
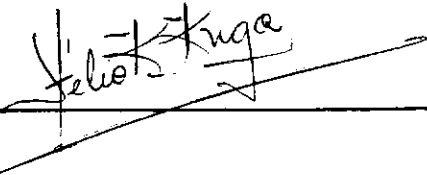
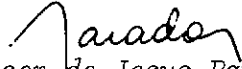


1. Publicação nº <i>INPE-3050-RPE/455</i>	2. Versão	3. Data <i>Abril, 1984</i>	5. Distribuição <input type="checkbox"/> Interna <input checked="" type="checkbox"/> Externa <input type="checkbox"/> Restrita
4. Origem <i>DMC/DDO</i>	Programa <i>ORBAT</i>		
6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) <i>GERADOR NUMÉRICO DE ÓRBITAS PERTURBAÇÕES GRAVITACIONAIS E DISSIPATIVAS NORMAS DE PRECISÃO</i>			
7. C.D.U.: <i>521.3:629.7.076.6</i>			
8. Título <i>GERADOR NUMÉRICO DE ÓRBITAS DE SATÉLITES ARTIFICIAIS TERRESTRES</i>		10. Páginas: <i>93</i>	
		11. Última página: <i>86</i>	
		12. Revisada por	
9. Autoria <i>Hélio Koiti Kuga'</i> <i>Wilson Custódio Canesin da Silva</i>		 Hans-Ulrich Pilchowski	
		13. Autorizada por	
Assinatura responsável 		 Nelson de Jesus Parada Diretor Geral	
14. Resumo/Notas <p><i>O presente trabalho apresenta um integrador numérico de órbita com atualizações e melhorias em relação aos anteriores que vinham sendo utilizados no Departamento de Mecânica Espacial e Controle (DMC), além de incorporar novas modelagens resultantes da experiência adquirida ao longo do tempo. Condições de flexibilidade e modularidade foram levadas em conta, a fim de permitir futuras expansões e modificações. Características de precisão numérica, rapidez de processamento, economia de memória, bem como aspectos de manuseabilidade foram também considerados. Análises qualitativas de precisão, tempo de processamento, efeitos de perturbações na órbita, descrição de uso e listagem do programa completo foram incluídas no trabalho.</i></p>			
15. Observações			

ABSTRACT

This report presents a numerical orbit integrator containing updatings and improvements relative to the previous ones that are being utilized by the Departamento de Mecânica Espacial e Controle (DMC), of INPE, besides incorporating newer modellings resulting from the skill acquired along the time. Flexibility and modularity were taken into account in order to allow future extensions and modifications. Characteristics of numerical accuracy, processing quickness, memory saving as well as utilization aspects were also considered. User's handbook, whole program listing and qualitative analysis of accuracy, processing time and orbit perturbation effects were included as well.

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
LISTA DE FIGURAS	v
<u>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO</u>	1
<u>CAPÍTULO 2 - FORMULAÇÃO DAS FORÇAS AGENTES EM UM SATÉLITE ARTIFICIAL TERRESTRE</u>	5
2.1 - Força gravitacional terrestre	5
2.2 - Força de arrasto atmosférico	10
2.3 - Força de pressão de radiação direta e indireta	11
2.4 - Força de atração do Sol e da Lua	16
2.5 - Forças de marés devidas à Lua e ao Sol	17
2.6 - Outras forças	19
<u>CAPÍTULO 3 - ILUSTRAÇÃO NUMÉRICA DOS EFEITOS PERTURBADORES</u>	21
3.1 - Análise da força devida ao geopotencial	22
3.2 - Análise da força de arrasto atmosférico	25
3.3 - Análise da pressão de radiação	29
3.4 - Análise da força de atração lunissolar	32
3.5 - Força devido às marés	36
3.6 - Comentários	45
<u>CAPÍTULO 4 - DESCRIÇÃO DE USO DAS ROTINAS</u>	53
4.1 - Programa principal	53
4.1.1 - Observações	53
4.2 - Sub-rotina LEDORB	54
4.2.1 - Utilização	54
4.2.2 - Propósito	54
4.2.3 - Entrada de dados e exemplos	54
4.2.4 - Observação	81
4.3 - Sub-rotina ORBSIM	81
4.3.1 - Utilização	81
4.3.2 - Propósito	82
4.3.3 - Parâmetros	82

	<u>Pág.</u>
4.3.4 - Observações	82
4.4 - Mapeamento das sub-rotinas utilizadas	83
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	85

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 - Distribuição assimétrica	6
2.2 - Sistemas de coordenadas para o cálculo da aceleração gravitacional	8
2.3 - Regiões de luz e sombra	12
2.4 - Regiões com diferentes reflexões e regiões neutras (II, III). 15	15
2.5 - Diagrama de luz direta e refletida	15
2.6 - Perturbação de maré	17
3.1 - Órbita de referência (curva cheia) e órbita perturbada pelo geopotencial (curva pontilhada) para 600 km de altitude: a) semi-eixo maior; b) excentricidade; c) inclinação; d) ascensão do n ^o ascendente; e) argumento do perigeu; f) anomalia média	23
3.2 - Densidade atmosférica a 300 km de altitude para: a) FS = 70, FSM = 70, K _p = 3 ^o ; b) FS = 160, FSM = 160, K _p = 3 ^o ; c) FS = 280, FSM = 280, K _p = 3 ^o	26
3.3 - Densidade atmosférica a 600 km de altitude	26
3.4 - Densidade atmosférica a 900 km de altitude	27
3.5 - Órbita de referência (curva cheia) e órbita perturbada pelo arrasto atmosférico (curva pontilhada) a 300 km de altitude e intenso fluxo solar: a) semi-eixo maior; b) excentricidade de	29
3.6 - Órbita de referência (curva cheia) e órbita perturbada pela pressão de radiação (curva pontilhada) a 2000 km de altitude para: a) semi-eixo maior; b) excentricidade; c) inclinação; d) ascensão do n ^o ascendente; e) argumento do perigeu. 30	30
3.7 - Coordenadas do Sol em 1 ^o agosto de 1983: a) ascensão reta; b) declinação	33
3.8 - Coordenadas da Lua para 1 ^o de agosto de 1983: a) ascensão reta; b) declinação	34
3.9 - Órbita de referência (curva cheia) e órbita perturbada pela atração lunissolar (curva pontilhada) para 30.000 km de altitude: a) semi-eixo maior; b) excentricidade; c) inclinação; d) ascensão do n ^o ascendente; e) argumento do perigeu. 35	35
3.10 - Órbita de referência (curva cheia) e órbita perturbada pelas marés lunissolares (curva pontilhada) para 300 km de altitude, na Lua minguante (1 ^o de agosto, 1983): a) semi-eixo maior; b) excentricidade; c) inclinação; d) ascensão do n ^o ascendente; e) argumento do perigeu	38

3.11 - Órbita de referência (curva cheia) e órbita perturbada pelas marés lunissolares (curva pontilhada) para 300 km de altitude, na lua nova (8 de agosto, 1983): a) semi-eixo maior; b) excentricidade; c) inclinação; d) ascensão do nó ascendente; e) argumento do perigeu	40
3.12 - Órbita de referência (curva cheia) e órbita perturbada pelas marés lunissolares (curva pontilhada) para 300 km de altitude, na lua crescente (15 de agosto, 1983): a) semi-eixo maior; b) excentricidade; c) inclinação; d) ascensão do nó ascendente; e) argumento do perigeu	42
3.13 - Órbita de referência (curva cheia) e órbita perturbada pelas marés lunissolares (curva pontilhada) para 300 km de altitude, na lua cheia (23 de agosto, 1983): a) semi-eixo maior; b) excentricidade; c) inclinação; d) ascensão do nó ascendente; e) argumento do perigeu	44
3.14 - Órbita de referência (curva cheia) e órbita integrada numericamente para o problema dos dois corpos (curva pontilhada) para 700 horas (29,5 dias), com 10^{-9} de precisão na integração: a) semi-eixo maior; b) excentricidade; c) inclinação; d) ascensão do nó ascendente; e) argumento do perigeu.	48
3.15 - Órbita de referência (curva cheia) e órbita integrada numericamente para o problema dos dois corpos (curva pontilhada) para 700 horas (29,5 dias), com 10^{-10} de precisão na integração: a) semi-eixo maior; b) excentricidade; c) inclinação; d) ascensão do nó ascendente; e) argumento do perigeu .	50
4.1 - Mapeamento da sequência de entrada dos dados e opções do programa	59
4.2 - Mapeamento dos subprogramas	84

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

No início da era espacial pouco se sabia sobre as diversas perturbações que poderiam atuar num satélite artificial de forma a perturbar sua órbita original, tida como aproximadamente kepleriana. Da Mecânica Celeste conhecia-se a perturbação devida a um terceiro corpo (Sol e/ou Lua). Das experiências com problemas de balística, sabia-se da existência do arrasto atmosférico e da força de arrasto que é proporcional à densidade do meio no qual o corpo se desloca e ao quadrado da velocidade de deslocamento do corpo em relação ao meio. No entanto, supunha-se que a densidade variava somente com o decaimento exponencial em relação à altura do ponto considerado, o que introduzia erros no modelo.

Quanto ao geopotencial, só se conhecia o achatamento terrestre (J_2), e os coeficientes dos harmônicos esféricos J_4 e J_6 eram estimados mediante considerações de distribuição simétrica e homogênea da massa da Terra. Porém, a despeito de modelos de força tão precários, os satélites foram postos em órbita e lá permaneceram por curtos períodos (3 a 6 meses) efetuando medidas e colhendo informações, o que possibilitou, através do estudo das observações de rastreamento da órbita, determinar novos coeficientes de harmônicos do geopotencial e recalcular os antigos. Em duas décadas de era espacial já se conhece e modela uma boa gama de forças perturbadoras que atuam num satélite artificial, conforme será discutido a seguir.

O presente trabalho apresenta um integrador numérico de órbita de satélites artificiais terrestres que integra as equações diferenciais ordinárias, as quais exprimem o movimento orbital de um satélite de acordo com as modernas modelagens e a experiência acumulada no Departamento de Mecânica Espacial e Controle até o presente estágio. As características que foram impostas e orientaram o trabalho até à sua versão final são as seguintes:

- *modularidade* para que as modificações e o aproveitamento das rotinas possam ser facilmente efetuadas para uso em outros sistemas;
- *flexibilidade* para que se possa cobrir toda a gama de casos que eventualmente venham a ocorrer e expandir o programa para abranger outras aplicações;
- características de *precisão* numérica, *rapidez* de processamento e *economia* de memória, para otimizar a utilização no computador;
- facilidade de manuseio (*manuseabilidade*) para permitir fácil utilização e assimilação ao usuário.

As rotinas foram implementadas em linguagem "FORTRAN padrão" no computador Burroughs 6800 do INPE. Vários programas utilitários disponíveis no Departamento (DMC) foram utilizados. Para o modelo do geopotencial usou-se o modelo GEM10 (Lerch et alii, 1979), e para o cálculo da aceleração devida ao geopotencial utilizaram-se as rotinas do trabalho de Kuga et alii (1983). O modelo de densidade atmosférica adotado foi o de Jacchia (1971), e as rotinas correspondentes foram extraídas de Jacchia (1972). As rotinas auxiliares de transformações de tempo, efemérides lunissolares e coordenadas estão disponíveis em Kuga et alii (1981) e Medeiros e Kuga (1980), e as rotinas de integração numérica estão em Shampine e Gordon (1975) e Rao (1983).

A implementação do programa resultou da necessidade de atualizar os simuladores de órbita disponíveis (Negreiros de Paiva, 1980; Kuga, 1982) e ampliá-los para ser utilizados, principalmente, na fase de análise da MECB (Missão Espacial Completa Brasileira). O programa possibilita a simulação de dados orbitais, a propagação precisa de órbita, a validação e a comparação com os métodos analíticos e semi-analíticos de propagação de órbita, e o estudo da influência de cada tipo de perturbação separada ou de maneira conjunta.

No Capítulo 2 apresenta-se a formulação e o equacionamento adotado na modelagem do movimento orbital do satélite. O Capítulo 3 dedica-se a ilustrações qualitativas e aspectos de otimização, bem como comentários sobre tempos de processamento e precisão para os casos ilustrados. O Capítulo 4 contém a descrição das rotinas que necessitam ser do conhecimento do usuário e os requisitos do programa principal a ser montado.

CAPÍTULO 2

FORMULAÇÃO DAS FORÇAS AGENTES EM UM SATÉLITE ARTIFICIAL TERRESTRE

O principal objetivo deste capítulo é o de formular de maneira sucinta as equações que são utilizadas na implementação do programa. As forças modeladas são as seguintes:

- força gravitacional terrestre,
- força de arrasto atmosférico,
- força de pressão de radiação direta e indireta,
- força de atração do Sol e da Lua,
- forças de marés devidas ao Sol e à Lua.

A seguir é descrita a modelagem matemática das forças mencionadas.

2.1 - FORÇA GRAVITACIONAL TERRESTRE

A força devida ao campo gravitacional terrestre é obtida calculando o gradiente do potencial deste campo. Por convenção, força e potencial serão considerados aqui como sinal positivo. Dada uma distribuição de massa não-simétrica em rotação, associa-se a esta distribuição um sistema de coordenadas com origem no seu centro de massa, com o eixo X_g passando pela interseção de um círculo de máxima distribuição em relação ao eixo de rotação Z_g , com um meridiano de referência arbitrariamente escolhido e com o eixo Y_g formando com Z_g e X_g um triângulo positivo. Assim, o potencial gerado por um elemento da massa dm do corpo, sobre um ponto externo a este corpo e situado a uma distância Δ do elemento dm , é dado por $dU = (1/\Delta)Gdm$, onde G é a constante da gravitação universal (Figura 2.1).

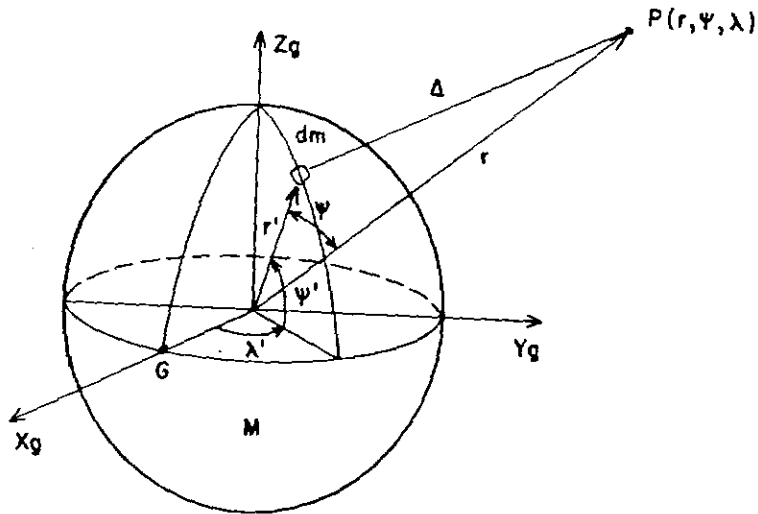


Fig. 2.1 - Distribuição assimétrica: r = raio vetor; ψ = latitude geocêntrica; λ = longitude geocêntrica.

O potencial total U , da distribuição, sobre o ponto P externo é dado pela integral em toda a sua massa, ou:

$$U = G \int_M \frac{dm}{\Delta}, \quad (2.1)$$

mas $1/\Delta$ pode ser escrito em função dos polinômios de Legendre, na forma (Heiskanen and Moritz, 1967):

$$\frac{1}{\Delta} = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r'}{r} \right)^n P_n(\cos\psi), \quad (2.2)$$

sendo que os polinômios $P_n(\cos\psi)$ podem, por sua vez, ser postos em função de uma série de harmônicos esféricos, cuja expressão é (Heiskanen and Moritz, 1967):

$$P_n(\cos\psi) = \sum_{m=0}^n (2 - \delta_{m_0}) \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_{nm}(\text{sen}\psi) P_{nm}(\text{sen}\psi') \cdot \cos m(\lambda - \lambda') \quad (2.3)$$

Assim, a Expressão 2.1 resulta em:

$$U = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a_e}{r}\right)^n [C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \text{sen} m\lambda] P_{nm}(\text{sen}\psi) \quad (2.4)$$

sendo

$$\begin{pmatrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{pmatrix} = \frac{(2 - \delta_{m_0})}{a_e^n M} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \int_M r'^n P_{nm}(\text{sen}\psi') \begin{pmatrix} \cos m\lambda' \\ \text{sen} m\lambda' \end{pmatrix} dm \quad (2.5)$$

δ_{m_0} o delta de Kronecker que vale 0 ou 1 se $m \neq 0$ ou $m = 0$, respectivamente, e $P_{nm}(\text{sen}\psi)$ são os polinômios associados de Legendre. Os coeficientes C_{nm} e S_{nm} são denominados coeficientes dos harmônicos esféricos.

O potencial está escrito em coordenadas esféricas num sistema girante (X', Y', Z'); portanto, para determinar a força (aceleração) que atua no satélite, é conveniente calcular o gradiente em coordenadas esféricas e depois transformá-lo para o sistema X_g, Y_g, Z_g , também fixo na Terra (Figura 2.2). Em seguida, a aceleração é transformada para o sistema inercial, pois, o que interessa aqui é estudar o movimento de um satélite em sua órbita no espaço, isto é, em relação a um sistema inercial. As transformações mencionadas podem ser feitas por etapas conforme mostra a Figura 2.2.

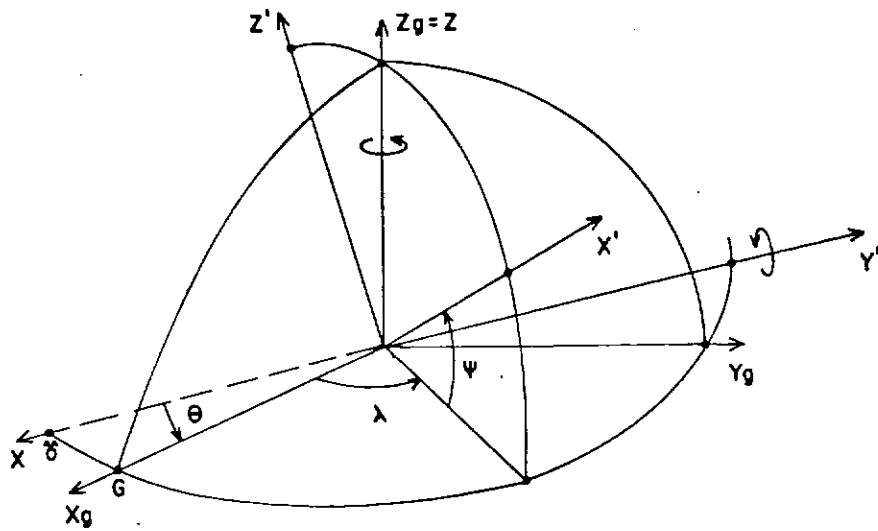


Fig. 2.2 - Sistemas de coordenadas para o cálculo da aceleração gravitacional.

Efetuada uma rotação em torno do eixo Z_g , de λ e uma em torno de Y' , de $(-\psi)$, obtêm-se:

$$\mathbf{r}' = R_{Y'}(-\psi)R_{Z_g}(\lambda)\mathbf{r}_g = \mathbf{T} \cdot \mathbf{r}_g \quad (2.6)$$

A rotação do sistema X, Y, Z inercial para X_g, Y_g, Z_g é simplesmente:

$$\mathbf{r}_g = R_Z(\theta)\mathbf{r} \quad (2.7)$$

Assim, substituindo a Expressão 2.7 na Expressão 2.6, obtém-se:

$$\mathbf{r}' = \mathbf{T} \cdot R_Z(\theta)\mathbf{r} \quad (2.8)$$

Definindo $\mathbf{G} = \mathbf{T} \cdot R_Z(\theta)$, pode-se escrever:

$$\mathbf{r} = \mathbf{G}^T \mathbf{r}' \quad (2.9)$$

onde $\mathbf{r}^T = (X \ Y \ Z)$, $\mathbf{r}'^T = (X' \ Y' \ Z')$ e \mathbf{T} e $R_Z(\theta)$ são dados por:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \cos\psi \cos\lambda & \cos\psi \operatorname{sen}\lambda & \operatorname{sen}\psi \\ -\operatorname{sen}\lambda & \cos\lambda & 0 \\ -\operatorname{sen}\psi \cos\lambda & -\operatorname{sen}\psi \operatorname{sen}\lambda & \cos\psi \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

$$\mathbf{R}_Z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta & 0 \\ -\operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

e o ângulo θ é o tempo sideral de Greenwich.

O gradiente do potencial U em coordenadas esféricas é:

$$\ddot{\mathbf{r}}' = \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{v}}_{X',U} \\ \ddot{\mathbf{v}}_{Y',U} \\ \ddot{\mathbf{v}}_{Z',U} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial U / \partial r \\ (1/r \cos\psi)(\partial U / \partial \lambda) \\ (1/r)(\partial U / \partial \psi) \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

ou ainda:

$$\ddot{\mathbf{r}}' = \frac{\mu}{r^2} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{\mu}{r^2} \sum_{n=2}^N \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r} \right)^n \begin{bmatrix} -(n+1)\bar{P}_{nm}(\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \operatorname{sen} m\lambda) \\ m \sec\psi \bar{P}_{nm}(-\bar{C}_{nm} \operatorname{sen} m\lambda + \bar{S}_{nm} \cos m\lambda) \\ \cos\psi \bar{P}'_{nm}(\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \operatorname{sen} m\lambda) \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

Os \bar{P}_{nm} que aparecem nesta expressão são completamente normalizados, e as relações $\sec\psi \bar{P}_{nm}$, $\cos\psi \bar{P}'_{nm}$, $\operatorname{sen} m\lambda$ e $\cos m\lambda$ são calculadas por relações recursivas que não envolvem cálculos de fatoriais

(Kuga et alii, 1983). O n na Expressão 2.13 começa a partir de 2 porque $\bar{C}_{1m} = \bar{S}_{1m} = 0$, $\bar{C}_{00} = 1$ e $\bar{S}_{00} = 0$, conforme pode ser visto pela Expressão 2.5. Os elementos da matriz **T** podem ser calculados pelas relações:

$$\begin{aligned}\cos\psi &= R/r , \\ \text{sen}\psi &= Z_g/r , \\ \cos\lambda &= X_g/R , \\ \text{sen}\lambda &= Y_g/R , \\ R &= (X_g^2 + Y_g^2)^{1/2} .\end{aligned}\tag{2.14}$$

Como o movimento do satélite no espaço não depende (gravitacionalmente) da rotação da Terra, então :

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{G}^T \ddot{\mathbf{r}}' ,\tag{2.15}$$

logo a aceleração gravitacional inercial toma a forma:

$$\begin{pmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \\ \ddot{Z} \end{pmatrix} = \mathbf{G}^T \ddot{\mathbf{r}}' .\tag{2.16}$$

2.2 - FORÇA DE ARRASTO ATMOSFÉRICO

Quando um satélite se move através da atmosfera experimentalmente, com esta, uma força de atrito denominada força de arrasto atmosférico. Tal força é em sentido oposto ao da velocidade relativa satélite-atmosfera, depende do quadrado dessa velocidade, da densidade da atmosfera no ponto e da razão área/massa. A expressão da força (específica) de arrasto (NASA, 1977) é:

$$\mathbf{F}_A = - \frac{1}{2} C_D \frac{S}{m} \rho V_R \mathbf{V}_R, \quad (2.17)$$

onde C_D é o coeficiente de arrasto, S/m é a razão área de referência/massa do satélite, ρ é a densidade do meio, e \mathbf{V}_R é a velocidade do satélite em relação à atmosfera. S e C_D dependem da atitude do satélite, mas em casos de satélites com atitude controlada, mantêm-se quase constantes e, para efeitos práticos, podem ser considerados constantes. A densidade atmosférica ρ é função da altura e da temperatura exosférica que, por sua vez, depende do fluxo solar e do índice geomagnético, ambos da época.

A velocidade relativa \mathbf{V}_R é dada por:

$$\mathbf{V}_R = \dot{\mathbf{r}} - \vec{\omega}_T \wedge \mathbf{r} = \begin{pmatrix} \dot{X} + \omega_T Y \\ \dot{Y} - \omega_T X \\ \dot{Z} \end{pmatrix}, \quad (2.18)$$

logo a aceleração devida ao arrasto fica na forma:

$$\begin{pmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \\ \ddot{Z} \end{pmatrix} = - \frac{1}{2} C_D \frac{S}{m} \rho V_R \begin{pmatrix} \dot{X} + \omega_T Y \\ \dot{Y} - \omega_T X \\ \dot{Z} \end{pmatrix}, \quad (2.19)$$

e ω_T é a velocidade de rotação da atmosfera, considerada igual à da Terra.

2.3 - FORÇA DE PRESSÃO DE RADIAÇÃO DIRETA E INDIRETA

A força de pressão de radiação tem efeito significativo sobre a órbita de satélites do tipo balão, isto é, de grande razão área/massa, e para satélites acima de 1000 km, chega a superar a força de arrasto atmosférico. A radiação refletida pela Terra também exerce for

ça sobre o satélite e pode atingir de 20 a 40% do valor da pressão de radiação direta. A força (aceleração) de pressão de radiação \bar{F}_{PR} (NASA, 1977):

$$\bar{F}_{PR} = - \nu C_R \frac{S}{m} P_S \hat{r}_S, \quad (2.20)$$

onde ν é o fator de eclipse que vale 1 quando o satélite está iluminado e zero quando o satélite está na sombra da Terra; C_R é um fator que depende da reflectividade do satélite; S/m é a razão área de referência sobre a massa do satélite; P_S é a pressão de radiação na superfície da Terra e \hat{r}_S é o versor na direção do Sol. O fator de eclipse é calculado conforme a posição do satélite em relação à Terra e ao plano terminador que separa luz e sombra sobre a Terra (Figura 2.3).

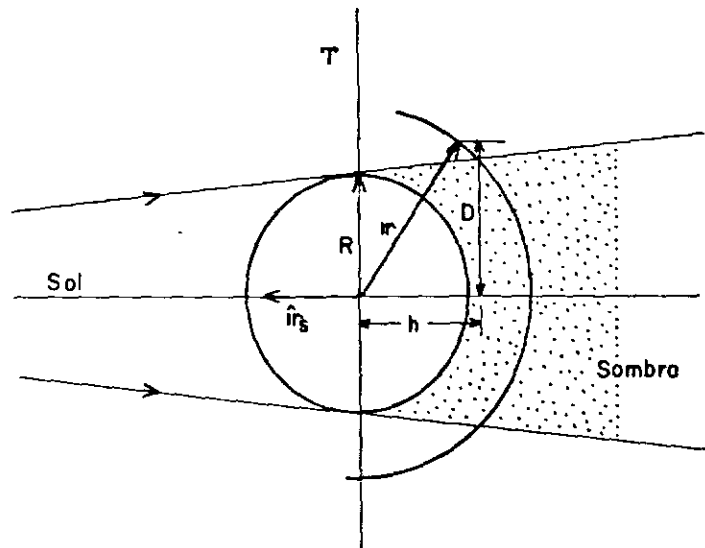


Fig. 2.3 - Regiões de luz e sombra.

Pela Figura 2.3 as seguintes relações são válidas:

$$h = r \cdot \hat{r}_S, \quad (2.21)$$

$$D = (r^2 - h^2)^{1/2},$$

$$\text{Se } h \geq 0, v = 1, \tag{2.22}$$

$$\text{Se } h < 0$$

e

$$\begin{cases} D \geq R, v = 1 \text{ (luz)}, \\ D < R, v = 0 \text{ (sombra)}, \end{cases}$$

R = raio da Terra (esférica).

Na Figura 2.3 não se considerou a penumbra devida à dimensão da fonte luminosa (Sol), porque o seu efeito é totalmente negligenciável. A constante P_S que aparece na Expressão 2.20 é uma densidade volumétrica de energia na superfície terrestre, pois:

$$P_S = \frac{I}{c}, \tag{2.23}$$

onde I é a radiação incidente por metro quadrado de área e por segundo, à distância de uma unidade astronômica, ou seja, na superfície da Terra, cujo valor é:

$$I = 1,33 \times 10^3 \text{ (Joules/s)/m}^2, \tag{2.24}$$

e c é a velocidade da luz.

A radiação refletida pela Terra (albedo) obviamente depende das propriedades refletoras da superfície terrestre, sendo portanto maior nos pólos e menor no equador. O coeficiente de albedo é escrito em função da latitude ψ na forma:

$$a(\psi) = a_0 + a_2 \text{ sen}^2\psi, \tag{2.25}$$

sendo $a_0 = 0,219$ e $a_2 = 0,410$ (Lautman, 1977). A força de albedo é considerada na direção radial Terra-satélite, uma vez que só se considera a radiação difusa e negligência a especular. A Expressão 2.25 é válida só para a região (I) de incidência (Figura 2.4), enquanto para as regiões (II) e (III), que podem ser consideradas neutras porque nestas regiões a incidência da luz é praticamente rasante, $a = 0$. Assim, introduzindo um fator de albedo η , a Expressão 2.25 fica:

$$a = \eta(a_0 + a_2 \text{sen}^2\psi).$$

O ângulo de 10^0 para a região neutra da Figura 2.4 foi escolhido arbitrariamente.

O fator η é calculado conforme se segue.

Se $h \geq 0$, então $v = 1$ e

$$\begin{cases} D < R' , & \eta = 1 , \\ D \geq R' , & \eta = 0 , \end{cases}$$

onde $R' = r \cos 5^0$.

Se $h < 0$, então $\eta = 0$ e

$$\begin{cases} D < R , & v = 0 , \\ D \geq R , & v = 1 . \end{cases}$$

Assim, a análise do albedo para as três regiões resulta no seguinte diagrama (Figura 2.5).

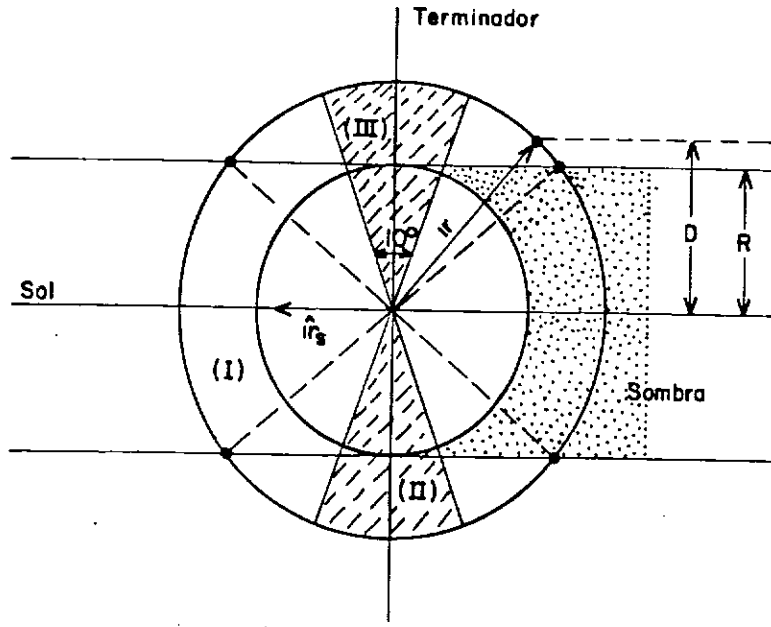


Fig. 2.4 - Regiões com diferentes reflexões e regiões neutras (II, III).

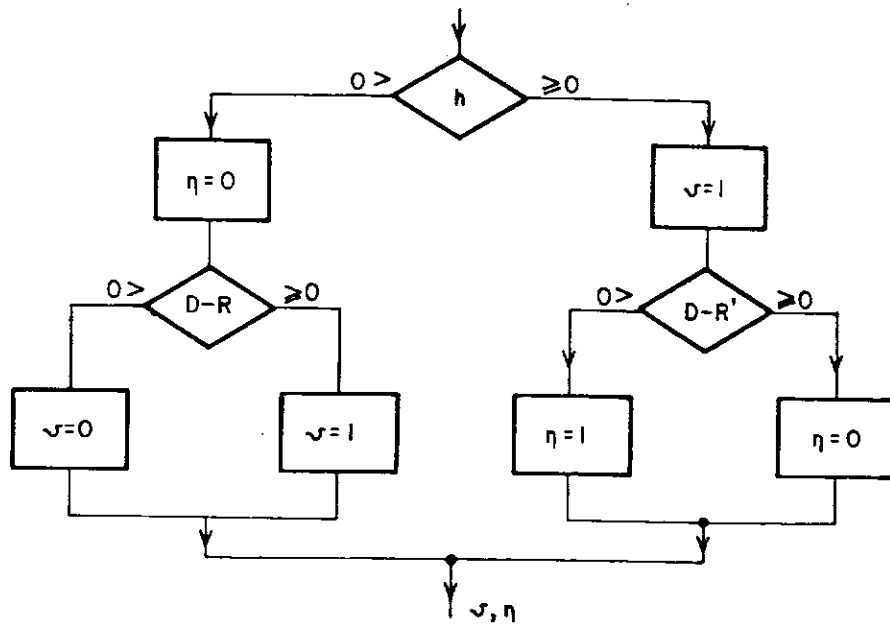


Fig. 2.5 - Diagrama de luz direta e refletida.

A expressão final da aceleração fica:

$$\begin{pmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \\ \ddot{Z} \end{pmatrix} = \nu C_R \frac{S}{m} P_S \begin{bmatrix} -X_S/r_S \\ -Y_S/r_S \\ -Z_S/r_S \end{bmatrix} + \eta \left[a_0 + a_2 \left(\frac{Z}{r} \right)^2 \right] \begin{bmatrix} X/r \\ Y/r \\ Z/r \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

2.4 - FORÇA DE ATRAÇÃO DO SOL E DA LUA

A perturbação gravitacional de um terceiro corpo, no caso o Sol ou a Lua, pode ser estudada através do problema reduzido dos três corpos, onde um deles tem massa desprezível em relação aos outros dois. O potencial perturbador assim deduzido (Kovalevski, 1963) é:

$$R_i = G M_i \left[\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|} - \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_i}{r_i^3} \right], \quad (2.29)$$

onde M_i e r_i são, respectivamente, massa e distância do corpo perturbador. A força específica sobre o satélite, causada pelo potencial da expressão 2.29 é dada pelo gradiente de R_i , ou seja:

$$\mathbf{F}_{SL} = \nabla R_i = -GM_i \left[\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|^3} + \frac{\mathbf{r}_i}{r_i^3} \right], \quad (2.30)$$

ou de maneira desenvolvida,

$$\begin{pmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \\ \ddot{Z} \end{pmatrix} = -GM_i \begin{bmatrix} (X - X_i)/\Delta^3 + X_i/r_i^3 \\ (Y - Y_i)/\Delta^3 + Y_i/r_i^3 \\ (Z - Z_i)/\Delta^3 + Z_i/r_i^3 \end{bmatrix}, \quad (2.31)$$

onde:

$$\Delta = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_i| = [(X - X_i)^2 + (Y - Y_i)^2 + (Z - Z_i)^2]^{1/2}, \quad (2.32)$$

e \mathbf{r} é o raio vetor do satélite.

As coordenadas X_i, Y_i, Z_i do Sol e da Lua podem ser recalculadas em intervalos de até 1/2 a 1 dia, sem grande perda de precisão (ver Seção 3.4).

2.5 - FORÇAS DE MARÉS DEVIDAS À LUA E AO SOL

As forças gravitacionais do Sol e da Lua atuam na matéria da Terra, resultando numa deformação do tipo protuberância de sua forma (superfície) na direção do corpo perturbador (Sol ou Lua). Essa redistribuição de massa causa um potencial gravitacional adicional (diferente do potencial natural da Terra) que perturba o espaço exterior à Terra. A força deduzida desse potencial é chamada força de maré e afeta o movimento de um corpo qualquer no espaço (Figura 2.6).

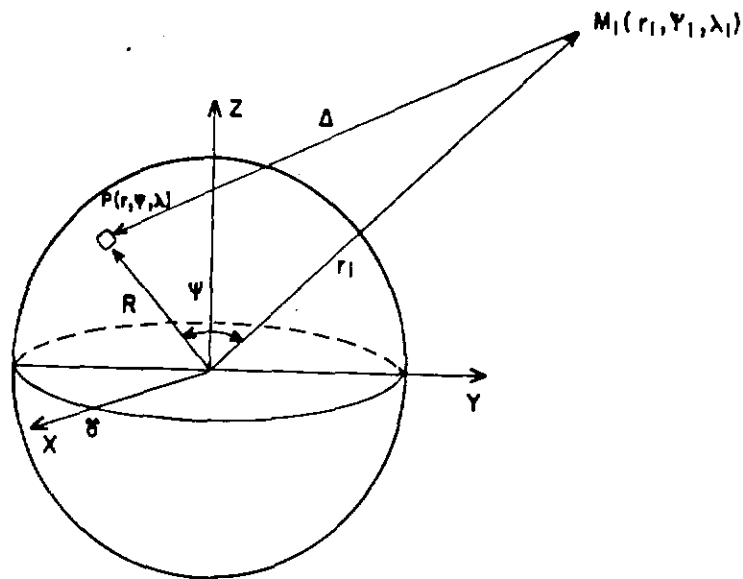


Fig. 2.6 - Perturbação de maré.

O potencial gravitacional gerado pelo corpo M_i num ponto $P(r, \psi, \lambda)$ da superfície da Terra é dado por:

$$U_i = \frac{GM_i}{\Delta} = \frac{GM_i}{r_i} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r_i} \right)^n P_n(\cos\psi) . \quad (2.33)$$

U_i produz uma redistribuição interna de matéria, resultante da deformação causada na Terra, e esta deformação depende da matéria que está sendo submetida à atração. Como a Terra tem propriedades quase elásticas, a deformação demora um certo tempo para ocorrer, de tal forma que, em virtude da rotação da Terra, o bojo da deformação fica sempre um pouco adiantado em longitude em relação ao ponto considerado na superfície da Terra. O pequeno ângulo de avanço em longitude não será considerado aqui. O potencial gerado R_i na superfície é escrito na forma:

$$R_i = k_n U_i, \quad (2.34)$$

onde os k_n são coeficientes de proporcionalidade (elasticidade) de grau n . A rigor, os k_n variam para cada ponto da superfície, mas na prática eles são considerados com valores constantes. O potencial R_i para um ponto externo à superfície da Terra é proporcional à razão $(R/r)^{n+1}$, de tal forma que na superfície essa razão seja 1. Assim, tomando o termo principal para o potencial, que é $n = 2$, tem-se:

$$R_i = k_2 \left(\frac{R}{r} \right)^2 U_i = k_2 \frac{R^5}{r^3} \frac{GM_j}{r_j^3} P_2(\cos\psi). \quad (2.35)$$

Substituindo o polinômio de Legendre, $P_2(u) = 3u^2/2 - 1/2$ na Expressão 2.35 e levando em conta que no ponto externo que está sendo perturbado r é paralelo a R , então:

$$R_i = \frac{1}{2} k_2 \frac{GM_j}{r_j^3} \frac{R^5}{r^3} [3(\hat{r} \cdot \hat{r}_j)^2 - 1]. \quad (2.36)$$

O gradiente da Expressão 2.36 dá a força (específica) devida às marés que atua num satélite, a qual é da forma:

$$\begin{pmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \\ \ddot{Z} \end{pmatrix}_{M_i} = \frac{3}{2} k_2 \frac{GM_i}{r_i^3} \left(\frac{R}{r} \right)^5 \begin{pmatrix} EX + FX_i \\ EY + FY_i \\ EZ + FZ_i \end{pmatrix}, \quad (2.37)$$

onde $D = \hat{r} \cdot \hat{r}_i = r \cdot r_i / rr_i$, $E = 1 - 5D^2$, $F = 2Dr/r_i$ e X_i , Y_i e Z_i são as coordenadas do corpo perturbador (Sol ou Lua). Os coeficientes de maré (k_n), conhecidos como *números de Love*, são funções de ponto, mas aqui são considerados constantes, conforme valores medidos pelo Beacon Explorer C e GEOS-1 e GEOS-2 (NASA, 1977), ou seja:

$$0,245 \pm 0,005 \leq k_2 \leq 0,31 \pm 0,01. \quad (2.38)$$

2.6 - OUTRAS FORÇAS

Basicamente, as forças mais importantes que atuam num satélite baixo ($h < 1000$ km) são a força devida ao campo gravitacional terrestre e o arrasto atmosférico, e para satélites altos ($h > 10000$ km), a força gravitacional (terrestre e lunissolar) e a pressão de radiação. As forças de maré podem dar efeito mensurável para satélites baixos, onde a razão R/r é próxima de 1. Para satélites acima de 1000 km a pressão de radiação supera o arrasto atmosférico. Nos satélites baixos, uma outra força poderia ainda ser considerada, é a força de ascensão ("lift") que tende a erguer o satélite no plano da órbita. No entanto, esta última é de baixa magnitude e pode na maioria dos casos ser negligenciada. Existe ainda a força de arrasto elétrico, também de fraca intensidade, que só é considerada em casos muito excepcionais.

CAPÍTULO 3

ILUSTRAÇÃO NUMÉRICA DOS EFEITOS PERTURBADORES

Este capítulo destina-se a ilustrar de maneira qualitativa a influência dos diversos tipos de forças que atuam sobre um satélite artificial terrestre. A análise qualitativa é efetuada por meio de testes numéricos em computador e leva em conta aspectos de otimização do tempo de processamento e precisão de algoritmos.

Para tanto, considera-se uma órbita inicial de referência caracterizada pelos seguintes elementos:

- a - semi-eixo maior = 6.978.160 m,
 - e - excentricidade = 0,01,
 - i - inclinação = 23° ,
 - Ω - ascensão reta do nó ascendente = 100° ,
 - ω - argumento do perigeu = 100° ,
 - M - anomalia média = 0° ,
 - DJI - data juliana inicial = 2445547,5 ,
19 de agosto de 1983 a 0 horas TU.
- (3.1)

Estes elementos orbitais correspondem a um satélite exemplo, a uma altitude de aproximadamente 600 km da Terra e com inclinação de 23° em relação ao Equador terrestre.

A influência das diversas forças perturbadoras é ilustrada plotando gráficos dos elementos keplerianos e elementos keplerianos perturbados para um mesmo período anomalístico, a partir da órbita inicial de referência. Os elementos keplerianos são calculados por meio do equacionamento do problema dos dois corpos (solução analítica). Os elementos keplerianos perturbados são obtidos a partir da integração numérica da equação:

$$\ddot{\vec{r}} = - \frac{\mu}{r^3} \vec{r} + \vec{a}_p \quad , \quad (3.2)$$

sendo \vec{r} o vetor posição, μ a constante gravitacional e \vec{a}_p a aceleração perturbadora. A primeira parcela ($-\mu\vec{r}/r^3$) corresponde à aceleração de Kepler devido ao corpo central Terra (problema dos dois corpos), e a segunda (\vec{a}_p) corresponde às acelerações perturbadoras que queiram ser incluídas como, por exemplo, arrasto atmosférico e atração lunissolar, dentre outros. Assim, a integração numérica da Equação 3.2 fornece a solução para a órbita perturbada pela aceleração \vec{a}_p . A Equação 3.2 é integrada pela rotina ODE (Shampine and Gordon, 1975) que usa o método multipassos preditor-corretor de Adam-Bashfort-Moulton. A precisão relativa e absoluta utilizada é de 10^{-9} para cada componente da equação diferencial a ser integrada.

3.1 - ANÁLISE DA FORÇA DEVIDA AO GEOPOTENCIAL

A aceleração gravitacional devida ao geopotencial é uma componente que exige um cálculo bastante preciso, porém com rapidez de processamento compatível para fins de integração numérica de órbita. Neste trabalho, usa-se o modelo GEM10 (Lerch et alii, 1979) dos coeficientes dos harmônicos esféricos para expressar a forma irregular da distribuição de massa da Terra, que perturba órbitas de satélites artificiais. A aceleração do geopotencial é então calculada de maneira recursiva e usa polinômios de Legendre completamente normalizados que tornam o cálculo rápido e bastante preciso. A descrição do método e as rotinas utilizadas são as do trabalho de Kuga et alii (1983), que contém análises e comentários detalhados tanto das rotinas quanto do procedimento de cálculo. A Figura 3.1 foi obtida integrando:

$$\ddot{\vec{r}} = - \frac{\mu}{r^3} \vec{r} + \vec{a}_Z + \vec{a}_T \quad , \quad (3.3)$$

onde \vec{a}_Z e \vec{a}_T são as componentes das acelerações devidas aos coeficientes zonais e tesserais, respectivamente, que representam as perturbações

do geopotencial em relação à órbita kepleriana. A Figura 3.1 (a-f) mostra os elementos keplerianos juntamente com os elementos keplerianos perturbados, para um período anomalístico da órbita de referência (Definições 3.1), onde se consideram os coeficientes dos harmônicos zonais e tesserais até a ordem e grau 13. Naturalmente, destacam-se somente perturbações de curto período.

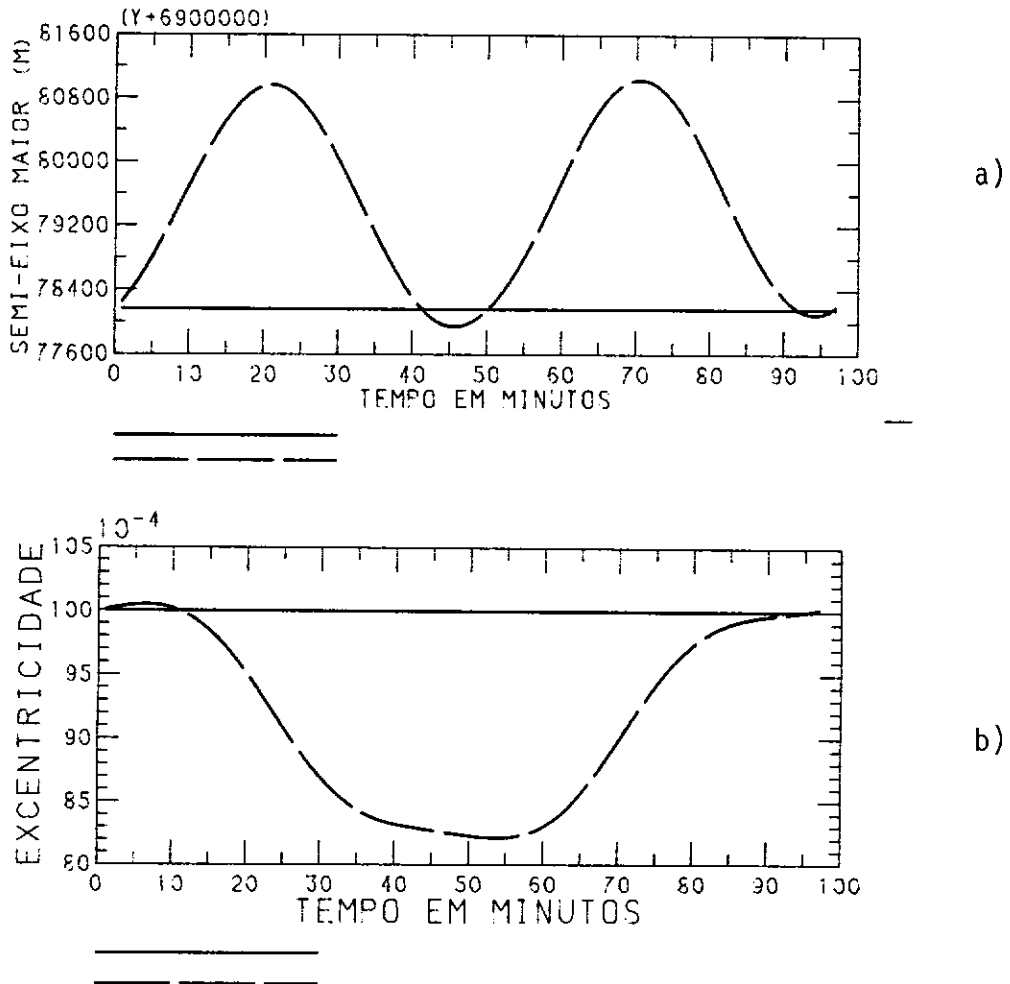
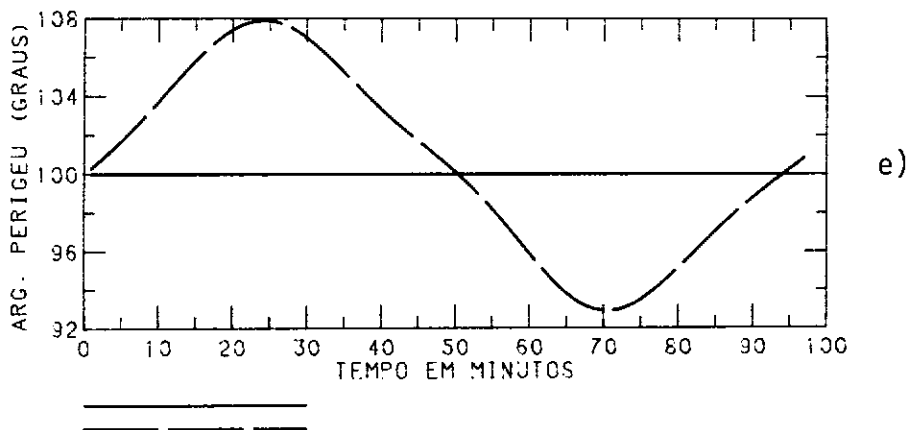
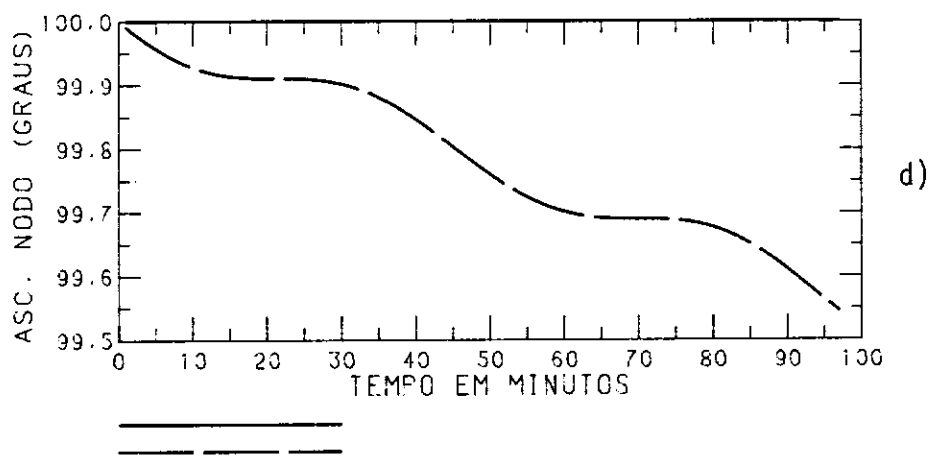
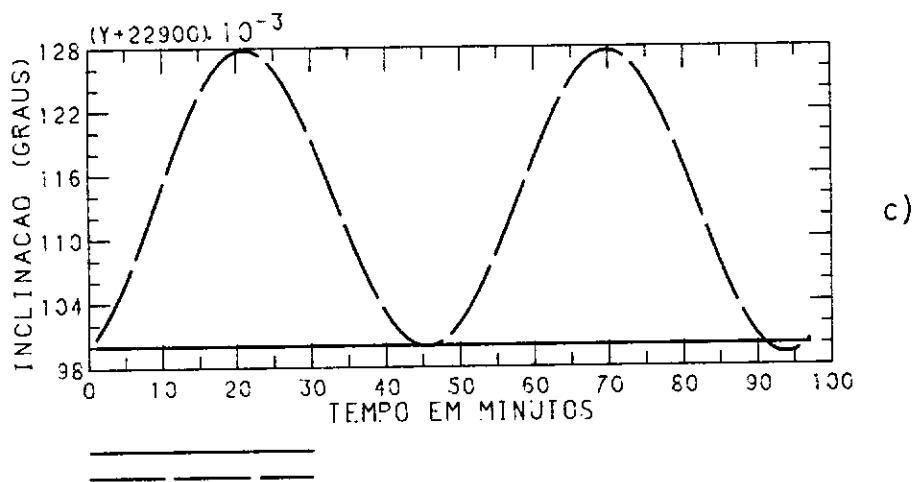


Fig. 3.1 - Órbita de referência (curva cheia) e órbita perturbada pelo geopotencial (curva pontilhada) para 600 km de altitude: a) semi-eixo maior; b) excentricidade; c) inclinação; d) ascensão do nó ascendente; e) argumento do perigeu; f) anomalia média.

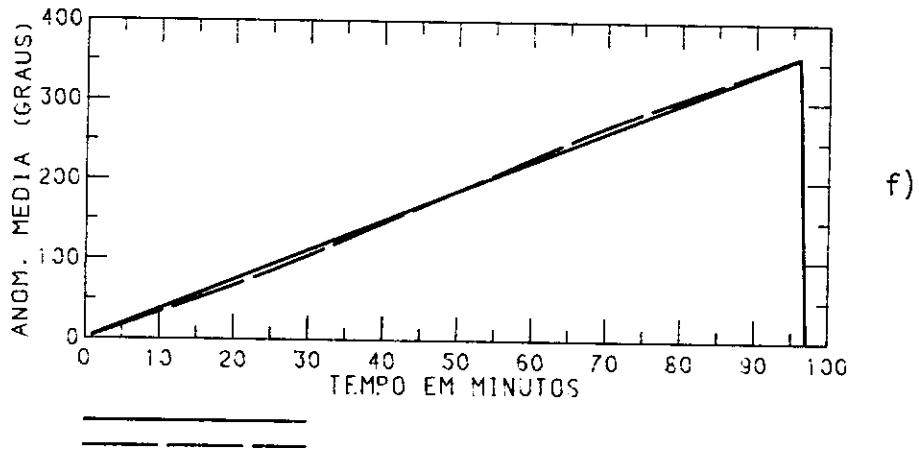
(continua)

Fig. 3.1 - continuação



(continua)

Fig. 3.1 - conclusão



3.2 - ANÁLISE DA FORÇA DE ARRASTO ATMOSFÉRICO

Conforme exposto no Capítulo 2, a aceleração de arrasto atmosférico \vec{a}_D é dada por:

$$\vec{a}_D = - \frac{1}{2} \rho C_D \frac{S}{m} v_R \vec{v}_R . \quad (3.4)$$

A densidade atmosférica ρ é uma das variáveis mais importantes que determinam a magnitude do arrasto atmosférico. No presente trabalho, a densidade ρ será avaliada pelo modelo de Jacchia (1971) que é atualmente um dos modelos mais aceitos e recomendados. O modelo pode ser usado para altitudes em 110 a 2000 km, suficiente para o propósito do trabalho, uma vez que, em altitudes superiores a 2000 km, o efeito da atmosfera pode ser desprezado, e altitudes inferiores a 110 km não são características de satélites artificiais terrestres. Basicamente a densidade tem variações significativas com a altitude, com os fluxos solares da data e em menor grau com o índice de atividade geomagnética K_p . O índice K_p é o parâmetro menos influente, permanecendo numa faixa de variação restrita de 2^0 a 3^0 em média (Rao, 1982). As Figuras 3.2, 3.3 e 3.4 foram obtidas para o intervalo de um período anomalístico, nas altitudes de 300, 600 e 900 km, e para fluxos solares de baixa, mé

dia e alta magnitude, mantendo-se o índice K_p constante com o valor representativo médio 3^0 . As seguintes definições são utilizadas:

FS = fluxo solar 10.7 cm, em 10^{-22} watts.s/m²;

FSM = fluxo solar médio 10.7 cm na mesma unidade;

K_p = índice de atividade geomagnética.

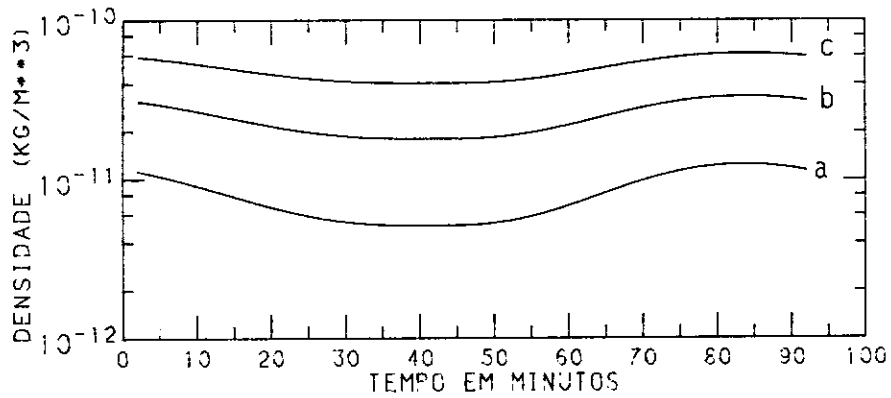


Fig. 3.2 - Densidade atmosférica a 300 km de altitude para:
a) FS = 70, FSM = 70, $K_p = 3^0$; b) FS = 160, FSM = 160, $K_p = 3^0$; c) FS = 280, FSM = 280, $K_p = 3^0$.

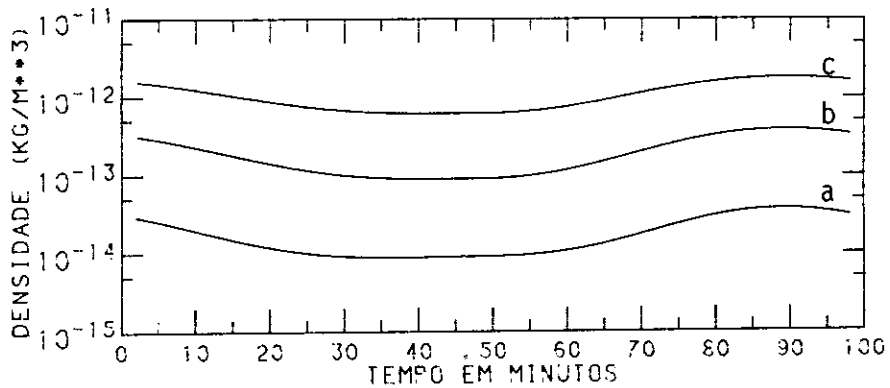


Fig. 3.3 - Densidade atmosférica a 600 km de altitude.

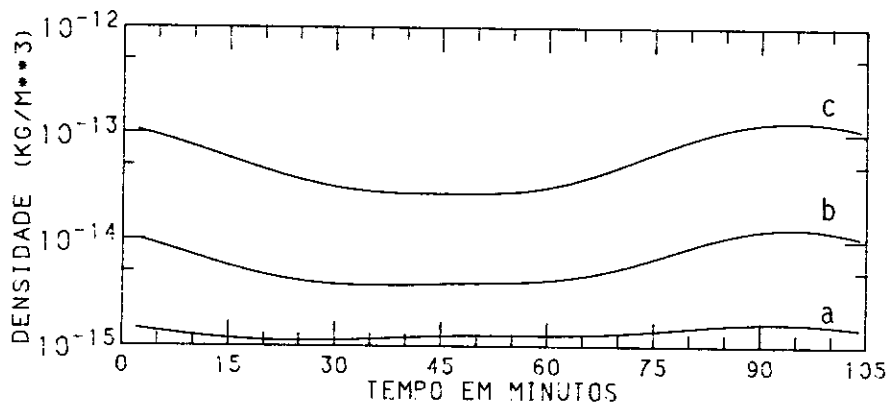


Fig. 3.4 - Densidade atmosférica a 900 km de altitude.

A Figura 3.2 mostra a densidade atmosférica a 300 km de altitude, calculada a cada minuto ao longo de uma órbita kepleriana para fluxos solares de baixa, média e alta intensidade, respectivamente.

A Figura 3.3 mostra a densidade a 600 km de altitude para os mesmos fluxos solares. Da mesma forma, a Figura 3.4 mostra a densidade para 900 km de altitude.

Portanto, por essas figuras nota-se facilmente que a densidade aumenta com o aumento dos fluxos solares e com a diminuição da altitude. Em todas as figuras, a densidade foi avaliada a cada minuto. De acordo com essas figuras parece bastante razoável o cálculo a cada minuto da densidade para fins de precisão na propagação numérica de órbita, mantendo-a constante dentro deste intervalo. Em propagação numérica da órbita, procura-se minimizar o número de chamadas da rotina que calcula a densidade, pois os cálculos são extensos e dispendem valioso tempo de processamento.

Justifica-se o cálculo da densidade a cada minuto, pois para satélites a baixa altitude (até 1000 km), onde o efeito atmosférico é maior, o satélite nesse intervalo descreve um arco de cerca de $3,6^\circ$ (para ≈ 100 min de período), insuficiente para mudar sensivelmente o valor da densidade, conforme ilustram as Figuras 3.2, 3.3 e 3.4. Conforme a necessidade e a precisão admissível, o cálculo da densidade

pode até ser efetuado em intervalos mais extensos e espaçados como, por exemplo, em satélites mais altos (> 1000 km de altitude) onde o efeito do arrasto atmosférico começa a tornar-se secundário em relação às outras perturbações existentes.

A Figura 3.5 (a e b) mostra a influência perturbadora do arrasto atmosférico em relação à órbita kepleriana. A órbita inicial é a órbita de referência (Definições 3.1), onde o semi-eixo maior foi alterado para 6.678.160 m, ou seja, 300 km de altitude. Adicionalmente, consideraram-se fluxos solares altos (FS = 280, FSM = 280, $K_p = 3^0$) para acentuar a influência da densidade atmosférica na órbita. A órbita foi obtida integrando com passo de 1 min e precisão relativa e absoluta de 10^{-9} a equação:

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \vec{r} + \vec{a}_D,$$

onde \vec{a}_D é avaliado pela Equação 3.4. O satélite considerado tem ainda os parâmetros $C_D = 2,0$ e $S/m = 1 \text{ m}^2/\text{kg}$ (área sobre massa).

Na Figura 3.5a, que mostra o semi-eixo maior kepleriano constante e o semi-eixo maior perturbado, nota-se no fim do período anomalístico uma diminuição do semi-eixo maior em cerca de 50 km, realçando o efeito do arrasto atmosférico em condições de intensa atividade solar e baixa altitude, além de razoável relação área/massa ($1 \text{ m}^2/\text{kg}$). A Figura 3.5b mostra a excentricidade das órbitas keplerianas e perturbada. Como era de esperar, a excentricidade afetada pelo arrasto atmosférico tem a tendência de "circularizar" a órbita, diminuindo de valor.

As perturbações devidas ao arrasto atmosférico nos outros elementos que completam a definição da órbita (I - inclinação, Ω - ascensão do nodo, ω - argumento do perigeu e M - anomalia média) não são discutidas aqui porque seus efeitos significativos só aparecem em longos períodos.

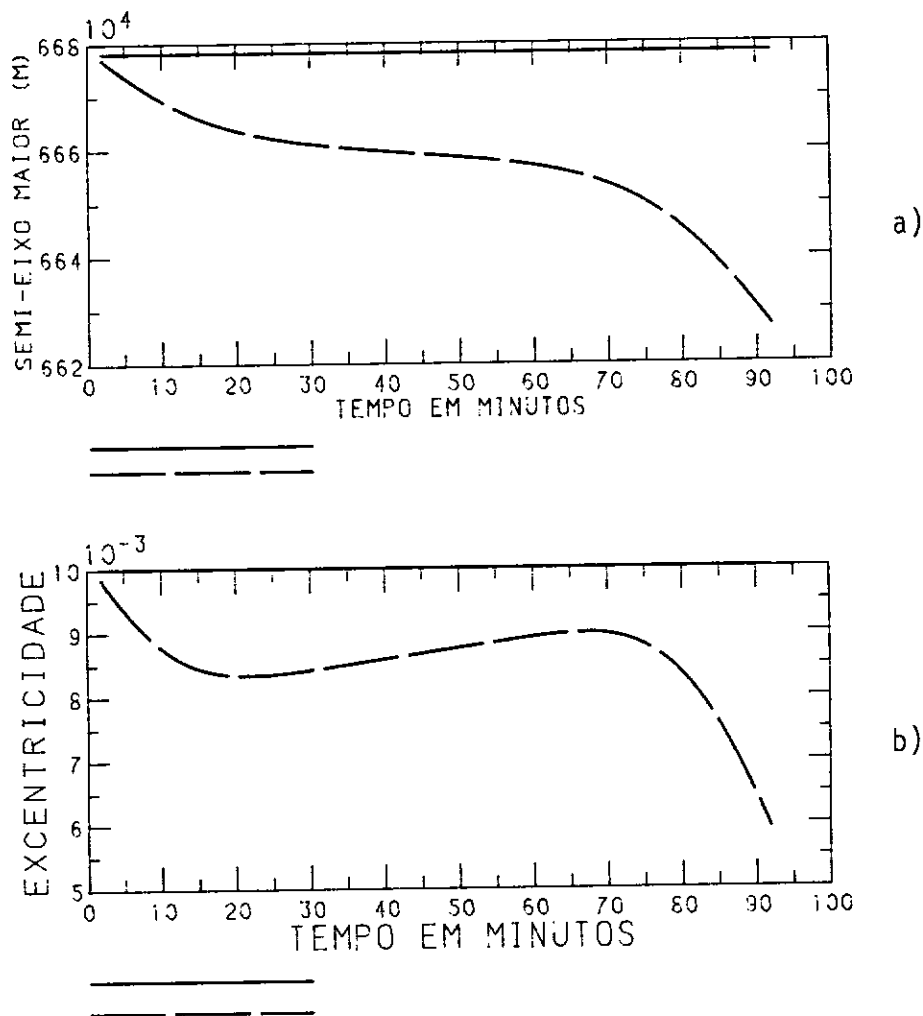


Fig. 3.5 - Órbita de referência (curva cheia) e órbita perturbada pelo arrasto atmosférico (curva pontilhada) a 300 km de altitude e intenso fluxo solar: a) semi-eixo maior; b) excentricidade.

3.3 - ANÁLISE DA PRESSÃO DE RADIAÇÃO

A aceleração da pressão de radiação leva em conta tanto a radiação direta como a refletida (albedo) e é calculada pela Equação 2.28. Os fatores de sombra, ν e η , estão subentendidos na rotina ACPRD que faz o cálculo da aceleração devida à pressão de radiação. A posição do Sol é calculada e atualizada com variação desprezível para efeito de cálculo da pressão de radiação (veja detalhes na Seção 3.4).

A Figura 3.6 (de a até e) ilustra o comportamento dos elementos keplerianos quando perturbados pela pressão de radiação direta e indireta a 2000 km de altitude, coeficiente de refletividade $CR = 1,3$ e $S/m = 1 \text{ m}^2/\text{kg}$. Distingue-se nitidamente em alguns elementos orbitais a entrada e a saída da sombra, na qual o satélite não sofre perturbações.

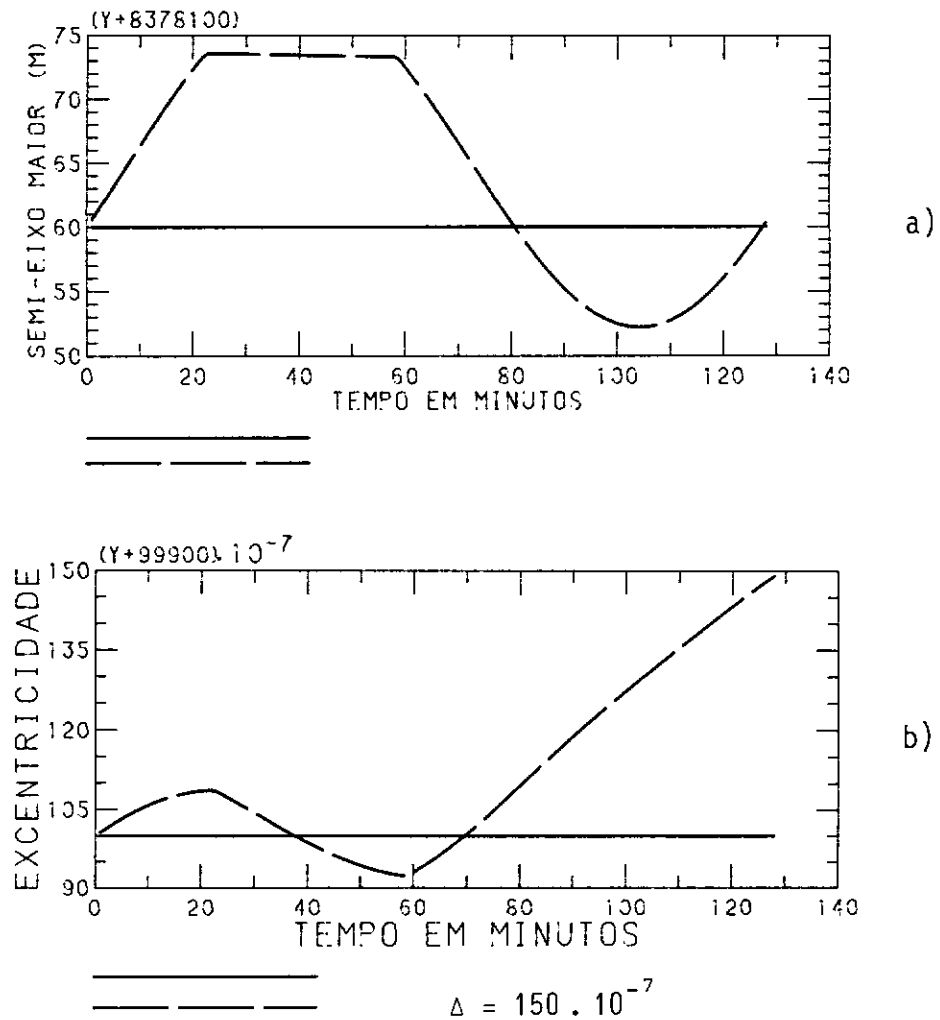
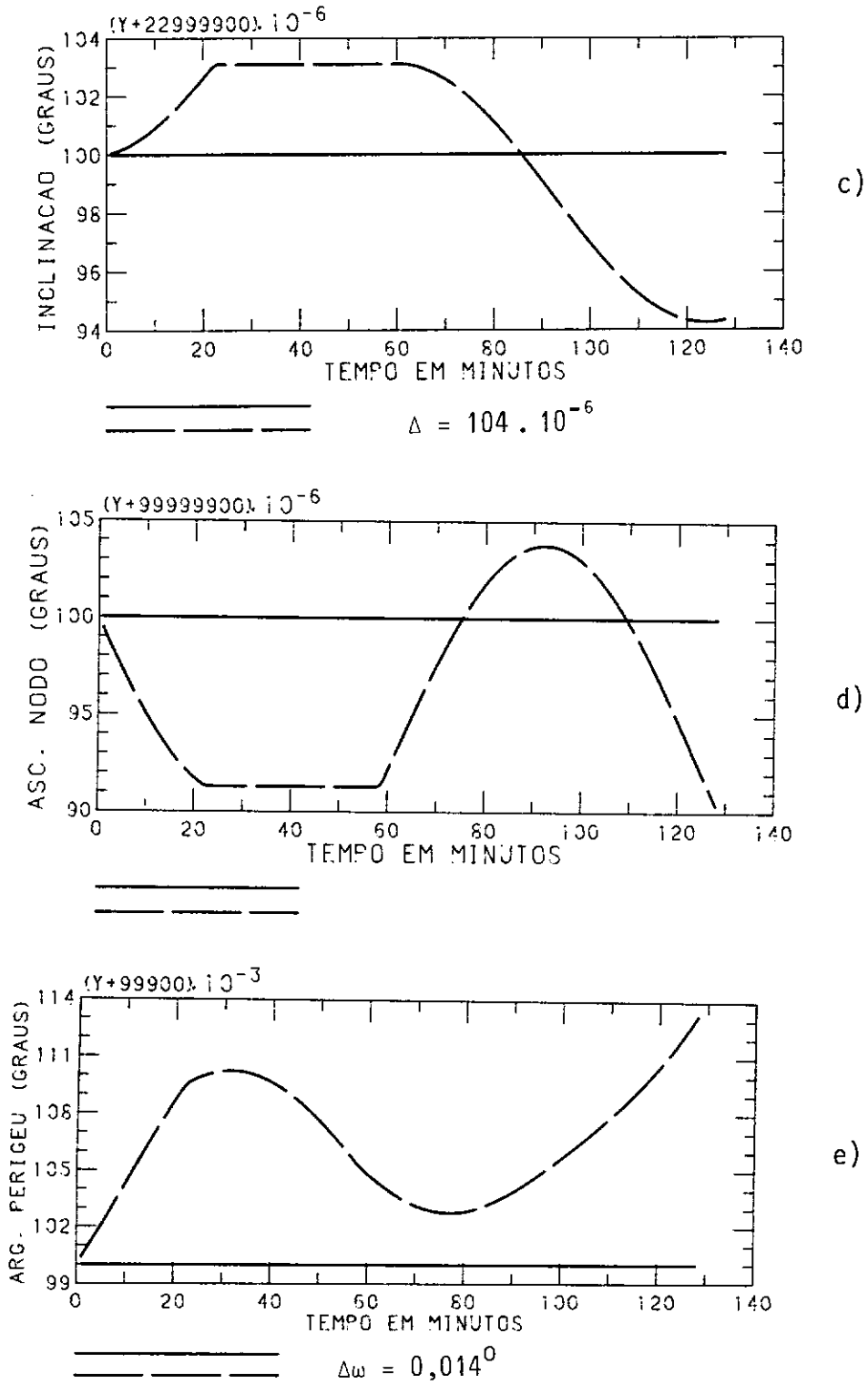


Fig. 3.6 - Órbita de referência (curva cheia) e órbita perturbada pela pressão de radiação (curva pontilhada) a 2000 km de altitude para: a) semi-eixo maior; b) excentricidade; c) inclinação; d) ascensão do nó ascendente; e) argumento do perigeu.

(continua)

Fig. 3.6 - conclusão



3.4 - ANÁLISE DA FORÇA DE ATRAÇÃO LUNISSOLAR

A aceleração devida à força de atração do Sol e da Lua é calculada basicamente pela Equação 2.31, ou nominalmente:

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = -GM_{\odot} \begin{bmatrix} (x - x_{\odot})/\Delta_{\odot}^3 + x_{\odot}/r_{\odot}^3 \\ (y - y_{\odot})/\Delta_{\odot}^3 + y_{\odot}/r_{\odot}^3 \\ (z - z_{\odot})/\Delta_{\odot}^3 + z_{\odot}/r_{\odot}^3 \end{bmatrix} - GM_{\text{D}} \begin{bmatrix} (x - x_{\text{D}})/\Delta_{\text{D}}^3 + x_{\text{D}}/r_{\text{D}}^3 \\ (y - y_{\text{D}})/\Delta_{\text{D}}^3 + y_{\text{D}}/r_{\text{D}}^3 \\ (z - z_{\text{D}})/\Delta_{\text{D}}^3 + z_{\text{D}}/r_{\text{D}}^3 \end{bmatrix}, \quad (3.5)$$

onde:

$$\Delta_{\odot} = [(x - x_{\odot})^2 + (y - y_{\odot})^2 + (z - z_{\odot})^2]^{1/2},$$

$$\Delta_{\text{D}} = [(x - x_{\text{D}})^2 + (y - y_{\text{D}})^2 + (z - z_{\text{D}})^2]^{1/2},$$

e (x, y, z) , $(x_{\odot}, y_{\odot}, z_{\odot})$, $(x_{\text{D}}, y_{\text{D}}, z_{\text{D}})$ são as posições inerciais do satélite, do Sol, e da Lua, respectivamente.

Um dos problemas computacionais é o cálculo da posição geocêntrica inercial do Sol e da Lua. Neste trabalho, as posições são calculadas pelas rotinas SOL e LUA, extraídas do relatório de Medeiros e Kuga (1980).

Para evitar gastos desnecessários de tempo de processamento, essas rotinas calculam as posições lunissolares em intervalos de uma hora, i.e., as rotinas SOL e LUA são chamadas apenas a cada hora. Essas atualizações são mais que suficientes, uma vez que as efemérides lunissolares têm variação lenta no tempo (1 período solar \approx 365

dias e 1 período lunar \approx 28 dias), e diversos trabalhos consideram essas efemérides constantes por 1/2 a 1 dia. Para efeito de ilustração, a Figura 3.7 mostra a ascensão reta e a declinação do Sol, e a Figura 3.8 mostra a ascensão reta e a declinação da Lua, ambas para o intervalo de \sim 100 min.

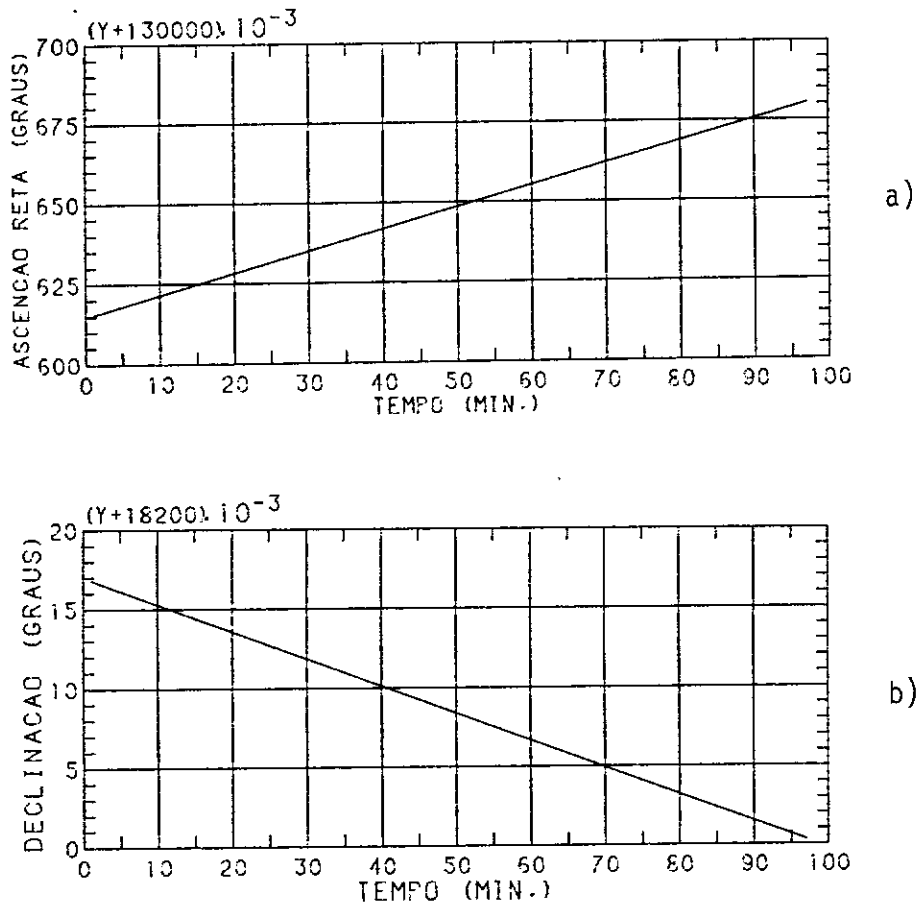


Fig. 3.7 - Coordenadas do Sol em 19 agosto de 1983: a) ascensão reta; b) declinação.

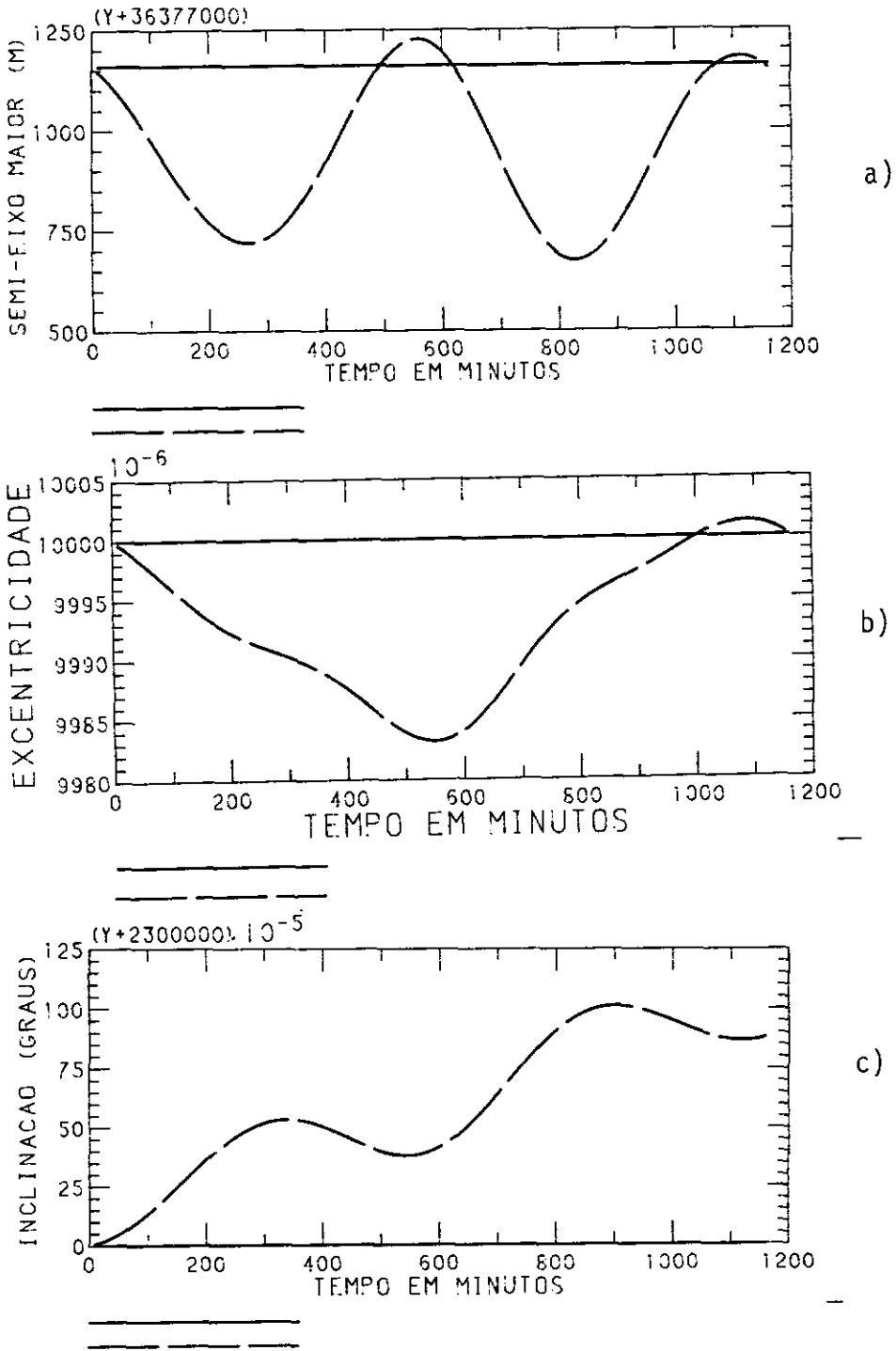
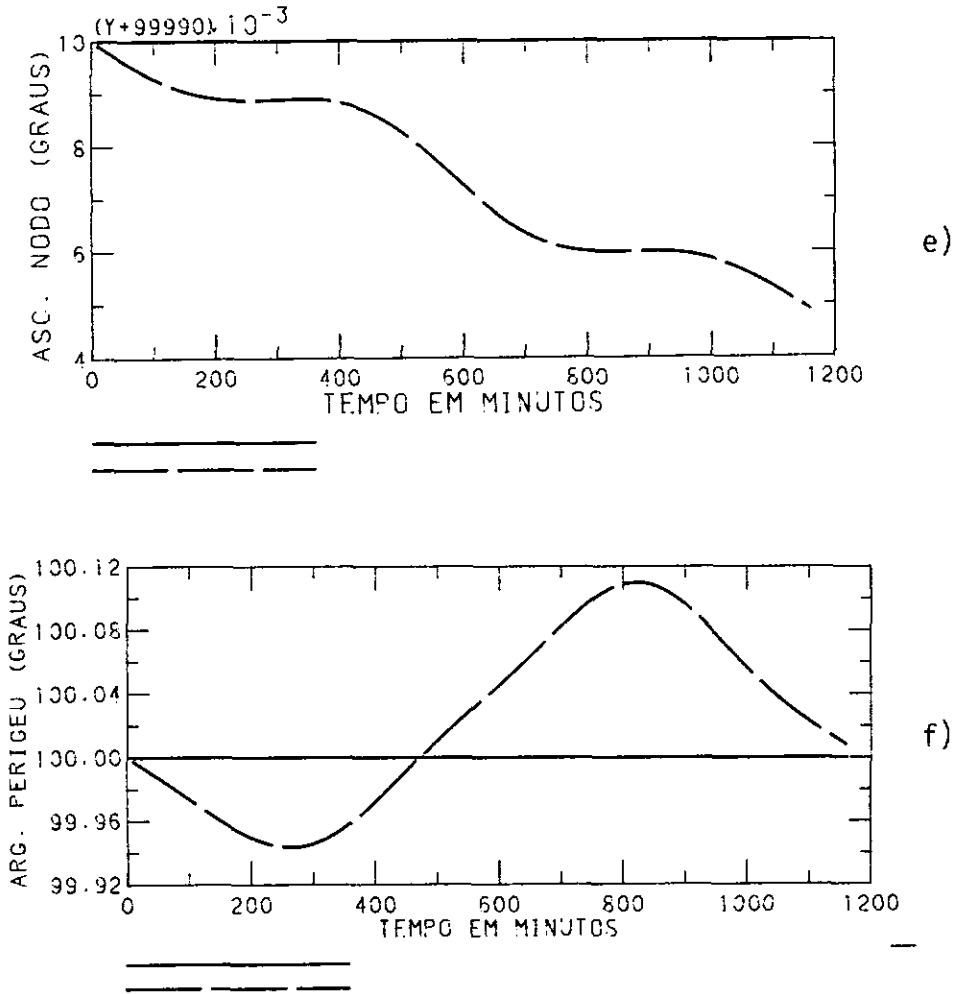


Fig. 3.9 - Órbita de referência (curva cheia) e órbita perturbada pela atração lunissolar (curva pontilhada) para 30.000 km de altitude: a) semi-eixo maior; b) excentricidade; c) inclinação; d) ascensão do nó ascendente; e) argumento do perigeu.

(continua)

Fig. 3.9 - conclusão



3.5 - FORÇA DEVIDO ÀS MARÉS

Uma vez que a perturbação resultante das marés sobre um satélite artificial terrestre é de menor magnitude que as outras já citadas, seu cálculo preciso torna-se desnecessário e oneroso em computador. Assim, calcula-se o potencial perturbador devido às marés considerando o termo mais significativo, i.e., o número de love k_2 , conforme a Equação 2.37. A equação nominal para marés lunissolares fica:

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix}_{\text{marés}} = \frac{3}{2} k_2 \frac{GM_{\oplus}}{r_{\oplus}^3} \left(\frac{R}{r} \right)^5 \begin{pmatrix} E_{\oplus}^x + F_{\oplus}^x \\ E_{\oplus}^y + F_{\oplus}^y \\ E_{\oplus}^z + F_{\oplus}^z \end{pmatrix} + \frac{3}{2} k_2 \frac{GM_D}{r_D^3} \left(\frac{R}{r} \right)^5 \begin{pmatrix} E_D^x + F_D^x \\ E_D^y + F_D^y \\ E_D^z + F_D^z \end{pmatrix}, \quad (3.6)$$

onde:

$$D_i = \hat{r} \cdot \hat{r}_i = \vec{r} \cdot \vec{r}_i / rr_i,$$

$$E_i = 1 - 5D_i^2,$$

$$F_i = 2D_i r / r_i,$$

$$r_i^T = [x_i : y_i : z_i] \text{ inerciais},$$

sendo que o índice i indica o corpo perturbador (Sol ou Lua), R o raio equatorial da Terra e $r^T = [x : y : z]$ as coordenadas inerciais do satélite. Da mesma forma que no cálculo das perturbações lunissolares, as efemérides lunissolares são calculadas a cada hora e mantidas constantes dentro desse intervalo. É interessante notar que as marés influem mais ou menos significativamente, dependendo da posição relativa entre o Sol e a Lua como, por exemplo, nas conjunções lunissolares. Assim, mostram-se gráficos que ilustram as perturbações de marés em quatro situações em termos de posição entre o Sol e a Lua:

Minguante: 19 de agosto de 1983,

Nova : 8 de agosto de 1983,

Crescente: 15 de agosto de 1983,

Cheia : 23 de agosto de 1983.

As Figuras de 3.10 a 3.13 mostram o comportamento de um satélite a 300 km de altitude, perturbado pelas marés lunissolares em quatro épocas:

- Figura 3.10: minguante,
- Figura 3.11: nova,
- Figura 3.12: crescente,
- Figura 3.13: cheia.

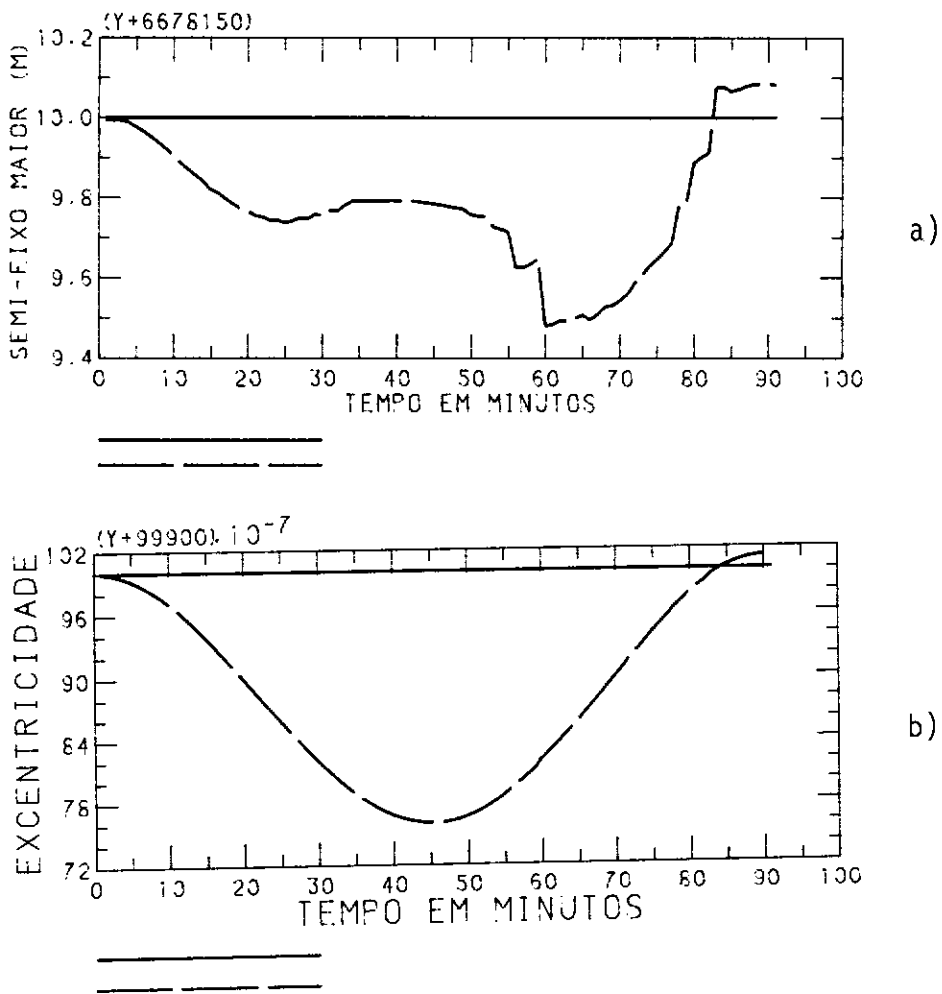
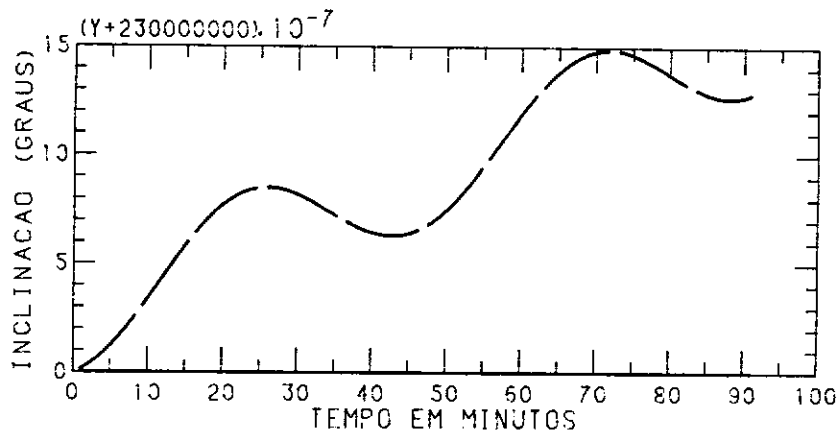
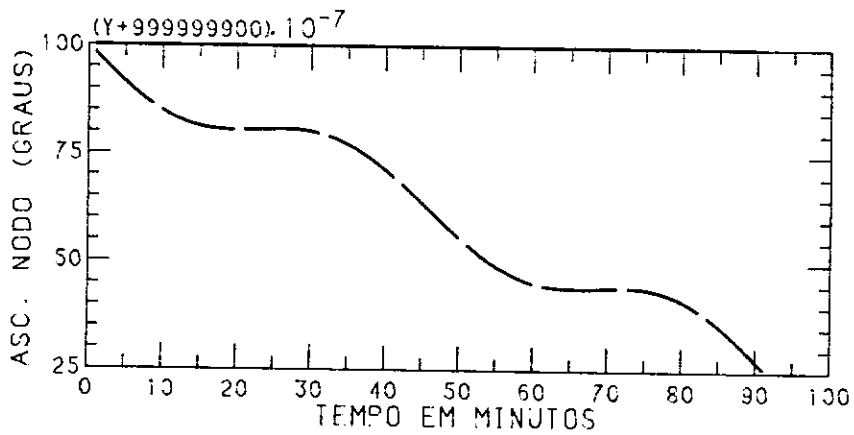


Fig. 3.10 - Órbita de referência (curva cheia) e órbita perturbada pelas marés lunissolares (curva pontilhada) para 300 km de altitude, na Lua minguante (19 de agosto, 1983): a) semi-eixo maior; b) excentricidade; c) inclinação; d) ascensão do nó ascendente; e) argumento do perigeu. (continua)

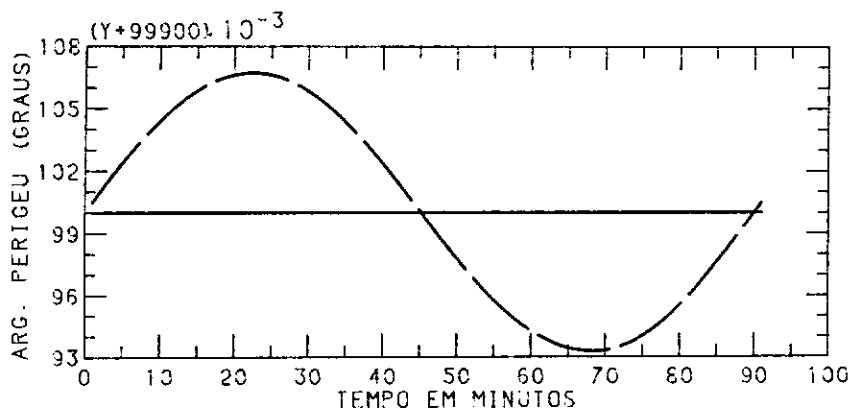
Fig. 3.10 - conclusão



c)



d)



e)

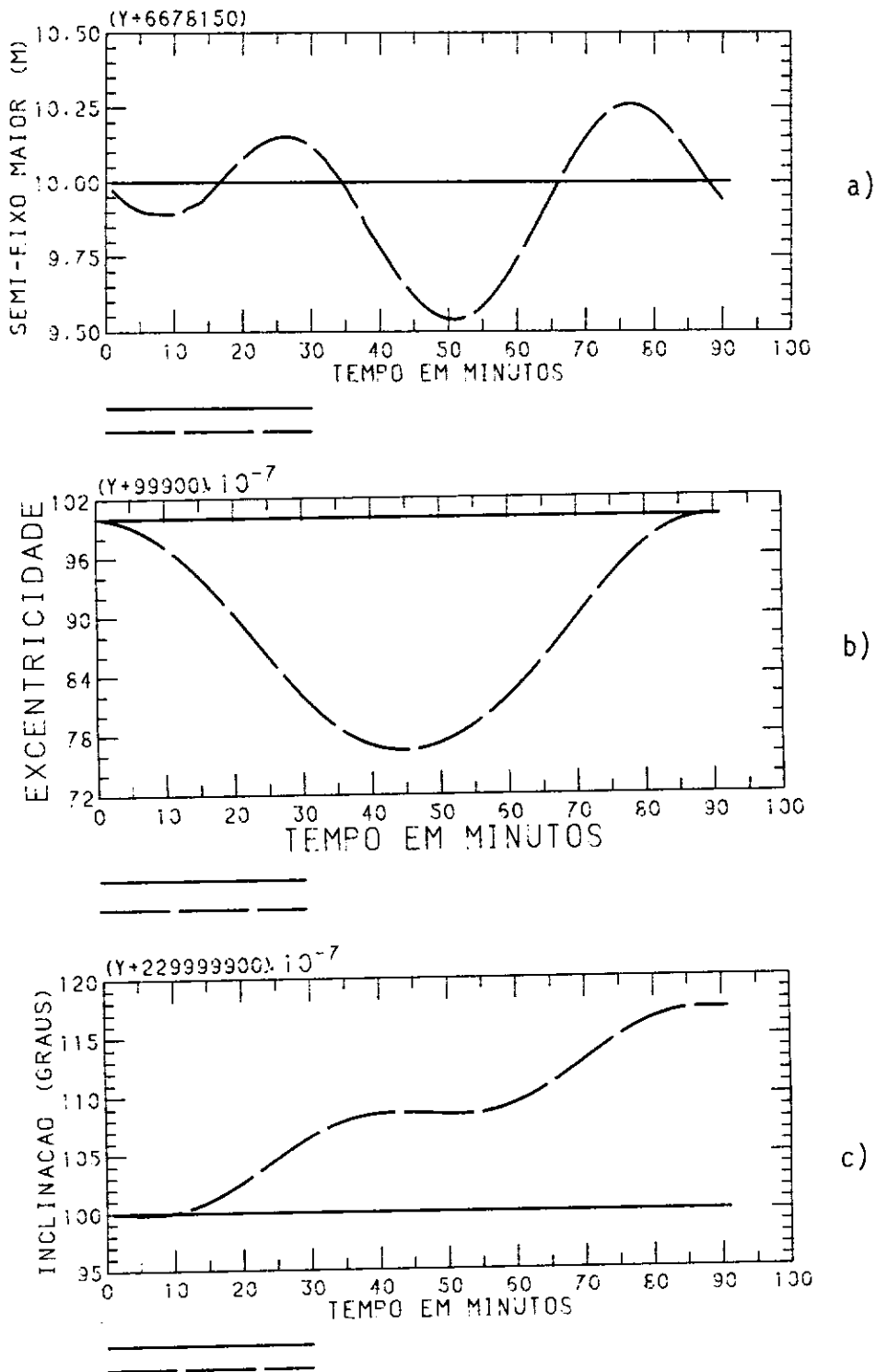
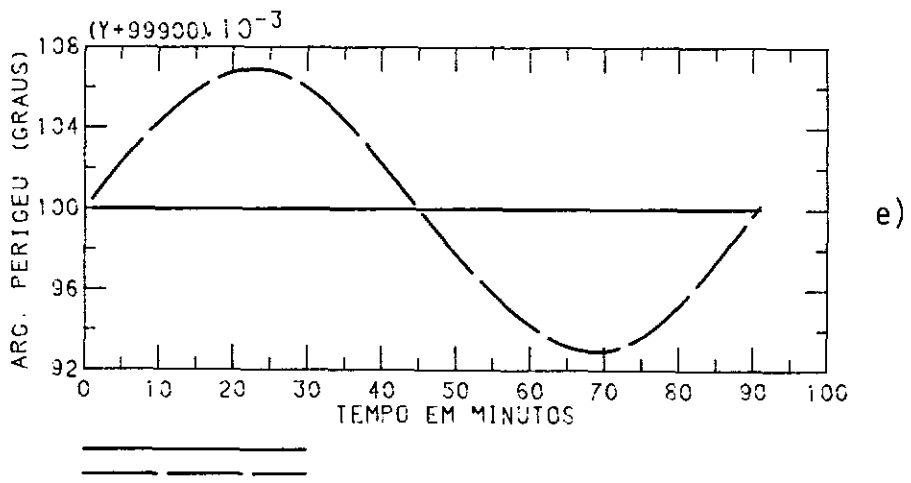
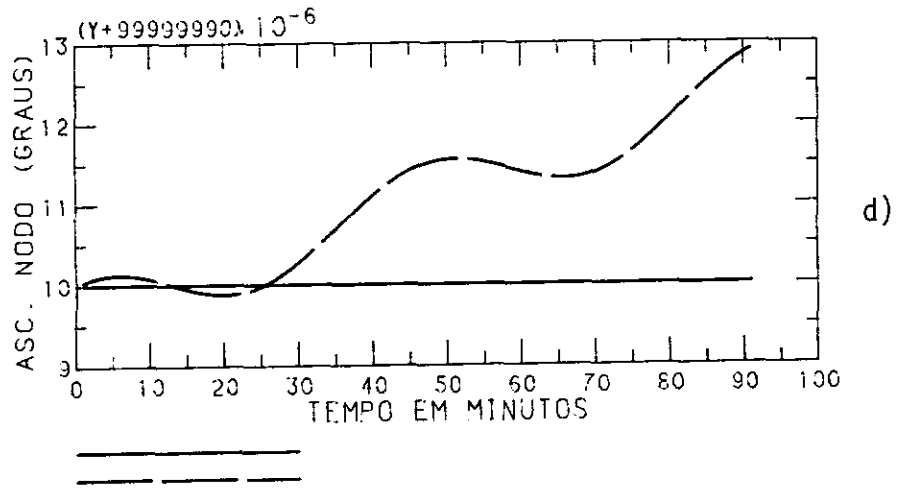


Fig. 3.11 - Órbita de referência (curva cheia) e órbita perturbada pelas marés lunissolares (curva pontilhada) para 300 km de altitude, na lua nova (8 de agosto, 1983): a) semi-eixo maior; b) excentricidade; c) inclinação; d) ascensão do nó ascendente; e) argumento do perigeu.

(continua)

Fig. 3.11 - conclusão



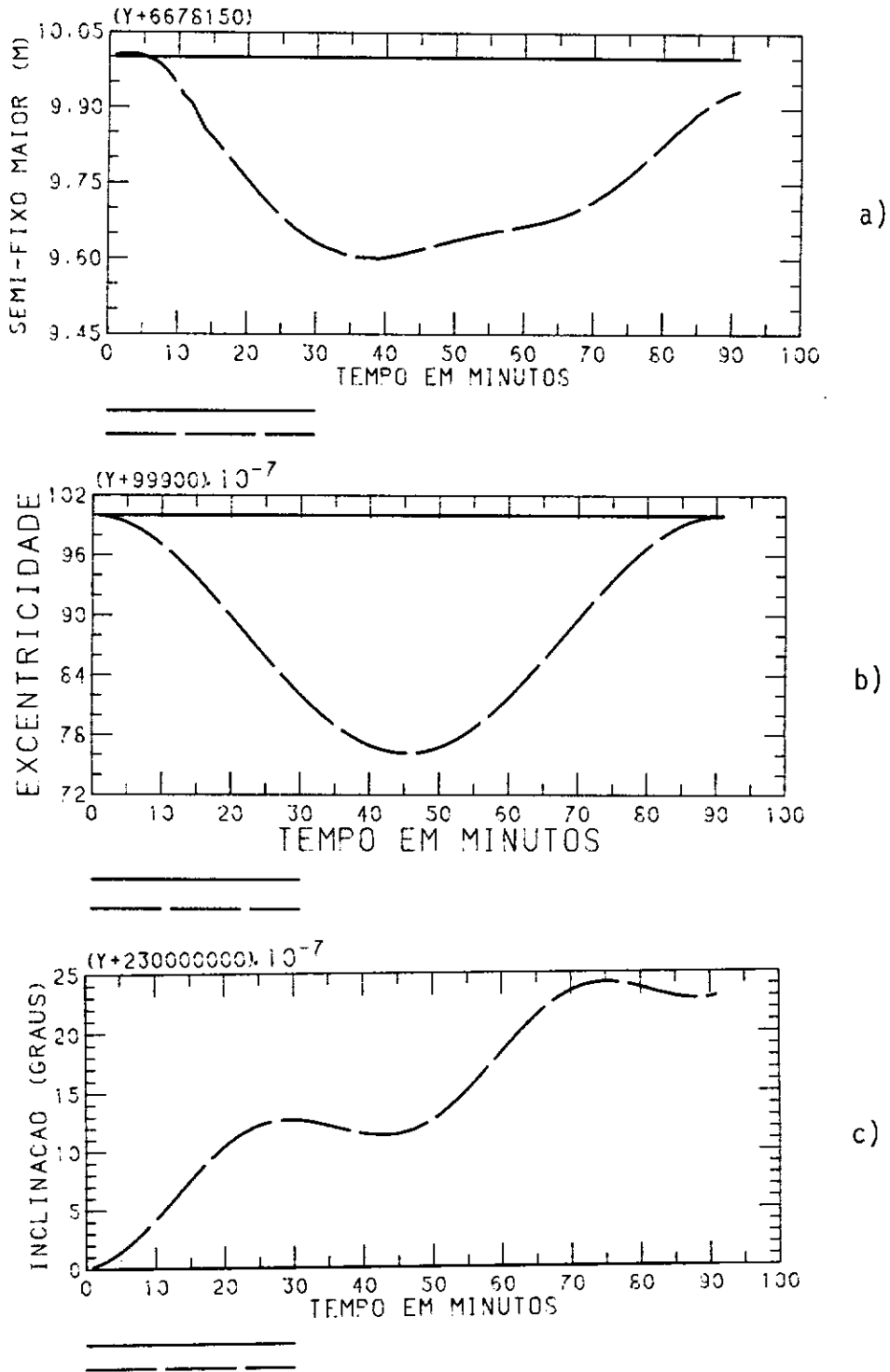
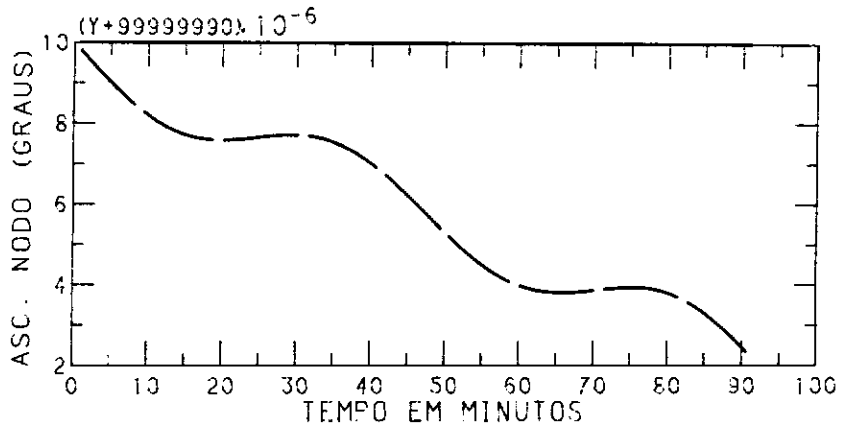


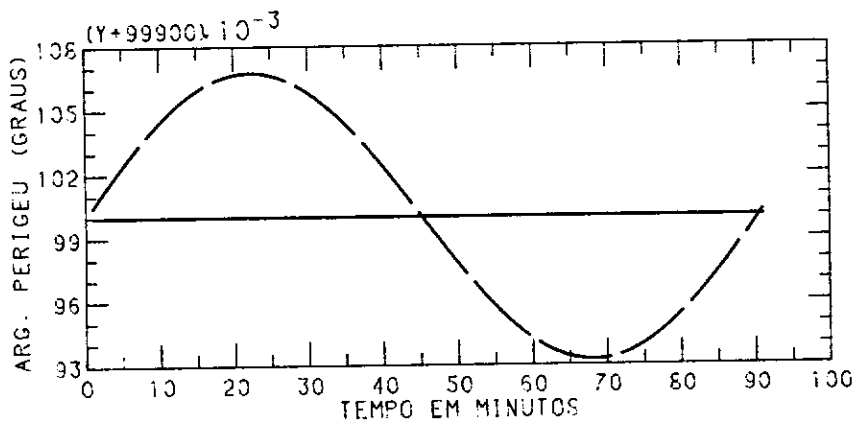
Fig. 3.12 - Órbita de referência (curva cheia) e órbita perturbada pelas marés lunissolares (curva pontilhada) para 300 km de altitude, na lua crescente (15 de agosto, 1983): a) semi-eixo maior; b) excentricidade; c) inclinação; d) ascensão do nó ascendente; e) argumento do perigeu.

(continua)

Fig. 3.12 - conclusão



d)



e)

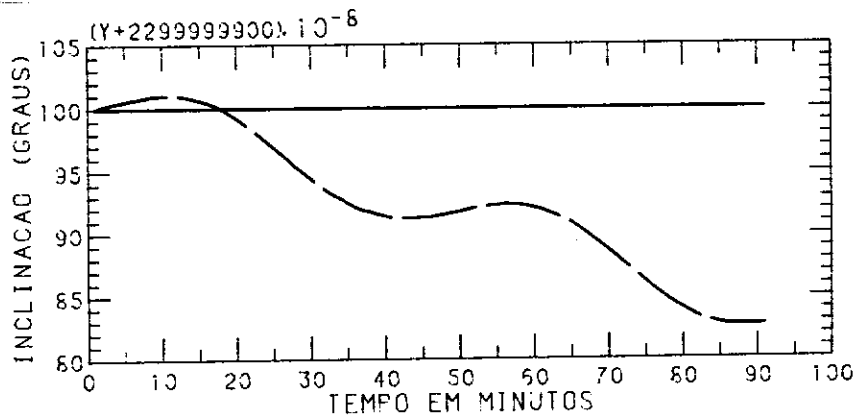
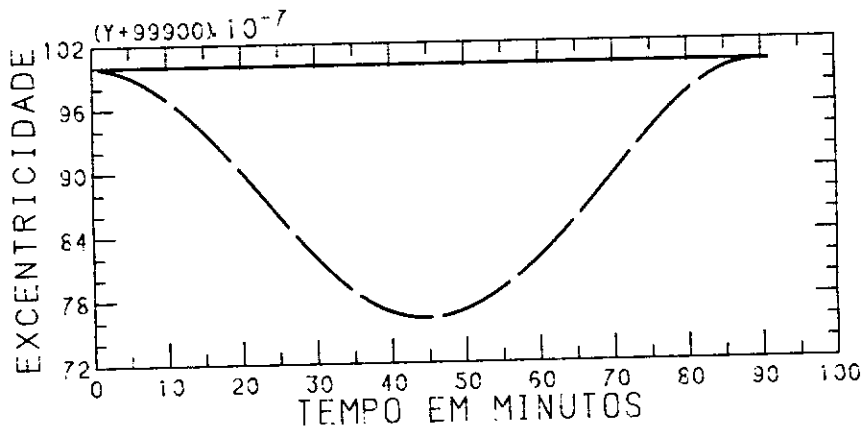
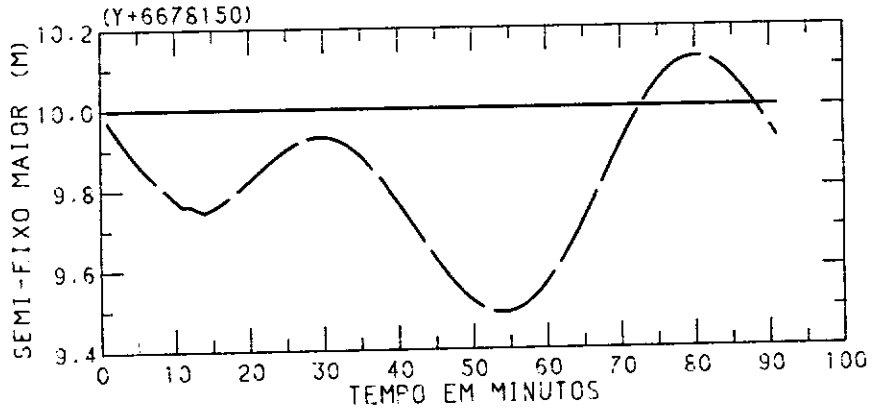
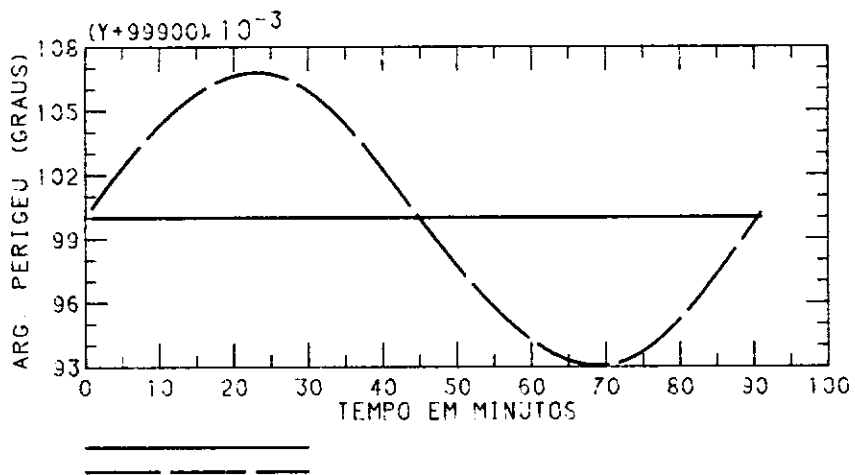
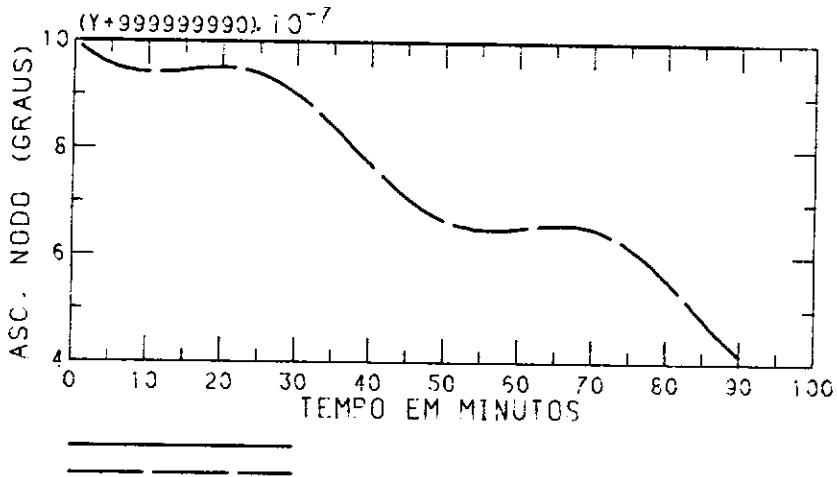


Fig. 3.13 - Órbita de referência (curva cheia) e órbita perturbada pelas marés lunissolares (curva pontilhada) para 300 km de altitude, na lua cheia (23 de agosto, 1983): a) semi-eixo maior; b) excentricidade; c) inclinação; d) ascensão do nó ascendente; e) argumento do perigeu.

(continua)

Fig. 3.13 - conclusão



3.6 - COMENTÁRIOS

Em todos os gráficos que ilustram as perturbações devidas a cada força (Seção 3.1 a 3.5), elas foram calculadas para o intervalo de um período anomalístico. Estes gráficos foram colocados a título de ilustração, uma vez que no intervalo de um período anomalístico pouco se pode visualizar além das perturbações de curto período. Para comparações de longo período, onde se deseja estudar variações seculares e de longo período, necessitam-se de integrações numéricas demoradas, o que não é o objetivo primordial deste trabalho.

Uma comparação qualitativa com os métodos analíticos e semi-analíticos mostra que os métodos numéricos devem ser utilizados em situações que requeiram precisão local, sem grandes preocupações com gasto de tempo de máquina. Essas conclusões são naturalmente devidas às vantagens e desvantagens da utilização dos métodos numéricos. As principais vantagens são a alta precisão nos resultados, flexibilidade para inclusão de perturbações das mais variadas naturezas, obtenção da influência devida a cada termo de aceleração que pode ser considerada e avaliada, e comparações e validações de teorias analíticas e semi-analíticas permitindo, por exemplo, estudar os termos de acoplamento, os coeficientes ressonantes, etc. Como desvantagem maior está o fato de ser necessário cálculos de passos intermediários para se chegar ao resultado final, ou grosseiramente falando, para por exemplo propagar a órbita por um certo período, é necessário integrar a órbita do instante inicial até um instante t_1 , tomar o resultado do instante t_1 e integrá-lo até o instante t_2 , e assim sucessivamente até completar um período. Portanto, conclui-se logicamente que o erro a cada passo de integração tende a aumentar o erro global acumulado, o que é característico dos integradores numéricos (Rao, 1984). Uma vez que o passo de integração não pode ser grande, pois se corre o risco de não alcançar a precisão desejada, os cálculos intermediários gastam bastante tempo de processamento da máquina, principalmente quando são requeridas modelos do geopotencial de alta ordem (p.ex. GEM10 de Lerch et alii (1979) considera até ordem e grau 30), cálculos de densidade atmosférica e, além disso, as integrações cobrem longos períodos de tempo.

A Tabela 3.1 mostra o tempo de processamento no Burroughs 6800 para integrar cada tipo de perturbação com o simulador apresentado neste trabalho, para o intervalo de um período anomalístico da órbita especificada nas Definições 3.1. O integrador usado é o preditor-corretor de passo múltiplo, baseado nas fórmulas de Adams (Shampine et alii, 1975). A precisão considerada foi de 10^{-9} e o passo de integração de 30 seg.

TABELA 3.1

TEMPOS DE PROCESSAMENTO PARA INTEGRAR A ÓRBITA
DE REFERÊNCIA, DEFINIÇÕES 3.1, NO
COMPUTADOR BURROUGHS 6800

PERTURBAÇÃO	TEMPO DE PROCESSAMENTO	OBSERVAÇÕES
2 corpos	8,2 seg	-----
2 corpos + zonais + + tesserais	47,7 seg	até ordem e grau 15
2 corpos + arrasto atmosférico	54,2 seg	efemérides solare atualizadas a ca- da hora de órbita
2 corpos + pressão de radiação	11,8 seg	"
2 corpos + atração lunissolar	10,1 seg	efemérides lunis- solares atualiza- das a cada hora de órbita
2 corpos + marés lu- nissolares	9,6 seg	"
2 corpos + zonais + + tesserais + arras- to atmosférico + + pressão de radia- ção + atração lunis- solar + marés lunis- solares	1 min 26 seg	zonais e tesserais até ordem e grau 10 e efemérides lu- nissolares atuali- zadas a cada hora de órbita
2 corpos	16 min 56 seg	integração de 29,5 dias de órbita
2 corpos	42 min 34 seg	integração de 29,5 dias de órbita com precisão 10^{-10}

Na Tabela 3.1 também foi incluído um exemplo de integração numérica para o problema dos dois corpos (força agente de maior magnitude) para um período de quase 1 mês, com passo de amostragem de 30 seg. Os tempos de processamento variam em função da maior ou menor precisão exigida na integração. Para precisão de 10^{-9} e 10^{-10} , os tempos de processamento foram de 16 min 56 seg e 42 min 34 seg, respectivamente. As Figuras 3.14 e 3.15 mostram os elementos keplerianos osciladores, obtidos pela integração numérica, confrontados com a solução analítica para ambas as precisões. Para a precisão de 10^{-10} , os erros de integração para quase um mês de órbita podem ser considerados desprezíveis, conforme mostra a Tabela 3.2.

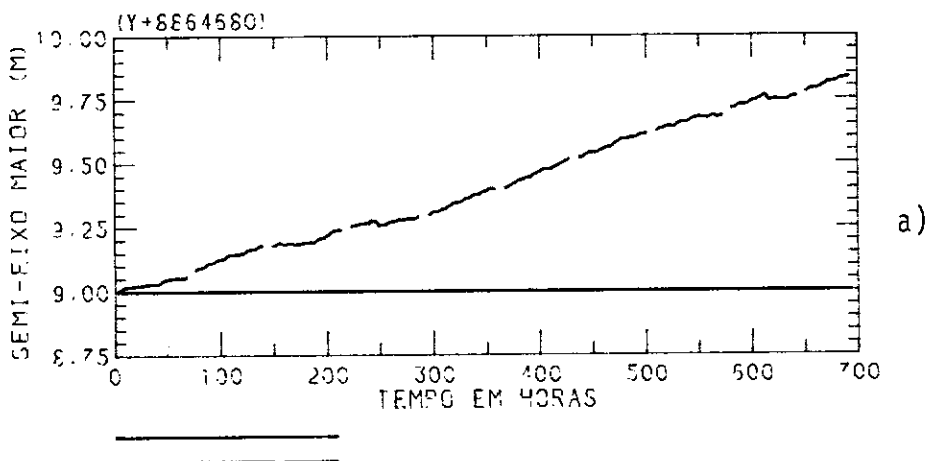
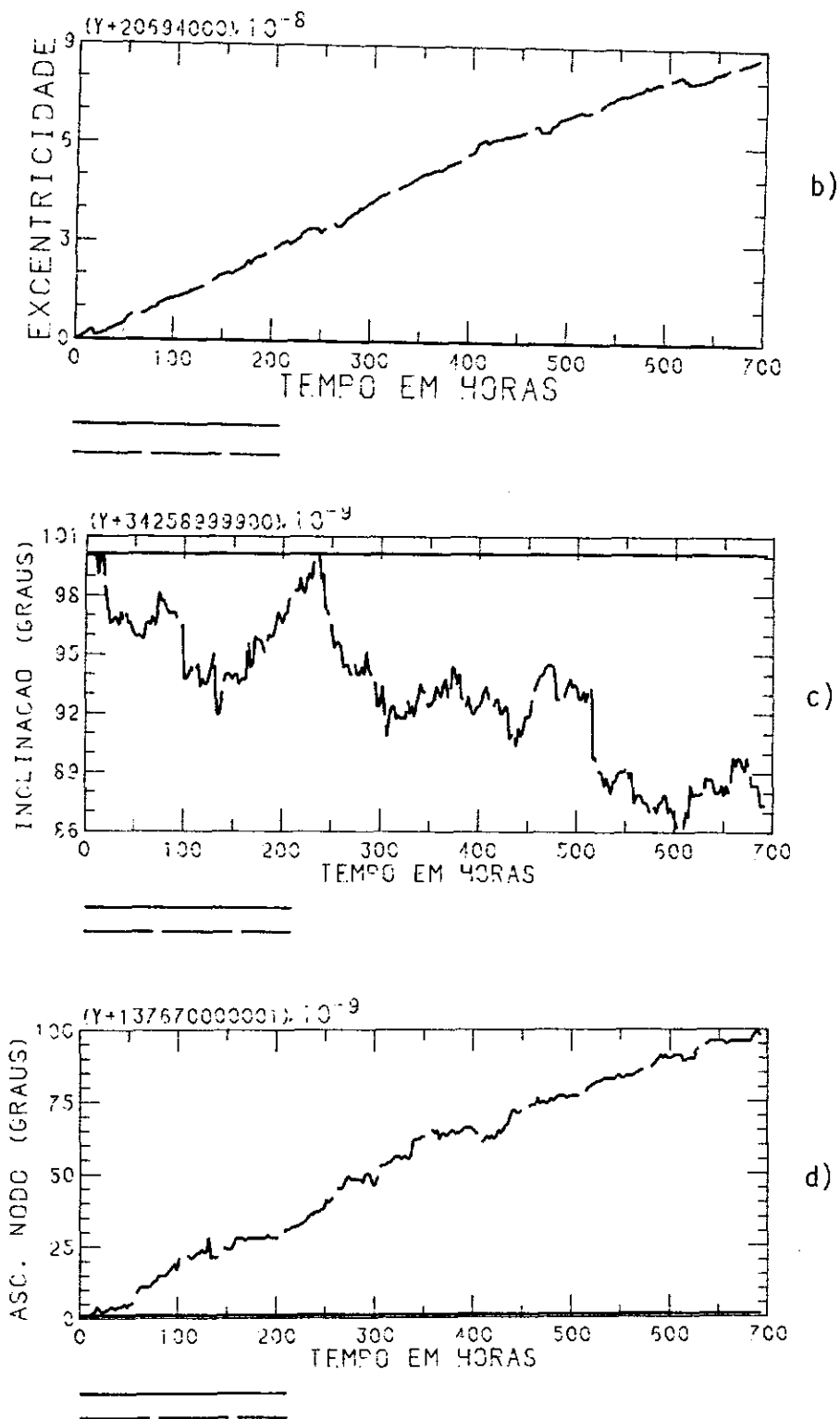


Fig. 3.14 - Órbita de referência (curva cheia) e órbita integrada numericamente para o problema dos dois corpos (curva pontilhada) para 700 horas (29,5 dias), com 10^{-9} de precisão na integração: a) semi-eixo maior; b) excentricidade; c) inclinação; d) ascensão do nó ascendente; e) argumento do perigeu.

(continua)

Figura 3.14 - continuação



(continua)

Fig. 3.14 - conclusão

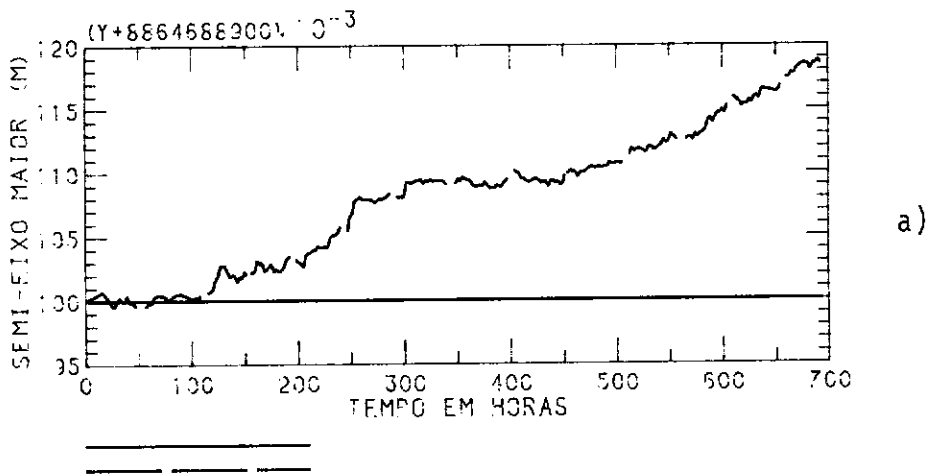
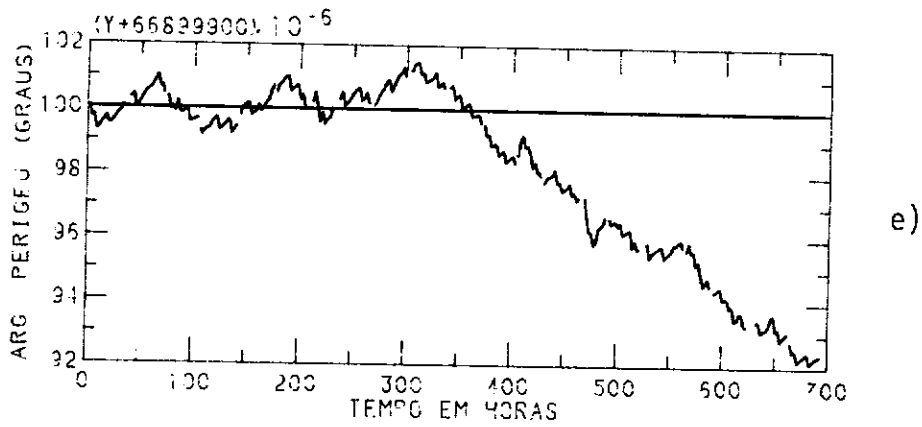
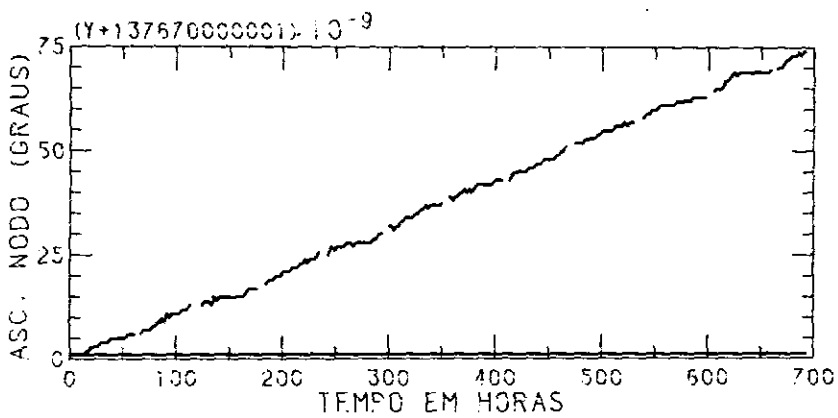
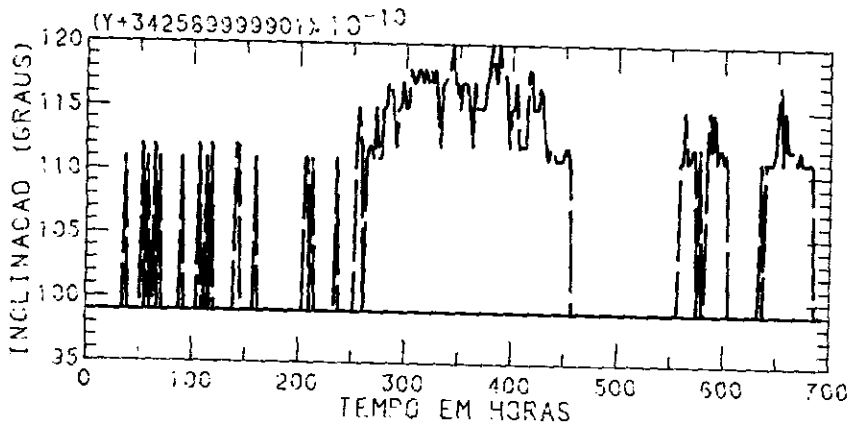
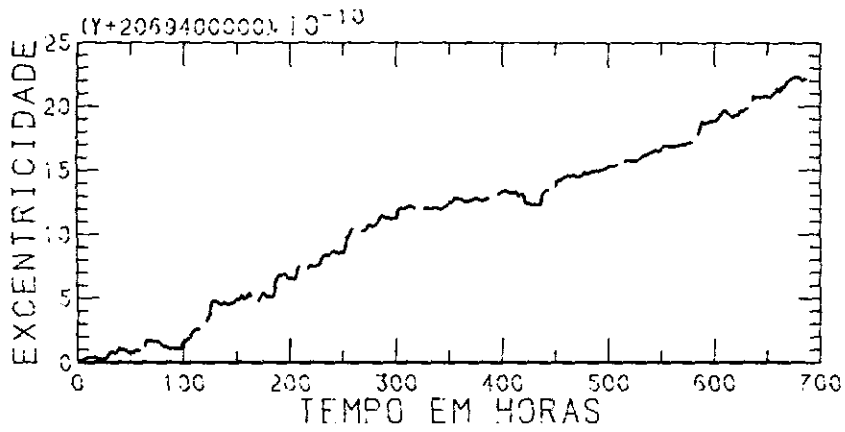


Fig. 3.15 - Órbita de referência (curva cheia) e órbita integrada numericamente para o problema dos dois corpos (curva pontilhada) para 700 horas (29,5 dias), com 10^{-10} de precisão na integração: a) semi-eixo maior; b) excentricidade; c) inclinação; d) ascensão do nó ascendente; e) argumento do periéu.

(continua)

Fig. 3.15 - continuação



(continua)

Fig. 3.15 - conclusão

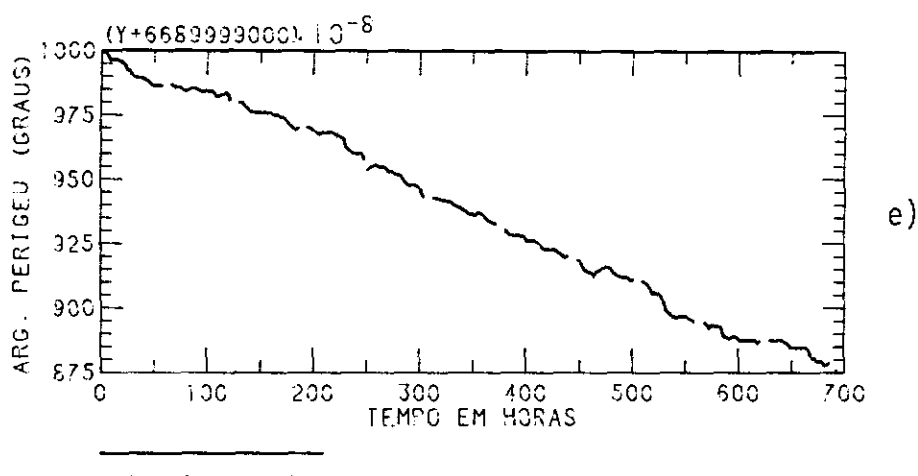


TABELA 3.2

ERROS NA INTEGRAÇÃO NUMÉRICA DO PROBLEMA DOS DOIS
CORPOS PARA UM PERÍODO DE 29 DIAS DE ÓRBITA

PRECISÃO	ERRO NOS ELEMENTOS				
	a	e	i(°)	Ω(°)	ω(°)
10 ⁻⁹	85 cm	10 ⁻⁸	4 . 10 ⁻⁹	1 . 10 ⁻⁷	8 . 10 ⁻⁶
10 ⁻¹⁰	2 cm	2 . 10 ⁻⁹	2 . 10 ⁻⁹	7,5 . 10 ⁻⁸	2,5 . 10 ⁻⁷

CAPÍTULO 4

DESCRIÇÃO DE USO DAS ROTINAS

4.1 - PROGRAMA PRINCIPAL

O programa principal deve ser montado pelo usuário, sendo basicamente da seguinte forma:

```
FILE 10 (KIND = DISK, FILETYPE = 7, TITLE = "(ORBAT)GEM10")
FILE 69 (KIND = DISK, FILETYPE = 7, TITLE = "(ORBAT)FLUXOS")

COMMON/ELMORB/X(6)

COMMON/DADINT/DT,TTI

CALL LEDORB

T = 0.
TOUT = DT
10  CONTINUE
    CALL ORBSIM (T, TOUT, X)
    TOUT = TOUT + DT
    IF (T. LT. TTI) GO TO 10
END
```

4.1.1 - OBSERVAÇÕES

- a) O arquivo "(ORBAT)GEM10" fornece os coeficientes dos harmônicos esféricos do modelo GEM10 e, se necessário, será lido internamente.
- b) O arquivo "(ORBAT)FLUXOS" será lido internamente se necessário.
- c) O cálculo de órbita que inclui a perturbação do arrasto atmosférico somente deve ser feito para datas compreendidas entre 1º de janeiro de 1980 a 1º de dezembro de 1984, uma vez que o arquivo "(ORBAT)FLUXOS" contém dados somente para este período.

O arquivo está sendo ampliado para abranger períodos maiores, porém, ainda não está operacional fora daquele período.

- d) Os "COMMON", ELMORB e DADINT, trazem informações para a integração de órbita, e seus componentes não devem ser utilizados ou modificados para outra função, sob pena de alterar o programa.
- e) O programa principal necessita somente das rotinas LEDORB (Seção 4.2) e ORBSIM (Seção 4.3), que por sua vez chamarão outras sub-rotinas que não necessitam ser de conhecimento do usuário. A Seção 4.4 contém um mapeamento das sub-rotinas utilizadas.
- f) Os comandos de impressão ou plotagem ficam a cargo do usuário.

4.2 - SUB-ROTINA LEDORB

4.2.1 - UTILIZAÇÃO

```
CALL LEDORB
```

4.2.2 - PROPÓSITO

A sub-rotina LEDORB lê dados necessários para a integração de órbita, inicializa o programa e emite um pequeno relatório dos dados lidos.

4.2.3 - ENTRADA DE DADOS E EXEMPLOS

A sub-rotina pede dados na seguinte sequência:

a) Data inicial:

- ano : formato F10.0,
- mês : formato F10.0,
- dia : formato F10.0,

- hora: formato F10.0,
- min.: formato F10.0,
- seg.: formato F10.0.

b) Elementos da órbita:

- parâmetros de controle: formato I1:

- se o parâmetro = 0, entrar com o vetor de estado inercial osculador da data inicial em m e m/s na seguinte sequência:

- . X : formato F10.0 (m),
- . Y : formato F10.0 (m),
- . Z : formato F10.0 (m),
- . VX: formato F10.0 (m/s),
- . VY: formato F10.0 (m/s),
- . VZ: formato F10.0 (m/s).

- se o parâmetro = 1, entrar com os elementos keplerianos osculadores em m e graus na seguinte sequência:

- . a: formato F10.0 (m),
- . e: formato F10.0,
- . i: formato F10.0 (graus),
- . Ω : formato F10.0 (graus),
- . ω : formato F10.0 (graus),
- . M: formato F10.0 (graus).

c) Data final:

- ano : formato F10.0,
- mes : formato F10.0,
- dia : formato F10.0,
- hora: formato F10.0,
- min.: formato F10.0,
- seg.: formato F10.0.

d) Parâmetro de integração:

- passo de integração: formato F10.0 (seg.),
- precisão na integração: formato F14.0.

e) Ordem e grau dos coeficientes harmônicos do geopotencial:

- zonal: formato I2 (00 a 30 e \neq 01),
- tesseral: formato I2 (00 a 30 e \neq 01).
 - Se zonal = 00, não serão calculadas as perturbações devidas aos coeficientes zonais, e se tesseral = 00, as perturbações devidas aos coeficientes tesserais não serão considerados. Se ambos são 00, só será considerado o problema dos dois corpos. O número 01 não é permitido para nenhum dos dois casos.

f) Arrasto atmosférico:

- parâmetro de controle: formato I1.
 - Se o parâmetro = 0, não calcula arrasto atmosférico.
 - Se o parâmetro = 1, calcula o arrasto atmosférico e serão necessários os seguintes dados:
 - . relação área/massa: formato F10.0 (m^2/kg),
 - . coeficiente de arrasto atmosférico: formato F10.0.

Dados de fluxo solar e atividades geomagnéticas:

- parâmetro de controle: formato I1.
 - Se o parâmetro = 0, estes dados são lidos automaticamente do arquivo "FLUXOS" (ver Seção 4.1.1).
 - Se o parâmetro = 1, estes dados devem ser fornecidos pelo usuário, conforme se segue.

Definição dos dados

- parâmetro de controle: formato I1.

- Se o parâmetro = 0, os dados são diariamente va
riáveis e devem ser fornecidos na seguinte se
quência, para cada dia do período de integração:

- . fluxo solar F10.7: formato F10.0,
- . fluxo solar médio $\bar{F}10.7$: formato F10.0,
- . índice de atividade geomagnética planetária:
formato F10.0

Um número máximo de dados para até 7 dias é per
mitido pelo programa.

- Se o parâmetro = 1, os dados são constantes para
todo o período de integração e devem ser forne
ci
dos na seguinte sequência:

- . fluxo solar F10.7: formato F10.0,
- . fluxo solar médio $\bar{F}10.7$: formato F10.0,
- . índice de atividade geomagnética planetária:
formato F10.0.

g) Pressão de radiação:

- parâmetro de controle: formato I1.

- Se o parâmetro = 0, não calcula pressão de radiação.

- Se o parâmetro = 1, calcula pressão de radiação e serão
necessários os seguintes dados:

- . relação área/massa: formato F10.0 (m^2/kg),
- . coeficiente de pressão de radiação: formato F10.0.

h) Atração lunissolar:

- parâmetro de controle: formato I1.

- Se o parâmetro = 0, não calcula a atração lunissolar.

- Se o parâmetro = 1, calcula a atração lunissolar.

i) Marés lunissolares:

- parâmetro de controle: formato I1.
- Se o parâmetro = 0, não calcula maré.
- Se o parâmetro = 1, calcula maré.

A Figura 4,1 mostra um mapeamento da sequência em que entram os dados bem como as opções existentes no programa. Quando o programa é acionado via terminal, ele pede interativamente os dados ao usuário. No entanto pode-se criar um arquivo em disco, seguindo a sequência de entrada de dados descrita. Neste caso deverá ser especificado o arquivo de leitura 5 no programa principal:

```
FILE 5(KIND = DISK, FILETYPE = 7, TITLE = "nome do arquivo").
```

Um pequeno relatório dos dados lidos será emitido e poderá ser usado para verificar a correta leitura dos dados. Este relatório poderá ser impresso no terminal ou na impressora, dependendo da especificação do arquivo:

```
FILE 7(KIND = REMOTE) → saída no terminal,
```

```
FILE 7(KIND = PRINTER) → saída na impressora.
```

Seguem-se exemplos de arquivos de dados lido, com as mensagens que apareceriam na tela do terminal caso essa mesma sequência de dados fosse digitado pelo usuário, bem como o respectivo relatório emitido.

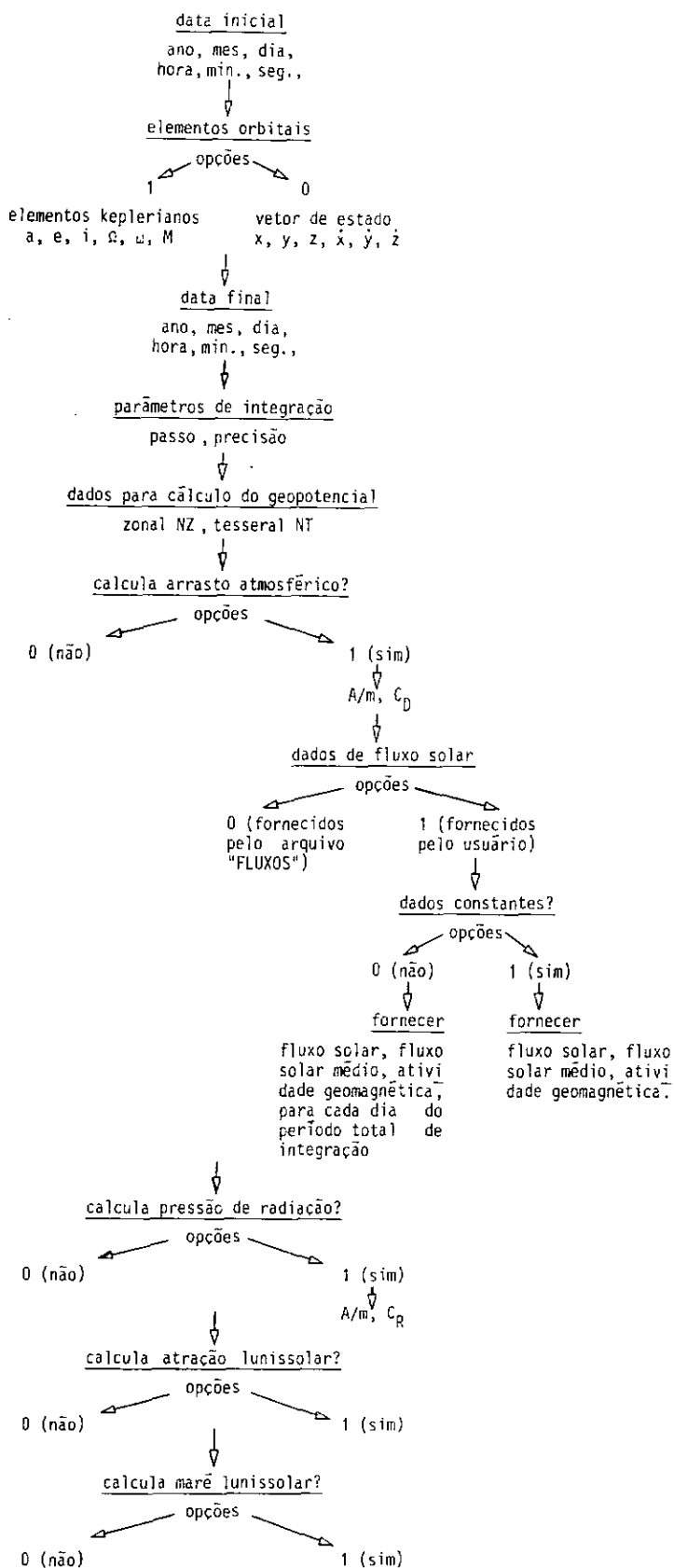


Fig. 4.1 - Mapeamento da sequência de entrada dos dados e opções do programa.

Exemplo 1:

Entrada dos elementos orbitais na forma de vetor de estado; cálculo do geopotencial sem termos zonais nem tesserais (problema dos dois corpos); pressão de radiação com área/massa = $1 \text{ m}^2/\text{kg}$ e coeficiente de pressão de radiação = 1; e atração lunissolar.

ARQUIVO DE DADOS

1983.	ANO
4.	MES
22.	DIA
0.	HORA
0.	MIN.
0.	SEG.
0	ENTRADA EM VETOR DE ESTADO
-4992476.8	X
-3132260.9	Y
3867008.7	Z
4735.6963	VX
-6655.9474	VY
1178.9324	VZ
1983.	ANO
4.	MES
25.	DIA
0.	HORA
0.	MIN.
0.	SEG.
60.	PASSO DE INTEGRACAO
0.000000001	PRECISAO NA INTEGRACAO
00	MAXIMO COEF. ZONAL
00	MAXIMO COEF. TESSERAL
0	NAO CALCULA ARRASTO ATMOSFERICO
1	CALCULA PRESSAO DE RADIACAO
1.	AREA/MASSA
1.	COEFICIENTE DE PRESSAO DE RADIACAO
0	CALCULA ATRACAO LUNISSOLAR
1	NAO CALCULA MARE LUNISSOLAR

MENSAGENS NO TERMINAL

INITIAL DATE UT

YEAR (F10.0)=
MONTH(F10.0)=
DAY (F10.0)=
HOUR (F10.0)=
MIN. (F10.0)=
SEC. (F10.0)=

ORBITAL ELEMENTS

IF YES WRITE 1 (I1)
IF NO WRITE 0 (I1)
INPUT IN KEPLERIAN ELEMENTS ? :

INPUT IN STATE VECTOR FORM

X IN M (F10.0) =
Y IN M (F10.0) =
Z IN M (F10.0) =
VX IN M/S (F10.0) =
VY IN M/S (F10.0) =
VZ IN M/S (F10.0) =

FINAL DATE UT

YEAR (F10.0)=
MONTH(F10.0)=
DAY (F10.0)=
HOUR (F10.0)=
MIN. (F10.0)=
SEC. (F10.0)=

INTEGRATION PARAMETERS

STEP IN SEC. (F10.0) =
INTEGRATION ACCURACY (F14.0) =

GEOPOTENTIAL CALCULATION DATA

MAXIMUM ORDER AND DEGREE OF THE SERIES
ZONAL UP TO NZ & TESSERAL UP TO NT
NZ, NT GREATER THAN 0 & EQUAL OR LESS THAN 30
AND STRICTLY DIFFERENT FROM 1
IF NZ=0 ZONAL ACCEL. NOT CONSIDERED
IF NT=0 TESSERAL ACCEL. NOT CONSIDERED
IF NZ=NT=0, KEPLERIAN ORBIT

NZ (I2) =
NT (I2) =

OTHER PERTURBATIONS TO BE CONSIDERED
FOR POSITIVE ANSWER, WRITE 1(I1)
FOR NEGATIVE ANSWER, WRITE 0(I1)

REMARK : ONLY FOR SATELLITES BELOW 2000 KM
DRAG IS TAKEN INTO ACCOUNT

ATMOSPHERIC DRAG ? (I1) :

RADIATION PRESSURE ? (I1) :
AREA/MASS IN M**2/KG (F10.0) =
REFLECTIVITY COEFFICIENT (F10.0)=

LUNAR-SOLAR ATTRACTION ? (I1) :

LUNAR-SOLAR TIDAL EFFECTS?(I1) :

RELATÓRIO EMITIDO

INITIAL DATE OF CALCULATION :

YEAR = 1983.
MONTH = 4.
DAY = 22.
HOUR = 0.
MIN. = 0.
SEC. = 0.00000
JULIAN DATE = 2445446.50000
SID. TIME OF GREENWICH = 209.4899021 DEGREES

ORBITAL ELEMENTS :

SEMI-MAJOR AXIS = 8864689.714 METERS
ECCENTRICITY = 0.2069400
INCLINATION = 34.25900 DEGREES
LONG. ASCEND. NODE = 137.67000 DEGREES
PERIGEE ARGUM. = 66.90000 DEGREES
MEAN ANOMALY = 6.52670 DEGREES

X = -4992476.800 M
Y = -3132260.900 M
Z = 3867009.700 M
VX = 4736.696300 M/S
VY = -6655.947400 M/S
VZ = 1178.932400 M/S

ANOMALISTIC PERIOD = 138.437883 MIN.

FINAL DATE OF CALCULATION :

YEAR = 1983.
MONTH = 4.
DAY = 25.
HOUR = 0.
MIN. = 0.
SEC. = 0.00000
JULIAN DATE = 2445449.50000
SID. TIME OF GREENWICH = 212.4468442 DEGREES

INTEGRATION DATA :

STEP-SIZE = 60.00000 SEC.
TOTAL TIME = 259200.0000 SEC.
ACCURACY = 1.000E-09

GEOPOTENTIAL DATA :

ZONAL SERIES UP TO 0
TESSERAL SERIES UP TO 0

PERTURBATION EFFECTS TO BE CONSIDERED :

RADIATION PRESSURE
LUNI-SOLAR TIDAL EFFECTS

AREA/MASS = 0.00000 M**2/KG
CR = 1.000 (REFLECTIVITY COEFFICIENT)

Exemplo 2:

Entrada dos elementos orbitais na forma de elementos keplerianos; cálculo do geopotencial que considera termos zonais até 06 e tesserais até 04; cálculo do arrasto atmosférico com área/massa = $1 \text{ m}^2/\text{kg}$, coeficiente de arrasto = 2, e dados de fluxos fornecidos pelo usuário para cada dia; e cálculo de marés lunissolares.

ARQUIVO DE DADOS

1983.	ANO
4.	MES
22.	DIA
0.	HORA
0.	MIN.
0.	SEG.
1	ENTRADA EM ELEM. KEPLERIANOS
8864689.	SEMI-EIXO
0.20594	EXCENTRICIDADE
34.259	INCLINACAO
137.67	LONG. DO NO ASCENDENTE
66.9	ARGUMENTO DO PERIGEU
6.5267	ANOMALIA MEDIA
1983.	ANO
4.	MES
25.	DIA
0.	HORA
0.	MIN.
0.	SEG.
60.	PASSO DE INTEGRACAO
0.000000001	PRECISAO NA INTEGRACAO
05	MAXIMO COEF. ZONAL
04	MAXIMO COEF. TESSERAL
1	CALCULA ARRASTO ATMOSFERICO
1.	AREA/MASSA
2.	COEFICIENTE DE ARRASTO ATMOSFERICO
1	FLUXOS FORNECIDOS PELO USUARIO
0	FLUXOS VARIANDO DIA A DIA
100.	FLUXO SOLAR - PRIMEIRO DIA
100.	FLUXO SOLAR MEDIO - PRIMEIRO DIA
10.	ATIVIDADE PLANET. - PRIMEIRO DIA
90.	FLUXO SOLAR - SEGUNDO DIA
100.	FLUXO SOLAR MEDIO - SEGUNDO DIA
12.	ATIVIDADE PLANET. - SEGUNDO DIA
95.	FLUXO SOLAR - TERCEIRO DIA
99.	FLUXO SOLAR MEDIO - TERCEIRO DIA
12.	ATIVIDADE PLANET. - TERCEIRO DIA
110.	FLUXO SOLAR - QUARTO DIA
98.	FLUXO SOLAR MEDIO - QUARTO DIA
10.	ATIVIDADE PLANET. - QUARTO DIA
0	NAO CALCULA PRESSAO DE RADIACAO
0	NAO CALCULA ATRACAO LUNISSOLAR
1	CALCULA MARE LUNISSOLAR

MENSAGENS NO TERMINAL

INITIAL DATE UT

YEAR (F10.0)=
MONTH(F10.0)=
DAY (F10.0)=
HOUR (F10.0)=
MIN. (F10.0)=
SEC. (F10.0)=

ORBITAL ELEMENTS

IF YES WRITE 1 (I1)
IF NO WRITE 0 (I1)
INPUT IN KEPLERIAN ELEMENTS ? :

SEMINAJDR AXIS IN METERS (F10.0)=
ECCENTRICITY (F10.0)=
INCLINATION IN DEGREES (F10.0)=
LONG. OF ASC. NODE IN DEGREES(F10.0)=
PERTGEE ARG. IN DEGREES (F10.0)=
MEAN ANOMALY IN DEGREES (F10.0)=

FINAL DATE UT

YEAR (F10.0)=
MONTH(F10.0)=
DAY (F10.0)=
HOUR (F10.0)=
MIN. (F10.0)=
SEC. (F10.0)=

INTEGRATION PARAMETERS

STEP IN SEC. (F10.0)
INTEGRATION ACCURACY (F14.0)

==

GEOPOTENTIAL CALCULATION DATA

MAXIMUM ORDER AND DEGREE OF THE SERIES
ZONAL UP TO NZ & TESSERAL UP TO NT
NZ,NT GREATER THAN 0 & EQUAL OR LESS THAN 30
AND STRICTLY DIFFERENT FROM 1
IF NZ=0 ZONAL ACCEL. NOT CONSIDERED
IF NT=0 TESSERAL ACCEL. NOT CONSIDERED
IF NZ=NT=0, KEPLERIAN ORBIT

NZ (I2) =

NT (I2) =

OTHER PERTURBATIONS TO BE CONSIDERED
FOR POSITIVE ANSWER, WRITE 1(I1)
FOR NEGATIVE ANSWER, WRITE 0(I1)

REMARK : ONLY FOR SATELLITES BELOW 2000 KM
DRAG IS TAKEN INTO ACCOUNT

ATMOSPHERIC DRAG ? (I1) :
AREA/MASS IN M**2/KG (F10.0) =
DRAG COEFFICIENT (F10.0) =

DATA OF SOLAR FLUX AND GEOMAGNETIC ACTIVITY
FOR ATMOSPHERIC DENSITY CALCULATION :

OPTION 0 - DATA ARE SUPPLIED AUTOMATICALLY
THROUGH THE FLUXOS FILE RANGING
FROM 01/01/80 TO 10/01/84
OPTION 1 - DATA ARE SUPPLIED BY USER

WRITE THE OPTION (I1) :

IF YES WRITE 1 (I1)

IF NO WRITE 0 (I1)

ARE DATA CONSTANTS FOR ALL DAYS COVERED
BY THE RUN ? :

REMARK : MAXIMUM NUMBER OF DAYS ALLOWABLE
TO DENSITY CALCULATION = 7

ENTER DATA RELATIVE TO 4/22/1983

SOLAR FLUX (F10.0) =
MEAN SOLAR FLUX (F10.0) =
PLANETARY GEOMAGNETIC ACTIVITY INDEX (F10.0) =

ENTER DATA RELATIVE TO 4/23/1983

SOLAR FLUX (F10.0) =
MEAN SOLAR FLUX (F10.0) =
PLANETARY GEOMAGNETIC ACTIVITY INDEX (F10.0) =

ENTER DATA RELATIVE TO 4/24/1983

SOLAR FLUX (F10.0) =
MEAN SOLAR FLUX (F10.0) =
PLANETARY GEOMAGNETIC ACTIVITY INDEX (F10.0) =

ENTER DATA RELATIVE TO 4/25/1983

SOLAR FLUX (F10.0) =
MEAN SOLAR FLUX (F10.0) =
PLANETARY GEOMAGNETIC ACTIVITY INDEX (F10.0) =

RADIATION PRESSURE ? (I1) :

LUNAR-SOLAR ATRACTION ? (I1) :

LUNAR-SOLAR TIDAL EFFECTS?(I1) :

RELATÓRIO EMITIDO

INITIAL DATE OF CALCULATION :

YEAR = 1983.
MONTH = 4.
DAY = 22.
HOUR = 0.
MIN. = 0.
SEC. = 0.00000
JULIAN DATE = 2445446.50000
SID. TIME OF GREENWICH = 209.4899021 DEGREES

ORBITAL ELEMENTS :

SEMI-MAJOR AXIS = 8864689.000 METERS
ECCENTRICITY = 0.2069400
INCLINATION = 34.25900 DEGREES
LONG. ASCEND. NODE = 137.67000 DEGREES
PERIGEE ARGUM. = 66.90000 DEGREES
MEAN ANOMALY = 6.52670 DEGREES

X = -4992476.756 M
Y = -3132260.910 M
Z = 3867008.737 M
VX = 4736.696352 M/S
VY = -6655.947471 M/S
VZ = 1178.932446 M/S

ANOMALISTIC PERIOD = 138.437890 MIN.

FINAL DATE OF CALCULATION :

YEAR = 1983.
MONTH = 4.
DAY = 25.
HOUR = 0.
MIN. = 0.
SEC. = 0.00000
JULIAN DATE = 2445449.50000
SID. TIME OF GREENWICH = 212.4468442 DEGREES

INTEGRATION DATA :

STEP-SIZE = 60.00000 SEC.
TOTAL TIME = 259200.0000 SEC.
ACCURACY = 1.000E-09

GEOPOTENTIAL DATA :

ZONAL SERIES UP TO 6
TESSERAL SERIES UP TO 4

PERTURBATION EFFECTS TO BE CONSIDERED :

ATMOSPHERIC DRAG
LUNI-SOLAR TIDAL EFFECTS

AREA/MASS = 1.00000 M**2/KG
CD = 2.000 (DRAG COEFFICIENT)

ATMOSPHERIC DENSITY COMPUTATION DATA

EPOCH	SOLAR FLUX	MEAN SOLAR FLUX	PLANETARY GEOMAGNETIC ACTIVITY INDEX
4/22/1983	100	100	10.00
4/23/1983	90	100	12.00
4/24/1983	95	99	12.00
4/25/1983	110	98	10.00

Exemplo 3:

Entrada dos elementos orbitais na forma de elementos keplerianos; cálculo do geopotencial com termos zonais até 30 e tesserais até 30; cálculo do arrasto atmosférico com área/massa = 1 m²/kg, coeficiente de arrasto = 2, e dados de fluxos lido pelo programa do arquivo FLUXOS (ver Seção 4.1.1); cálculo da pressão de radiação com área/massa = 1 m²/kg e coeficiente de pressão de radiação = 1.; cálculo da atração lunissolar; e cálculo de marés lunissolares.

ARQUIVO DE DADOS

1983.	ANO
4.	MES
22.	DIA
0.	HORA
0.	MIN.
0.	SEG.
1	ENTRADA EM ELEM. KEPLERIANOS
8864589.	SEMI-FIXO
0.20694	EXCENTRICIDADE
34.259	INCLINACAO
137.57	LONG. DO NO ASCENDENTE
66.9	ARGUMENTO DO PERIGEU
6.5267	ANOMALIA MEDIA
1983.	ANO
4.	MES
25.	DIA
0.	HORA
0.	MIN.
0.	SEG.
50.	PASSO DE INTEGRACAO
0.000000001	PRECISAO NA INTEGRACAO
30	MAXIMO COEF. ZONAL
30	MAXIMO COEF. TESSERAL
1	CALCULA ARRASTO ATMOSFERICO
1.	AREA/MASSA
2.	COEFICIENTE DE ARRASTO ATMOSFERICO
0	FLUXOS FORNECIDOS PELO PROGRAMA
1	CALCULA PRESSAO DE RADIACAO
1.	AREA/MASSA
1.	COEFICIENTE DE PRESSAO DE RADIACAO
1	CALCULA ATRACAO LUNISSOLAR
1	CALCULA MARE LUNISSOLAR

MENSAGENS NO TERMINAL

INITIAL DATE UT

YEAR (F10.0)=
MONTH(F10.0)=
DAY (F10.0)=
HOUR (F10.0)=
MIN. (F10.0)=
SEC. (F10.0)=

ORBITAL ELEMENTS

IF YES WRITE 1 (I1)
IF NO WRITE 0 (I1)
INPUT IN KEPLERIAN ELEMENTS ? :

SEMIMAJOR AXIS IN METERS (F10.0)=
ECCENTRICITY (F10.0)=
INCLINATION IN DEGREES (F10.0)=
LONG. OF ASC. NODE IN DEGREES(F10.0)=
PERIGEE ARG. IN DEGREES (F10.0)=
MEAN ANOMALY IN DEGREES (F10.0)=

FINAL DATE UT

YEAR (F10.0)=
MONTH(F10.0)=
DAY (F10.0)=
HOUR (F10.0)=
MIN. (F10.0)=
SEC. (F10.0)=

INTEGRATION PARAMETERS

STEP IN SEC. (F10.0) =
INTEGRATION ACCURACY (F14.0) =

GEOPOTENTIAL CALCULATION DATA

MAXIMUM ORDER AND DEGREE OF THE SERIES
ZONAL UP TO NZ & TESSERAL UP TO NT
NZ, NT GREATER THAN 0 & EQUAL OR LESS THAN 30
AND STRICTLY DIFFERENT FROM 1
IF NZ=0 ZONAL ACCEL. NOT CONSIDERED
IF NT=0 TESSERAL ACCEL. NOT CONSIDERED
IF NZ=NT=0, KEPLERIAN ORBIT

NZ (I2) =

NT (I2) =

OTHER PERTURBATIONS TO BE CONSIDERED
FOR POSITIVE ANSWER, WRITE 1(I1)
FOR NEGATIVE ANSWER, WRITE 0(I1)

REMARK : ONLY FOR SATELLITES BELOW 2000 KM
DRAG IS TAKEN INTO ACCOUNT

ATMOSPHERIC DRAG ? (I1) :
AREA/MASS IN M**2/KG (F10.0) =
DRAG COEFFICIENT (F10.0) =

DATA OF SOLAR FLUX AND GEOMAGNETIC ACTIVITY
FOR ATMOSPHERIC DENSITY CALCULATION :

OPTION 0 - DATA ARE SUPPLIED AUTOMATICALLY
THROUGH THE FLUXDS FILE RANGING
FROM 01/01/80 TO 10/01/84
OPTION 1 - DATA ARE SUPPLIED BY USER

WRITE THE OPTION (I1) :

RADIATION PRESSURE ? (I1) :
AREA/MASS IN M**2/KG (F10.0) =
REFLECTIVITY COEFFICIENT (F10.0) =

LUNAR-SOLAR ATTRACTION ? (I1) :

LUNAR-SOLAR TIDAL EFFECTS?(I1) :

RELATÓRIO EMITIDO

INITIAL DATE OF CALCULATION :
YEAR = 1983.
MONTH = 4.
DAY = 22.
HOUR = 0.
MIN. = 0.
SEC. = 0.00000
JULIAN DATE = 2445446.50000
SID. TIME OF GREENWICH = 209.4899021 DEGREES

ORBITAL ELEMENTS :
SEMIMAJOR AXIS = 8864589.000 METERS
ECCENTRICITY = 0.2069400
INCLINATION = 34.25900 DEGREES
LONG. ASCEND. NODE = 137.67000 DEGREES
PERIGEE ARGUM. = 66.90000 DEGREES
MEAN ANOMALY = 6.52670 DEGREES

X = -4992476.756 M
Y = -3132250.910 M
Z = 3867000.737 M
VX = 4736.696352 M/S
VY = -6655.947471 M/S
VZ = 1178.932446 M/S

ANOMALISTIC PERIOD = 138.437890 MIN.

FINAL DATE OF CALCULATION :
YEAR = 1983.
MONTH = 4.
DAY = 25.
HOUR = 0.
MIN. = 0.
SEC. = 0.00000
JULIAN DATE = 2445449.50000
SID. TIME OF GREENWICH = 212.4468442 DEGREES

INTEGRATION DATA :
STEP-SIZE = 60.00000 SEC.
TOTAL TIME = 259200.0000 SEC.
ACCURACY = 1.000E-09

GEOPOTENTIAL DATA :
ZONAL SERIES UP TO 30
TESSERAL SERIES UP TO 30

PERTURBATION EFFECTS TO BE CONSIDERED :
ATMOSPHERIC DRAG
RADIATION PRESSURE
LUNI-SOLAR ATTRACTION
LUNI-SOLAR TIDAL EFFECTS

AREA/MASS = 1.00000 M**2/KG
CD = 2.000 (DRAG COEFFICIENT)
CR = 1.000 (REFLECTIVITY COEFFICIENT)

Exemplo 4:

Entrada dos elementos orbitais na forma de elementos keplerianos; cálculo do geopotencial com termos zonais até 30 e tesserais até 30; cálculo do arrasto atmosférico com área/massa = 1 m²/kg, coeficiente de arrasto = 2 e dados de fluxos fornecidos pelo usuário e constantes para todo o período de integração; cálculo da pressão de radiação com área/massa = 1 m²/kg e coeficiente de pressão de radiação = 1; cálculo da atração lunissolar; e cálculo da maré lunissolar.

ARQUIVO DE DADOS

1983.	ANO
4.	MES
22.	DIA
0.	HORA
0.	MIN.
0.	SEG.
1	ENTRADA EM ELEM. KEPLERIANOS
8864689.	SEMI-EIXO
0.20694	EXCENTRICIDADE
34.259	INCLINACAO
137.67	LONG. DO NO ASCENDENTE
66.9	ARGUMENTO DO PERIGEU
6.5267	ANOMALIA MEDIA
1983.	ANO
4.	MES
25.	DIA
0.	HORA
0.	MIN.
0.	SEG.
60.	PASSO DE INTEGRACAO
0.000000001	PRECISAO NA INTEGRACAO
30	MAXIMO COEF. ZONAL
30	MAXIMO COEF. TESSERAL
1	CALCULA ARRASTO ATMOSFERICO
1.	AREA/MASSA
2.	COEFICIENTE DE ARRASTO ATMOSFERICO
1	FLUXOS FORNECIDOS PELO USUARIO
1	FLUXOS CONSTANTES PARA A INTEGRACAO
100.	FLUXO SOLAR
100.	FLUXO SOLAR MEDIO
10.	ATIVIDADE PLANET.
1	CALCULA PRESSAO DE RADIACAO
1.	AREA/MASSA
1.	COEFICIENTE DE PRESSAO DE RADIACAO
1	CALCULA ATRACAO LUNISSOLAR
1	CALCULA MARE LUNISSOLAR

MENSAGENS NO TERMINAL

INITIAL DATE UT

YEAR (F10.0)=
MONTH(F10.0)=
DAY (F10.0)=
HOUP (F10.0)=
MIN. (F10.0)=
SEC. (F10.0)=

ORBITAL ELEMENTS

IF YES WRITE 1 (I1)
IF NO WRITE 0 (I1)
INPUT IN KEPLERIAN ELEMENTS ? :

SEMIMAJOR AXIS IN METERS (F10.0)=
ECCENTRICITY (F10.0)=
INCLINATION IN DEGREES (F10.0)=
LONG. OF ASC. NODE IN DEGREES(F10.0)=
PERIGEE ARG. IN DEGREES (F10.0)=
MEAN ANOMALY IN DEGREES (F10.0)=

FINAL DATE UT

YEAR (F10.0)=
MONTH(F10.0)=
DAY (F10.0)=
HOUP (F10.0)=
MIN. (F10.0)=
SEC. (F10.0)=

INTEGRATION PARAMETERS

STEP IN SEC. (F10.0) =
INTEGRATION ACCURACY (F14.0) =

GEOPOTENTIAL CALCULATION DATA

MAXIMUM ORDER AND DEGREE OF THE SERIES
ZONAL UP TO NZ & TESSERAL UP TO NT
NZ,NT GREATER THAN 0 & EQUAL OR LESS THAN 30
AND STRICTLY DIFFERENT FROM 1
IF NZ=0 ZONAL ACCEL. NOT CONSIDERED
IF NT=0 TESSERAL ACCEL. NOT CONSIDERED
IF NZ=NT=0,KEPLERIAN ORBIT

NZ (I2) =
NT (I2) =

OTHER PERTURBATIONS TO BE CONSIDERED
FOR POSITIVE ANSWER, WRITE 1(I1)
FOR NEGATIVE ANSWER, WRITE 0(I1)

REMARK : ONLY FOR SATELLITES BELOW 2000 KM
DRAG IS TAKEN INTO ACCOUNT

ATMOSPHERIC DRAG ? (I1) :
AREA/MASS IN M**2/KG (F10.0) =
DRAG COEFFICIENT (F10.0) =

DATA OF SOLAR FLUX AND GEOMAGNETIC ACTIVITY
FOR ATMOSPHERIC DENSITY CALCULATION :

OPTION 0 - DATA ARE SUPPLIED AUTOMATICALLY
THROUGH THE FLUXOS FILE RANGING
FROM 01/01/80 TO 10/01/84
OPTION 1 - DATA ARE SUPPLIED BY USER

WRITE THE OPTION (I1) :

IF YES WRITE 1 (I1)
IF NO WRITE 0 (I1)

ARE DATA CONSTANTS FOR ALL DAYS COVERED
BY THE RUN ? :

SOLAR FLUX (F10.0) =
MEAN SOLAR FLUX (F10.0) =
PLANETARY GEOMAGNETIC ACTIVITY INDEX (F10.0) =

RADIATION PRESSURE ? (I1) :
AREA/MASS IN M**2/KG (F10.0) =
REFLECTIVITY COEFFICIENT (F10.0) =

LUNAR-SOLAR ATTRACTION ? (I1) :

LUNAR-SOLAR TIDAL EFFECTS?(I1) :

RELATÓRIO EMITIDO

INITIAL DATE OF CALCULATION :

YEAR = 1983.
MONTH = 4.
DAY = 22.
HOUR = 0.
MIN. = 0.
SEC. = 0.00000
JULIAN DATE = 2445446.50000
SID. TIME OF GREENWICH = 209.4899021 DEGREES

ORBITAL ELEMENTS :

SEMIMAJOR AXIS = 3864689.000 METERS
ECCENTRICITY = 0.2069400
INCLINATION = 34.25900 DEGREES
LONG.ASCEND.NODE = 137.67000 DEGREES
PERIGEE ARGUM. = 66.90000 DEGREES
MEAN ANOMALY = 6.52670 DEGREES

X = -4992476.756 M
Y = -3132260.910 M
Z = 3867003.737 M
VX = 4736.696352 M/S
VY = -6555.947471 M/S
VZ = 1178.932446 M/S

ANOMALISTIC PERIOD = 133.437890 MIN.

FINAL DATE OF CALCULATION :

YEAR = 1983.
MONTH = 4.
DAY = 25.
HOUR = 0.
MIN. = 0.
SEC. = 0.00000
JULIAN DATE = 2445449.50000
SID. TIME OF GREENWICH = 212.4468442 DEGREES

INTEGRATION DATA :

STEP-SIZE = 60.00000 SEC.
TOTAL TIME = 259200.0000 SEC.
ACCURACY = 1.000E-09

GEOPTENTIAL DATA :
ZONAL SERIES UP TO 30
TESSEPAL SERIES UP TO 30

PERTURBATION EFFECTS TO BE CONSIDERED :
ATMOSPHERIC DRAG
RADIATION PRESSURE
LUNI-SOLAR ATTRACTION
LUNI-SOLAR TIDAL EFFECTS

AREA/MASS = 1.00000 M**2/KG
CD = 2.000 (DRAG COEFFICIENT)
CR = 1.000 (REFLECTIVITY COEFFICIENT)

ATMOSPHERIC DENSITY COMPUTATION
DATA (CONSTANTS FOR THIS RUN) :

SOLAR FLUX = 100
MEAN SOLAR FLUX = 100
PLANETARY GEOMAGNETIC ACTIVITY INDEX = 10.00

4.2.4 - OBSERVAÇÃO

Os seguintes "COMMON" são utilizados internamente pela sub-rotina LEDORB:

COMMON/ELMORB/X(6), EL(6)

COMMON/DATSIM/DIJU, TI, TSG, DJI, PCSOL, TCSOL, TCDEN

COMMON/PARINT/RR(6), AR(6), IFLAG, DTI

COMMON/DADINT/DT, TTI, EPS

COMMON/IFLAGP/IDRAG, IPRAD, ISLUA, IMARE

COMMON/DADGEO/NZ, NT

COMMON/DADDRG/ASM, CD

COMMON/DADPRD/ASMPR, CD

COMMON/ZONAS/CO(30)

COMMON/CTESSE/C(465)

COMMON/STESSE/S(465)

COMMON/TERRA/AE, FLAT, GM

COMMON/CONST/PI, PIV2, PID2, RAD, DEG.

O usuário não necessita saber o conteúdo dos "COMMON", basta que ele não use "COMMON" com rótulos de igual nome para evitar confusões no programa.

4.3 - SUB-ROTINA ORBSIM

4.3.1 - UTILIZAÇÃO

CALL ORBSIM (T, TF, X).

4.3.2 - PROPÓSITO

A sub-rotina ORBSIM gerencia as chamadas das sub-rotinas de integração, de cálculo de perturbações e de cálculo de efemérides, bem como o monitoramento de possíveis mensagens ao usuário. Uma vez efetuada a integração numérica, o vetor de estado integrado para o instante, requerido pelo usuário, é composto e enviado ao programa principal via parâmetros.

4.3.3 - PARÂMETROS

Entradas:

- T - Tempo inicial do passo de integração atual em segundos;
- TF - Tempo final do passo de integração atual em segundos;
- X - Vetor de dimensão 6 com a posição (x,y,z) e a velocidade $(\dot{x},\dot{y},\dot{z})$ do satélite no sistema inercial para o instante "T", em m e m/s.

Saídas:

- T - Tempo final do passo de integração atual em segundos; se a integração ocorrer sem problemas, $T = TF$;
- X - Vetor de dimensão 6 com a posição (x,y,z) e a velocidade $(\dot{x},\dot{y},\dot{z})$ do satélite no sistema inercial, em m e m/s, após a integração. Se a integração ocorrer sem problemas, X é o valor do vetor integrado no instante TOUT.

4.3.4 - OBSERVAÇÕES

- a) Vários "COMMON" são utilizados internamente pela sub-rotina ORBSIM, a saber:

COMMON/DATSIM/DIJU, TI, TSG, DJI, PCSOL, TCSOL, TCDEN
COMMON/IFLAGP/IDRAG, IPRAD, ISLUA, IMARE
COMMON/POSSOL/XS(3), ASX, ASY, ASZ, APSX, APSY, APSZ
COMMON/ANGSOL/SU(3)
COMMON/POSLUA/XL(3), ALX, ALY, ALZ
COMMON/CTEATM/RO
COMMON/PARINT/RR(6), AR(6), IFLAG, DTI, W(226)
COMMON/DADINT/DT
COMMON/TERRA/RT
COMMON/TEMPO/ANOT, ANOS, RISI, TETP.

- b) Para o usuário não é necessário o conhecimento dos componentes contidos nesses "COMMON", basta que ele não use "COMMON" com rótulos de igual nome.

4.4 - MAPEAMENTO DAS SUB-ROTINAS UTILIZADAS

Esta seção mostra os subprogramas (sub-rotinas e funções) contidos no programa, os quais podem ou não ser utilizados (Figura 4.2).

SUB-ROTINA	CHAMA (FUNÇÕES OU SUB-ROTINA CHAMADAS)					
LEDORB	CONSTA DJ TETAG ORB16 ORB17					
ORBSIM	SOL LUA ORB11 ATMOSF FLUXOS POLIC ADEN AMBAR TLOCAL GRAV INTEG ODE DE DERIV ACEDRG ACEPRD ACESL ACEMR ACEGEO ACEZON ACETES INTRP STEP					

Fig. 4.2 - Mapeamento dos subprogramas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- HEISKANEN, W.; MORITZ, H. *Physical geodesy*. San Francisco, CA, Freeman, 1967.
- JACCHIA, L.G. Atmospheric models in the region from 110 to 2000 km. In: COMMITTEE ON SPACE RESEARCH (COSPAR). *CIRA 1972*. Berlim, Akademik-Verlag, 1972. Part 3, p. 227-338.
- *Revised static models of the thermosphere and exosphere with empirical temperatures profiles*. Cambridge, MA, SAO, 1971. (SAO Special Report nº 332).
- KOVALEVSKI, J. *Introduction to celestial mechanics*. New York, NY, Springer-Verlag, 1967.
- KUGA, H.K. *Estimação adaptativa de órbitas aplicada a satélites a baixa altitude*. Dissertação de Mestrado em Ciência Espacial. São José dos Campos, INPE, fev. 1982. (INPE-2316-TDL/079).
- KUGA, H.K.; CARRARA, V.; MEDEIROS, V.M. *Rotinas auxiliares de mecânica celeste e geração de órbita*. São José dos Campos, INPE, jul. 1981. (INPE-2180-RPE/392).
- KUGA, H.K.; MEDEIROS, V.M.; CARRARA, V. *Cálculo recursivo da aceleração do geopotencial*. São José dos Campos, INPE, mai. 1983.
- LAUTMAN, D.A. Perturbations of a close-Earth satellite due to sunlight diffusely reflected from the Earth. *Celestial Mechanics*, 16(1):3-25, 1977.
- LERCH, F.J.; KLOSKO, S.M.; LAUBSCHER, R.E.; WAGNER, C.A. Gravity model improvement using Geos3 (GEM9 and 10). *Journal of Geophysical Research*, 84(B8):3897-3916, July 1979.
- MEDEIROS, V.M.; KUGA, H.K. *Algoritmo de baixa precisão para determinação da posição dos dez corpos mais importantes do sistema solar*. São José dos Campos, INPE, dez. 1980. (INPE-1054-RPE/268).
- NASA. *National geodetic satellite program*. Washington, 1977. (NASA SP-365).

- NEGREIROS DE PAIVA, R. *Simulação de órbita e de observações de um satélite artificial ao redor da Terra*. São José dos Campos, INPE, dez. 1980. (INPE-1955-RPE/269).
- RAO, K.R. *Previsão rápida do tempo de vida de satélites*. Dissertação de Mestrado em Ciência Espacial. São José dos Campos, INPE, fev. 1982. (INPE-2330-TDL/081).
- *A review on numerical methods for initial value problems*. São José dos Campos, INPE, 1984. (no prelo).
- SHAMPINE, L.F.; GORDON, M.K. *Computer solution of ordinary differential equations: the initial value problem*. San Francisco, CA, W.H. Freeman, 1975.