

1. Classificação <i>INPE-COM.10/PE</i> <i>CDU.: 621.391</i>	2. Período	4. Critério de Distribuição: interna <input type="checkbox"/> externa <input checked="" type="checkbox"/>
3. Palavras Chave (selecionadas pelo autor) <i>COMUNICAÇÕES, CAPACIDADE, REDES.</i>		
5. Relatório nº <i>INPE-1322-PE/154</i>	6. Data <i>Agosto de 1978</i>	7. Revisado por - <i>Ludwig</i> <i>Gerson Otto Ludwig</i>
8. Título e Sub-Título <i>LIMITAÇÕES TEÓRICAS E PRÁTICAS SOBRE AS COMUNI CAÇÕES EM REDES COM MÚLTIPLOS TERMINAIS</i>		9. Autorizado por - <i>Parada</i> <i>Nelson de J. Parada</i> <i>Diretor</i>
10. Setor <i>DEE/GTE</i>	Código <i>30.213</i>	11. Nº de cópias <i>14</i>
12. Autoria <i>Aydano Barreto Carleial</i>		14. Nº de páginas <i>12</i>
13. Assinatura Responsável <i>Aydano Carleial</i>		15. Preço
16. Sumário/Notas <i>Exemplos de redes de comunicações com múltiplos terminais são apresentados neste artigo, por meio de grafos, e o conceito de capacidade multidimensional é explicado. Resultados recentes sobre a capacidade de duas dessas redes, o canal de múltiplo acesso e o canal com interferência, são discutidos. Demonstra-se que códigos de superposição atingem a capacidade para o canal de múltiplo acesso gaussiano. Um limitante externo sobre a capacidade do canal com interferência, originalmente proposto por Sato, é calculado em forma fechada para o canal com interferência gaussiano e comparado com um limitante interno. A aplicabilidade dos modelos de redes usados no artigo a situações reais é discutida brevemente e faz-se referência ao problema de sincronização de sinais.</i>		
17. Observações <i>Este artigo foi apresentado no Congresso Internacional sobre Processamento de Sinais (CIPS), realizado na Universidade Federal do Rio de Janeiro, de 05 a 07 de julho de 1978.</i>		

ABSTRACT

Examples of multiple-terminal communication networks are given in this paper, by means of graphs, and the concept of multidimensional capacity is explained. Recent results concerning the capacity of two such networks, the multiple-access channel and the interference channel, are discussed. It is demonstrated that superposition codes achieve capacity for the Gaussian multiple-access channel. An outer bound on the capacity of the interference channel, originally proposed by Sato, is evaluated in closed form for the Gaussian interference channel and compared with an inner bound. The applicability of network models used in the paper to real situations is briefly discussed and reference is made to the problem of signal synchronization.

LIMITAÇÕES TEÓRICAS E PRÁTICAS SOBRE AS COMUNICAÇÕES EM REDES COM MÚLTIPLOS TERMINAIS

Aydano B. Carleial
Instituto de Pesquisas Espaciais (CNPq/INPE)

1. INTRODUÇÃO

Os resultados clássicos da teoria matemática de comunicação de Shannon (ref. 1) referem-se à situação básica em que uma única fonte envia informação a um único destino, através de um canal definido por modelo probabilístico. A capacidade do canal é o supremo das taxas de transmissão às quais é possível comunicação confiável, ou seja, com incidência de erros arbitrariamente pequena, admitindo-se processamento de sinais tão complexo quanto for necessário. Principalmente a partir de 1971, tem havido considerável progresso na extensão da teoria de Shannon a redes de comunicações com múltiplos terminais, nas quais as comunicações se processam simultaneamente em várias direções (ref. 2,3).

As redes de comunicações podem ser representadas por grafos orientados, onde os nodos são os terminais e os ramos indicam os possíveis caminhos para o fluxo de informação. Na Figura 1, temos o canal bidirecional (a), cujo primeiro estudo foi feito por Shannon (ref. 4). O canal de múltiplo acesso (b), o canal com múltiplos destinos (c) e o canal com interferência (d), pesquisados mais recentemente, também correspondem a situações muito comuns em comunicações. Ainda na Figura 1, temos o canal com repetidor paralelo (e) e uma rede de terminais que se comunicam através de um repetidor, que poderia ser um satélite artificial (f).

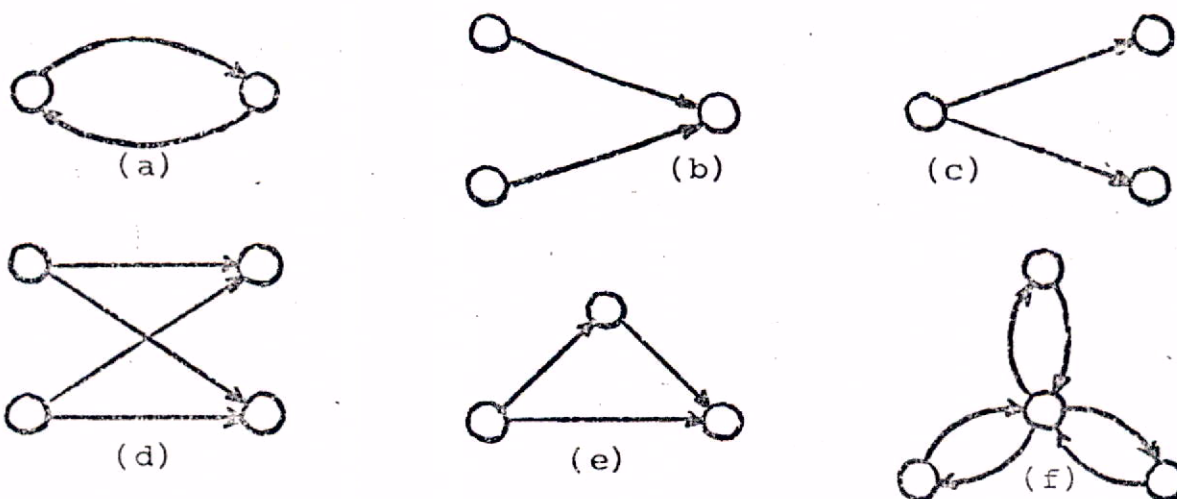


Figura 1 - Grafos representativos de redes.

A generalização do conceito de capacidade para redes leva em conta a existência de um vetor de taxas de transmissão, uma vez que, geralmente, estamos interessados em $M \geq 2$ comunicações simultâneas. Neste caso, a capacidade deixa de ser um número e passa a ser uma "superfície" de $M-1$ dimensões, que limita uma porção convexa do primeiro ortante* do espaço euclidiano M -dimensional. Es-

(*) O "primeiro ortante" é a porção do espaço formada pelos vetores cujas componentes são não-negativas.

ta porção de espaço recebe o nome de região de capacidade.

As características de transmissão em redes de comunicações são especificadas por modelos probabilísticos. Mesmo nos casos mais simples e idealizados, a determinação da capacidade pode ser um problema difícil. Apresentamos neste artigo alguns resultados recentes, do autor e de outros pesquisadores, sobre a capacidade de duas redes, dentre as acima mencionadas. A exposição restringe-se ao caso em que os sinais são limitados em potência média e as perturbações são ruídos gaussianos brancos aditivos. No final do trabalho, discutimos alguns aspectos gerais da teoria e a aplicabilidade prática dos modelos.

Um objetivo deste tipo de estudo é verificar se os métodos comumente utilizados em comunicações estão próximos ou distantes dos limites teóricos.

2. ANÁLISE DE REDES GAUSSIANAS

2.1 Canal de Múltiplo Acesso

Consideremos o canal de múltiplo acesso representado na Figura 1(b), com dois terminais emissores (ou transmissores) e um terminal receptor. A discussão a seguir pode ser generalizada para três ou mais terminais emissores.

Sejam $x_1(t)$ e $x_2(t)$ os sinais emitidos, cujas potências médias não podem exceder P_1 e P_2 , respectivamente, restritos em espectro a uma mesma faixa de frequências, de largura B , e estatisticamente independentes. Em nosso modelo, o sinal que chega ao receptor é

$$y(t) = x_1(t) + x_2(t) + v(t), \quad (1)$$

onde $v(t)$ é ruído gaussiano, com densidade espectral de potência N , constante dentro da faixa dos sinais. Suporemos ainda normalizadas as potências de sinais e ruído, de forma que $N=1$.

Uma técnica muito usada em múltiplo acesso é dividir a faixa disponível em segmentos (FDM) e dedicar um segmento a cada emissor. Em nosso caso, sejam $f_1 B$ e $f_2 B$ as larguras de faixa entregues ao primeiro e ao segundo emissores, respectivamente, com $f_1 + f_2 = 1$. Pela fórmula de capacidade de Shannon para canais gaussianos (ref. 1), admitindo perfeita separação dos sinais, são conjuntamente admissíveis para comunicações confiáveis vetores de taxas de transmissão limitados por

$$R_i = f_i B \log(1 + P_i / f_i B), \quad i = 1, 2. \quad (2)$$

Fazendo variar f_1 de 0 a 1, resulta de (2) a curva representada na Figura 2(a). É interessante notar que obtemos a mesma curva através de divisão em tempo (TDM), operando os emissores com potências P_i / f_i durante frações f_i do tempo, $i = 1, 2$, cada um ocupando, à sua vez, toda a faixa de frequências. Existe dualidade entre as técnicas FDM e TDM.

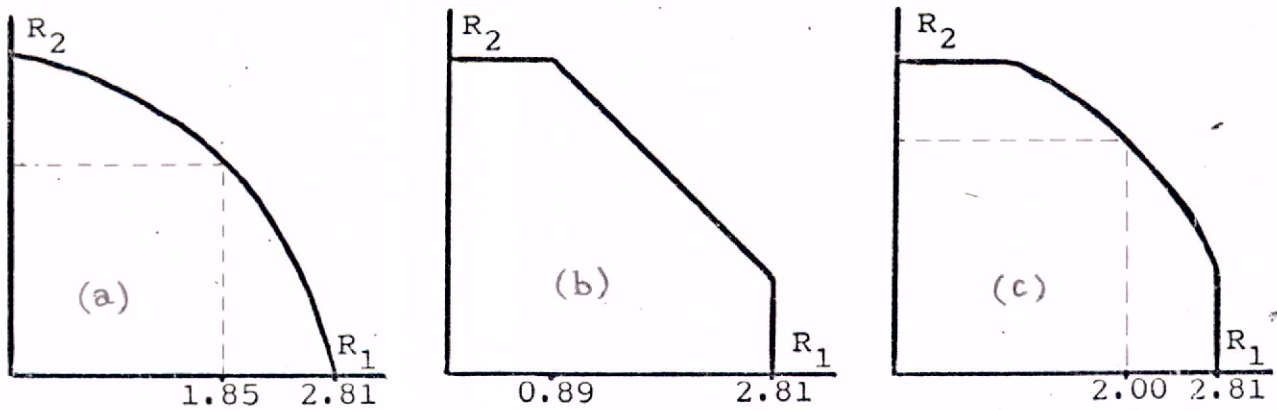


Figura 2 - Regiões definidas para canal de múltiplo acesso gaussiano normalizado, com $P_1=P_2=6$ e $B=1$. As taxas estão em unidades binárias.

Entretanto, a verdadeira capacidade do canal de múltiplo acesso gaussiano está além da curva FDM/TDM. Cover e Wyner mostraram que a capacidade é uma linha poligonal, representada na Figura 2(b), formada por segmentos de três retas:

$$R_i = B \log(1 + P_i/B), \quad i = 1, 2, \quad (3a)$$

$$R_1 + R_2 = B \log(1 + (P_1+P_2)/B). \quad (3b)$$

Uma demonstração deste resultado, para um modelo em tempo discreto, é apresentada em (ref. 2). É fácil verificar que a poligonal não pode ser ultrapassada; a hipótese de independência entre x_1 e x_2 explica a limitação de R_1+R_2 por uma expressão com soma de potências. Demonstra-se também que os pares de taxas representados pelas duas "esquinas obtusas" (vértices de ângulos de 135 graus) da Figura 2(b) são efetivamente atingíveis, em comunicações confiáveis. Usando um argumento simples de divisão temporal, pode-se, enfim, concluir que toda a região pentagonal é atingível e, como não pode ser excedida, ela é a região de capacidade do canal (ref. 2).

A seguir, esquematizamos uma demonstração alternativa, pela qual se mostra que o segmento inclinado, que une as esquinas obtusas, é inteiramente atingível, sem necessidade de usar divisão temporal. A demonstração pormenorizada consta de (ref. 5). Utilizamos a técnica usual de demonstração de capacidade, por codificação aleatória, sendo que, neste caso, consignamos a um dos emissores (por exemplo, o primeiro) um "código de superposição". O código de superposição aleatório é construído dividindo a potência disponível no primeiro emissor em duas partes, $(1-f)P_1$ e fP_1 , sendo $0 \leq f \leq 1$, gerando dois subcódigos aleatórios com essas frações de potência e, finalmente, somando cada sinal do primeiro subcódigo a cada sinal do segundo subcódigo. As duas coleções de sinais são obtidas tomando segmentos no tempo, com uma duração escolhida T , de processos aleatórios gaussianos independentes, com espectro limitado à faixa de largura B do canal e plano dentro dessa faixa. A potência dos processos aleatórios utilizados deve

ser $(1-f)P_1$ para o primeiro subcódigo e fP_1 para o segundo.

Consideremos então um subcódigo com $\exp(R_{10}T)$ sinais, genericamente designados por x_{10} , com potência $(1-f)P_1$, e um subcódigo com $\exp(R_{11}T)$ sinais x_{11} , com potência fP_1 , gerados pelo método acima descrito. O código de superposição é constituído de todos os $\exp(R_1T)$ sinais da forma $x_1 = x_{10} + x_{11}$, sendo $R_1 = R_{10} + R_{11}$ a sua taxa de transmissão e P_1 a sua potência, que existe disponível no primeiro emissor. O segundo emissor utilizará um código aleatório simples, com $\exp(R_2T)$ sinais x_2 , diretamente gerados a partir de processos gaussianos com potência P_2 . Podemos reescrever a equação do sinal recebido (1) em termos de um intervalo de sinalização de código,

$$Y = x_{10} + x_{11} + x_2 + v, \quad (4)$$

sendo $v=v(t)$ o ruído que ocorre durante o intervalo de sinalização considerado, de duração T . Por hipótese do modelo, as comunicações são perfeitamente síncronas.

A decodificação pelo receptor pode ser feita em três passos sucessivos, respectivamente destinados a identificar os sinais x_{10} , x_2 , x_{11} que foram usados na transmissão. Em cada passo pode ser usado um decodificador ótimo, de máxima verossimilhança. A complexidade de implementação de tais decodificadores, para códigos gerados aleatoriamente, seria excessiva, mas este aspecto não deve ser considerado em se tratando de determinar a capacidade. Devemos apenas verificar quais os limitantes superiores para as taxas R_{10} , R_2 , R_{11} compatíveis com probabilidades de erro arbitrariamente pequenas na identificação dos sinais. Pela já mencionada fórmula de capacidade de Shannon (ref. 1), levando em conta que um sinal a ser decodificado em passo subsequente comporta-se como ruído gaussiano no passo presente, obtemos os seguintes limitantes:

$$R_{10} = B \log(1 + (1-f)P_1/(B+fP_1+P_2)) \quad (5a)$$

$$R_2 = B \log(1 + P_2/(B+fP_1)) \quad (5b)$$

$$R_{11} = B \log(1 + fP_1/B) . \quad (5c)$$

A demonstração é completada verificando que as expressões (5) correspondem ao segmento de reta inclinado da Figura 2(b), fazendo variar o parâmetro f entre 0 e 1 e recordando que $R_1 = R_{10} + R_{11}$.

Demonstrou-se, recentemente, que a região de capacidade do canal de múltiplo acesso gaussiano é ampliada quando se acrescentam ao modelo ligações de retorno, do terminal receptor para os emissores. Essas ligações não estão representadas no grafo da Figura 1(c). Cover e Leung (ref. 6) e Carleial (ref. 7), independentemente, verificaram que a região representada na Figura 2(c) é atingível quando ambos emissores podem observar o sinal $y(t)$, mesmo com algum atraso. Entretanto, não foi demonstrado que esta é a região de capacidade do canal de múltiplo acesso com retorno.

2.2 Canal com Interferência

O canal com interferência, representado na Figura 1(d), tem sido estudado por Carleial (ref. 8,9), Sato (ref. 10), Benzel (ref. 11) e outros. O primeiro emissor transmite informação destinada apenas ao primeiro receptor, a uma taxa R_1 , enquanto o segundo emissor transmite para o segundo receptor, a uma taxa R_2 . Devido ao compartilhamento do meio de comunicações, ocorre interferência mútua entre as duas transmissões. No modelo gaussiano que vamos discutir, os sinais recebidos são

$$y_1(t) = c_{11}x_1(t) + c_{21}x_2(t) + v_1(t) \quad (6a)$$

$$y_2(t) = c_{12}x_1(t) + c_{22}x_2(t) + v_2(t), \quad (6b)$$

onde x_1 e x_2 são os sinais emitidos, limitados a potências P_1 e P_2 e a uma mesma faixa de frequências, de largura B , e v_1 e v_2 são ruídos gaussianos, brancos dentro dessa faixa, não necessariamente independentes entre si. Os coeficientes c_{ij} , supostos constantes e conhecidos, encerram as características de transmissão entre os terminais emissores e receptores, incorporando perdas de propagação, diretividades de antenas etc., que influem nos níveis relativos dos sinais transmitidos. - Sem perda de generalidade, consideraremos feita uma normalização simples, descrita em (ref. 9), de forma que $c_{11}=c_{22}=1$ e $N_1=N_2=1$, sendo N_1 e N_2 as densidades espectrais de potência de v_1 e v_2 . Um canal com três ou mais enlaces interferentes pode ser definido de maneira análoga.

A região de capacidade do canal com interferência é conhecida apenas em casos especiais, mencionados abaixo. O problema geral continua aberto, tendo sido demonstrados limitantes internos e externos para a capacidade. É bastante evidente que, sendo x_1 e x_2 independentes, em nenhum caso poderá haver comunicações confiáveis a taxas que excedam

$$R_1 = B \log(1 + c_{11}^2 P_1 / BN_1) = B \log(1 + P_1 / B) \quad (7a)$$

$$R_2 = B \log(1 + c_{22}^2 P_2 / BN_2) = B \log(1 + P_2 / B), \quad (7b)$$

pois estas são as taxas de Shannon (ref. 1) para enlaces sem interferência. Com efeito, este limitante externo, representado na Figura 3(a), é justamente a capacidade para o caso ideal, $c_{12}=c_{21}=0$ (enlaces desacoplados). No caso geral (6), as equações (7) correspondem, respectivamente, aos valores máximos, por unidade de tempo, das informações mútuas condicionais $I(X_1; Y_1 | X_2)$ e $I(X_2; Y_2 | X_1)$, da teoria de Shannon.

A capacidade do canal com interferência também é conhecida no caso $c_{12}=c_{21}=1$, e sua demonstração é fácil. Para estes valores dos parâmetros, y_1 e y_2 são sinais estatisticamente equivalentes. Ambas equações (6) tomam a forma de (1). Devido a esta situação singular, qualquer algoritmo capaz de decodificar x_1 no primeiro terminal receptor pode ser utilizado, com igual sucesso, no segundo. Pela mesma razão, se x_2 é decodificável no segundo receptor, também o é no primeiro. A consequência lógica é que a

capacidade, neste caso, é formalmente idêntica à do canal de múltiplo acesso, dada por (3) e representada na Figura 2(b), ficando portanto aquém do limitante externo (7). Ao contrário do que se poderia supor, no entanto, a região de capacidade não "encolhe" monotonicamente para valores crescentes dos coeficientes de interferência. Carleial (ref. 8) verificou que há uma reversão, demonstrando que, para níveis de interferência suficientemente elevados, especificamente

$$c_{12}^2 \geq 1 + P_2, \quad c_{21}^2 \geq 1 + P_1, \quad (8)$$

a capacidade volta a coincidir com o limitante externo, ou seja, é idêntica à do "caso ideal".

Além do limitante externo (7), que voltaremos a discutir adiante, são conhecidos limitantes internos gerais para a capacidade do canal com interferência sem memória. Em nosso modelo gaussiano, se os sinais transmitidos forem disjuntos no domínio da frequência (FDM) ou no domínio do tempo (TDM), os receptores podem separar o sinal desejado do sinal interferente. A situação é análoga à do canal de múltiplo acesso. A linha curva da Figura 2(a) delimita, portanto, uma região de taxas atingíveis, para todos os valores de c_{12} e c_{21} . Por outro lado, utilizando códigos de superposição, Carleial (ref. 9) obteve uma outra região de taxas atingíveis para canais com interferência. Esta região coincide com a região de capacidade em todos os casos em que a mesma já foi determinada. Recentemente, Benzel (ref. 11) mostrou a referida coincidência para uma classe de canais com sinais em alfabeto discreto. No caso gaussiano, a região é expressa em forma fechada (ref. 9), em função de P_1 , P_2 , c_{12} e c_{21} . Não obstante os indícios favoráveis, no entanto, verificamos que, para certos valores dos parâmetros, a região pode ser ampliada, combinando os códigos de superposição com FDM ou TDM.

Outra contribuição recente, devida a Sato (ref. 10), foi a demonstração de que o limitante externo (7) pode ser melhorado pelo acréscimo de uma condição restritiva aplicada à soma das taxas de transmissão. Em termos de informações mútuas entre sinais em tempo discreto, a região de capacidade de um canal com interferência sem memória está contida na união convexa, sobre todas as distribuições de probabilidade aplicáveis aos sinais independentes x_1 e x_2 , das regiões (retangulares ou pentagonais) delimitadas por

$$R_1 = I(X_1; Y_1 | X_2) \quad (9a)$$

$$R_2 = I(X_2; Y_2 | X_1) \quad (9b)$$

$$R_1 + R_2 = I(X_1, X_2; Y_1, Y_2) \quad (9c)$$

No modelo gaussiano, devem ser consideradas todas as distribuições de probabilidade tais que $EX_1^2 \leq P_1$ e $EX_2^2 \leq P_2$. No raciocínio utilizado por Sato (ref. 10) para obter (9c), os dois terminais receptores são combinados, formando-se um canal de múltiplo acesso.

A necessidade de considerar uma família incontável de

distribuições de probabilidade pode tornar difícil, se não impossível, fazer o cálculo explícito do limitante externo através das equações (9). Certos teoremas conhecidos da teoria da informação, entretanto, permitem calcular o limitante externo de Sato para o canal gaussiano. A seguir, apresentamos este nosso novo resultado.

A dispersão de um ensemble real Z , às vezes chamada de "entropia contínua" de Z , é definida por

$$D(Z) = E(-p(Z) \log p(Z)) , \quad (10)$$

onde $p(\cdot)$ é a densidade de probabilidade de Z , que pode ter uma ou mais dimensões. No canal com interferência gaussiano em tempo discreto, a informação mútua entre o par de sinais emitidos e o par de sinais recebidos é igual à diferença entre a dispersão de (Y_1, Y_2) e a dispersão condicional de (Y_1, Y_2) , dado (X_1, X_2) . Esta parcela subtraída, por sua vez, é igual à dispersão de (V_1, V_2) . Escrevemos, então,

$$I(X_1, X_2; Y_1, Y_2) = D(Y_1, Y_2) - D(V_1, V_2) . \quad (11)$$

Sendo v_1 e v_2 ruídos conjuntamente gaussianos, com matriz de correlação

$$S_V = \begin{bmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{bmatrix} , \quad (12)$$

onde o valor do coeficiente de correlação r está entre -1 e $+1$, a dispersão de (v_1, v_2) é dada por

$$D(V_1, V_2) = \frac{1}{2} \log((2\pi e)^2 \det S_V) = \frac{1}{2} \log((2\pi e)^2 (1-r^2)) . \quad (13)$$

A dispersão de (Y_1, Y_2) depende das distribuições de probabilidade escolhidas para x_1 e x_2 , que são independentes, mas em qualquer caso está limitada pela desigualdade

$$D(Y_1, Y_2) \leq \frac{1}{2} \log((2\pi e)^2 \det S_Y) , \quad (14)$$

onde S_Y é a matriz de correlação de (Y_1, Y_2) . Pode-se ainda demonstrar que o limitante (14) é atingido com igualdade quando Y_1 e Y_2 são conjuntamente gaussianos, o que ocorre se e somente se x_1 e x_2 são gaussianos; e que $\det S_Y$ é máximo para x_1 e x_2 com médias nulas e variâncias P_1 e P_2 , respectivamente. Temos então, neste caso,

$$S_Y = \begin{bmatrix} P_1 + c_{21}^2 P_2 + 1 & c_{12} P_1 + c_{21} P_2 + r \\ c_{12} P_1 + c_{21} P_2 + r & c_{12}^2 P_1 + P_2 + 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

e, combinando (14) e (13) em (11), obtemos o máximo valor possível para a informação mútua em tempo discreto,

$$I(X_1, X_2; Y_1, Y_2) = \frac{1}{2} \log \frac{(P_1 + c_{21}^2 P_2 + 1)(c_{12}^2 P_1 + P_2 + 1) - (c_{12} P_1 + c_{21} P_2 + r)^2}{1 - r^2} . \quad (16)$$

O resultado correspondente para nosso modelo em tempo contínuo é

$$R_1 + R_2 = B \log \frac{(P_1 + c_{21}^2 P_2 + B)(c_{12}^2 P_1 + P_2 + B) - (c_{12} P_1 + c_{21} P_2 + Br)^2}{B^2 (1 - r^2)} \quad (17)$$

Recordamos que a normalização adotada para este modelo tornou unitárias as densidades espectrais de potência de ruído, enquanto no modelo em tempo discreto fizemos $EV_1^2 = EV_2^2 = 1$, conforme (12).

Como (9a), (9b) e (9c) atingem seus valores máximos através do mesmo par de distribuições gaussianas sobre x_1 e x_2 , dando as expressões (7a), (7b) e (17), respectivamente, quando é feita a transformação para tempo contínuo, o limitante externo de Sato consiste justamente na combinação de (7a), (7b) e (17). Tomando B em hertz e usando base 2 para o logaritmo, obtemos as taxas R_1 e R_2 em bit/segundo.

Resta fazer uma observação importante, antes de efetuar cálculos. Sabemos que a capacidade do canal com interferência não depende da correlação r entre os ruídos. Logo, podemos aplicar em (17) um valor de r que minimize esta expressão, de modo a obter o limitante mais justo. A minimização é facilitada quando consideramos um canal simétrico, com $P_1 = P_2 = P$ e $c_{12} = c_{21} = c$. Neste caso, igualando a zero a derivada do argumento do logaritmo em (17) e resolvendo, obtemos

$$r = \frac{(1-c^2)^2 P + 2B(1+c^2) - |1-c^2| \sqrt{(1-c^2)^2 P + 4B(1+c^2)P + 4B^2}}{4Bc} \quad (18)$$

como solução única entre -1 e $+1$, para $c \neq 0$. Para $c=0$, a solução é $r=0$. Neste caso, bem como no caso $c=1$ (com $r=1$), não existe folga entre (17) e a capacidade. Acreditamos, porém, que estes casos são excepcionais. A seguir, listamos, para $P=6000$ watt/(watt.Hz) e $B=1$ kHz, alguns valores do limitante (17) minimizado, em kbit/s. O valor dos limitantes (7) é 2.80735.

c	r	$R_1 + R_2$	c	r	$R_1 + R_2$
0	0	5.61471	1	1	3.70044
0.2	0.05271	5.54012	1.01	0.96460	3.76179
0.5	0.17545	5.13739	1.2	0.49431	4.91320
0.8	0.48837	4.36858	2	0.06275	8.58306
0.99	0.96457	3.73512	7	0.00101	16.35026

As Figuras 3(b) e 3(c) apresentam o limitante externo, bem como um limitante interno obtido pelas técnicas mencionadas acima, para este exemplo, nos casos $c=0.5$ e $c=1.2$, respectivamente.

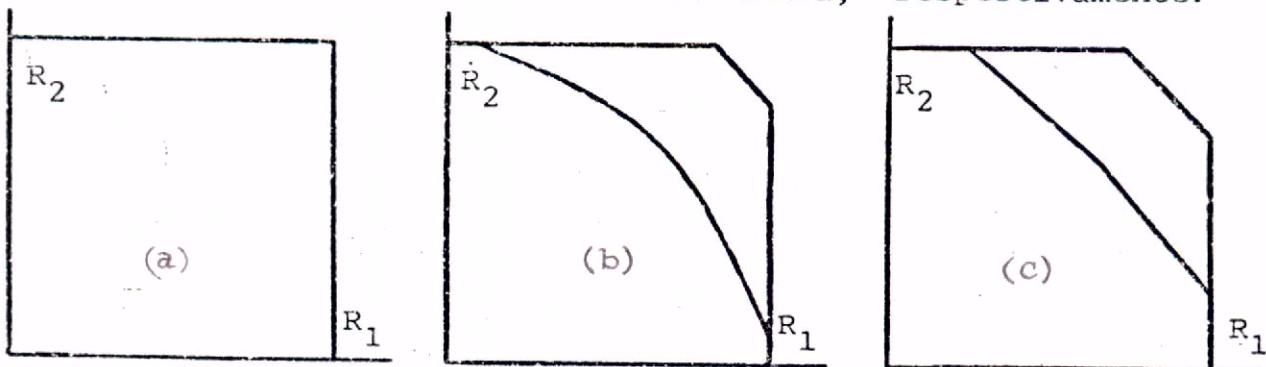


Figura 3 - Limitantes para a capacidade do canal com interferência gaussiano simétrico com $P/B=6$.

3. CONCLUSÕES

Examinamos neste artigo, de maneira sucinta, através de exemplos de análise, o problema da determinação da capacidade de redes de comunicações. Apesar da simplicidade dos modelos considerados, vimos que o problema ainda não foi completamente resolvido para o canal de múltiplo acesso com retorno, nem para o canal com interferência. Para este último, calculamos explicitamente um novo limitante externo à capacidade, proposto por Sato, comparando-o com um limitante interno, que obtivéramos anteriormente. Apesar de serem estes os melhores limitantes gerais obtidos até o presente momento, verificamos, no exemplo do canal simétrico, que existe uma separação considerável entre o limitante interno e o externo, exceto quando o sinal interferente é muito fraco, ou muito forte, ou de intensidade aproximadamente igual à do sinal desejado. É neste último caso ($c \approx 1$) que o novo limitante externo representa mais substancial progresso sobre a situação anterior. Conjecturamos, entretanto, que o limitante externo via de regra excede a capacidade.

A técnica de superposição de sinais, aqui utilizada na demonstração da capacidade do canal de múltiplo acesso e mencionada em relação ao canal com interferência, tem aplicação geral no estudo teórico de redes. Com efeito, tem sido verificado que altas taxas de transmissão são obtidas utilizando sinais que ocupam simultaneamente toda a faixa de frequências disponível. Métodos de codificação suscetíveis de implementação prática, com base na idéia da superposição, vêm sendo estudados, principalmente para múltiplo acesso.

Merece especial atenção a questão da representatividade dos modelos teóricos frente às situações reais encontradas em comunicações. Do ponto de vista topológico, parece não haver restrições a diagramas como os da Figura 1. Os modelos com sinais e ruídos gaussianos aditivos, empregados neste artigo, são bastante aplicáveis às comunicações espaciais e a alguns tipos de comunicações terrestres. Outros modelos podem ser estudados para outras aplicações. A sincronização dos sinais, no entanto, em princípio seria de consecução mais difícil em redes com múltiplos terminais do que no canal simples. Pode-se admitir que o sincronismo entre emissores e receptores seja obtido pelo método usual, extraíndo uma referência de tempo dos próprios sinais recebidos. Mas não seria possível manter sincronizados dois terminais emissores que não se comunicam entre si. Por esta razão, tem grande importância o trabalho de pesquisa de McEliece e Posner (ref. 12) e Cover (comunicação epistolar) sobre comunicações assíncronas em redes. Os resultados preliminares sugerem que, pelo menos no caso do canal de múltiplo acesso, a falta de sincronismo entre os emissores não reduz a capacidade. Finalmente, há indicações de que a complexidade do processamento de sinais para comunicações em redes, a taxas próximas da capacidade e com baixas probabilidades de erro, seja semelhante à complexidade correspondente a canais simples, apesar de não existirem ainda resultados bem estabelecidos a esse respeito.

ABSTRACT

Examples of multiple-terminal communication networks are given in this paper, by means of graphs, and the concept of multidimensional capacity is explained. Recent results concerning the capacity of two such networks, the multiple-access channel and the interference channel, are discussed. It is demonstrated that superposition codes achieve capacity for the Gaussian multiple-access channel. An outer bound on the capacity of the interference channel, originally proposed by Sato, is evaluated in closed form for the Gaussian interference channel and compared with an inner bound. The applicability of network models used in the paper to real situations is briefly discussed and reference is made to the problem of signal synchronization.

REFERENCES

1. C. E. Shannon, "A mathematical theory of communication", Bell System Tech. J., 27, p. 379-423 e 623-656, julho e outubro, 1948.
2. A. D. Wyner, "Recent results in the Shannon theory", IEEE Tr. on Inform. Th., 20(1), p. 2-10, janeiro, 1974.
3. E. C. van der Meulen, "A survey of multiway channels in information theory: 1961-1976", IEEE Tr. on Inform. Th., 23(1), p. 1-37, janeiro, 1977.
4. C. E. Shannon, "Two-way communication channels", Proc. Fourth Berkeley Symp. Math. Stat. and Prob., p. 611-644, 1961.
5. A. B. Carleial, On the capacity of multiple-terminal communication networks, Report 6603-1, Information Systems Laboratory, Stanford University, agosto, 1975.
6. T. M. Cover e S. K. Leung, "A rate region for the multiple-access channel with feedback", IEEE International Conference on Communications, Chicago, junho, 1977.
7. A. B. Carleial, On the capacity of the Gaussian multiple-access channel with feedback, Relatório INPE-1101-PE/076, Instituto de Pesquisas Espaciais, agosto, 1977.
8. A. B. Carleial, "A case where interference does not reduce capacity", IEEE Tr. on Inform. Th., 21(5), p. 569-570, setembro, 1975.
9. A. B. Carleial, "Interference channels", IEEE Tr. on Inform. Th., 24(1), p. 60-70, janeiro, 1978.
10. H. Sato, "Two-user communication channels", IEEE Tr. on Inform. Th., 23(3), p. 295-304, maio, 1977.
11. R. Benzel, "The capacity region of a class of discrete additive degraded interference channels", a ser publicado em IEEE Tr. on Inform. Th.
12. R. J. McEliece e E. C. Posner, "Multiple-access channels without synchronization", IEEE International Conference on Communications, Chicago, junho, 1977.