1. Publicação nº	2. Versão	3. Data	5. Distribuição
INPE-3435-PRE/693		*Março, 1985*	☐ Interna ☒ Externa ☐ Restrita
4. Origem *DTL/DAF*	Programa *ESPAC/TMTC*		

6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es)

OTIMIZAÇÃO MINIMAX
ANTENAS

7. C.D.U.: *621.396.67:519.688*

8. Título *INPE-3435-PRE/693*

UM ALGORITMO PARA A OTIMIZAÇÃO MINIMAX DA ILUMINAÇÃO PRODUZIDA POR UMA ANTENA DE FEIXE MOLDADO

10. Páginas: *05*

11. Última página: *04*

12. Revisada por

Santana

Carlos E. Santana

13. Autorizada por

Parada

Nelson de Jesus Parada
Diretor Geral

9. Autoria *P. Tissi*

Assinatura responsável P. Tissi

14. Resumo/Notas

Apresenta-se um novo algoritmo, bastante rápido, para a otimização minimax de iluminação devida a uma antena de feixe moldado. O algoritmo baseia-se na representação do campo irradiado numa base derivada dos autovetores de uma matriz hermiteana convenientemente definida, cujas normas são as potências totais correspondentes computadas sobre o contorno escolhido.

15. Observações *Submetido para apresentação no Simpósio Internacional de Microondas no Desenvolvimento Industrial, Brasil, de 22 a 25 de julho de 1985, Campinas, SP, Brasil.*

UM ALGORITMO PARA A OTIMIZAÇÃO MINIMAX DA ILUMINAÇÃO PRODUZIDA POR UMA ANTENA DE FEIXE MOLDADO

P. Tissi

Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq
Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE
12200 - São José dos Campos, SP, Brasil

ABSTRACT

A fast new algorithm for the minimax optimization of the illumination due to a shaped-beam antenna is presented. The algorithm is based upon the representation of the illumination field intensities in a basis derived from the eigenvectors of a suitable Hermitean matrix, whose norms are the corresponding total illumination powers over the chosen contour.

Apresenta-se aqui um novo algoritmo, bastante rápido, para a otimização minimax da iluminação produzida por uma antena de feixe moldado. O algoritmo baseia-se na representação do campo irradiado numa base derivada dos autovetores de uma matriz hermiteana, definida convenientemente, cujas normas representam as potências totais sobre o contorno escolhido. Apresenta-se apenas a idéia básica do método, acompanhada de alguns dados numéricos obtidos até agora. Acredita-se que o algoritmo possa ser adaptado a outros problemas do tipo minimax (ou maxmin) relativos às coordenadas de um vetor complexo que é imagem de outro vetor, via transformação linear, sendo este último restrito à esfera unitária.

É de grande interesse o problema da síntese da iluminação produzida por uma antena de feixe moldado, formada tipicamente por um refletor alimentado por vários excitadores. Aborda-se aqui um caso particular, que consiste na maximização da intensidade de campo mínima sobre determinada superfície iluminada, com potência de entrada fixa nos alimentadores e desprezando-se o acoplamento entre eles. O que se deseja determinar são as correntes de alimentação, em módulo e fase. Problemas deste tipo são clássicos em teoria das redes de antenas (1, 2), e, normalmente, o parâmetro a ser maximizado é a potência global na área iluminada, ou então, é minimizado um certo erro quadrático, definido, em cada caso, de maneira conveniente. Considera-se mais realista, principalmente no caso da iluminação produzida por um satélite de telecomunicações, a caracterização do problema, aqui definida, do tipo minimax. Por outro lado, os critérios de tipo quadrático prestam-se a soluções analíticas exatas, o que normalmente não ocorre com os critérios de tipo minimax. Por limitações de espaço, dá-se aqui apenas uma descrição sucinta do algoritmo, o qual será exposto detalhadamente em outro trabalho (4).

Seja $\underline{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T$ um vetor coluna de n números complexos, que representa as correntes nos n alimentadores, normalizadas de tal modo que a potência total de alimentação seja:

$$P_a = \underline{x}^* \underline{x} = \sum_{i=1}^{n} |x_i|^2 .$$

Seja também $\underline{u} = (u_1, u_2, \ldots, u_m)^T$ o vetor que representa as intensidades de campo nos m pontos do contorno, ou área, considerado. A análise da antena fornece as $n \times m$ intensidades de campo produzidas pelos n alimentadores nos m pontos, de tal forma que fica assim definida a matriz A, $m \times n$, tal que $\underline{u} = A\underline{x}$. O problema consiste na determinação do vetor $\underline{x}$, com $\underline{x}^* \underline{x} = \|\underline{x}\| = 1$, que maximiza a quantidade $\min_i \{|u_i(\underline{x})|\}$.

A potência total de iluminação é dada pela forma hermiteana:

$$P_i = \underline{u}^* \underline{u} = \sum_{i=1}^{m} |u_i|^2 = \underline{x}^* A^* A \underline{x} ,$$

sendo possível definir um *rendimento de potência* sob a forma:

$$E = \frac{P_i}{P_a} = \frac{\|\underline{u}\|}{\|\underline{x}\|} = \frac{\underline{x}^* A^* A \underline{x}}{\underline{x}^* \underline{x}} = E(\underline{x}) .$$

Um teorema clássico da álgebra linear (3) caracteriza os vetores extremantes de $E(\underline{x})$, da seguinte forma: Sejam $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ os autovalores da matriz hermiteana $A^* A$ (todos reais e não-negativos), ordenados em ordem decrescente, e $\hat{\underline{x}}_1, \hat{\underline{x}}_2, \ldots, \hat{\underline{x}}_n$ seus autovetores correspondentes (ortogonais entre si e normalizados). Tem-se então:

$$E(\hat{\underline{x}}_1) = \lambda_1 = \max\{E(\underline{x})\}, \ \underline{x} \text{ arbitrário},$$

$$E(\hat{\underline{x}}_2) = \lambda_2 = \max\{E(\underline{x})\}, \ \underline{x} \perp \hat{\underline{x}}_1 ,$$

$$\vdots$$

$$E(\hat{\underline{x}}_k) = \lambda_k = \max\{E(\underline{x})\}, \ \underline{x} \perp \{\hat{\underline{x}}_1, \hat{\underline{x}}_2, \ldots, \hat{\underline{x}}_{k-1}\} ,$$

$$\vdots$$

$$E(\hat{\underline{x}}_n) = \lambda_n = \min\{E(\underline{x})\}, \ \underline{x} \text{ arbitrário}.$$

Seja agora $\hat{\underline{u}}_i$ a iluminação produzida pela alimentação $\hat{\underline{x}}_i$, $\hat{\underline{u}}_i = A\hat{\underline{x}}_i$, $i = 1 \to n$. Como $\hat{\underline{x}}_i^* \hat{\underline{x}}_i = \delta_{ij}$, resulta em:

$$\hat{\underline{u}}_i^* \hat{\underline{u}}_j = \hat{\underline{x}}_i^* A^* A \hat{\underline{x}}_j = \hat{\underline{x}}_i^* \lambda_j \hat{\underline{x}}_j = \lambda_i \delta_{ij} , \qquad i,j = 1 \to n$$

o que significa que os vetores $\hat{\underline{u}}_i$ são ortogonais e suas potências da das pelos autovalores λ_i. Sendo $\underline{x} = a_1 \hat{\underline{x}}_1 + a_2 \hat{\underline{x}}_2 + \ldots + a_n \hat{\underline{x}}_n$ o vetor alimentação genérico, representado na base $\{\hat{\underline{x}}_1, \hat{\underline{x}}_2, \ldots, \hat{\underline{x}}_n\}$, a iluminação correspondente é dada por:

$$\underline{u} = a_1 \hat{\underline{u}}_1 + a_2 \hat{\underline{u}}_2 + \ldots + a_n \hat{\underline{u}}_n .$$

O vínculo $\| \underline{x} \| = 1$ traduz-se em:

$$\sum_{i=1}^{n} |a_i|^2 = 1 .$$

Sendo pois $\underline{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_n)^T$, com $\| \underline{a} \| = a$, as propriedades extremantes citadas anteriormente convertem-se nas seguintes:

$$\lambda_1 = \max\{E\}, \quad \underline{a} \text{ arbitrário},$$

$$\lambda_2 = \max\{E\}, \quad \underline{a} = (0, a_2, \ldots, a_n)^T,$$

$$\vdots$$

$$\lambda_k = \max\{E\}, \quad \underline{a} = (0, \ldots, a_k, \ldots, a_n)^T,$$

$$\vdots$$

$$\lambda_n = \min\{E\}, \quad \underline{a} \text{ arbitrário}.$$

Seja agora $\hat{\underline{a}}_i = (0, \ldots, 0, 1, 0, \ldots, 0)^T$, $i = 1 \to n$, com a unidade na posição i. Pode-se então enunciar a idéia central deste trabalho, como a busca da solução minimax:

a) sobre a esfera unitária no espaço complexo dos vetores $\underline{a}$, com base natural real $\{\hat{\underline{a}}_1, \hat{\underline{a}}_2, \ldots, \hat{\underline{a}}_n\}$;

b) com ponto inicial $\underline{a}^{(1)} = \hat{\underline{a}}_1 = (1, 0, \ldots, 0)$;

c) resolvendo o problema minimax no subespaço bidimensional $\{\underline{a}^{(1)}, \hat{\underline{a}}_2\}$ com solução $\underline{a}^{(2)}$;

d) resolvendo o mesmo problema de forma iterativa cíclica, nos subespaços bidimensionais $\{\underline{a}^{(k)}, \hat{a}_{k+1}\}$, com solução $a^{(k+1)}$ e com $\hat{\underline{a}}_k = \hat{\underline{a}}_{k-n}$, para $k > n$.

O problema minimax num subespaço bidimensional pode ser descrito tomando $n = 2$, o que acarreta $A = [\underline{a}_1, \underline{a}_2]$, $\underline{x} = (x_1, x_2)^T$, com $|x_1|^2 + |x_2|^2 = 1$, e $\underline{u} = x_1 \underline{a}_1 + x_2 \underline{a}_2$. Sua solução envolve apenas geometria analítica no plano e programação unidimensional, e não apresenta dificuldades intrínsecas. Além disso, uma solução global e exata é obtida. Não se pretende dizer que estas propriedades, bastante desejáveis, estendam-se ao algoritmo proposto como um todo. Todavia, os resultados numéricos obtidos até agora mostraram que, em alguns casos, um ponto próximo à solução global - determinada por outros algoritmos, bastante exaustivos - pode ser obtido em apenas n iterações, de forma extremamente rápida. Num caso típico, com $m = 12$ e $n = 6$, obtiveram-se os resultados da tabela a seguir.

k	$\lvert u_i \rvert$ MÍNIMO	$\lvert u_i \rvert$ MÉDIO	$\lvert \hat{u}_{ki} \rvert$ MÉDIO	$\lvert a_k^{(6)} \rvert^2$ x100
1	8,28	27,11	27,11	68,95
2	19,98	26,57	24,15	16,14
3	20,17	26,51	21,56	1,27
4	22,02	25,27	12,98	11,74
5	22,07	25,22	11,47	0,50
6	22,44	25,05	3,61	1,39

O algoritmo deixou de fornecer algum melhoramento nos passos seguintes. Note-se na segunda coluna da tabela o aumento rápido de $\min\{|u_i|\}$, e, na terceira coluna, o correspondente decréscimo da intensidade média de iluminação. Na quarta coluna constam as intensidades médias, decrescentes, correspondentes aos seis *modos de alimentação* $\hat{x}_1, \ldots, \hat{x}_6$, e, na última, as porcentagens da potência de alimentação atribuída, na solução final, a cada um dos 6 modos. Note-se que três modos absorvem 96,8% da potência total.

Espera-se que esse algoritmo possa ser estendido a situações mais complexas, p. ex. incluindo o controle dos lobos laterais, ou seja, a minimização da iluminação numa segunda área. Outra extensão a ser considerada é sua adaptação à obtenção de:

$$\min_{\underline{x}}(\max_i\{|u_i|\}),$$

o que, no caso de ser $\underline{u}$ um vetor de erro, forneceria a minimização do erro no sentido de Tchebichev.

AGRADECIMENTO

Ao Dr. C.E. Santana, por ter sugerido o tema e acompanhado este com valiosas discussões.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. POPOVIC, B.D. Synthesis of antennas by numerical optimization. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ANTENNAS AND PROPAGATION, 3., norwich, UK, 12-15 Abr. 1983. London, IEE, 1983, p. 331-340.
2. C.A. Klein. Design of shaped-beam antennas through minimax gain optimization. *IEEE Trans. Antennas Propagation*, AP-32, (9) 963-968, Sep. 1984.
3. F.R. Gantmacher. *[Teoriya matrits]: The theory of matrices*, New York, NY, Chelsea, 1956. 2v.
4. INPE, Relatório interno, em preparação.