 75: 3123 - 3132, 1970.
- SHAW, G.E. Properties of the background global aerosol and their effects on climate. *Science*, 192, (4246): 1334 - 1336, 1975.
- SOMERVILLE, R.C.J.; STONE, P.H.; HALEN, M. HANSEN, J.E.; HOGAN, J.S.; DRUYAN, L.M.; RUSSEL, G.; LACIS, A.A.; QUIRK, W.J.; TENEMBAUN, J. The Giss model of the global atmosphere. *J. atmos. Sci.*, 31: 84 - 106, 1974.
- STRATTON, J.A. *Electromagnetic theory*. New York, Mc. Graw Hill book, 1941.
- TELEGADAS, K. The upper portion of the Hadley cell circulation as deduced from the 1968 French and Chinese nuclear tests. *J. Geophys. Res.*, 76: (21): 5018 - 5024, 1971.
- UCHINO, O.; HIRONO, M. On stratospheric aerosol size distributions from recent optical radar observations. *Rep. Ionosph. Space Res. In Japan*, 29, (1/2): 69 - 73, 1975.
- U. S. DEPARTMENT OF COMMERCE. NOAA. *Geophysical monitoring for climatic change: Summary report, 1974*, edited by J.M. Miller. Boulder, Colo. 1975. V. 3.

- U. S. DEPARTMENT OF COMMERCE. NOAA. *Geophysical monitoring for climatic change: Summary report, 1975*, edited by J.A. Watkins. Boulder, Colo., 1976. V. 4.
- VAN DE HULST, H.C. *Light scattering by small particles*. New York, John Wiley & Sons., 1957.
- VOLZ, F.E. Stratospheric aerosol layers from balloonborne horizon photographs, *Bull. Amer. Meteor. Soc.* 52: 996 - 998, 1971.
- VOLZ, F.E. The stratospheric dust event of October, 1971, *J. Geophys. Res.*, 79, (3): 479 - 482, 1974.
- VOLZ, F.E. Volcanic Twilights from the Fuego eruption. *Science*, 189: 48 - 50, 1975.



## APÊNDICE A

### LISTAGEM E COMENTÁRIOS SOBRE OS PROGRAMAS

A fim de calcular o coeficiente volumétrico acumulativo de retroespalhamento, um programa em FORTRAN foi desenvolvido com esse intuito; para tal usamos a teoria descrita neste trabalho.

As entradas do programa em cartões são: os limites superior e inferior do raio das partículas, o incremento no raio, o índice de refração, bem como o comprimento de onda utilizado no nosso sistema de radar.

Como saída, gráficos em escalas monolog do coeficiente volumétrico acumulativo de retroespalhamento, em função do raio das partículas, são fornecidos por meio do "plotter".

No intuito de obter o perfil da densidade atmosférica para São José dos Campos, um outro programa em FORTRAN foi desenvolvido. Neste programa, dados de radiossondagem como: pressão, temperatura e umidade relativa, entram via cartões. Como saída, gráficos do logaritmo natural da densidade atmosférica, em função da altura, são fornecidos via "plotter".

B6700/87700 F O R T R A N C O M P I L A T I O N M A R K 2.8.

\$ SET AUTORIND

\$ RIND = FROM ROTINAS/ALGOLPLOTTERJ

FILE 5 = WALTER

```

C -----
C -----
C ----- CALCULO DOS COEFICIENTES DE RETROESPALHAMENTO PARA -----
C ----- AEROSOIS ESTRATOSFERICOS -----
C -----
C -----

```

```

COMPLEX ZA(200), ZB(200), S(2700), DZETAX(200), ZFTAX(200), SK, IC
DIMENSION PSIX(250), VPSIX(250), DPSIX(250), PSIIY(250), VPSIIY(250),
1DPSIIY(200), TI(2700), SIGMA(2700,3), LGAMA(3), CONST(3), SIG(3),
2QSIX(250), DQSIX(250), KSIGMA(3), TEXT01(5), TEXT02(8), TEXT03(5),
3TEXT04(3), TEXT05(2), TEXT06(1)

```

INTEGER R

REAL KSIGMA

CALL IGRAF

```

READ 411, (TEXT01(I), I=1,5), (TEXT02(J), J=1,8), (TEXT03(K), K=1,5),
1(TEXT04(L), L=1,3), (TEXT05(M), M=1,2), TEXT06

```

411 FORMAT(SA6/8A6/5A6/3A6/2A6/A6)

READ(5,50)X1, XN1, DELX1, XN2, DELX2, LGAMA

50 FORMAT(2X,5F6.2,3I2)

88 READ(5,150,END = 800)XLAMB, FM

150 FORMAT(1X,E10.4,F5.2)

N = (XN1-X1)/DELX1+1+(XN2-XN1)/DELX2+1

PI = 3.1415926

A1 = XLAMB\*X1/(2.\*PI)

```

C -----
C -----
C ----- CALCULO DA CONSTANTE PARA A DISTRIBUICAO DE PARTICULAS -----
C -----
C -----

```

DO 5 L = 1,3

DELX = DELX1

DELR = XLAMB\*DELX/(2.\*PI)

CONST(L) = 2.303F06\*LGAMA(L)\*(0.25E-6)\*\*LGAMA(L)

```

KSIGMA(L) = (CONST(L)*(2.*PI)**(LGAMA(L)-2))/(2.303*(DELR)**LGAMA
1(L)*(XLAMB)**(LGAMA(L)-2))

```

SIG(L) = 0.0

X = X1

```

C -----
C -----
C ----- CALCULO DAS FUNCOES ESFERICAS DE BESSEL -----
C -----
C -----

```

DO 2 I = 1,N

Y = FM\*X

N1 = IFIX(1.2\*X+9)

PSIX(N1+2) = 0

PSIX(N1+1) = 1

PSIIY(N1+2) = 0

PSIIY(N1+1) = 1

DO 3 M = 1,N1

J = N1+1-M

PSIX(J) = (2\*XJ+1)\*PSIX(J+1)/X-PSIX(J+2)

3 PSIIY(J) = (2\*XJ+1)\*PSIIY(J+1)/Y-PSIIY(J+2)





```
WRITE(6,80)A,SIGMA(I,1),SIGMA(I,2),SIGMA(I,3)
20  A = A+DELTA
60  FORMAT(1X,4E20.10)
    CALL GRAF(SIGMA,N,FM,TEXT01,TEXT02,TEXT03,TEXT04,TEXT05,TEXT06 )
    GO TO 88
800 CALL PLOT(0,0,999)
    STOP
    END
002:015A:0  IS THE LOCATION FOR EXCEPTIONAL ACTION ON THE I/O STATEMENT
```

```
FUNCTION YG(S)
YL = 12.96/2.54
YG = (S*10**8*YL)/24
IF(YG.LT.0)YG=0
IF(YG.GT.YL)YG = YL
RETURN
END
```

```

C -----
C -----
C ----- GRAFICOS EM ESCALA MONOLOG DOS COEFICIENTES DE -----
C ----- RETROESPALHAMENTO MIE -----
C -----
C -----
C -----

SUBROUTINE GRAF(S,N,FM,TEXT01,TEXT02,TEXT03,TEXT04,TEXT05,TEXT06)
DIMENSION S(2700,3),TEXT01(5),TEXT02(9),TEXT03(5),TEXT04(3)
1,TEXT05(2),TEXT06(1)
YL = 12.96/2.54
XL = 24.00/2.54
CALL PLOT(6/2.54,0,-3)

C -----
C -----
C ----- TRACADO DO EIXO EM ESCALA MONOLOG -----
C -----
C -----
C -----
DO 15 I = 1,4
X = XL*(I-1)/3
CALL PLOT(X,0,2)
CALL PLOT(X,-0.2,2)
15 CALL PLOT(X,0,2)
CALL PLOT(0,0,2)
X = XL/3
DO 11 K = 1,9
XA = X*ALOG10(K+1)
CALL PLOT(XA,0,2)
CALL PLOT(XA,-0.1,2)
11 CALL PLOT(XA,0,2)
IF (XA.EQ.X)GO TO 21
21 DO 31 K = 1,9
XB = XA*(1+ALOG10(K+1))
CALL PLOT(XB,0,2)
CALL PLOT(XB,-0.1,2)
31 CALL PLOT(XB,0,2)
IF(XB.EQ.XA)GO TO 41
41 DO 51 K = 1,9
XC = XA*(2+ALOG10(K+1))
CALL PLOT(XC,0,2)
CALL PLOT(XC,-0.1,2)
51 CALL PLOT(XC,0,2)
CALL PLOT(XL,YL,2)
CALL PLOT(0,YL,2)
DO 90 I = 1,13
Y = (13-I)*YL/12
CALL PLOT(0,Y,2)
CALL PLOT(-0.2,Y,2)
90 CALL PLOT(0,Y,2)
CALL PLOT(-0.06,-0.50,3)
DO 211 L = 1,4
X = XL*(L-1)/3
Z = 10**(L-3)
211 CALL NUMBER(X-0.06,-0.50,0.12,Z,0,2)
CALL PLOT(-0.50,-0.06,3)
DO 311 K = 1,13
Y = (K-1)*YL/12
T = 2*(K-1)

311 CALL NUMBER(-0.50,Y-0.06,0.12,T,0,0)
CALL NUMBER(4.8,4.0,0.14,FM,0,2)

```

```

CALL SYMBOL(5.5,-0.80,0.12,TEXT01,0,28)
CALL SYMBOL(-0.8,-2.2/2.54,0.14,TEXT02,90,44)
CALL SYMBOL(2.5,4.50,0.12,TEXT03,0,22)
CALL SYMBOL(2.5,4.0,0.12,TEXT04,0,16)
CALL SYMBOL(0.15,5.3,0.14,TEXT05,0,7)
CALL SYMBOL(0.57,5.44,0.14,TEXT06,0,6)

```

```

-----
PLOTAGEM DOS COEFICIENTES DE RETOESPALHAMENTO PARA
AS DIVERSAS DISTRIBUICOES DE TAMANHO CONSIDERADAS
-----

```

```

X1 = 0.10
DELX = 0.05
XLAMB = 0.5890
PI = 3.1415926
A1 = XLAMB*X1/(2.*PI)
DELR = XLAMB*DELX/(2.*PI)
IP = 3
A2 = A1+DELR
X = (ALOG10(A2)+2)*XL/3
CALL PLOT(X,YG(S(2,1)),IP)
DO 91 I = 3,N
A = A2+DELR
X = (ALOG10(A)+2)*XL/3
IP = 2
Y = YG(S(I,1))
CALL PLOT (X,Y,IP)
91 A2 = A
CALL PLOT(0,0,3)
IP = 3
A2 = A1+DELR
X = (ALOG10(A2)+2)*XL/3
CALL PLOT(X,YG(S(2,2)),IP)
DO 101 I = 3,N
A = A2+DELR
X = (ALOG10(A)+2)*XL/3
IP = 2
Y = YG(S(I,2))
CALL PLOT (X,Y,IP)
101 A2 = A
CALL PLOT(0,0,3)
IP = 3
A2 = A1+DELR
X = (ALOG10(A2)+2)*XL/3
CALL PLOT(X,YG(S(2,3)),IP)
DO 121 I = 3,N
A = A2+DELR
X = (ALOG10(A)+2)*XL/3
IP = 2
Y = YG(S(I,3))
CALL PLOT (X,Y,IP)
121 A2 = A
CALL PLOT (26.50/2.54,0,-3)
CALL PLOT(0,1,2)
CALL PLOT(0,0,2)
RETURN
ENTRY IGRAF
CALL PLOT(0,11,-2)
CALL PLOT(0,-9.2,-2)
RETURN
END

```

```

$ SET AUTORIND
$ BIND = FROM ROTINAS/ALGOLPLOTTER;
FILE 5 = WALTER

```

```

C #####
C #####
C ##### CALCULO DA DENSIDADE ATMOSFERICA PARA SAO JOSE DOS #####
C ##### CAMPOS #####
C #####
C #####

```

```

DIMENSION E(200),RM(200),TEXT01(8),TEXT02(3),TEXT03(2),TEXT04(4)
DIMENSION SP(21),AHSP(21),TIM(200),T(200),P(200),U(200),
1TERROR(200),HEIGHT(200),DENS(200),DFHI(200),DLM(200)
DIMENSION ST(21),SU(21),SH(21),SD(21),DMEDIA(200),DCONT(200)
DIMENSION PSIG(50),HSIG(50),TSIG(50),USIG(50),PTROP(10),HTR0P(10),
1TTROP(10),UTROP(10),DTROP(10),DSIG(50),DENSI(200),DIST1(200)
DATA SP/1000.,850.,700.,600.,500.,400.,300.,250.,200.,150.,100.,
170.,50.,40.,30.,20.,15.,10.,7.,5.,3./,AHSP/0.1,1.5,3.0,4.2,5.6,7.1
2,9.2,10.4,11.8,13.6,16.2,18.5,20.5,22.,23.8,26.4,28.3,31.,33.5,36.
3,40./,DLAMDA/-3.4/,ALAT/-23.20/,ALONG/-45.51/,GA/663./PIE/3.1415/
GA = 801.9
ALAT = ALAT*PIE/180.

```

```

CALL IGRAF
READ 411,(TEXT01(I),I=1,8),(TEXT02(J),J=1,3),(TEXT03(L),L=1,2),
,(TEXT04(K),K=1,4)
411 FORMAT(8A6/3A6/2A6/4A6)
1000 READ(5,2,END = 1001) NDATE,MONTH,NYEAR,NT,I200,DEC,DTIM,TS,TC,RA,
1GP,GT,GU

```

```

2 FORMAT(5I4,5F7.2,3F8.2)
MTS = TS
HTS = MTS
FRT = TS-HTS
TSM = HTS*60.+FRT*100.
GT = GT+273.15
DEC = DEC*PIE/180.
NTP1 = NT+1
READ(5,3)(TIM(I),P(I),T(I),U(I),I=2,NTP1)
3 FORMAT(4(F3.0,F6.1,2F5.1,1X))-
DO 4 I=2,NTP1
TIM(I) = (5./6.)*TIM(I)+DLAMDA-DTIM+TSM
T(I) = T(I)+273.15
4 CONTINUE
TIM(1) = TSM+DLAMDA-DTIM
T(1) = GT
P(1) = GP
U(1) = GU

```

```

C #####
C #####
C ##### CORRECAO DA RADIAAO ACIMA DE 200MB #####
C #####
C #####

```

```

OS = 1.0/6.0
IF(I200)632,631,632
632 I201 = I200+1
IF(I201-NT)633,633,631
633 DO 30 IR = I201,NT
IRM1= IR-1

```

```

IRP1= IR+1
XABC = ABS(P(IRP1)**OS-P(IRM1)**OS)
SK = SQRT(0.02*(TIM(IRP1)-TIM(IRM1))/(XABC))
VCF = SK*ABS(1.0+0.23*(SK-1.0))
SEA = SIN(ALAT)*SIN(DEC)-COS(ALAT)*COS(DEC)*COS((TIM(IR)
1*0.25*PIE/180.))
EA = (180./PIE)*ATAN(SFA/SQRT(1.0-SEA*SEA))
EZERO = (43.6+1.496*EA)/P(IR)
TERROR(IR) = EZERO*VCF
T(IR) = T(IR)-ABS(TERROR(IR))
30 CONTINUE
XAB = ABS(P(NTP1)**OS-P(NT)**OS)
SKL = SQRT(0.02*(TIM(NTP1)-TIM(NT))/XAB)
VC = SKL*ABS(1.0+0.23*(SKL-1.0))
SE = SIN(ALAT)*SIN(DEC)-COS(ALAT)*COS(DEC)*COS((TIM(NTP1))*
10.25*PIE/180.))
EAL = (180./PIE)*ATAN(SE/SQRT(1.0-SE*SE))
EZ = (43.6+1.49*EAL)/P(NTP1)
TER = EZ*VC
T(NTP1) = T(NTP1)-ABS(TER)
631 HEIGHT(1) = GA
CALL GETERM(P,T,U,RM,E,NTP1)
CALL GETHGT(P,T,U,HEIGHT,RM,NTP1,GA)
DO 5 I = 1,NT
DENS(I) = P(I)/(2870.4*T(I))
5 CONTINUE
DENS(NTP1) = P(NTP1)/(2870.4*T(NTP1))
WRITE(6,101)

101 FORMAT(1H,31HSTATION = INPE ~ 5 J DOS CAMPOS,5X,13HALTITUDE AMSL
1,4X,4HDATE,4X,13HTIME OF START,2X,13HLEVEL REACHED,2X,13HTIME OF C
2LOSE)
WRITE(6,102) NDATE,MONTH,NYEAR,TS,HEIGHT(NTP1),TC
102 FORMAT(1H,11HLAT 23.20.S,8X,12HLONG 45.51 W,9X,5H663 M,6X,3(I2,1X
1),5X,F6.2,6X,F8.1,7X,F6.2,/)
WRITE(6,103)
103 FORMAT(1H,14X,11HGROUND DATA)
WRITE(6,104)
104 FORMAT(1H,8HPRESSURE,7X,11HTEMPERATURE,7X,8HHUMIDITY,/)
WRITE(6,105) GP,GT,GU
105 FORMAT(F7.1,3H MR,4X,F5.1,10H DEGRESS A,4X,F5.1,2H %,///)
WRITE(6,106)
106 FORMAT(1H,11HHEIGHT IN M,3X,15HPRESSURE IN MB,3X,16HTEMPERATURE I
1N A,3X,13HHUMIDITY IN %,3X,16HDENSITY IN G/CM3,/)
DO 108 I = 1,NTP1
WRITE(6,107) HEIGHT(I),P(I),T(I),U(I),DENS(I)
107 FORMAT(1H,F11.1,6X,F7.1,12X,F6.1,12X,F5.1,9X,E14.5)
108 CONTINUE
CALL ALINTE(DENS,DIST1,DENS1,HEIGHT,NTP1,K)
WRITE(6,51)
51 FORMAT(///,2X,"DENSIDADE ATMOSFERICA INTERPOLADA DE 1000 EM 1000
1METROS",//,1X,"ALTURA EM M.",15X,"DENSIDADE EM G/CM3",///)
DO 523 J = 1,K
WRITE(6,123) DIST1(J),DENS1(J)
123 FORMAT(6X,I6,15X,E14.5)
523 CONTINUE
DO 99 IT = 1,50
DMEDIA(IT) = DMEDIA(IT)+DENS1(IT)
IF(DENS1(IT).NE.0)DCONT(IF) = DCONT(IT)+1.
99 CONTINUE
GO TO 1000

```

```

1001 DO 999 J2 = 1,50
      IF(DCONT(J2).EQ.0) GO TO 818
      DMEDIA(J2) = (2.08*10**28)*DMEDIA(J2)/DCONT(J2)
999  DLM(J2) = ALOG(DMEDIA(J2))
818  J3 = J2-1
      CALL GRAF(DIST1,DLM,J3,TEXT01,TEXT02,TEXT03,TEXT04)
      WRITE(6,71)
71  FORMAT(///,2X,"MEDIA ANUAL DA DENSIDADE ATMOSFERICA",//,1X,"ALTU
1RA EM M.",12X,"NUMERO DE PART/M3",9X,"LN(DENSIDADE)",///)
      DO 511 NP = 1,J3
      WRITE(6,97) DIST1(NP),DMEDIA(NP),DLM(NP)
97  FORMAT(6X,I6,15X,E14.5,15X,F7.3)
511  CONTINUE
      CALL PLOT(0,0,999)
      STOP
      END

```

```

SUBROUTINE GTERM(P,T,U,RM,E,J1)
DIMENSION P(1),T(1),U(1),E(1),RM(1)
DO 1 J = 1,J1
IF(T(J).LT.273.15) GO TO 60
R1 = 273.15/T(J)
R2 = T(J)/273.15
R3 = -(R2-1.0)*8.2969
R4 = (1.0-R1)*4.76955
F1 = 10.79574*(1.0-R1)
F2 = -5.028*ALOG10(R2)
F31 = 1.50474/10000.0
F32 = 1.0-10.0**R3
F3 = F31+F32
F41 = 10.**R4-1.0
F4 = 0.42873/1000.0*F41+0.78614
F5 = F1+F2+F3+F4
GO TO 65
60  CONTINUE
R1 = 273.15/T(J)
R2 = -9.09685*(R1-1.)
R3 = -3.56654*ALOG10(R1)
R4 = 0.87682*(1.-1./R1)
R5 = R2+R3+R4+0.78614
65  CONTINUE
ESMB = 10.0**F5
ESCGS = ESMB*1000.0
IF(P(J).LT.500.) FW = 1.001
IF(P(J).GT.500.) FW = 1.0035
IF(P(J).GT.850.) FW = 1.0045
ESMB = ESMB*FW
E(J) = U(J)*FSCGS/100.0
ESCGS = E(J)
PCGS = P(J)*1000.0
RM(J) = (ESCGS*.62198)/(PCGS-ESCGS)
1  CONTINUE
RETURN
END

```

C  
C  
C  
C  
C

```
#####
#####
##### CALCULO DA TEMPERATURA VIRTUAL
#####
#####
```

```
SUBROUTINE GFTHGT(P,T,U,ALT,RM,J1,IALTTT)
DIMENSION P(1),T(1),ALT(1),RM(1),U(1)
Z = 287.05/9.8
ALT(1) = IALTTT
ALTSUP = IALTTT
DO 71 J=1,J1
M = J+1
IF(P(M).EQ.0.)P(M)= P(M)+0.001
IF(P(J).EQ.P(M))P(M)= P(M)+0.001
E = RM(J)
Q = RM(J)
RM(J) = T(J)*(1+0.61*Q)
71 CONTINUE
DO 70 J = 1,J1
M = J+1
TVM = (RM(J)+RM(M))/2.
AL11 = ALOG(P(J)/P(M))
DZ = Z*TVM*AL11
ALTSUP = ALTSUP+(DZ)
IF(J.EQ.J1) GO TO 70
ALT(P) = ALTSUP
70 CONTINUE
RETURN
END
```

C  
C  
C  
C  
C

```
#####
#####
##### INTERPOLACAO LINEAR DA DENSIDADE ATMOSFERICA
#####
#####
```

```
SUBROUTINE ALINTE(DENS,DIST1,DENS1,DIST,J1,K)
DIMENSION DENS(1),DIST(1),DIST1(1),DENS1(1)
K = IFIX((DIST(J1) - DIST(1))/1000+1)
DO 600 J = 1,K
DIST1(J) = 1000+J
DO 500 I = 2,J1
M = I-1
IF(DIST(M).LT.DIST1(J).AND.DIST(I).GT.DIST1(J)) GO TO 50
500 CONTINUE
50 RDIST = (DIST1(J)-DIST(M))/(DIST(M+1)-DIST(M))
FAT = ALOG(DENS(M))-(ALOG(DENS(M))-ALOG(DENS(M+1)))*RDIST
DENS1(J) = EXP(FAT)
600 CONTINUE
DO 700 N = K,49
NR = N+1
700 DENS1(NR) = 0.00
RETURN
END

FUNCTION YG(D)
YL = 20/2.54
YG = (D-51)+YL/8
IF(YG.LT.0) YG = 0
IF(YG.GT.YL) YG = YL
RETURN
END
```

```

C #####
C #####
C ##### PLOTAGEM DA DENSIDADE ATMOSFERICA EM FUNCAO DA #####
C ##### ALTURA #####
C #####
C #####

```

```

SUBROUTINE GRAF(DIST1,D,J3,TEXT01,TEXT02,TEXT03,TEXT04)
DIMENSION DIST1(1),D(1),TEXT01(8),TEXT02(3),TEXT03(2),TEXT04(4)
XL = 50./7.62
YL = 20.00/2.54
CALL PLOT(4.6/2.54,0,-3)
DO 41 K = 1,6
X = XL*(K-1)/5
CALL PLOT(X,0,2)
CALL PLOT(X,-0.15,2)
41 CALL PLOT(X,0,2)
CALL PLOT(0,0,2)
DO 51 K = 1,26
X = XL*(K-1)/25
CALL PLOT(X,0,2)
CALL PLOT(X,-0.1,2)
51 CALL PLOT(X,0,2)
CALL PLOT(XL,YL,2)
CALL PLOT(0,YL,2)
DO 61 I = 1,9
Y = YL*(9-I)/8
CALL PLOT(0,Y,2)
CALL PLOT(-0.15,Y,2)
61 CALL PLOT(0,Y,2)
DO 71 I = 1,17
Y = YL*(I-1)/16
CALL PLOT(0,Y,2)
CALL PLOT(-0.1,Y,2)
71 CALL PLOT(0,Y,2)
CALL PLOT(0,0,3)
DO 81 J = 1,6
X = XL*(J-1)/5
T1 = (J-1)*10
81 CALL NUMBER(X-0.14,-0.4,0.14,T1,0,0)
CALL PLOT(-0.4,-0.07,3)
DO 91 J = 1,9
Y = YL*(J-1)/8
Z1 = 50+J
91 CALL NUMBER(-0.4,Y-0.07,0.14,Z1,C,0)
CALL SYMBOL(-1,-1.4,0.21,TEXT01,0,40)
CALL SYMBOL(4.4,-0.7,0.14,TEXT03,C,12)
CALL SYMBOL(-0.7,5.64,0.14,TEXT02,9C,16)
CALL SYMBOL(3.7,0.14,TEXT04,0,23)
IP = 3
X = (DIST1(1)/1000)*XL/50
CALL PLOT(X,YG(D(1)),IP)
DO 30 I = 1,J3
X = (DIST1(I)/1000)*XL/50
IP = 2
Y = YG(D(I))
30 CALL PLOT(X,Y,IP)
CALL PLOT(19.9/2.54,0,-3)
CALL PLOT(0,1,2)
RETURN
ENTRY IGRAE
CALL PLOT(0,11,-2)
CALL PLOT(0,-9,-2)
RETURN
END

```