

1. Classificação <i>INPE-COM.4/RPE</i> <i>C.D.U.: 528.236:529</i>		2. Período	4. Critério de Distribuição:
3. Palavras Chaves (selecionadas pelo autor) <i>DINÂMICA ORBITAL</i> <i>SISTEMAS DE COORDENADAS</i> <i>TEMPO</i>			interna <input type="checkbox"/> externa <input checked="" type="checkbox"/>
5. Relatório nº <i>INPE-1634-RPE/093</i>	6. Data <i>Dezembro, 1979</i>	7. Revisado por <i>Rodolpho V. de Moraes</i>	
8. Título e Sub-Título <i>NOTAS SOBRE SISTEMAS DE COORDENADAS E TEMPO</i>		9. Autorizado por <i>Nelson de Jesus Parada</i> Diretor	
10. Setor <i>DSE</i>	Código <i>2828</i>	11. Nº de cópias <i>16</i>	
12. Autoria <i>Luiz Danilo D. Ferreira, Wilson Custódio C. da Silva e Hans U. Pilchowski</i>		14. Nº de páginas <i>56</i>	
13. Assinatura Responsável <i>Luiz Danilo D. Ferreira</i>		15. Preço	
16. Sumário/Notas <p><i>Os sistemas de coordenadas celestes são usados em Astronomia para a determinação da posição de um astro na esfera celeste. As transformações de um sistema de coordenadas em outros, e as relações entre os tempos astronômicos e atômico também são importantes. A finalidade de este trabalho é a apresentação destas relações.</i></p>			
17. Observações <p><i>Estas notas são utilizadas como material no Seminário de Dinâmica Orbital, do curso de mestrado do CEA/Mecânica Orbital.</i></p>			

## ÍNDICE

ABSTRACT .....	vi
LISTA DE FIGURAS .....	vii
<u>CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO</u> .....	1
<u>CAPÍTULO II - DEFINIÇÕES PRELIMINARES</u> .....	3
<u>CAPÍTULO III - SISTEMAS DE COORDENADAS CELESTES</u> .....	5
3.1 - Sistema de coordenadas horizontais .....	5
3.2 - Sistema de coordenadas horárias .....	6
3.3 - Sistema de coordenadas equatoriais .....	8
3.4 - Sistema de coordenadas eclípticas .....	10
<u>CAPÍTULO IV - SISTEMAS DE COORDENADAS GEOCÊNTRICAS</u> .....	13
4.1 - Sistema cartesiano terrestre .....	13
4.1.1 - Sistema cartesiano terrestre instantâneo ( $U^i$ ) .....	13
4.1.2 - Sistema cartesiano terrestre médio ( $X^i$ ) .....	14
4.2 - Sistema cartesiano celeste (ou sideral) .....	14
4.2.1 - Sistema cartesiano celeste instantâneo ( $Z^i$ ) .....	15
4.2.2 - Sistema cartesiano celeste médio ( $W^i$ ) .....	15
<u>CAPÍTULO V - SISTEMA CARTESIANO TOPOCÊNTRICO</u> .....	17
5.1 - Sistema topocêntrico astronômico ( $S^i$ ) .....	17
5.2 - Sistema topocêntrico geodésico ( $\bar{V}^i$ ) .....	18
<u>CAPÍTULO VI - VARIAÇÃO DAS COORDENADAS CELESTES</u> .....	19
6.1 - Precessão geral e nutação .....	19
6.1.1 - Precessão luni-solar .....	19
6.1.2 - Nutação .....	20
6.1.3 - Precessão planetária .....	21
6.1.4 - Precessão geral .....	22
6.2 - Movimento do pólo .....	23

<u>CAPÍTULO VII - TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS</u> .....	25
7.1 - Transformação de coordenadas horizontais ( $X^i; h, A$ ) em coordenadas horárias ( $Y^i; \delta, H$ ) .....	26
7.2 - Transformação de coordenadas horárias ( $Y^i; \delta, H$ ) em coordenadas equatoriais ( $Z^i; \delta, \alpha$ ) .....	28
7.3 - Transformação de coordenadas equatoriais ( $Z^i; \delta, \alpha$ ) em coordenadas eclípticas ( $T^i; \beta, \lambda$ ) .....	29
<u>CAPÍTULO VIII - TRANSFORMAÇÕES DEVIDAS ÀS VARIAÇÕES DAS COORDENADAS CELESTES NO TEMPO</u> .....	31
8.1 - Precessão geral .....	31
8.2 - Nutação .....	32
8.3 - Transformação de sistema de coordenadas terrestre instantâneo ( $U^i$ ) para celeste verdadeiro ( $Z^i$ ) .....	36
8.4 - Transformação de sistema de coordenadas terrestre instantâneo ( $U^i$ ) para terrestre médio ( $X^i$ ) .....	36
8.5 - Transformação de sistema de coordenadas celeste verdadeiro ( $Z^i$ ) para terrestre médio ( $X^i$ ) .....	37
8.6 - Relação entre coordenadas geodésicas ( $\phi, \lambda$ ) e coordenadas cartesianas geodésicas ( $V^i$ ) .....	38
8.7 - Relação entre sistema topocêntrico ( $Z^i$ ) e sistema celeste ( $Z^i$ ) .....	39
<u>CAPÍTULO IX - SISTEMAS DE TEMPO</u> .....	43
9.1 - Tempo astronômico .....	43
9.1.1 - Tempo solar .....	43
9.1.3 - Tempo das efemérides .....	48
9.2 - Tempo atômico .....	48
9.2.1 - Tempo atômico internacional (TAI) .....	49
9.2.2 - Tempo universal coordenado (TUC) .....	49
9.3 - Calendários .....	49
9.3.1 - Calendário sideral .....	49
9.3.2 - Calendários civis .....	50
9.3.3 - Calendário astronômico Gregoriano .....	51
9.3.4 - Calendário de Bessel .....	51

9.4 - Transformações de tempo .....	52
9.4.1 - Conversões de intervalos .....	52
9.4.2 - Hora sideral média a zero hora civil local .....	52
9.4.3 - Conversão de hora civil em sideral média .....	52
9.4.4 - Conversão de hora sideral média em civil .....	52
9.4.5 - Conversão de hora legal em hora civil .....	53
9.4.6 - Hora sideral média a $0^h$ TU .....	53
9.4.7 - Cálculo da data Juliana (JD) a partir do calendário civil Gregoriano em tempo TU .....	53
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	55

ABSTRACT

*The Celestial Coordinate Systems are used in Astronomy to define the position of objects on the celestial sphere. The transformations of a coordinate system into others and the relationship between astronomic and atomic times is also important. The subject of this work is the presentation of these relationships.*

## LISTA DE FIGURAS

II.1	- Esfera celeste .....	4
III.1	- Sistema de coordenadas horizontais .....	5
III.2	- Sistema de coordenadas horárias .....	7
III.3	- Sistema de coordenadas equatoriais .....	9
III.4	- Sistema de coordenadas eclípticas .....	10
IV.1	- Sistemas cartesianos terrestre e instantâneo médio .....	14
IV.2	- Sistemas cartesianos celestes médio e instantâneo .....	15
V.1	- Sistema topocêntrico .....	18
VI.1	- Movimento de precessão .....	20
VI.2	- Precessão .....	21
VI.3	- Precessão e nutação .....	22
VI.4	- Coordenadas $x_p$ e $y_p$ do pólo instantâneo .....	23
VII.1	- Sistemas horizontal e horário .....	26
VII.2	- Sistemas horário e equatorial .....	28
VII.3	- Sistemas equatorial e eclíptico .....	30
VIII.1	- Deslocamento entre o equador médio e o verdadeiro .....	32
VIII.2	- Sistemas terrestre instantâneo e celeste verdadeiro .....	36
VIII.3	- Sistema de coordenadas geodésicas .....	38
VIII.4	- Sistema topocêntrico .....	40
IX.1	- Ângulo entre a eclíptica e o equador celeste .....	44
IX.2	- Fusos horários .....	45

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

Em Astronomia, os sistemas de coordenadas celestes são usados para definir as posições (direções) dos corpos (estrelas) na esfera celeste. A posição de um corpo  $P$  na esfera celeste de raio  $r$  e centro  $O$ , fica determinada com o conhecimento de suas coordenadas retilíneas  $x^i$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Todavia, como se trata de pontos sobre uma superfície esférica, é normal posicioná-los através de suas coordenadas esféricas  $(r, \mu, \nu)$ , com  $r$  unitário.

Os ângulos  $\mu, \nu$  ou arcos de círculos máximos que eles delimitam sobre a superfície da esfera, denominam-se, respectivamente, de abscissa esférica ( $\mu$ ) e ordenada esférica ( $\nu$ ).

É fundamental para as transformações de coordenadas, o conhecimento dos diversos sistemas de tempos e suas medidas, isto é, as relações entre os tempos astronômico e atômico.

## CAPÍTULO II

### DEFINIÇÕES PRELIMINARES

*ESFERA CELESTE* é uma esfera de raio arbitrário e sobre a qual se supõe projetados todos os astros; com um movimento aparente, arrasta consigo todos os corpos celestes. Seu centro é considerado como sendo o centro da Terra.

*EIXO DO MUNDO* é o prolongamento do eixo de rotação da Terra em torno do qual se processa o movimento aparente da esfera celeste (Figura II.1).

*PÓLOS CELESTES* são os dois pontos em que o eixo do mundo intercepta a esfera celeste. Um deles é o pólo norte celeste ( $P_N$ ) e o outro é o pólo sul celeste ( $P_S$ ) (Figura II.1).

*CÍRCULO MÁXIMO* é qualquer círculo determinado pela intersecção da esfera celeste, com um plano passante pelo seu centro.

*EQUADOR CELESTE* ( $QQ'$ ) é o círculo máximo cujo plano é perpendicular ao eixo do mundo; divide a esfera celeste em dois hemisférios: hemisfério norte e hemisfério sul (Figura II.1).

*VERTICAL DE UM LUGAR* é a direção da aceleração da gravidade no lugar; a vertical encontra a esfera celeste em dois pontos diametralmente opostos, chamados ZÊNITE (Z) e NADIR (N). Materializa-se o zênite acima da cabeça de um observador e o nadir abaixo de seus pés.

*PLANO DO HORIZONTE DO LUGAR* é o círculo máximo passante pelo centro da esfera e perpendicular à vertical do lugar.

*PLANO VERTICAL* é todo plano que contém a vertical do lugar.



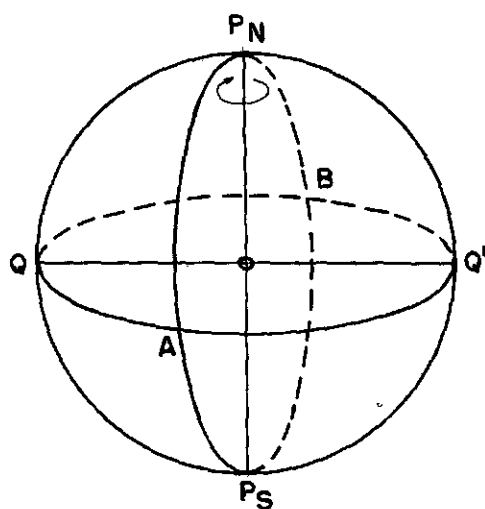
*VERTICAL DE UM ASTRO* é todo plano vertical que contém o astro.

*MERIDIANOS CELESTES* são círculos máximos cujos planos contêm o eixo do mundo (Figura II.1).

*MERIDIANO DO ASTRO* é o meridiano celeste que contém o astro.

*MERIDIANO DO LUGAR* é o meridiano celeste que contém o zênite do lugar; o plano do horizonte divide-o em duas partes: semi-meridiano superior (S.M.S.) que contém o zênite e semi-meridiano inferior (S.M.I.) que contém o nadir (Figura II.2).

*MOVIMENTO DIRETO* é aquele, no qual um astro se move no mesmo sentido do movimento real da Terra (Oeste para Leste); caso contrário, isto é, quando o sentido do movimento é de leste para oeste, o movimento é aparente (inverso) ou retrógrado.



$P_N$  = pólo norte celeste  
 $P_S$  = pólo sul celeste  
 $QQ'$  = equador celeste  
 $P_N A P_S B P_N$  = meridiano celeste

Fig. II.1 - Esfera celeste.

## CAPÍTULO III

### SISTEMAS DE COORDENADAS CELESTES

#### 3.1 - SISTEMA DE COORDENADAS HORIZONTAIS

Supondo-se a origem  $O$  do sistema, no local de observação, e o eixo  $OX_3$ , orientado segundo a vertical do lugar, no sentido do zênite, o plano fundamental  $X_1OX_2$  é o plano do horizonte, tendo o eixo  $OX_1$  dirigido para o sul do horizonte e o eixo  $OX_2$  a  $90^\circ$  do eixo  $OX_1$  no sentido retrógrado como mostra a Figura III.1.

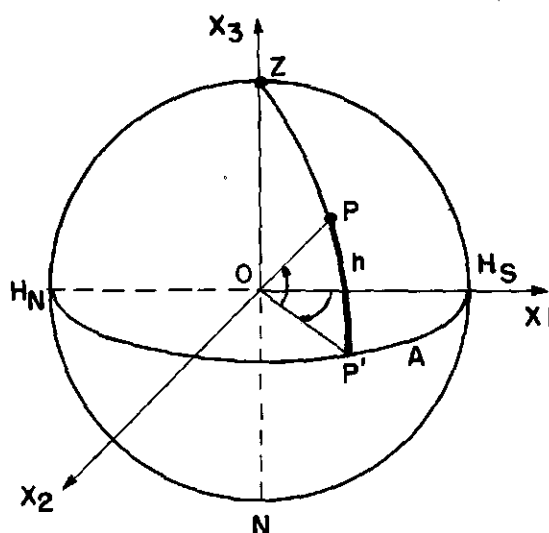


Fig. III.1 - Sistema de coordenadas horizontais

Este sistema recebe o nome de *sistema horizontal* e as coordenadas esféricas de um astro, neste sistema, são chamadas de *altura* e *azimute*.

*ALTURA*  $h$  de um astro  $P$  é o ângulo formado pela direção  $OP$  e a sua projeção sobre o plano do horizonte, sendo contada a partir

deste plano em direção ao zênite ou nadir e varia de  $0^{\circ}$  a  $\pm 90^{\circ}$ ; o sinal é positivo para os astros observados acima do horizonte e negativo, quando o astro é invisível.

Em muitos casos é comum substituir a altura pelo seu complemento ZP, e é contado do zênite até o astro, recebendo o nome de distância zenital (Z). Pode variar de  $0^{\circ}$  (no zênite) a  $180^{\circ}$  (no nadir); em um mesmo hemisfério (astro e observador) verifica-se que:

$$h + Z = 90^{\circ}$$

*AZIMUTE A* de um astro é a abscissa esférica  $H_S P'$  contada sobre o horizonte, desde o ponto sul (convenção) até o vertical do astro, no sentido retrógrado, variando de  $0^{\circ}$  a  $360^{\circ}$ . Em certos problemas é usual variar o azimute de  $0^{\circ}$  a  $\pm 180^{\circ}$ , atribuindo o sinal positivo quando contado por oeste e negativo, quando contado por leste.

As coordenadas do sistema horizontal apresentam a característica de serem locais, isto é, a altura e o azimute de um astro, no mesmo instante, variam de um lugar para outro, uma vez que variam o horizonte e o meridiano do astro; no mesmo local, *variam com o tempo* devido ao movimento de rotação da esfera (Tourinho, 1950).

### 3.2 - SISTEMA DE COORDENADAS HORÁRIAS

O plano fundamental é o equador celeste; o eixo OX3 é dirigido para o pólo norte, o eixo OY1 para o ponto de intersecção entre o meridiano do lugar e o equador celeste; e o eixo OY2 a  $90^{\circ}$  de OY1, no sentido *retrógrado*, Figura III.2 (Gemael, 1971).

As coordenadas esféricas, neste sistema, recebem a denominação de *declinação* ( $\delta$ ) e *ângulo horário* (H).

*Declinação*  $\delta$  de um astro P é o ângulo entre a direção OP e o equador celeste, variando de  $0^{\circ}$  a  $\pm 90^{\circ}$ , contada a partir deste pla

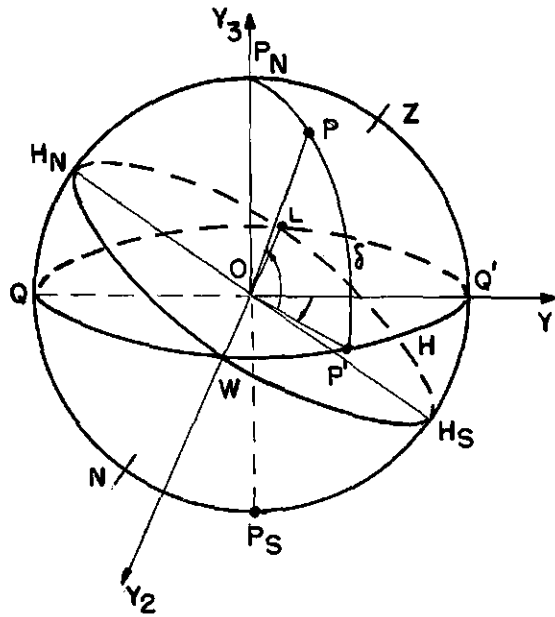


Fig. III.2 - Sistemas de coordenadas horárias

no de referência; o sinal positivo é tomado quando o astro está no hemisfério norte e negativo no hemisfério sul.

O complemento da declinação é denominado de distância polar, sendo contada do pólo norte até o astro, podendo variar de  $0^{\circ}$  a  $180^{\circ}$ , sendo representada pela letra  $p$ :

$$p + \delta = 90^{\circ}$$

*ÂNGULO HORÁRIO  $H$*  é o ângulo formado entre o meridiano local e o meridiano celeste que contém o astro, contado sobre o plano do equador, no sentido retrógrado, variando de  $0^{\circ}$  a  $360^{\circ}$ ; exprime-se também o ângulo horário em horas e frações sexagesimais, fazendo-o variar de 0h a 24h.

Em certos problemas do movimento diurno é comum variar o ângulo horário de  $0^{\circ}$  a  $\pm 180^{\circ}$ ; quando a contagem é por leste, adota-se o sinal negativo e quando for por oeste o sinal positivo.

O sistema horário quando comparado com o sistema horizontal oferece vantagens, uma vez que a declinação do astro no curto prazo das observações é invariável e o equador celeste é o mesmo para todos os observadores (Tourinho, 1950).

Os planos do horizonte e do equador são perpendiculares ao meridiano, então suas intersecções com este plano também são perpendiculares entre si; conclui-se que a meridiana (linha NS) é perpendicular à linha leste-oeste (LW). Estas linhas dividem o plano do horizonte em quatro quadrantes, marcando-se o ponto leste a  $90^{\circ}$  do ponto norte, Figura III.2.

### 3.3 - SISTEMA DE COORDENADAS EQUATORIAIS

O Sol em relação à Terra tem um movimento aparente, descrevendo sobre a superfície da esfera celeste, em um ano, uma circunferência máxima denominada *eclíptica*. O plano da eclíptica está inclinado, em relação ao plano do equador, de um ângulo de  $23^{\circ} 27'$ , chamado de obliquidade da eclíptica que é representado por  $\epsilon^*$ .

O plano da eclíptica e do equador interceptam-se segundo uma reta  $\gamma\Omega$ , linha dos equinócios; a intersecção desta linha com a esfera celeste fornece os pontos equinociais, como mostra a Figura III.3.

O Sol em seu movimento aparente, anual, atinge o ponto equinocial  $\gamma$ , ponto vernal ou ponto Áries, ao passar do hemisfério sul para o norte; o ponto vernal é o começo do outono no hemisfério sul.

O ponto equinocial  $\Omega$ , ponto Libra ou Balança, é o ponto que o Sol atinge quando cruza o equador, do norte para o sul; neste instante tem início a primavera no hemisfério sul.

---

\* O ângulo  $\epsilon$  não é constante e o valor mencionado é aproximado (ver equação VIII.14).

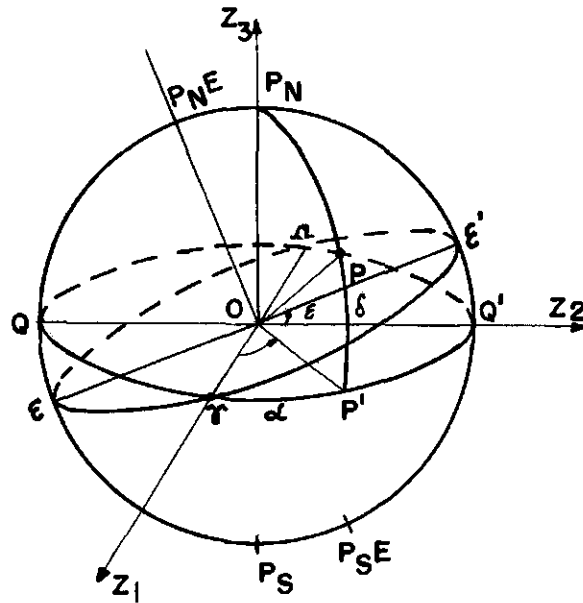


Fig. III.3 - Sistema de coordenadas equatoriais

Na Figura III.3, os pontos  $\epsilon$  e  $\epsilon'$  são denominados de pontos solsticiais ou solstício de verão e inverno, os quais assinalam o início do verão e do inverno.

Visto isto, o plano fundamental no sistema de coordenadas equatoriais (também conhecido como *uranográficas*) é o equador; o eixo  $OZ_3$  é dirigido para o pólo norte, o eixo  $OZ_1$  dirigido para o ponto vernal e o eixo  $OZ_2$  a  $90^\circ$  deste, no sentido direto.

Neste sistema de coordenadas, a ordenada esférica é a mesma do sistema horário, ou seja, a declinação  $\delta$ .

*ASCENÇÃO RETA*  $\alpha$  de um astro é a abscissa esférica de  $\gamma P'$ , contada sobre o equador, desde o ponto vernal  $\gamma$ , no sentido direto, até encontrar o meridiano do astro; sua variação é 0h a 24h.

As coordenadas deste sistema são invariáveis em relação ao lugar de observação e ao tempo, uma vez que se desprezam os efeitos da precessão e nutação (Mueller, 1968).

### 3.4 - SISTEMA DE COORDENADAS ECLÍPTICAS

O plano fundamental neste sistema é o da eclíptica; o eixo OT3 é dirigido para o pólo da eclíptica; o eixo OT1 dirigido para o ponto vernal e a 90° de OT1, no sentido direto, encontra-se o eixo OT2, conforme a Figura III.4.

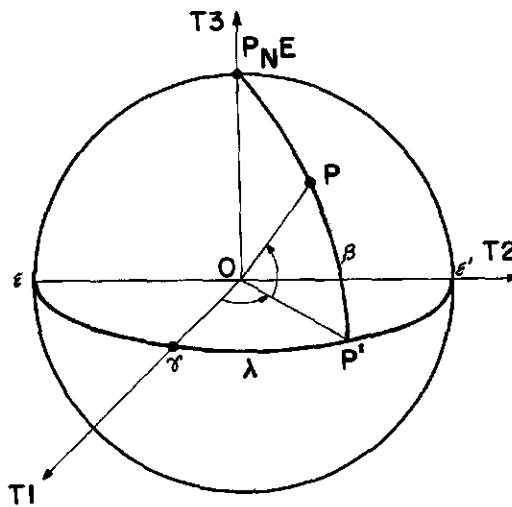


Fig. III.4 - Sistema de coordenadas eclípticas

As coordenadas esféricas neste sistema são a *latitude celeste*  $\beta$  (ordenada) e *longitude celeste*  $\lambda$  (abscissa).

*LATITUDE CELESTE*  $\beta$  de um astro P é o ângulo entre a direção OP e sua projeção sobre o plano da eclíptica; é contado a partir deste plano até o astro; esta varia de 0° a  $\pm 90^\circ$ , usando o sinal positivo para os astros situados ao norte da eclíptica e o negativo, para os astros que se encontram ao sul deste plano.

*CÍRCULO DE LONGITUDE* de um astro é o círculo máximo de terminado pelos pólos da eclíptica e pelo astro.

*LONGITUDE CELESTE*  $\lambda$ . Se P' é a intersecção do círculo de longitude com o plano da eclíptica, chama-se longitude celeste a abscis

sa esférica  $\gamma P'$ , de origem no ponto vernal  $\gamma$ , no sentido direto, até o círculo de longitude do astro; esta varia de  $0^{\circ}$  a  $360^{\circ}$ .

As coordenadas eclípticas não são obtidas de observação direta, e sim, de transformação de coordenadas, partindo das coordenadas equatoriais (Gemael, 1971). As coordenadas eclípticas são invariáveis com o lugar da observação e com o tempo, quando são desprezados os efeitos de precessão e nutação.



## CAPÍTULO IV

### SISTEMAS DE COORDENADAS GEOCÊNTRICAS

Os sistemas geocêntricos são apropriados para se referir a pontos ligados ao planeta Terra, isto é, sujeitos ou não ao movimento de rotação. Considera-se dois tipos de sistemas geocêntricos: sistema cartesiano terrestre e sistema cartesiano celeste.

#### 4.1 - SISTEMA CARTESIANO TERRESTRE

O sistema cartesiano terrestre é dividido em: sistema cartesiano instantâneo (ou verdadeiro)  $U^i$  e sistema cartesiano médio  $X^i$ , com  $i = 1, 2, 3$ , e estão sujeitos ao movimento de rotação da Terra.

##### 4.1.1 - SISTEMA CARTESIANO TERRESTRE INSTANTÂNEO ( $U^i$ )

Este sistema é definido como se segue:

- a) origem: centro de gravidade da Terra;
- b) eixo  $OU_3$ : dirigido para o pólo norte *instantâneo*, calculado com base nas coordenadas fornecidas pelo *Serviço Internacional do Movimento do Pólo (SIMP)*;
- c) eixo  $OU_1$ : dirigido para o ponto de intersecção entre o meridiano astronômico médio de Greenwich (Mueller, 1968) e o equador instantâneo;
- d) eixo  $OU_2$ : a  $90^\circ$   $OU_1$  no sentido direto.

Neste sistema, as coordenadas  $U_1, U_2, U_3$ , de um ponto na superfície da Terra, variam em função do movimento do pólo, como mostra a Figura IV.1.

#### 4.1.2 - SISTEMA CARTESIANO TERRESTRE MÉDIO ( $X^i$ )

Definição:

- a) origem: centro de gravidade da Terra;
- b) eixo  $OX_3$ : dirigido para o pólo norte médio 1900-1905, conforme definição do SIMP;
- c) eixo  $OX_1$ : orientado para a intersecção entre o meridiano astronômico médio de Greenwich (Mueller, 1968) e o equador médio;
- d) eixo  $OX_2$ : a  $90^\circ$  de  $OX_1$  no sentido direto (Figura IV.2).

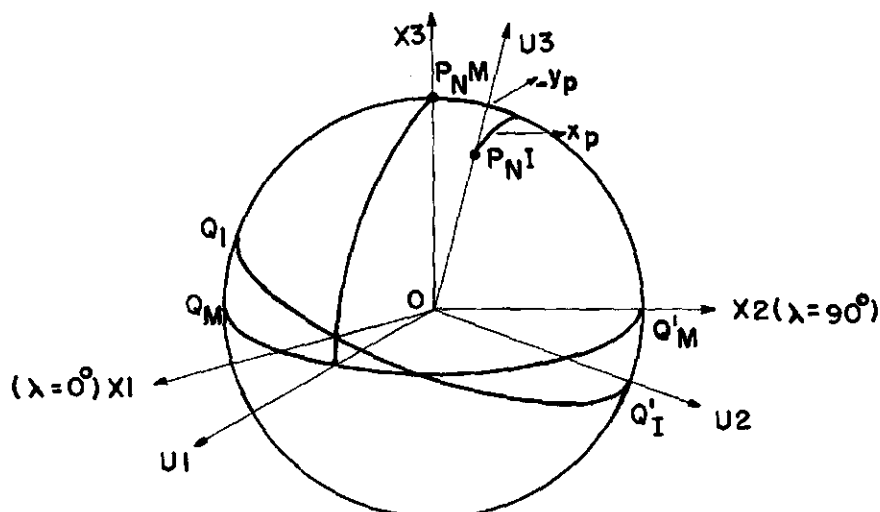


Fig. IV.1 - Sistemas cartesianos terrestre e instantâneo e médio.

A Figura IV.1 mostra os sistemas cartesianos instantâneo e médio, onde  $x_p$  e  $y_p$  são as coordenadas do pólo norte instantâneo ( $P_{NI}$ ) em relação ao pólo médio ( $P_{NM}$ ), fornecidas pelo SIMP.

#### 4.2 - SISTEMA CARTESIANO CELESTE (OU SIDERAL)

As coordenadas neste sistema independem da rotação da Terra, e considera-se dois tipos: sistema cartesiano celeste instantâneo (ou verdadeiro)  $Z^i$  e sistema cartesiano médio  $W^i$ , ambos geocêntricos.

#### 4.2.1 - SISTEMA CARTESIANO CELESTE INSTANTÂNEO ( $Z^i$ )

Este sistema está sujeito à influência da precessão geral e da nutação, e é definido como (Gemael, 1971):

- a) origem: centro de gravidade da Terra;
- b) eixo  $OZ_3$ : dirigido para o pólo norte instantâneo;
- c) eixo  $OZ_1$ : dirigido para o ponto vernal instantâneo;
- d) eixo  $OZ_2$ : a  $90^\circ$  de  $OZ_1$  no sentido direto (Figura IV.2).

#### 4.2.2 - SISTEMA CARTESIANO CELESTE MÉDIO ( $W^i$ )

O sistema cartesiano celeste médio está sujeito apenas à precessão geral, e sua definição é:

- a) origem: centro de gravidade da Terra;
- b) eixo  $OW_3$ : no sentido do pólo norte médio;
- c) eixo  $OW_1$ : no sentido do ponto vernal médio;
- d) eixo  $OW_2$ : a  $90^\circ$  do eixo  $OW_1$  no sentido direto (Figura IV.2).

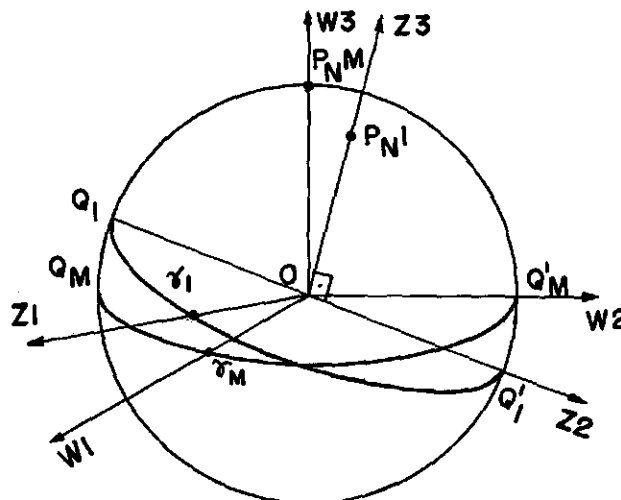


Fig. IV.2 - Sistemas cartesianos celestes médio e instantâneo

## CAPÍTULO V

### SISTEMA CARTESIANO TOPOCÊNTRICO

O sistema cartesiano topocêntrico tem como origem um ponto na superfície terrestre ou no ponto correspondente à superfície elipsoidal ou geoidal. Este sistema pode ser:

- a) astronômico, com o eixo 3 coincidindo com a vertical\* do ponto;
- b) geodésico, quando o eixo 3 coincide com a normal do ponto.

#### 5.1 - SISTEMA TOPOCÊNTRICO ASTRONÔMICO ( $S^1$ )

É definido como:

- a) origem: estação de observação 0, com o eixo OS3, coincidindo com a vertical da estação;
- b) eixo OS1: tangente ao meridiano médio da estação, orientado para o sul;
- c) eixo OS2, perpendicular ao anterior, de modo a definir um sistema inverso (Figura V.1).

A Figura V.1 mostra o sistema topocêntrico, onde  $\phi$  e  $\lambda$  são as coordenadas astronômicas da estação e  $\theta$  o ângulo horário do ponto vernal  $\gamma$ . Nesta figura, apenas para esclarecimentos, adotou-se o sistema celeste instantâneo, mas poderia ser usado outro sistema de referência.

---

\* Vertical de um ponto é a linha que passa por ele e é perpendicular ao geóide; quando ela é perpendicular ao elipsóide é denominada de normal.

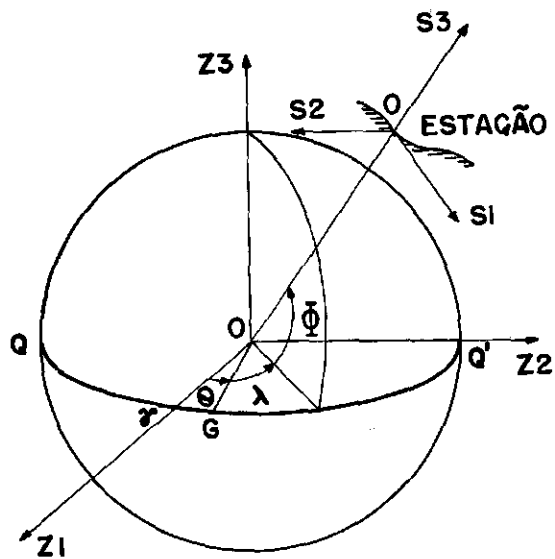


Fig. V.1 - Sistema topocêntrico.

## 5.2 - SISTEMA TOPOCÊNTRICO GEODÉSICO ( $\bar{V}^1$ )

Substituindo a vertical da estação pela sua normal, ob-  
têm-se o *sistema topocêntrico geodésico*; a orientação dos eixos será:

- eixo  $\bar{O}\bar{V}3$ : coincidindo com a normal da estação;
- eixo  $\bar{O}\bar{V}1$ : tangente ao meridiano médio da estação, orientado pa-  
ra o sul;
- eixo  $\bar{O}\bar{V}2$ : perpendicular ao anterior, definindo um sistema in  
verso (Gemael, 1973).

## CAPÍTULO VI

### VARIAÇÃO DAS COORDENADAS CELESTES

As coordenadas equatoriais e eclípticas são invariáveis com o tempo, quando a precessão e nutação são desprezadas. Porém, quando estas perturbações são levadas em consideração, as coordenadas sofrem pequenas *variações* com o decorrer do tempo.

Os fatores que causam estas variações são inúmeras, porém, aqui, será levada em consideração apenas a precessão geral, a nutação e o movimento do pólo; os outros fatores têm mais aplicação na Astronomia.

#### 6.1 - PRECESSÃO GERAL E NUTAÇÃO

##### 6.1.1 - PRECESSÃO LUNI-SOLAR

Devido ao fato do eixo de rotação da Terra ser inclinado em relação ao eixo da eclíptica de um valor igual à obliquidade, e da Terra não ser esférica, é que se dá o fenômeno da precessão luni-solar.

Tal fenômeno pode ser visualizado como o movimento de um pião, o qual gira em torno de seu eixo OB que está inclinado de um ângulo  $i$  com a vertical OZ (Figura VI.1).

O peso P, que é aplicado em G, cria um momento em relação a O, o que dá a impressão que o pião irá cair sobre a superfície em que ele está girando; isto não ocorre devido à sua velocidade.

O eixo OB gira uniformemente em torno do eixo OZ, de modo que B descreve uma circunferência de centro em Z e o eixo OB descreve uma superfície cônica. Este movimento é denominado de *precessão*.

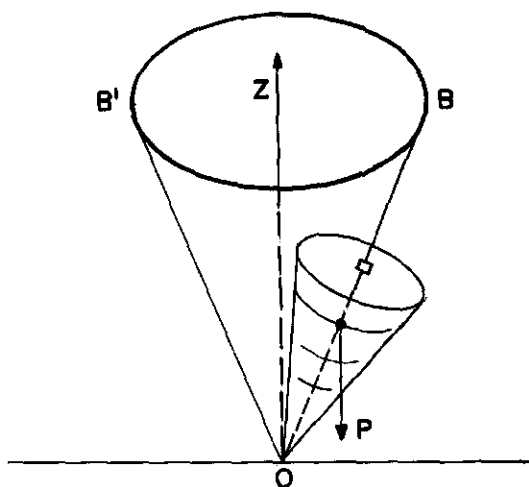


Fig. VI.1 - Movimento de precessão.

Algo de semelhante acontece com a Terra. O Sol situado na eclíptica exerce, sobre as protuberâncias equatoriais, atrações  $F_1$  e  $F_2$ , onde  $F_1 > F_2$ , pois  $F_2$  está mais distante do Sol, Figura VI.2. Este fato, introduz uma resultante  $F$ , produzindo um momento em relação ao centro da Terra. Como a Terra está girando, os pólos  $P_N$  e  $P_S$  descrevem circunferências com os centros sobre o eixo da eclíptica. O eixo de rotação da Terra descreve uma superfície cônica de duas folhas, com o centro em O. O efeito da Lua superpõe-se ao efeito da atração do Sol, dando origem à *precessão Luni-Solar*. Os pólos celestes giram em torno do eixo da eclíptica com um período de, aproximadamente, 25.800 anos; devido à precessão, o ponto vernal sofre um deslocamento de 50,2" por ano, no sentido retrógrado (Hatschbach, 1975).

#### 6.1.2 - NUTAÇÃO

A órbita terrestre não é circular, ocasionando variações periódicas na distância Terra-Sol. O mesmo ocorre com a Lua. Então, a intensidade das forças de atração também sofre variações periódicas. A órbita da Lua não coincidindo com a eclíptica, provoca alterações periódicas

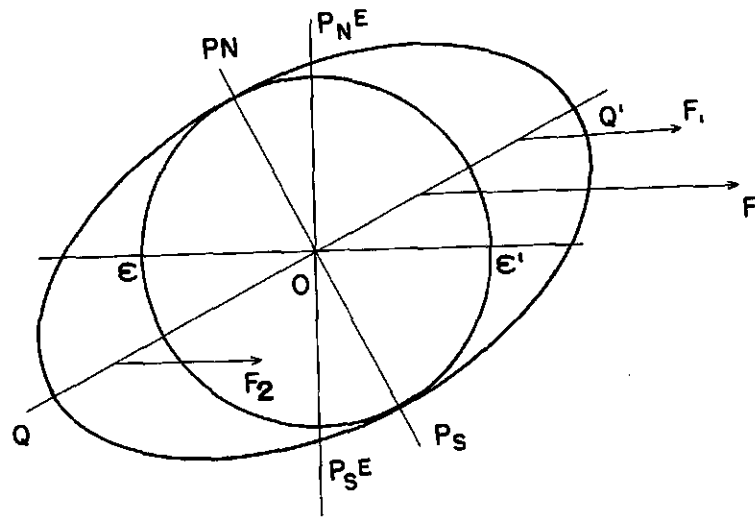


Fig. VI.2 - Precessão.

dicas na direção das forças atrativas. O fenômeno resultante é conhecido como *nutation astronômica* ou simplesmente *nutation*, que é o movimento periódico dos pólos celestes com amplitude de 18" e período principal de, aproximadamente, 18,6 anos (Hatschbach, 1975).

A nutação superposta à precessão luni-solar impõe um movimento ondulatório aos pólos celestes, conforme a Figura VI.3.

A nutação é decomposta em duas componentes: nutação em longitude, representada por  $\Delta\psi$ , causada pelas variações da intensidade da força atrativa  $F$ , e nutação em obliquidade,  $\Delta\epsilon$ , causada pelo efeito da variação periódica da direção da força  $F$ .

### 6.1.3 - PRECESSÃO PLANETÁRIA

A eclíptica é a projeção do plano da órbita da Terra na esfera celeste; esta órbita está sujeita a perturbações devidas às atrações dos planetas. Portanto, a posição da eclíptica varia com o tempo,



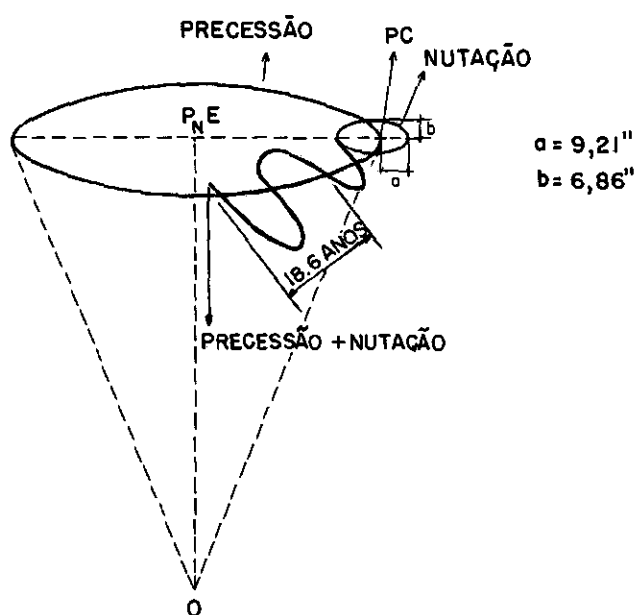


Fig. VI.3 - Precessão e nutação.

e esta variação é denominada de precessão planetária. O deslocamento no sentido direto do ponto vernal de aproximadamente 12,5", por século, e a diminuição na obliquidade da eclíptica, cerca de 47" por século, são devidas à precessão planetária.

#### 6.1.4 - PRECESSÃO GERAL

A precessão luni-solar e a precessão planetária são consideradas simultaneamente, e a combinação das duas é conhecida como precessão geral.

Define-se precessão geral em *longitude*, precessão geral em *ascensão reta* e precessão geral em *declinação*, tomando-se somente os movimentos médios dos pólos do equador e da eclíptica.

## 6.2 - MOVIMENTO DO PÓLO

Além dos movimentos de precessão e nutação, a Terra possui um movimento em relação ao seu eixo, que ocasiona um deslocamento de um ponto fixo na crosta terrestre em relação ao pólo instantâneo, ou melhor, existe um movimento do pólo em relação a um ponto fixo na superfície terrestre. Tal fenômeno é conhecido como movimento do pólo, e entre outras coisas, é devido a não coincidência do eixo de rotação da Terra com um eixo principal de inércia e a causas meteorológicas.

A posição do pólo instantâneo em relação a um ponto fixo é dado por um par de coordenadas cartesianas  $(x_p, y_p)$ , com origem neste ponto. A União Geodésica e Geofísica Internacional estabeleceu, como a origem destas coordenadas, a posição média do pólo instantâneo durante o período de 1900-1905. O eixo X está orientado na direção do meridiano médio de Greenwich e o eixo Y na direção oeste, conforma a Figura VI.4.

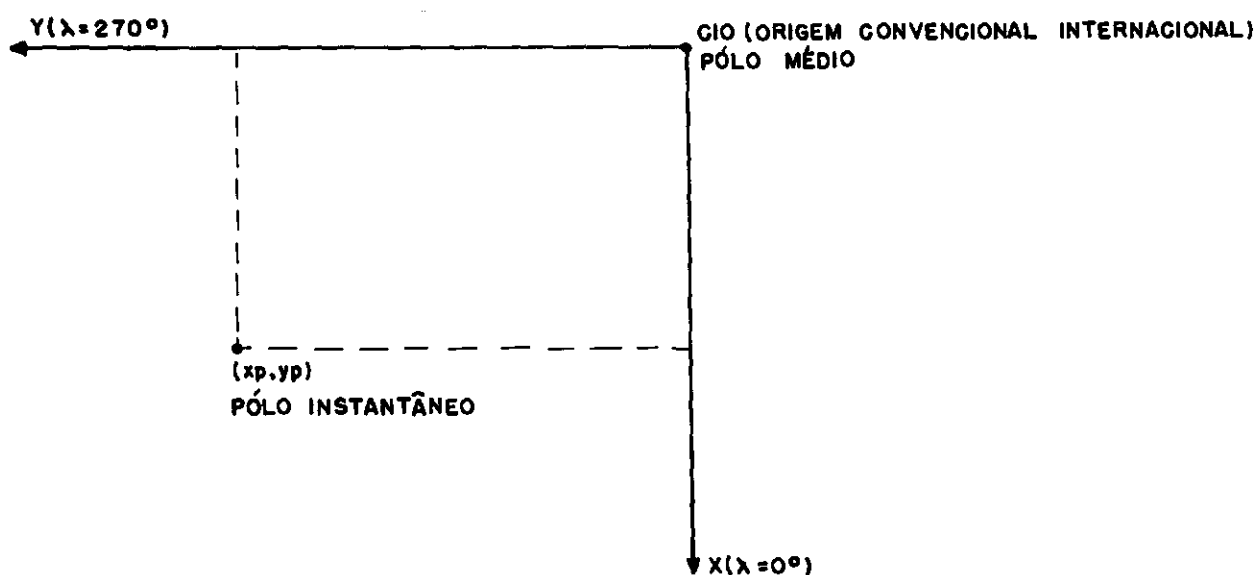


Fig. VI.4 - Coordenadas  $x_p$  e  $y_p$  do pólo instantâneo.

As coordenadas  $x_p$  e  $y_p$  são fornecidas pelo Serviço Internacional do Movimento do Pólo (SIMP) e são medidas em segundos de arco.

O movimento do p̄olo tem efeito sobre a latitude, longitude e azimute de uma estaç̄o sobre a superf̄cie terrestre.

As equaç̄es (VI.1) fornecem as correç̄es a serem introduzidas nas coordenadas de uma estaç̄o (Mueller, 1968).

$$\Delta\phi = -x_p \cos\lambda + y_p \sin\lambda$$

$$\Delta\lambda = -(x_p \sin\lambda + y_p \cos\lambda) \operatorname{tg}\phi \quad (\text{VI.1})$$

$$\Delta A = -(x_p \sin\lambda + y_p \cos\lambda) \operatorname{sen}\phi$$

## CAPÍTULO VII

### TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS

As coordenadas curvilíneas de um ponto na esfera celeste são caracterizadas por dois graus de liberdade  $(\nu, \mu)$ , uma vez que o raio da mesma é tomado como unitário ( $r=1$ ).

As coordenadas cartesianas de um ponto (ou astro) serão dadas por:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \nu \cos \mu \\ \cos \nu \sin \mu \\ \sin \nu \end{pmatrix} \quad (\text{VII.1})$$

As transformações de coordenadas, para diferentes sistemas, se efetuam através de rotações em torno dos eixos coordenados, que são definidos por (Goldstein, 1963):

$$R_1(\xi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \xi & \sin \xi \\ 0 & -\sin \xi & \cos \xi \end{pmatrix}, \quad (\text{VII.2})$$

rotação no eixo  $X_1$ ,

$$R_2(\xi) = \begin{pmatrix} \cos \xi & 0 & -\sin \xi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \xi & 0 & \cos \xi \end{pmatrix}, \quad (\text{VII.3})$$

rotação no eixo  $X_2$ ,

$$R_3(\xi) = \begin{pmatrix} \cos \xi & \sin \xi & 0 \\ -\sin \xi & \cos \xi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{VII.4})$$

rotação no eixo  $X_3$

Outra definição importante nas transformações é a da reflexão de eixos. Existem sistemas de coordenadas que são invertidos em relação aos demais, isto é, o ângulo é contado a partir do eixo 1 no sentido horário, enquanto que nos sistemas diretos (dextrógiros), o ângulo é contado a partir do eixo 1, porém, no sentido anti-horário. Para converter um sistema inverso num direto (dextro), basta inverter o sentido de um de seus eixos. O processo de tais inversões é denominado de reflexão, que é definida como:

$$R_{(1)} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } R_{(3)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{VII.5})$$

que são, respectivamente, as reflexões para cada um dos eixos 1, 2 e 3.

Nas transformações de coordenadas podem aparecer, além das rotações e reflexões, algumas translações que surgem na forma matricial aditiva.

7.1 - TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS HORIZONTAIS ( $X^1; h, A$ ) EM COORDENADAS HORÁRIAS ( $Y^1; \delta, H$ )

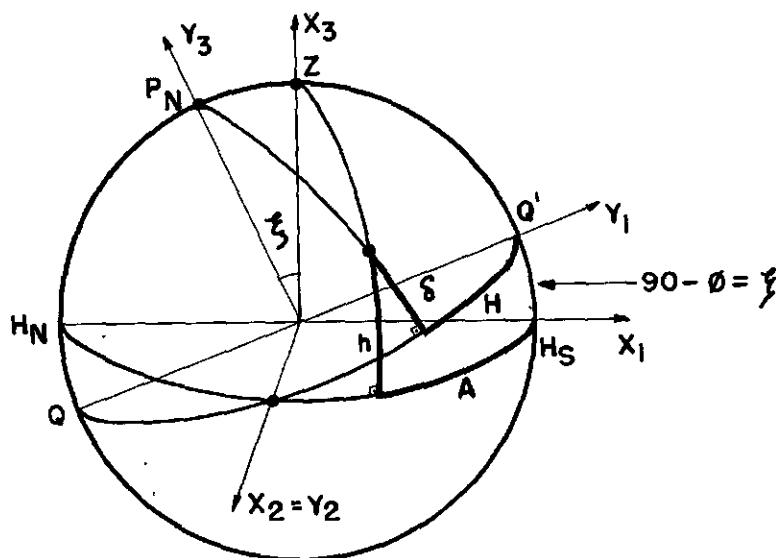


Fig. VII.1 - Sistemas horizontal e horário.

Assim, a transformação será

$$\tilde{Y} = \tilde{R} (90-\phi) \tilde{X} \quad (\text{VII.6})$$

ou

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{sen}\phi & 0 & \text{cos}\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{cos}\phi & 0 & \text{sen}\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} \quad (\text{VII.7})$$

Pela expressão (VII.1), tem-se que:

$$\begin{aligned} X_1 &= \text{cos}A \text{cosh} & Y_1 &= \text{cos}H \text{cos}\delta \\ X_2 &= \text{sen}A \text{cosh} & Y_2 &= \text{sen}H \text{cos}\delta \\ X_3 &= \text{sen}h & Y_3 &= \text{sen}\delta \end{aligned} \quad \text{e} \quad (\text{VII.8})$$

$$\begin{aligned} \text{e} \quad \delta &= \text{tg}^{-1}(Y_2/Y_1) \\ H &= \text{tg}^{-1} | Y_3 / (Y_1^2 + Y_2^2)^{1/2} | \end{aligned} \quad (\text{VII.9})$$

A transformação inversa será:

$$\tilde{X} = \tilde{R}_2^T (90-\phi) \tilde{Y} \quad (\text{VII.10})$$

ou

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{sen}\phi & 0 & -\text{cos}\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{cos}\phi & 0 & \text{sen}\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{pmatrix} \quad (\text{VII.11})$$

7.2 - TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS HORÁRIAS ( $Y^i; \delta, H$ ) EM COORDENADAS EQUATORIAIS ( $Z^i; \delta, \alpha$ )

Observar a Figura VII.2.

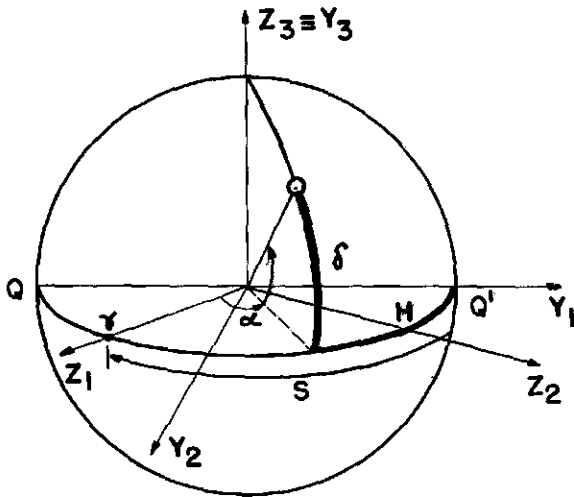


Fig. VII.2 - Sistemas horário e equatorial.

A transformação é:

$$\tilde{Z} = \tilde{R}_3(-S) \tilde{R}(2) \tilde{Y} \quad (\text{VII.12})$$

ou:

$$\begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos S & -\text{sen} S & 0 \\ \text{sen} S & \cos S & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{pmatrix} \quad (\text{VII.13})$$

ou ainda:

$$\begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos S & \text{sen} S & 0 \\ \text{sen} S & -\cos S & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{pmatrix} \quad (\text{VII.14})$$

Desenvolvendo a primeira linha e substituindo a (VII.1) vem:

$$Z_1 = Y_1 \cos S + Y_2 \operatorname{sen} S$$

ou:

$$\cos \alpha \cos \delta = \cos H \cos \delta \cos S + \operatorname{sen} H \cos \delta \operatorname{sen} S$$

ou:

$$\cos \alpha = \cos (S-H)$$

de onde se obtêm

$$\alpha = S - H \quad (\text{VII.15})$$

que é a transformação do sistema equatorial para horário.

Note que a matriz de rotação (VII.14) tem determinante igual a -1 e, portanto, tal rotação é dita imprópria, porém a rotação está correta e o sinal menos se deve ao fato dos sistemas serem inversos, isto é, um dextrógiro e o outro é levógiro (inverso).

A expressão (VII.15) é compatível com a definição de  $\alpha$ , H e S.

### 7.3 - TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS EQUATORIAIS ( $Z^i; \delta, \alpha$ ) EM COORDENADAS ECLÍPTICAS ( $T^i; \beta, \lambda$ )

Observar a Figura VII.3.



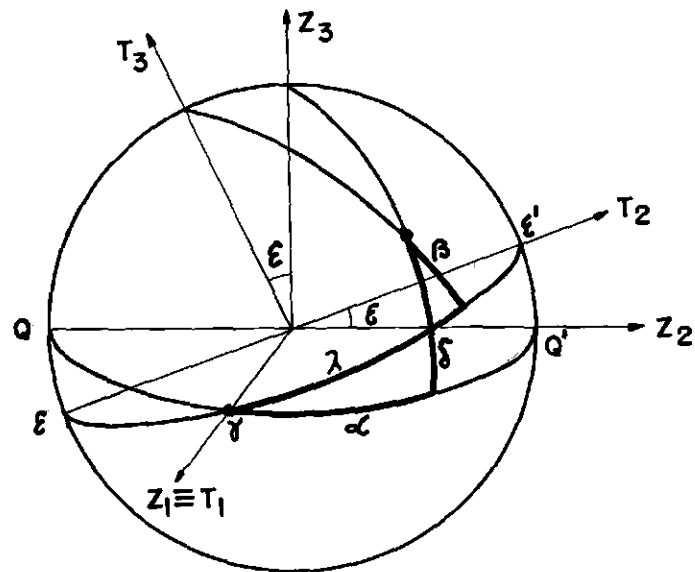


Fig. VII.3 - Sistemas equatorial e eclíptico.

Uma rotação  $\epsilon$  em torno de  $Z_1$  faz o equador coincidir com a eclíptica.

$$\tilde{\mathbf{T}} = \tilde{\mathbf{R}}_1(\epsilon) \tilde{\mathbf{Z}} \quad (\text{VII.16})$$

ou:

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\epsilon & \sin\epsilon \\ 0 & -\sin\epsilon & \cos\epsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{bmatrix} \quad (\text{VII.17})$$

portanto

$$\lambda = \text{tg}^{-1}(T_2/T_1) \quad \text{e} \quad \beta = \text{tg}^{-1} \frac{T_3}{(T_1^2 + T_2^2)^{1/2}} \quad (\text{VII.18})$$

A transformação inversa é:

$$\tilde{\mathbf{Z}} = \tilde{\mathbf{R}}_1^T(\epsilon) \tilde{\mathbf{T}}$$

## CAPÍTULO VIII

### TRANSFORMAÇÕES DEVIDAS ÀS VARIAÇÕES DAS COORDENADAS CELESTES NO TEMPO

#### 8.1 - PRECESSÃO GERAL

Dado um sistema de coordenadas celestes médio, nas épocas  $T_0$  e  $T$ , a transformação que corrige no tempo as coordenadas, devido ao movimento de precessão geral (luni-solar e planetária) do sistema, é:

$$\begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{pmatrix}_{\alpha, \delta} = \tilde{\mathbf{P}} \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{pmatrix}_{\alpha_0, \delta_0} \quad (\text{VIII.1})$$

onde  $(\alpha_0, \delta_0)$  e  $(\alpha, \delta)$  são as coordenadas equatoriais nas épocas  $T_0$  e  $T$  respectivamente, e

$$\tilde{\mathbf{P}} = \tilde{\mathbf{R}}_3(-Z) \tilde{\mathbf{R}}_2(\theta) \tilde{\mathbf{R}}_3(-\xi_0) \quad (\text{VIII.2})$$

Se  $\xi_0$  é o complemento do ângulo entre o equinócio médio da época e o nodo ascendente do equador médio da data,  $\theta$  é a precessão em declinação e  $\zeta_0 + Z$  a precessão em ascensão reta, tem-se (Mueller, 1968):

$$\begin{aligned} \zeta_0 &= (2304'',250 + 1'',396t_0) + 0'',302t^2 + 0'',018t^3, \\ Z &= \zeta_0 + 0'',791t^2 + 0'',001t^3, \\ \theta &= (2004'',682 - 0'',853t_0) - 0'',426t^2 - 0'',042t^3, \end{aligned} \quad (\text{VIII.3})$$

e  $t$  e  $t_0$  são obtidos de

$$\begin{aligned} T_0 &= 1900,0 + t_0, \\ T &= 1900,0 + t_0 + t \end{aligned} \quad (\text{VIII.4})$$

uma vez que  $T_0$  e  $T$  são as épocas onde se quer calcular o intervalo de tempo para se introduzir nas expressões (VIII.3). Os dois tempos  $t_0$  e  $t$  devem ser divididos por séculos trópicos, e um século trópico é igual a 36.524,22 dias médios.

## 8.2 - NUTAÇÃO

Para se converter um sistema de coordenadas *celestes médio* em *celeste verdadeiro*, é necessário que se considere o efeito da nutação. Decorre da Figura VIII.1,

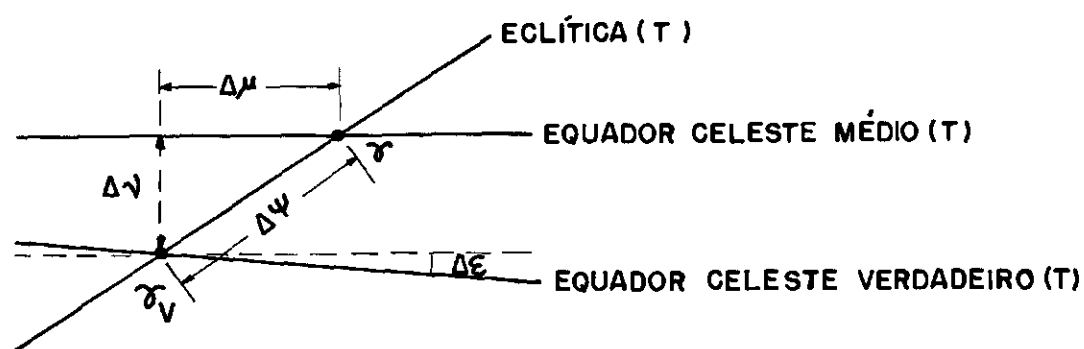


Fig. VIII.1 - Deslocamento entre o equador médio e o verdadeiro.

O eixo 1 passa por  $\gamma_V$ . Logo, uma rotação  $-\Delta\epsilon$ , em torno deste, faz com que o equador médio e o verdadeiro fiquem paralelos. Girando de  $\Delta\gamma$  em torno do eixo 2, as duas linhas equatoriais se tornam coincidentes e finalmente girando de  $-\Delta\mu$  em torno do eixo 3, os dois pontos  $\gamma$  coincidirão.

Então:

$$\begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{pmatrix} = \tilde{\mathbf{R}}_1(-\Delta\varepsilon) \tilde{\mathbf{R}}_2(\Delta\nu) \tilde{\mathbf{R}}_3(-\Delta\mu) \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{pmatrix} \quad (\text{VIII.5})$$

ou:

$$\tilde{\mathbf{Z}} = \tilde{\mathbf{N}} \tilde{\mathbf{W}}$$

sendo que:

$$\tilde{\mathbf{N}} = \tilde{\mathbf{R}}_1(-\Delta\varepsilon) \tilde{\mathbf{R}}_2(\Delta\nu) \tilde{\mathbf{R}}_3(-\Delta\mu) = \begin{pmatrix} 1 & -\Delta\mu & -\Delta\nu \\ \Delta\mu & 1 & -\Delta\varepsilon \\ \Delta\nu & \Delta\varepsilon & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{VIII.6})$$

onde:  $\Delta\mu = \Delta\psi \cos\varepsilon$

$$\Delta\nu = \Delta\psi \operatorname{sen}\varepsilon$$

(VIII.7)

$\varepsilon$  é a obliquidade da eclíptica na época  $T$ ,  $\Delta\varepsilon$  e  $\Delta\psi$  são dados para a época de referência 1900.0, por:

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon = & (9'',2100 + 0'',00091t) \cos\Omega_L - (0'',0904 + 0'',0004t) \cos 2\Omega_L + \\ & - 0'',0024 \cos(2\omega_L + \Omega_L) + 0'',0002 \cos(2\omega_S - \Omega_L) + \\ & + 0'',0002 \cos 2(\omega_L + \Omega_L) + (0'',5522 - 0'',00029t) \cos\lambda_S + \dots \end{aligned} \quad (\text{VIII.8})$$

$$\begin{aligned} \Delta\psi = & -(17'',2327 + 0'',001737t) \operatorname{sen}\Omega_L + (0'',2088 + 0'',00002t) \operatorname{sen} 2\Omega_L + \\ & + 0'',0045 \operatorname{sen}(2\omega_L + \Omega_L) - 0'',0010 \operatorname{sen} 2\omega_L - 0'',0004 \operatorname{sen}(2\omega_S - \Omega_L) - \\ & - 0'',0003 \operatorname{sen} 2(\omega_L + \Omega_L) + \dots \end{aligned} \quad (\text{VIII.9})$$

Os ângulos que aparecem nas expressões VIII.9 e VIII.10 são:

$\Omega_L$  = longitude média do nodo ascendente da órbita da Lua;

$\omega_L$  = longitude média do perigeu da Lua;

$\omega_S$  = longitude média do perigeu do Sol;

$\lambda_S$  = longitude média do Sol.

Além desses ângulos, são úteis também os seguintes:

$\epsilon$  = obliquidade média da eclíptica

$\theta$  = GAST, tempo sideral aparente de Greenwich

onde:

$$\begin{aligned} \Omega_L &= 259^{\circ},183275 - 1934^{\circ},1420083T + 0^{\circ},20777778 \times 10^{-2}T^2 + \\ &+ 0^{\circ},22222222 \times 10^{-5}T^3 \dots \end{aligned} \quad (\text{VIII.10})$$

$$\begin{aligned} \omega_L &= 334^{\circ},3295556 + 4069^{\circ},0340333T - 0^{\circ},010325000T^2 - \\ &- 0^{\circ},12500000 \times 10^{-4}T^3 \dots \end{aligned} \quad (\text{VIII.11})$$

$$\begin{aligned} \omega_S &= 281^{\circ},2208333 + 1^{\circ},7191750T + 0^{\circ},4527778 \times 10^{-3}T^2 + \\ &+ 0^{\circ},33333333 \times 10^{-5}T^3 \dots \end{aligned} \quad (\text{VIII.12})$$

$$\lambda_S = 279^{\circ},6966778 + 3600^{\circ},768925T + 0^{\circ},30250000 \times 10^{-3}T^2 \quad (\text{VIII.13})$$

$$\begin{aligned} \epsilon &= 23^{\circ},452294 - 0^{\circ},0130125T - 0^{\circ},00000164T^2 + \\ &+ 0^{\circ},50277778 \times 10^{-6}T^3 \dots \end{aligned} \quad (\text{VIII.14})$$

$$\begin{aligned} \theta &= 99^{\circ},6909833 + 36000^{\circ},7689T_0 + 0^{\circ},00038708T_0^2 + \\ &+ 0,25068447(\text{graus/min}).t(\text{min}) \dots \end{aligned} \quad (\text{VIII.15})$$

Nesta última, a parte em *HORA*, *MINUTO* e *SEGUNDO*, da data Juliana, é posta em minutos e  $T = T_0$  é calculado para zero hora T.U. da data, onde o  $T$ , das expressões (VIII.10) a (VIII.14), é determinado pela forma (Escobal, 1965):

$$T = \frac{J.D. - 2415020,0}{36525} \quad (\text{VIII.16})$$

O  $T_0$  da expressão (VIII.15) é calculado através da expressão anterior, porém para a zero hora TU da data e  $t$  são dados em minutos.

### Exemplo Ilustrativo

Determinar o tempo sideral de Greenwich (GAST) no dia 15 de outubro de 1979, às  $9^h 10^m 20^s$  TU.

Dia Juliano de 14 de janeiro de 1979 ao meio dia,

$$\begin{aligned} &= 2444162,0 \quad (\text{ANUÁRIO ASTRONÔMICO USP/IAG, 1979}) \\ &+ \frac{\text{meio dia} \quad 0,5}{2444162,5} \end{aligned}$$

J.D. = 2444162,5 para a zero hora TU do dia 15 de outubro de 1979

$$T_0 = \frac{2444162,5 - 2415020,0}{36525} = 0,797878166$$

e

$$t = 550,33333333$$

portanto

$$\theta = 99^0,6909833 + 284^0,2274592 + 0^0,0002464 + 137^0,959982$$

ou

$$\theta = 161^0,878$$

8.3 - TRANSFORMAÇÃO DE SISTEMA DE COORDENADAS TERRESTRE INSTANTÂNEO ( $U^i$ ) PARA CELESTE VERDADEIRO ( $Z^i$ )

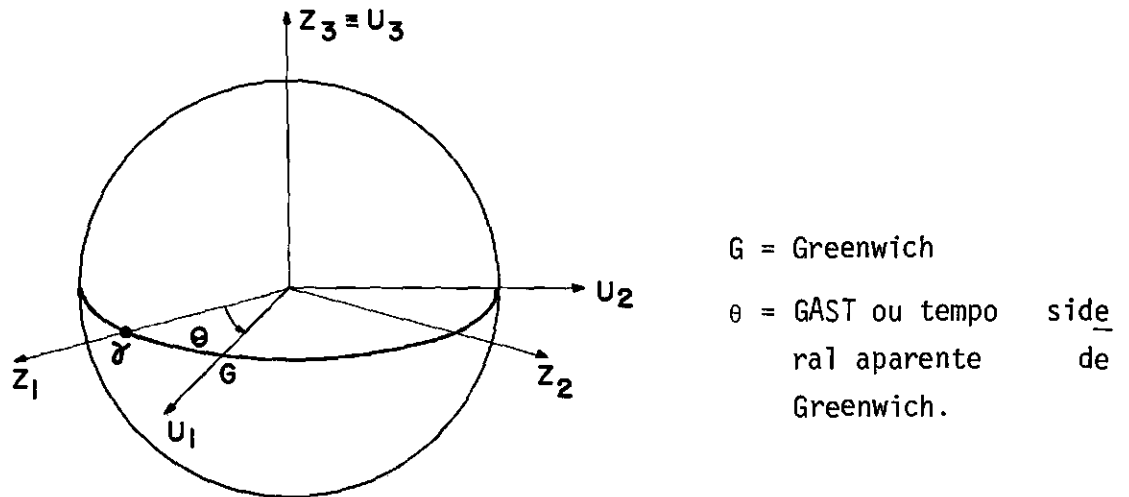


Fig. VIII.2 - Sistemas terrestre instantâneo e celeste verdadeiro

Uma rotação  $R_3(-\theta)$  faz com que os dois sistemas coincidam

$$\tilde{Z} = \tilde{R}_3(-\theta) \tilde{U} \quad (\text{VIII.17})$$

8.4 - TRANSFORMAÇÃO DE SISTEMA DE COORDENADAS TERRESTRE INSTANTÂNEO ( $U^i$ ) PARA TERRESTRE MÉDIO ( $X^i$ )

Neste caso, a diferença de um sistema para outro é só devido ao movimento do pólo e duas rotações são suficientes para a conversão.

$$\tilde{X} = \tilde{R}_2(-x_p) \tilde{R}_1(-y_p) \tilde{U} \quad (\text{VIII.18})$$

onde  $x_p$  e  $y_p$  são as coordenadas do pólo.

8.5 - TRANSFORMAÇÃO DE SISTEMA DE COORDENADAS CELESTE VERDADEIRO ( $Z^i$ )  
PARA TERRESTRE MÉDIO ( $X^i$ )

$$\bar{X} = \bar{R}_2(-x_p) \bar{R}_1(-y_p) \bar{R}_3(\theta) \bar{Z} \quad (\text{VIII.19})$$

onde  $\theta = \text{GAST}$ .

Usualmente se denomina:

$$\bar{S} = \bar{R}_2(-x_p) \bar{R}_1(-y_p) \bar{R}_2(\theta) \quad (\text{VIII.20})$$

portanto,

$$\bar{X} = \bar{S} \bar{Z} \quad (\text{VIII.21})$$

A inversa é:

$$\bar{Z} = \bar{S}^{-1} \bar{X} \quad (\text{VIII.22})$$

Deve-se observar que como  $x_p$  e  $y_p$  são muito pequenos, então:

$$\bar{R}_2(-x_p) \bar{R}_1(-y_p) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_p \\ 0 & 1 & -y_p \\ -x_p & y_p & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{VIII.23})$$



8.6 - RELAÇÃO ENTRE COORDENADAS GEODÉSICAS ( $\phi, \lambda$ ) E COORDENADAS CARTESIANAS GEODÉSICAS ( $V^i$ )

Na Figura VIII.3,

$$PQ = N + \bar{N} + \bar{H} = N + h$$

$$RQ = N = \text{raio de curvatura do } 1^\circ \text{ vertical}$$

$\bar{N}$  = distância geoidal ou distância do geóide ao elipsóide

$$h = \bar{N} + \bar{H}$$

$\bar{H}$  = altitude (distância do geóide à superfície física)

$\phi$  e  $\lambda$  = latitude e longitude geodésicas

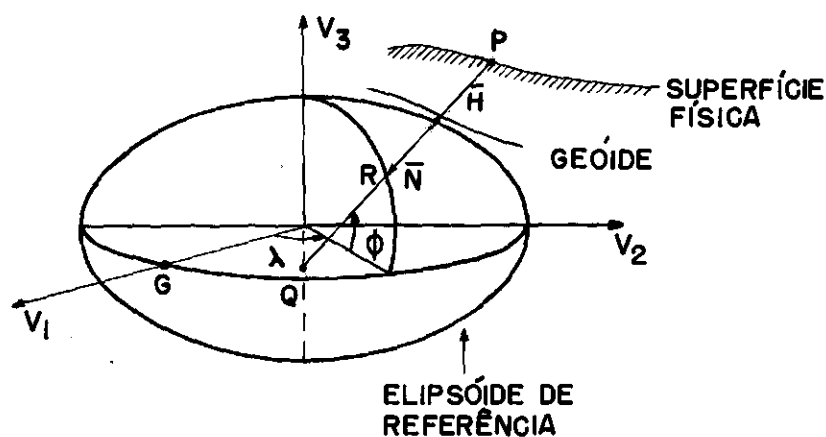


Fig. VIII.3 - Sistema de coordenadas geodésicas.

$$V_1 = (N + h) \cos\phi \cos\lambda$$

$$V_2 = (N + h) \cos\phi \sin\lambda$$

$$V_3 = [N(1 - e^2) + h] \sin\phi$$

(VIII.24)

As expressões (VIII.24) dão a posição de um ponto P na superfície física da Terra, em relação a um sistema de coordenadas com origem no centro da Terra.

Transformação inversa:

$$\operatorname{tg} \lambda = V_2 / V_1 ,$$

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{V_3 + N e^2 \operatorname{sen} \phi}{(V_1^2 + V_2^2)^{1/2}} ,$$

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \phi)^{1/2}} ,$$

resolve-se por iterações sucessivas, dando um valor inicial aproximado para  $\phi$ .

#### 8.7 - RELAÇÃO ENTRE SISTEMA TOPOCÊNTRICO ( $Z^I$ ) E SISTEMA CELESTE ( $Z^I$ )

O sistema topocêntrico  $\bar{e}$  é construído na superfície física e tem eixos *paralelos* ao sistema celeste, conforme mostra a Figura VIII.4. Neste caso é necessário acrescentar o GAST à longitude.

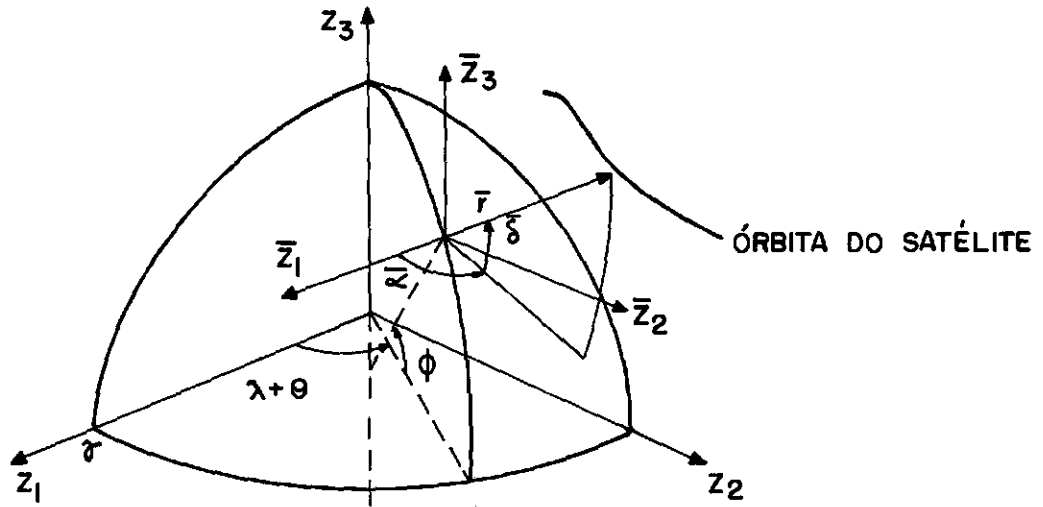


Fig. VIII.4 - Sistema topocêntrico.

$$\begin{pmatrix} \bar{Z}_1 \\ \bar{Z}_2 \\ \bar{Z}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} (N+h) \cos\phi \cos(\lambda+\theta) \\ (N+h) \cos\phi \sin(\lambda+\theta) \\ |N(1-e^2)+h| \sin\phi \end{pmatrix} \quad (\text{VIII.25})$$

Em teoria de satélites (Brouwer, 1961), o  $\bar{Z}$  é dado por

$$\bar{Z} = \bar{R}_3(-\Omega) \bar{R}_1(-I) \bar{R}_3(-\omega) \bar{H} \quad (\text{VIII.26})$$

onde  $\Omega, I, \omega$  são os ângulos de Euler da órbita e  $\bar{H}$  é a matriz coluna do sistema de coordenadas no plano da órbita.

Portanto, tendo calculado  $\bar{Z}$ , calcula-se as coordenadas curvilíneas (esféricas) que são dadas por:

$$\begin{aligned} \bar{Z}_1 &= \bar{r} \cos\bar{\delta} \cos\bar{\alpha} \\ \bar{Z}_2 &= \bar{r} \cos\bar{\delta} \sin\bar{\alpha} \\ \bar{Z}_3 &= \bar{r} \sin\bar{\delta} \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}\bar{\alpha} &= \operatorname{tg}^{-1} \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1} \\ \bar{\delta} &= \operatorname{tg}^{-1} \frac{\bar{Z}_3}{\bar{Z}_1} \cos \bar{\alpha}\end{aligned}\tag{VIII.27}$$

$\bar{\alpha}$  e  $\bar{\delta}$  são coordenadas topocêntricas. As coordenadas  $\alpha$  e  $\delta$  geocêntricas (celestes) são dadas por:

$$Z_1 = r \cos \delta \cos \alpha$$

$$Z_2 = r \cos \delta \operatorname{sen} \alpha$$

$$Z_3 = r \operatorname{sen} \delta$$

$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1} (Z_2/Z_1)$$

$$\delta = \operatorname{tg}^{-1} \frac{Z_3}{Z_1} \cos \alpha\tag{VIII.28}$$

$\bar{\alpha}$ ,  $\bar{\delta}$  e  $\alpha$ ,  $\delta$  diferem apenas da paralaxe.

## CAPÍTULO IX

### SISTEMAS DE TEMPO

Atualmente utilizam-se dois sistemas de tempo, o astronômico e o atômico, havendo sub-sistemas em cada um destes. Também se considera o tempo sob dois aspectos; uma vez como intervalo e outra como instante (época). A grande diversificação que existe em sistemas de tempo está baseada na procura de um contador de tempo o mais uniforme possível.

A seguir são dados as diversas espécies de tempo.

#### 9.1 - TEMPO ASTRONÔMICO

O tempo astronômico está baseado na observação de astros, podendo ser decorrente do movimento de rotação da terra ou do movimento de um corpo celeste em relação a outro, isto é, rotacional ou não.

##### 9.1.1 - TEMPO SOLAR

O tempo solar está baseado no movimento de rotação da terra em torno de seu eixo.

###### a) Tempo solar verdadeiro

O tempo solar verdadeiro é regulado pelo movimento diurno do sol, não podendo ser utilizado como unidade por ser de duração variável devido à obliquidade da eclíptica e à rotação não uniforme da Terra.

*DIA SOLAR VERDADEIRO* é o intervalo que decorre entre duas passagens sucessivas do sol pelo mesmo semi-meridiano.

*HORA SOLAR VERDADEIRA* ( $V$ ) é dada pelo ângulo horário do sol ( $H_V$ ), acrescido de 12 horas (Mueller, 1968).

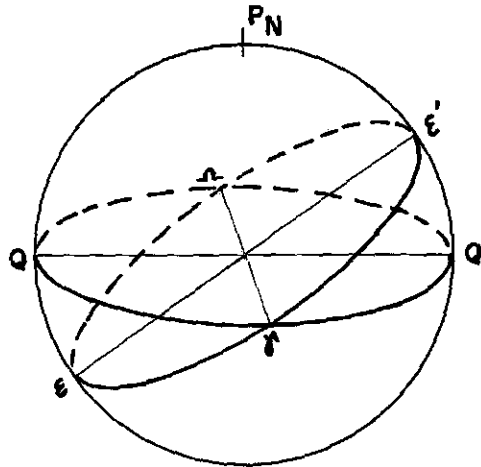


Fig. IX.1 - Ângulo entre a eclíptica e o equador celeste.

$$V = H_V + 12^h \quad (\text{IX.1})$$

b) Tempo solar médio

O tempo solar médio é regulado por um "sol imaginário", que percorre o equador celeste com movimento uniforme, no mesmo tempo que o sol (verdadeiro) percorre a eclíptica.

*DIA SOLAR MÉDIO* é o intervalo de tempo contado entre duas passagens consecutivas do sol médio (denominação adotada para o sol imaginário) pelo mesmo semi-meridiano superior (SMS), tendo início no mesmo.

*HORA SOLAR MÉDIA* ( $M$ ) é o ângulo horário do sol médio ( $H_M$ ) no instante considerado.

$$M = H_M \quad (\text{IX.2})$$

*DIA CIVIL* é o intervalo de tempo que decorre entre duas passagens sucessivas do sol médio pelo mesmo semimeridiano, com início no semimeridiano inferior. Quando o sol médio passa pelo semimeridiano superior são 12 horas.

*HORA CIVIL (C)* é o ângulo horário do sol médio acrescido de 12 horas.

$$C = H_M + 12^h \quad (IX.3)$$

O globo terrestre está dividido em 24 setores de  $15^\circ$  cada, que são denominados "Fusos Horários", tendo como origem de contagem o meridiano médio de Greenwich, que é o meridiano central do Fuso (0) zero. Os fusos a oeste deste são contados como +1, +2, ..., +12 e aqueles a leste como -1, -2, ..., -12. O Fuso 12 tem apenas meio fuso para cada sinal, isto é, para leste do meridiano central do fuso 12 tem-se +12 e para oeste deste mesmo meridiano, tem-se -12, como mostra a Figura IX.2.

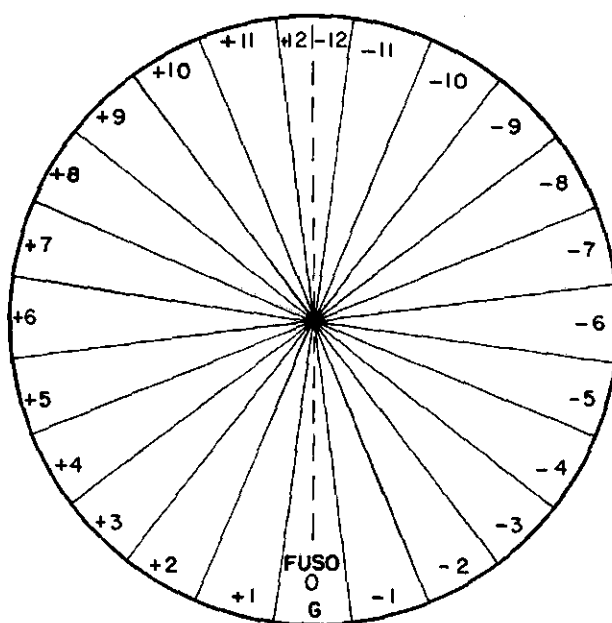


Fig. IX.2 - Fusos horários.

A partir dos meridianos centrais dos fusos horários, é definida a Hora Legal.

*HORA LEGAL (L)* é a hora civil de cada meridiano central, dos 24 fusos horários, para todo fuso, esta é a hora que marca no relógio comum.

$$L = TU + F \quad (IX.4)$$

onde  $F$  é o número do fuso horário em que se deseja saber a hora (incluindo o sinal).

c) Tempo universal

Com a finalidade de unificar as medidas de Tempo para todo o globo, foi instituído o Tempo Universal (TU).

*TEMPO UNIVERSAL (ZERO) TU0 (TU, GMT)* é a hora civil de Greenwich, baseado somente em observações astronômicas.

*TEMPO UNIVERSAL (UM) TU1* é TU0 corrigido do movimento do pólo, como se segue:

$$TU1 = TU0 + \Delta\lambda_p \quad (IX.5)$$

para  $\Delta\lambda_p = (x_p \text{ sen}\lambda + y_p \text{ cos}\lambda) \text{ tg}\phi$  onde  $\lambda$  e  $\phi$  são a longitude e a latitude astronômica respectivamente, e  $x_p$  e  $y_p$  as coordenadas do pólo instantâneo (verdadeiro) referido ao C.I.O., fornecidas pelo BIH\* (Circular D) ou pelo SIMP.

*TEMPO UNIVERSAL (DOIS), TU2* é TU1 corrigido de movimentos periódicos devidos à rotação não uniforme da terra, como se segue:

---

\* BIH - "Bureau International de L'Heure".



$$TU2 = TU1 + \Delta\lambda_R \quad (IX.6)$$

para  $\Delta\lambda_R = a \sin 2\pi\tau + b \cos 2\pi\tau + c \sin 4\pi\tau + d \cos 4\pi\tau$  (Mueller, 1968) onde  $\tau$  é fração do ano trópico (AENA) e a, b, c, d são parâmetros fornecidos pelo BIH (circular A).

### 9.1.2 - TEMPO SIDERAL

O tempo sideral está baseado no movimento de rotação da terra em torno de seu eixo, e regulado por uma estrela fixa ou ponto fixo da esfera celeste. Oficialmente é adotado o ponto vernal como regulador do tempo sideral.

#### a) Tempo sideral aparente

O tempo sideral aparente (ou verdadeiro) é regulado pelo ponto vernal verdadeiro, o qual está sujeito a perturbações devido à nutação e à precessão.

*DIA SIDERAL APARENTE* (verdadeiro) é o intervalo que decorre entre duas culminações sucessivas do ponto vernal verdadeiro pelo mesmo semimeridiano.

*HORA SIDERAL APARENTE* (verdadeira),  $S_V$  é o ângulo horário do ponto vernal verdadeiro, com início de contagem no S.M.S. e, também, é dada pela ascensão reta ( $\alpha$ ) do S.M.S.

$$S_V = \alpha \quad (IX.7)$$

*TEMPO SIDERAL APARENTE DE GREENWICH (GAST)* é a hora sideral aparente no meridiano médio de Greenwich.

#### b) Tempo sideral médio

O tempo sideral médio é regulado pelo ponto vernal médio, o qual está sujeito, somente, a perturbações devidas à precessão.

*DIA SIDERAL MÉDIO* é o intervalo entre duas passagens consecutivas do ponto vernal médio pelo mesmo semimeridiano.

*HORA SIDERAL MÉDIA* ( $S_M$ ) é o ângulo horário do ponto vernal médio, com início de contagem no S.M.S.

$$S_M = S_V - n \quad (\text{IX.8})$$

onde  $n$  é a nutação em ascensão reta ( $\alpha$ ).

*TEMPO SIDERAL MÉDIO DE GREENWICH (GMST)* é a hora sideral média de Greenwich.

### 9.1.3 - TEMPO DAS EFEMÉRIDES

O tempo das efemérides (TE) é regulado pelo movimento de translação de um corpo celeste em torno de outro.

O tempo das efemérides, no caso da terra (tempo Newtoniano) é dado pela variação da longitude (Geométrica) do sol, tendo como início 1900 janeiro 12<sup>h</sup> TU, quando a longitude média do sol em relação ao ponto vernal médio era 279° 41' 48",04. Um século TE tem 36.525 dias das efemérides, onde 1 dia tem 24 horas, 1 hora tem 60 minutos e 1 minuto tem 60 segundos.

A unidade do TE é o segundo das efemérides dado por 1/31556925,9747 do ano trópico 1900 janeiro 0,5 TE (ano trópico está definido no item 9.3.2).

$$\text{TE} = \text{TAI} + 32^{\text{S}},28 \quad (\text{IX.9})$$

### 9.2 - TEMPO ATÔMICO

O tempo atômico é suposto fluir uniformemente. Sua unidade fundamental é o segundo atômico, dado pela transição entre os níveis superfinos  $F = 4, m_F = 0$  e  $F = 3, m_F = 0$ , do estado fundamental  $S_{1/2}$  do

átomo de Césio-133 não perturbado por campos externos, onde 9192631770,0 Hz é a frequência admitida.

### 9.2.1 - TEMPO ATÔMICO INTERNACIONAL (TAI)

É regulado por um padrão Césio 133, sendo que sua difusão é feita pelo BIH, e sua origem é 1º de janeiro de 1958.

### 9.2.2 - TEMPO UNIVERSAL COORDENADO (TUC)

É baseado no tempo atômico (TAI) e se aproxima de TU1, para:

$$|TUC - TAI| = N \quad (IX.10)$$

onde N é sempre um número inteiro de segundos. Sempre que

$$|TUC - TU1| = 0^S,75 ,$$

é efetuado um salto de N segundos, isto é,  $|TUC - TU1|$  é sempre menor que  $0^S,75$ .

## 9.3 - CALENDÁRIOS

### 9.3.1 - CALENDÁRIO SIDERAL

O calendário sideral usa como argumento o tempo sideral.

*DATA SIDERAL DE GREENWICH (DSG)* é o número de dias siderais de dias siderais médios decorridos no meridiano médio (astronômico) de Greenwich, desde o meio dia ( $12^h$  TU) de 1º de janeiro de 4713 A.C.

*DIA SIDERAL DE GREENWICH* é a parte inteira da data sideral de Greenwich.

### 9.3.2 - CALENDÁRIOS CIVIS

#### a) Ano sideral

É o tempo decorrido entre duas passagens consecutivas do sol por um ponto fixo da eclíptica, sendo que o sol percorre  $360^{\circ}$  em um ano.

#### b) Ano trópico

É o tempo decorrido entre duas passagens sucessivas do sol pelo ponto vernal (o sol percorre  $359^{\circ} 59' 09",08$  em um ano, porque o ponto vernal retrograda de  $50",2$  por ano) o que corresponde a 365,2442 dias médios.

#### c) Ano anomalístico

É o tempo decorrido entre duas passagens consecutivas da terra pelo perihélio; o sol em seu movimento aparente percorre  $360^{\circ} 00' 11",60$  em um ano, pois o perihélio sofre um avanço de  $11",60$  por ano.

#### d) Calendário Juliano

O Calendário Juliano tem como argumento o ano de 365,25 dias, ou o século de 36525 dias, sofrendo uma correção de 1 dia cada 125 anos.

*DATA JULIANA (DJ)* é o número de dias Julianos decorridos desde o dia 1<sup>o</sup> de janeiro de 4713 A.C. às 12<sup>h</sup> TU. Por exemplo:

1900 janeiro 0,5 TU => DJ 2415020,0 TU

*DATA JULIANA MODIFICADA (DJM)*. É definida da seguinte forma:

$$DJM = DJ - 2400000,5 \quad (IX.11)$$

A data Juliana das efemérides (DJE) tem sua origem em 1900 janeiro 0,5 TE dado por DJE 2415020,0 TE

$$DJE = DJ + \Delta T \quad (IX.12)$$

onde  $\Delta T = TU - TE$ .

A data Juliana pode ser encontrada em qualquer anuário, como por exemplo o Anuário do Observatório Nacional e ou o Anuário Astrônômico da USP.

### 9.3.3 - CALENDÁRIO ASTRONÔMICO GREGORIANO

O ano astronômico gregoriano começa à 0<sup>h</sup> TU de 31 de dezembro do ano anterior, e tem 365 dias. Por exemplo:

12<sup>h</sup> TU de 31 de dezembro de 1899 no Calendário Gregoriano será  
1900 janeiro 0,5 TU

No ano astronômico gregoriano foi introduzida uma correção de 1 dia cada 40 ano (bissexto) e um dia a cada 125 anos, segundo a seguinte regra: será acrescentado um dia ao mês de fevereiro em todo ano cujo número for divisível por 4, mas todo início de século que não for divisível por 400 não será bissexto.

### 9.3.4 - CALENDÁRIO DE BESSEL

O início do ano de Bessel para todo globo é o momento em que a ascensão reta do sol médio, afetada da aberração e contada a partir do ponto vernal médio é precisamente 18<sup>h</sup> 40<sup>m</sup>.

A fração do ano de Bessel para cada dia do ano, à 0<sup>h</sup> TE, é dada nas tabelas de números diários de Bessel, no AENA ("American Ephemeris and Nautical Almanac").

#### 9.4 - TRANSFORMAÇÕES DE TEMPO

##### 9.4.1 - CONVERSÕES DE INTERVALOS

a) Tempo solar médio em sideral médio:

$$I_S = I_M + I_M \eta \quad (\text{IX.13})$$

onde  $\eta = 0,002737909$ .

b) Tempo sideral médio em solar médio:

$$I_M = I_S + I_S \mu \quad (\text{IX.14})$$

onde  $\mu = - 0,002730433$ .

$I_S$  e  $I_M$  são os intervalos em tempo sideral médio e solar médio respectivamente, enquanto que os produtos  $I_M \eta$  e  $I_S \mu$  podem ser extraídos das tabelas IX e VII do AENA.

##### 9.4.2 - HORA SIDERAL MÉDIA A ZERO HORA CIVIL LOCAL

$$S_M = S_0 + \lambda \eta \quad (\text{IX.15})$$

onde  $S_0$  é o tempo sideral à 0<sup>h</sup> TU consignado nas efemérides do sol. O produto  $\lambda \eta$  pode ser extraído da Tabela VIII do AENA, onde  $\lambda$  (longitude local) é o argumento.

##### 9.4.3 - CONVERSÃO DE HORA CIVIL EM SIDERAL MÉDIA

$$S = S_0 + \lambda \eta + C + C \eta \quad (\text{IX.16})$$

##### 9.4.4 - CONVERSÃO DE HORA SIDERAL MÉDIA EM CIVIL

$$C = S - (S_0 + \lambda \eta) - [S - (S_0 + \lambda \eta)] \mu \quad (\text{IX.17})$$

9.4.5 - CONVERSÃO DE HORA LEGAL EM HORA CIVIL

$$C = L - \lambda + F \quad (\text{IX.18})$$

sendo F a longitude do meridiano central do fuso, ao qual pertence o meridiano local  $\lambda$ .

9.4.6 - HORA SIDERAL MÉDIA À 0<sup>h</sup> TU

$$S_0 = 12^h + \alpha_M \quad (\text{IX.19})$$

onde  $\alpha_M$  é a ascensão reta do sol médio.

$$\alpha_M = \alpha_V + \bar{\epsilon} \quad (\text{IX.20})$$

onde  $\alpha_V$  é a ascensão reta do sol verdadeiro e  $\bar{\epsilon}$  a equação do tempo.  $\alpha_V$  e  $\bar{\epsilon}$  podem ser retiradas das tabelas de efemérides do sol, ou então calculadas através de:

$$\bar{\epsilon} = V - C, \quad (\text{IX.21})$$

e  $\alpha_V$  é igual a longitude média do sol  $\lambda_S$ , dada pela expressão (VIII.13), que deve ser convertida para unidade de tempo.

9.4.7 - CÁLCULO DA DATA JULIANA (JD) A PARTIR DO CALENDÁRIO CIVIL GREGORIANO EM TEMPO TU

$$JD|_t = JD|_{t_0} + N \times 365 + \left[ \frac{N}{4} - 1 \right] + n + \frac{H}{24} + \frac{M}{1440} + \frac{S}{86400} \quad (\text{IX.22})$$

onde

$JD|_t$  é o dia Juliano na época desejada,

$JD|_{t_0} = 2415020,0$  que é o dia Juliano em 1900 janeiro 0<sup>h</sup> TU

N = número de anos desde 1900

$\left[ \frac{N}{4} \right]$  = parte inteira do número de anos após 1900 dividido por 4, o que, a menos de um, representa o número de dias bissextos.

- n = número de dias desde o princípio do ano
- H = horas transcorridas no dia
- M = minutos
- S = segundos



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMERICAN EPHEMERIS AND NAUTICAL ALMANAC 1979. Washington, D.C., U.S. Naval Observatory 1967 - . anual.
- ANUÁRIO ASTRONÔMICO 1979. São Paulo, USP. IAG. 1974 - . anual.
- ANUÁRIO DO OBSERVATÓRIO NACIONAL 1973. Rio de Janeiro, MEC. ON. 1905 - 1976. anual.
- CHEBOTAREV, G.A. Astronomical coordinates and time. In ———. *Analytical and computational methods in science and mathematics*. New York, N.Y., Elsevier, 1967. Cap. 1, p. 1-26.
- BROUWER, D.; CLEMENCE, G.M. *Methods of celestial mechanics*. New York, N.Y., Academic, 1961.
- GEMAEI, C. *Astronomia de campo*. Curitiba, UFP. IG., 1971.
- GEMAEI, C. *Ajustamento de Observações*. Curitiba, UFP.IG., 1973.
- GOLDSTEIN, H. *Classical mechanics*. Singapore, Addison-Wesley, 1973.
- HATSCHBACH, F. *Redução de coordenadas celestes e identificação de es trelas em catálogos gravados em fita magnética. Programas em língua gem FORTRAN IV*. Curitiba, UFP.IG., 1975.
- MUELLER, I.I. *Spherical and practical astronomy*. Columbus, Ohio, Ungar, 1968.
- SCOBAL, P.R. *Methods of orbit determination*. New York, N.Y., John Wiley & Sons, 1965.
- TOURINHO, P.A.M. Astronomia esférica. In ———. *Tratado de astro no mia*. Curitiba, Mundial, 1950. Cap. 2, p. 21-32.

## ERRATA

- Pág. 6, primeira linha do quinto parágrafo, ler  $0Y3$  ao invés de  $0X3$ .
- Pág. 24, fórmula (VI.1), ler  $\sec\phi$  ao invés de  $\sen\phi$ .
- Pág. 31, fórmula (VIII.2), ler  $\tilde{R}_2(\theta_0)$ , ao invés de  $\tilde{R}_2(\theta)$ .
- Pág. 31, segunda linha do segundo parágrafo, ler  $\theta_0$  ao invés de  $\theta$ .
- Pág. 31, fórmula (VIII.3), ler  $\theta_0$  ao invés de  $\theta$ .
- Pág. 32, terceira linha do terceiro parágrafo, ler  $\Delta v$  ao invés de  $\Delta\gamma$ .
- Pág. 35, primeira linha do segundo parágrafo, ler dia 16 ao invés de dia 15.
- Pág. 35, terceira linha do segundo parágrafo, ler 15 de outubro ao invés de 14 de janeiro.
- Pág. 35, sétima linha do segundo parágrafo, ler dia 16 ao invés de dia 15.
- Pág. 38, fórmula (VIII.24), ler  $V_2 = (N+H) \cos\phi \cos\lambda$ , ao invés de  $V_2 = (H+h) \cos\phi \cos\lambda$ .
- Pág. 46, quarta linha do quinto parágrafo, ler  $\Delta\lambda_p = -(x_p \sen\lambda + y_p \cos\lambda) \operatorname{tg}\phi$  ao invés de  $\Delta\lambda_p = (x_p \sen\lambda + y_p \cos\lambda) \operatorname{tg}\phi$ .
- Pág. 53, quarta linha do terceiro parágrafo, ler 0,5 TU ao invés de  $0^h$  TU.