



AUTORES / AUTHORS

PALAVRAS CHAVES / KEY WORDS
 MANOBRAS ESPACIAIS PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR
 CONTROLE ÓTIMO APROXIMAÇÃO ESTOCÁSTICA
 OTIMIZAÇÃO

AUTORIZADA POR / AUTHORIZED BY
Ralf Gielow
 Ralf Gielow
 Pres. Cons. de Pós-Grad.

AUTOR RESPONSÁVEL / RESPONSIBLE AUTHOR
Antonio F. B. A. Prado
 Antonio F. B. A. Prado

DISTRIBUIÇÃO / DISTRIBUTION

INTERNA / INTERNAL
 EXTERNA / EXTERNAL
 RESTRITA / RESTRICTED

REVISADA POR / REVISED BY
Atair Rios Neto
 Atair Rios Neto

CDU/UDC
 521.31-325

DATA / DATE
 Outubro 1989

TÍTULO / TITLE	PUBLICAÇÃO Nº / PUBLICATION NO INPE-5003-TDL/397
	ANÁLISE, SELEÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO DE PROCEDIMENTOS QUE VISEM MANOBRAS ÓTIMAS DE SATÉLITES ARTIFICIAIS
AUTORES / AUTHORSHIP	Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado

ORIGEM / ORIGIN
 PG/DEM

PROJETO / PROJECT
 CEA/MO

Nº DE PAG. / NO OF PAGES
 246

ULTIMA PAG. / LAST PAGE
 220

VERSÃO / VERSION

Nº DE MAPAS / NO OF MAPS

RESUMO - NOTAS / ABSTRACT - NOTES

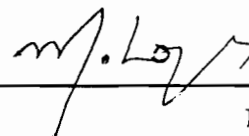
Neste trabalho o problema da transferência de órbita de um veículo espacial é considerado em termos de seleção, implementação e testes numéricos de métodos de otimização. Depois de uma pesquisa bibliográfica e análise dos resultados disponíveis, foram selecionados dois esquemas de solução do problema, que foram considerados satisfatórios. Em um desses esquemas o problema de controle ótimo associado é tratado numericamente através de um método de busca direta, junto com uma parametrização subótima do controle. No outro esquema é usado um método híbrido, onde a determinação dos valores iniciais dos multiplicadores de Lagrange, necessários à solução das equações dadas pelo Princípio de Máximo, é transformada num problema de busca direta. Em ambos os casos, a solução numérica do problema em cada iteração é reduzida a um problema de programação não linear, que é resolvido pelo método da projeção do gradiente. Com os resultados obtidos foi possível sugerir uma nova versão do método, onde é possível se levar em conta os erros na satisfação dos vínculos.

OBSERVAÇÕES / REMARKS

Dissertação de Mestrado em Ciência Espacial/Mecânica Orbital, aprovada em 06 de outubro de 1989.

Aprovada pela Banca Examinadora
em cumprimento a requisito exigido
para a obtenção do Título de Mestre
em Ciência Espacial

Dr. Marcelo Lopes Oliveira e Souza



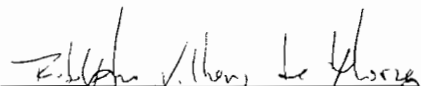
Presidente

Dr. Atair Rios Neto



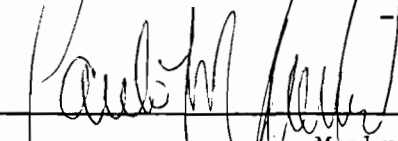
Orientador

Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes



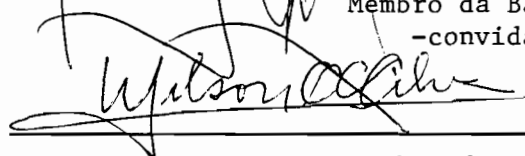
Membro da Banca
-convidado-

Dr. Paulo Tadeu de Mello Lourenção



Membro da Banca
-convidado-

Dr. Wilson Custódio Canesin da Silva



Membro da Banca

Candidato: Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado

São José dos Campos, 06 de outubro de 1989

No mundo real, onde tudo se encadeia e se condiciona, condenar e afastar algo em imaginação seria afastar tudo e tudo condenar.

(Nietzsche)

Como os sonhos são todos diferentes e se diversificam, o que se vê neles afeta-nos bem menos do que o que se vê em vigília, por causa da continuidade, que não é, contudo, tão contínua e igual que não mude também, mas menos bruscamente, se não raramente, como quando se vigia; e então se diz: "Parece-me que sonho", pois a vida é um sonho um pouco menos inconstante.

(Pensamentos, Pascal, 1670)

O homem superior distingue-se do homem inferior pela intrepidez e desafio à infelicidade

(Nietzsche)

O sabor da nossa vitória não está em nós, mas sim na alegria das pessoas diante dela. É por isso que a vitória quando anexada com a solidão, torna-se amarga.

(anônimo)

Num determinado momento do tempo, de um determinado espaço do Universo, voou um pássaro. Voou até o finito de cada homem e até o infinito de cada alma. Voou, voa e sempre voará...! Voará sempre, pois a sensibilidade de um homem em relação aos outros homens sempre existirá! Voar, eis o sopro de vida...

(anônimo)

De um sonho à outro,
dedico este pequeno, que agora realizo,
aos que jamais serão realizados.
Dedico também às derrotas sofridas,
quer pela falta de talento, maturidade
ou coragem;
derrotas que nos amargam o dia-a-dia,
mas que nos ensinam que vencer é para
quem sonha, procura, luta contra o estabelecido
e sabe identificar uma vitória, por mais
inacreditável que pareça.

AGRADECIMENTOS

Ao Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE) que possibilitou a realização deste trabalho, através da Divisão de Mecânica Orbital do Departamento de Engenharia Mecânica.

Aos membros da Banca Examinadora pelas importantes sugestões apresentadas nas apresentações preliminar e final deste trabalho.

Ao Dr. Atair Rios Neto pela orientação, estímulo e exemplo de dedicação profissional e caráter, sem o qual esse trabalho não teria sido possível.

À todas as pessoas envolvidas na luta constante pela manutenção do curso de Ciência Espacial/Mecânica Orbital e, em particular, ao Dr. Marcelo Lopes de Oliveira e Souza, sem o qual estaríamos plantando arroz.

Ao Dr. Kondapalli Rama Rao pela instalação das valiosas rotinas de integração numérica.

Ao mestre Valdemir Carrara pelo desenvolvimento e instalação das rotinas gráficas.

À minha esposa Ivanir Liberatti de Almeida Prado e ao meu filho Guilherme Liberatti de Almeida Prado pelas indispensáveis horas que me cederam para a realização deste trabalho.

Aos meus pais, pelo constante auxílio na minha formação acadêmica e profissional.

Aos amigos, colegas e professores, de hoje e de ontem, pela formação acadêmica que venho recebendo desde os sete anos de idade.

ABSTRACT

In this work the problem of spacecraft orbit transfer with minimum fuel consumption is considered, in terms of selecting, implementing and testing numerical optimal solutions. After a search in the literature and analysis of results available, one selects two schemes of solution to the problem which are considered to be satisfactory. In one of these schemes the associated optimal control problem is numerically treated by using a direct search approach together with suboptimal parameterized control. In the other, a hybrid approach is used where the determination of the initial value of Lagrange multipliers, to solve the equations given by the Maximum Principle, is transformed in a direct search problem. In both cases, the numerical solution of the problem in each iteration is reduced to one of nonlinear programming, which is then solved with a projection of the gradient method. With the results obtained, it was possible to suggest a new version to allow to consider errors in constraints satisfaction.

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
LISTA DE FIGURAS	xiii
LISTA DE TABELAS.....	xvii
LISTA DE SÍMBOLOS.....	xix
<u>CAPÍTULO 1 - APRESENTAÇÃO.....</u>	<u>1</u>
1.1 - Generalidades.....	1
1.2 - Motivação do trabalho.....	2
1.3 - Organização do trabalho.....	4
<u>CAPÍTULO 2 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</u>	<u>7</u>
2.1 - Definição conceitual do problema.....	7
2.2 - Definição matemática do problema.....	8
2.3 - Revisão bibliográfica.....	9
<u>CAPÍTULO 3 - UMA ANÁLISE DO PROBLEMA E SUAS ALTERNATIVAS.....</u>	<u>13</u>
3.1 - Tipos de manobras.....	13
3.2 - Sistemas de propulsão.....	16
3.3 - Estratégias e/ou modo de atuação dos propulsores.....	21
3.4 - Hipóteses e simplificações da modelagem.....	22
3.5 - Abordagens para otimização.....	22
<u>CAPÍTULO 4 - ESTUDO DETALHADO DAS SOLUÇÕES USUAIS.....</u>	<u>27</u>
4.1 - Métodos diretos.....	27
4.1.1 - A transferência de Hohmann.....	27
4.1.2 - A transferência de Hoelker e Silber (bi-elíptica e tri-impulsiva).....	32
4.1.3 - A transferência bi-parabólica.....	33
4.1.4 - Ângulos de aplicação de empuxo lineares.....	35
4.2 - Métodos indiretos.....	41
4.2.1 - Método de Weisel.....	41
4.2.2 - A teoria do "Primer Vector".....	43
4.2.2.1 - O caso impulsivo.....	47
4.3 - Método híbrido.....	48
4.3.1 - Transformação "adjoint-control".....	53
4.3.2 - Extensões.....	54
4.4 - Desvantagens.....	56

<u>CAPÍTULO 5 - SELEÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO DOS MÉTODOS.....</u>	59
5.1 - Seleção.....	59
5.2 - Algoritmos.....	61
5.2.1 - Método direto.....	61
5.2.2 - Método híbrido.....	64
<u>CAPÍTULO 6 - RESULTADOS.....</u>	67
6.1 - Relação dos dados de entrada e saída.....	67
6.1.1 - Dados de entrada.....	67
6.1.2 - Dados de saída.....	72
6.2 - Exemplos para validação.....	74
6.2.1 - Método direto.....	74
6.2.2 - Método híbrido.....	97
6.3 - As Manobras do satélite de sensoriamento remoto da MECB...	119
6.3.1 - Transferência inicial.....	119
6.3.1.1 - Método sub-ótimo com parametrização linear no controle	121
6.3.1.2 - Método sub-ótimo com parametrização constante no controle.....	136
6.3.1.3 - Método sub-ótimo com parametrização constante no controle e ângulo de "Pitch" dado a priori.....	149
6.3.1.4 - Método ótimo.....	160
6.3.2 - Correções de órbitas.....	185
6.3.2.1 - Método sub-ótimo com parametrização linear no controle	186
<u>CAPÍTULO 7 - UMA PROPOSTA DE ABORDAGEM ESTOCÁSTICA PARA O PROBLEMA DE MANOBRAS ÓTIMAS.....</u>	191
7.1 - Definição do problema.....	191
7.2 - Abordagem para a solução do problema.....	191
7.3 - Exemplo de utilização do método proposto.....	194
<u>CAPÍTULO 8 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....</u>	205
8.1 - Conclusões.....	205
8.2 - Sugestões para extensões desse trabalho.....	209
<u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</u>	211

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 - Transferência do veículo VE de VE_0 para VE_f	7
2.2 - Definição do "Range Angle" e dos ângulos de "pitch" e "Yaw".....	10
3.1 - Tipos de manobras.....	15
3.2 - Domínio de operação instantânea de um sistema de propulsão geral.....	16
3.3 - Classificação dos sistemas de propulsão segundo sua velocidade de ejeção de gases e potência.....	19
3.4 - Domínio de operação do satélite de sensoriamento remoto da MECB.....	20
3.5 - Esquema do procedimento indireto.....	24
4.1 - Transferência de Hohmann.....	29
4.2 - Transferência bi-elíptica.....	33
4.3 - Transferência bi-parabólica.....	34
4.4 - Típica lei de controle para o sistema CEV.....	45
4.5 - Típica lei de controle para o sistema IFT.....	48
6.1 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o exemplo 7.....	100
6.2 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o exemplo 8.....	104
6.3 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o primeiro arco com propulsão do exemplo 9.....	108
6.4 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o segundo arco com propulsão do exemplo 9.....	109
6.5 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o exemplo 10.....	113
6.6 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o exemplo 11.....	117

6.7 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o primeiro arco com propulsão da manobra 10 (2 arcos com propulsão).....	162
6.8 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o segundo arco com propulsão da manobra 10 (2 arcos com propulsão).....	163
6.9 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o primeiro arco com propulsão da manobra 11 (4 arcos com propulsão).....	167
6.10 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o segundo arco com propulsão da manobra 11 (4 arcos com propulsão).....	168
6.11 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o terceiro arco com propulsão da manobra 11 (4 arcos com propulsão).....	169
6.12 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o quarto arco com propulsão da manobra 11 (4 arcos com propulsão).....	170
6.13 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o primeiro arco com propulsão da manobra 12 (8 arcos com propulsão).....	175
6.14 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o segundo arco com propulsão da manobra 12 (8 arcos com propulsão).....	176
6.15 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o terceiro arco com propulsão da manobra 12 (8 arcos com propulsão).....	177
6.16 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o quarto arco com propulsão da manobra 12 (8 arcos com propulsão).....	178
6.17 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o quinto arco com propulsão da manobra 12 (8 arcos com propulsão).....	179

6.18 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o sexto arco com propulsão da manobra 12 (8 arcos com propulsão).....	180
6.19 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o sétimo arco com propulsão da manobra 12 (8 arcos com propulsão).....	181
6.20 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o oitavo arco com propulsão da manobra 12 (8 arcos com propulsão).....	182
7.1 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o primeiro arco com propulsão.....	196
7.2 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o segundo arco com propulsão.....	197
7.3 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o terceiro arco com propulsão.....	198
7.4 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o quarto arco com propulsão.....	199
7.5 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o quinto arco com propulsão.....	200
7.6 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o sexto arco com propulsão.....	201
7.7 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o sétimo arco com propulsão.....	202
7.8 - Ângulos de controle ("Pitch" e "Yaw") em função do "Range Angle" para o oitavo arco com propulsão.....	203

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
6.1 - Dados de saída do exemplo 1.....	78
6.2 - Dados de saída do exemplo 2.....	81
6.3 - Dados de saída da segunda solução do exemplo 2.....	82
6.4 - Dados de saída do exemplo 3.....	85
6.5 - Dados de saída do exemplo 4.....	88
6.6 - Dados de saída do exemplo 5.....	91
6.7 - Dados de saída do exemplo 6.....	95
6.8 - Dados de saída do exemplo 7.....	101
6.9 - Dados de saída do exemplo 8.....	105
6.10 - Dados de saída do exemplo 9.....	110
6.11 - Dados de saída do exemplo 10.....	114
6.12 - Dados de saída do exemplo 11.....	118
6.13 - Dados de saída da manobra M1.....	124
6.14 - Dados de saída da manobra M2.....	128
6.15 - Dados de saída da manobra M3.....	133
6.16 - Dados de saída da manobra M4.....	138
6.17 - Dados de saída da manobra M5.....	141
6.18 - Dados de saída da manobra M6.....	146
6.19 - Dados de saída da manobra M8.....	153
6.20 - Dados de saída da manobra M9.....	158
6.21 - Dados de saída da manobra M10.....	164
6.22 - Dados de saída da manobra M11.....	171
6.23 - Dados de saída da manobra M12.....	183
6.24 - Resumo dos principais resultados obtidos nas diferentes simulações das manobras orbitais do primeiro satélite brasileiro de sensoriamento remoto.....	184
6.25 - Dados de saída da manobra M13.....	188
6.26 - Dados de saída da manobra M14.....	190
7.1 - Dados de saída da manobra	204

LISTA DE SÍMBOLOS

a	- Semi-eixo maior da órbita
A	- Ângulo de "pitch"
A_0	- Constante (valor inicial do ângulo de "pitch")
A'	- Constante (valor inicial da taxa de variação do ângulo de "pitch")
AI	- Ângulo entre a direção de empuxo e uma linha de referência fixa em um referencial inercial
B	- Ângulo de "yaw"
B_0	- Constante (valor inicial do ângulo de "yaw")
B'	- Constante (valor inicial da taxa de variação do ângulo de "yaw")
B	- Ângulo de "yaw" definido pela equação 4.38
c	- Velocidade característica
$C1$	- Constante
$C2$	- Constante
$C3$	- Constante
CV	- Matriz de covariâncias definida pela equação 7.10
CB	- Matriz de covariâncias dos erros da direção de busca do mínimo da função objetivo
\underline{d}	- Direção de busca de mínimo
\underline{D}	- Direção de aplicação do empuxo
e	- Excentricidade
$E1$	- Integral elíptica completa de segunda espécie
$E[.]$	- Valor esperado do argumento
Er_i	- i -ésimo elemento da matriz $E[\delta\delta^T]$
\underline{ET}	- Vetor de erros permitidos aos vínculos, na abordagem estocástica
$E1$	- Tolerância para zero numérico
\underline{f}	- Lado direito das equações de movimento
\underline{F}	- Força de empuxo
$\underline{f1}$	- Equações de vínculos de igualdade
$\underline{f2}$	- Equações de vínculos de desigualdade
$\underline{f3}$	- Equações de vínculos ativos

F_1	- Componente da força de empuxo
F_2	- Componente da força de empuxo
F_3	- Componente da força de empuxo
\underline{g}	- Aceleração da gravidade
g	- Módulo da aceleração da gravidade na superfície terrestre (9.80665 m/s ²)
\underline{G}	- Gradiente gravitacional
G_a	- Função auxiliar definida pela equação 4.7a
H	- Hamiltoniana do sistema
i	- Inclinação da órbita
\underline{I}	- Matriz de unitária
I_{sp}	- Impulso específico
J	- Função objetivo do problema de Controle Ótimo
J	- Estimativa de combustível necessário a manobra
\underline{J}_1	- Matriz auxiliar definida na página 55
K	- Integral Elíptica completa de primeira espécie
\underline{KL}	- Matriz de Kalman
l	- Parâmetro real definido pela equação 7.4
m	- Massa do veículo
\underline{M}_1	- Função auxiliar definida pela equação 7.6
N	- Constante inteira
NI	- Ângulo entre o empuxo e o plano orbital
o	- Variável real
O	- Órbita
\underline{p}	- Multiplicador de Lagrange
\underline{p}_v	- Multiplicador de Lagrange associado a velocidade
\underline{p}_r	- Multiplicador de Lagrange associado a posição
\underline{p}_c	- Multiplicador de Lagrange associado a velocidade característica
\underline{p}_{inc}	- Multiplicador de Lagrange associado a inclinação
\underline{P}	- Matriz de coeficientes
PT	- Potência
PB	- Módulo do passo de busca
P_1, P_2	- Pontos do domínio de operação do satélite da MECB
q	- Negativo da vazão mássica ($-\dot{m}$)

q_1	- Função auxiliar definida pelas equações 4.32
q_2	- Função auxiliar definida pelas equações 4.32
q_3	- Função auxiliar definida pelas equações 4.32
$Q1$	- Matriz de coeficientes da equação 4.40
$Q2$	- Matriz de coeficientes da equação 4.40
\underline{r}	- Vetor posição do veículo
r_i	- Distância do veículo ao foco no instante do impulso intermediário na transferência bi-elíptica
R	- Função auxiliar definida na página 40
RC	- Razão de Contração
\underline{RE}	- Matriz de covariâncias dos erros dos valores estimados de \underline{X}
s	- Range Angle
\underline{S}	- Equações de vínculos nos Elementos Keplerianos da órbita final
Si	- Função auxiliar, definida pela equação 4.76
S', S''	- Funções auxiliares definidas pelas equações 4.32
t	- Tempo
T	- Período Orbital
\underline{u}	- Controle aplicado ao satélite
\underline{u}	- Desvio em relação ao controle nominal
$u1$	- Função auxiliar definida pela equação 4.17
U	- Função auxiliar definida pela equação
U	- Conjunto domínio do controle
\underline{v}	- Vetor velocidade do veículo
V	- Módulo da velocidade do veículo
VE	- Veículo
\underline{VT}	- Vetor auxiliar definido na página 60
\underline{X}	- Estado
\underline{x}	- Desvio em relação ao estado ideal
$\underline{X1}$	- Função auxiliar definida pela equação 7.5
$\underline{X2}$	- Variação de \underline{X}
\underline{Y}	- Vetor auxiliar definido pela equação 7.6
W	- Módulo da velocidade de ejeção de gases
$\underline{W1}$	- Vetor auxiliar definido na página 60
Z	- Função auxiliar definida na página 40

α	- Parâmetro real definido pela equação 7.2
$\underline{\Gamma}$	- Aceleração devido ao empuxo (\underline{F}/m)
$\underline{\delta}$	- Vetor de erros nos vínculos ativos
$\underline{\delta}_i$	- Vetor de erros nos vínculos de igualdade
$\underline{\delta}_d$	- Vetor de erros nos vínculos de desigualdade
Δ	- Variação de uma variável
ζ	- Função auxiliar definida na página 40
$\underline{\eta}$	- Vetor que simula os erros na direção de busca do mínimo da função objetivo
$\underline{\lambda}$	- Multiplicador de Lagrange associado aos vínculos
μ	- Constante gravitacional da Terra
ν	- Anomalia verdadeira
π	- Valor de pi (3.1415926)
τ	- Variável real
ϕ	- $\nu + \omega - s$
Φ	- Matriz de transição
ω	- Argumento do perigeu da órbita
Ω	- Argumento do nodo ascendente da órbita

Índices superiores

	- Símbolo sobre a variável, indicando valor estimado
*	- Valor ótimo

Índices inferiores

f	- Valor final
i,j,n	- Índices inteiros
L	- Valor do limite inferior
max	- Valor máximo
0	- Valor inicial
u	- Valor do limite superior

Especias

$\underline{\quad}$	- Grandeza vetorial
$\dot{\quad}$	- Símbolo sobre a variável, indicando derivada em relação ao tempo desta variável
\cdot	- Multiplicação

- * - Produto escalar
- ∇ - Operador gradiente

CAPÍTULO 1

APRESENTAÇÃO

1.1 - GENERALIDADES

Embora em um passado relativamente recente as viagens espaciais fossem apenas teoria, hoje em dia elas fazem parte da realidade.

Isso foi possível graças ao avanço de muitas Áreas da Ciência e da Tecnologia, em particular daquela que diz respeito mais de perto a esse trabalho, a "Guiagem e Controle", que é a disciplina que cuida da modelagem, análise e síntese dos sistemas de controle do movimento do centro de massa de espaçonaves.

Essa disciplina aplicada a missões espaciais é bastante ampla, e lida com muitos problemas diferentes, tratando desde as longas viagens interplanetárias (como as missões "Voyager" e "Pionner") até pequenas correções na órbita de um satélite artificial da Terra, sempre levando em conta as condições de contorno e as restrições de cada caso, e tentando ou não otimizar uma ou mais variáveis relevantes (tempo gasto (e. g. Battin et. al., 1984), combustível dispendido (e. g. Marec, 1979), etc...).

Nesse trabalho específico, essa disciplina será aplicada ao problema da transferência de um veículo espacial entre duas órbitas dadas, considerando-o sob a ação de uma única fonte de atração (sem perturbações) e de forma que o combustível gasto seja o mínimo possível.

Será admitido que:

- i) A atitude necessária ao cumprimento da manobra possa ser atingida através dos sistemas de controle disponíveis no satélite;
- ii) O gasto de combustível para essas manobras de atitude seja desprezível;
- iii) Essas manobras não interfiram com a dinâmica orbital do sistema, caracterizando um total desacoplamento entre controle de atitude e de órbita.

A contribuição aqui pretendida será a nível de:

- i) Análise crítica da bibliografia existente;
- ii) Seleção, implementação, simulação e testes numéricos das soluções consideradas mais promissoras para a solução do problema em questão;
- iii) Proposta de uma nova abordagem, escolhida após a execução das fases i e ii.

1.2 - MOTIVAÇÃO DO TRABALHO

A motivação principal para a realização deste trabalho é o seu frequente emprego, dado que existe um grande número de missões que necessitam de manobras complementares (após o lançamento) a nível de transferência e/ou correções periódicas. Como exemplos temos:

- i) Os satélites lançados pelo "Space Shuttle", que só coloca satélites em órbitas baixas, e daí eles têm que partir para as órbitas nominais mais altas com recursos próprios;

- ii) As grandes estruturas das futuras estações espaciais, que precisam de correções periódicas para não perderem altitude;
- iii) Os satélites heliossíncronos, que, para manterem sua posição relativa ao Sol, precisam manter valores dos elementos keplerianos dentro de estreitos limites. Satélites heliossíncronos são aqueles que possuem velocidade angular do plano orbital ($d\Omega/dt$) igual a uma rotação por ano. Com isso, o plano orbital acompanha o movimento anual do Sol, e a hora local de passagem do satélite sobre um determinado ponto permanece a mesma. Para que isso aconteça é preciso manter um compromisso entre semi-eixo maior ("a", medido em quilômetros), excentricidade ("e") e inclinação ("i"), de tal forma que seja satisfeita a relação (Wertz, 1978):

$$\begin{aligned} d\Omega/dt &= 0,9856 \text{ graus/dia} = \\ &= 20647,4 \cdot a^{-7/2} \cdot (1-e \cdot e)^{-2} \cdot \cos(i). \end{aligned} \quad (1.1)$$

Esse terceiro exemplo é o que diz respeito mais de perto à realidade brasileira, pois o terceiro e o quarto satélites da MECB (Missão Espacial Completa Brasileira, que pretende desenvolver e lançar um conjunto de quatro satélites: os dois primeiros de coleta de dados e os dois últimos de sensoriamento remoto) pertencem a essa categoria.

Esse fato ressalta a importância da otimização, pois quanto mais se puder economizar em combustível na realização de uma manobra, um maior número de manobras poderá ser efetuado e a vida útil do satélite se prolongará, reduzindo o seu custo por unidade de tempo de uso.

1.3 - ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Esse trabalho se encontra dividido nos seguintes oito Capítulos.

Capítulo 1: Como visto, dá uma introdução à origem da Guiagem e Controle como ferramenta da exploração espacial, mostra a motivação deste trabalho e alguns exemplos de aplicação dos métodos nele discutidos.

Capítulo 2: Dá a definição do problema, a nível conceitual e matemático, e apresenta uma revisão bibliográfica, onde são discutidos os aspectos mais relevantes dos principais trabalhos encontrados na literatura.

Capítulo 3: Trata da análise do problema e suas alternativas, descrevendo os tipos de manobras, os tipos de sistema de propulsão, as estratégias e/ou modos de atuação dos propulsores, as hipóteses e simplificações da modelagem e as abordagens para otimização.

Capítulo 4: Analisa e detalha as soluções mais utilizadas.

Capítulo 5: Seleciona e justifica os métodos a serem implementados e trata as soluções escolhidas a nível de algoritmos.

Capítulo 6: Detalha os dados de entrada e saída do software desenvolvido e mostra os resultados obtidos nas diferentes simulações de transferências e correções, tanto nas manobras destinadas à validação do software, como nas necessárias ao primeiro satélite brasileiro de sensoriamento remoto.

Capítulo 7: Apresenta a proposta, implementação e testes numéricos de uma nova abordagem (estocástica) para a

otimização de trajetórias, que oferece a possibilidade de levar em conta imprecisões e/ou flexibilidades na satisfação dos vínculos de igualdade e desigualdade.

Capítulo 8: Apresenta uma crítica ao desempenho de cada método implementado e as conclusões, sugestões e comentários finais.

CAPÍTULO 2

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 - DEFINIÇÃO CONCEITUAL DO PROBLEMA

Conhecido como "o Problema Fundamental da Astronáutica", o problema da transferência ótima consiste em se alterar o estado (posição, velocidade e massa) de um veículo espacial das condições \underline{r}_0 , \underline{v}_0 e m_0 no instante t_0 , para \underline{r}_f , \underline{v}_f e m_f no instante t_f ($t_f > t_0$) com o menor gasto de combustível ($m_0 - m_f$) possível (Fig. 2.1, onde \underline{g} é a aceleração da gravidade e $\underline{\Gamma}$ é a aceleração aplicada pelo controle). A transferência pode ser completamente vinculada (no caso de "rendezvous", como aparece, por exemplo, em Wolfsberger et. al. (1983) e Yablon'ko (1982)) ou parcialmente livre (tempo livre, velocidade final livre, etc). No caso mais geral, deve-se fazer a escolha da direção, sentido e magnitude do empuxo a ser aplicado, assim como da velocidade de ejeção dos gases de combustão, respeitando-se os limites dos equipamentos disponíveis.

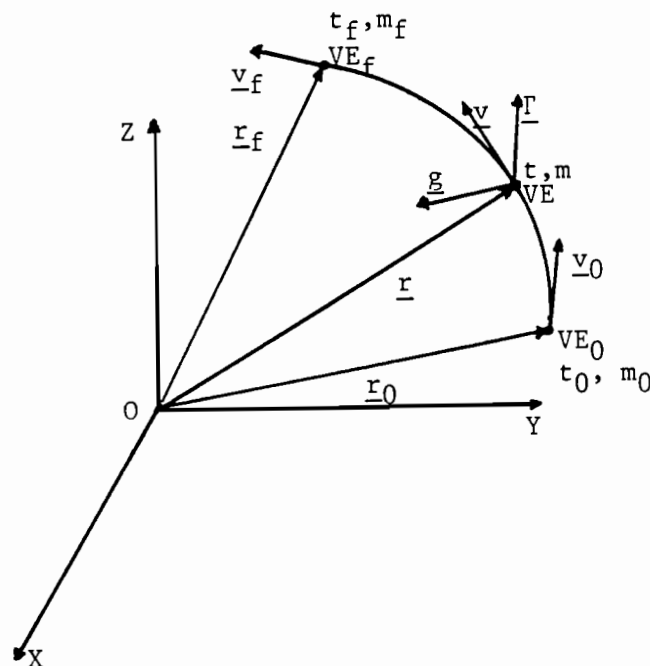


Fig. 2.1 Transferência do veículo VE de VE₀ para VE_f.

2.2 - DEFINIÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA

Embora as primeiras soluções deste problema não utilizassem o ferramental do Controle Ótimo, ainda não disponível à época, a formulação precisa, em termos matemáticos, não pode escapar a esse tipo de abordagem.

Assim, tem-se a seguinte formulação:

Minimizar globalmente: $-m_f$

Com relação a: $\underline{u}(\cdot)$, pertencente a um domínio U

Sujeito a: Equações dinâmicas do movimento;

Vínculos devidos às órbitas inicial e final;

Outros vínculos desejados (regiões proibidas à propulsão, valores máximos e/ou mínimos das variáveis de controle, etc).

Dados: Todos os parâmetros necessários (gravitacionais, características do satélite, etc).

onde: * m_f é a massa final do satélite, logo minimizar $-m_f$ implica em maximizar m_f e, portanto, minimizar o consumo.

* $\underline{u}(\cdot)$ é o controle procurado.

2.3 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O problema da transferência ótima de um veículo espacial entre dois pontos teve em R. H. Goddard (1919) um de seus primeiros estudiosos, que propôs soluções ótimas aproximadas para o problema de enviar um foguete a grandes altitudes, da forma mais econômica possível, que é um problema intimamente relacionado ao tratado neste trabalho, embora não exatamente o mesmo.

A seguir veio o trabalho de Hohmann (1925), que obteve a solução ótima do problema de transferência de um veículo espacial entre duas órbitas circulares e coplanares em um campo gravitacional Newtoniano (que atua com uma lei do inverso do quadrado da distância). Essa solução ainda é usada até hoje, sob certas circunstâncias, e foi considerada como a solução final do problema até 1959. Extensões desse trabalho para o caso de órbitas elípticas e não coplanares apareceram mais tarde.

Porém, no final da década de 50, Hoelker et al. (1959) mostraram que a solução de Hohmann era a solução ótima apenas para certas relações entre os raios das órbitas inicial e final e que, em outros casos, a transferência bi-elíptica tri-impulsiva era mais econômica, em relação ao consumo de combustível. Outros trabalhos se seguiram nessa mesma linha, como o de Roth (1967) que incluía mudança no plano orbital, mas ainda mantendo as órbitas circulares.

Em todos esses trabalhos era feita a hipótese de propulsão instantânea (força de empuxo ilimitada resultando em um impulso instantâneo) e se fazia necessário o estudo do caso mais geral, o de propulsão finita (empuxo limitado). Dentro dessa linha o trabalho de Tsien (1953) mostrou que um empuxo na direção do movimento é mais eficiente que na sua perpendicular, e o de Lawden (1955) buscou direções ótimas para a aplicação do empuxo (do ponto de vista de máxima transferência de energia por unidade de massa expelida) próximas à direção do movimento.

Ainda nessa linha de busca, foram feitos outros trabalhos. Moskowitz publicou os resultados de dois tipos de aproximação (Moskowitz, 1963), a linear ($\text{tg } AI(t) = C1 + C2.t$, onde $AI(t)$ é o ângulo entre a força de empuxo aplicada e uma linha adotada como referência, $C1$ e $C2$ são constantes e " t " é o tempo) e a bilinear ($\text{tg } AI(t) = (C1 + t) / (C2 + C3.t)$, onde $C1$, $C2$ e $C3$ são constantes), ambas para o caso de pequenas transferências (correções) de órbitas, sem mudança do plano orbital.

Uma outra aproximação linear foi desenvolvida por Biggs (1978) (desta vez $A = A_0 + A'.s$ e $B = B_0 + B'.s$, onde A e B são os ângulos de "pitch" e "yaw" (ver Fig. 2.2), respectivamente, A_0 , A' , B_0 e B' são constantes e " s " é o "range angle", que é o ângulo que o raio vetor do satélite faz com uma linha arbitrária, mas pertencente ao plano da órbita, adotada como referência (ver Fig. 2.2). É importante frisar que existe uma relação entre o tempo e o "range angle", embora não linear, e foi feita a opção por esse último como variável independente nas equações de movimento), só que agora mais geral, tanto para correções como para transferências de órbitas e com mudança de plano. Como essa será uma das soluções implementadas, uma descrição mais detalhada do método por ele empregado será feita no Capítulo 3.

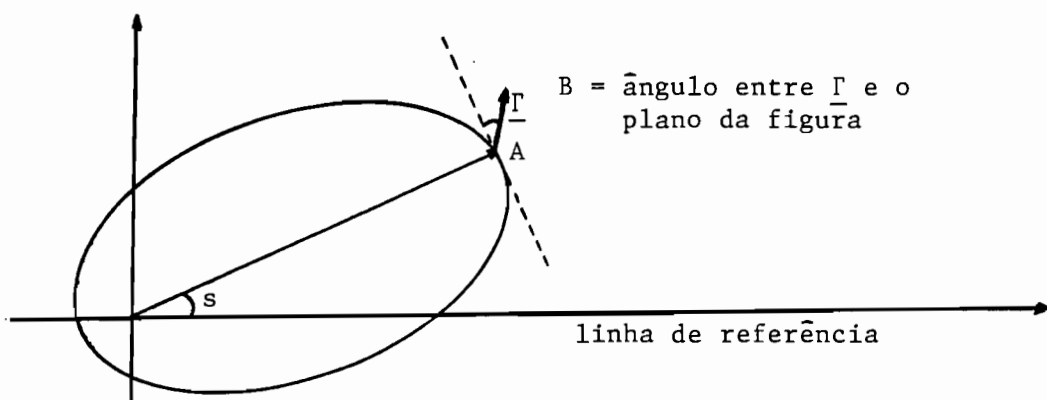


Fig. 2.2 - Definição do "range angle" e dos ângulos de "pitch" e "yaw".

Durante as décadas de 50 e 60 muitos trabalhos surgiram tratando o problema como um problema de Mayer (Bell, 1968), e a obtenção das condições de otimalidade foram feitas por muitos pesquisadores e para diversos casos.

Nessa mesma época, em dois importantes "papers", Lawden (1953 e 1954) introduziu a noção de "primer vector", ou seja, o multiplicador de Lagrange associado ao vetor velocidade, que desempenha importante papel nas teorias modernas de trajetórias ótimas, como será visto nos Capítulos futuros.

Essa abordagem tem sido muito explorada atualmente, e é empregada tanto na sua forma original, como nas formas aproximadas (para o caso impulsivo e/ou entre órbitas próximas - usando linearizações em torno de uma órbita intermediária). Exemplos desse tipo de abordagem (linearizações) podem ser encontrados em Carter (1984) e McCue (1967).

A aproximação impulsiva é de longe a mais explorada na literatura, ilustrada (Gobet et al., 1969) por trabalhos como os de Eckel (1962), que encontra a melhor solução bi-impulsiva para o caso de órbitas elípticas não-coplanares, depois generalizada para o caso de N impulsos (porém, com N dado a priori) em Eckel (1963) ou os de Prussing (1970) (dois ou três impulsos), Prussing (1969) (quatro impulsos), Moyer (1965), que estuda o caso de uma transferência entre uma órbita circular e uma elíptica, Pines (1964), que encontra e aplica constantes de movimento ao caso impulsivo e Robbins (1966), que faz um estudo analítico da aproximação impulsiva..

Mais modernamente, quase todos os trabalhos buscam, de alguma forma, obter não só as magnitudes e direções dos impulsos, mas também o seu número, não mais se fazendo essa hipótese "a priori", como é o caso em Lion et al. (1968), Jezewski et al. (1968), Gross et al. (1974), Eckel (1982) e Prussing et al. (1986).

Em Redding et al. (1984) encontra-se uma interessante abordagem sobre o caso de propulsão quase-impulsiva estudada a partir da impulsiva e em Hazelrigg (1984) o teorema de Green foi utilizado para obter a solução ótima para a transferência entre órbitas coplanares e coaxiais sem restrição de tempo ou ângulo.

Uma mistura das duas aproximações (linearização e sistema de propulsão impulsivo) pode ser encontrada em Marec (1968), Ceballos e Ríos-Neto (1981) e Ríos-Neto e Bambace (1981).

Um enfoque diferente, usando considerações de energia, pode ser encontrado em May, 1986.

É com base nesses trabalhos anteriores que este trabalho será desenvolvido.

CAPÍTULO 3

UMA ANÁLISE DO PROBLEMA E SUAS ALTERNATIVAS

Este Capítulo é destinado a fornecer, em maiores detalhes, os aspectos e requisitos básicos deste trabalho. Será dividido em cinco seções, onde serão abordados os tipos de manobras, sistemas de propulsão, estratégias de atuação dos propulsores, hipóteses e simplificações da modelagem e abordagem para otimização.

3.1 - TIPOS DE MANOBRAS

Para a colocação e manutenção em órbita de um satélite artificial, são necessários três tipos básicos de manobras, a saber:

i) Transferência Inicial

Um satélite artificial é geralmente colocado pelo veículo lançador em uma órbita inicial de baixa altitude (Órbita de Estacionamento) e a partir daí o mesmo deve ser elevado a sua órbita final com recursos próprios. A primeira manobra será colocar o satélite numa órbita próxima da nominal, através da alteração de alguns ou de todos os seus elementos orbitais. Essa primeira fase será chamada de "transferência" (Fig. 3.1).

ii) Refinamento Final

Uma vez que o satélite se encontre em uma órbita próxima da nominal, passa-se à fase seguinte da missão, que consiste em aplicar pequenos impulsos até que a órbita nominal seja satisfatoriamente atingida. Aqui são feitas alterações no semi-eixo, excentricidade e, em alguns casos, no plano orbital (Fig. 3.1). Essa segunda fase será denominada de "refinamento final", e ela tem como diferença principal, em

relação a anterior, o fato de as amplitudes das manobras serem muito menores. Vale a pena enfatizar a necessidade dessa etapa para o atendimento das especificações de um satélite de sensoriamento remoto, pois é preciso que a posição relativa entre o Sol, a Terra e o satélite garantam heliossincronismo (para garantir condições de iluminação constantes na região observada). É preciso também levar em conta que, para garantir a repetibilidade (isto é, garantir que o satélite passe pelo mesmo ponto da Terra após um certo número de órbitas), é necessário impor certas restrições aos valores do semi-eixo maior.

iii) Correções Periódicas

Porém, uma vez atingida a órbita nominal, forças e torques perturbadores indesejáveis, como o arrasto atmosférico, a não esfericidade da Terra, as influências gravitacionais de outros corpos (principalmente a Lua e o Sol), a pressão de radiação da luz solar, etc, fazem com que a órbita se desvie lentamente da nominal e, de tempos em tempos, se faz necessária a execução de manobras de correção. Essa terceira fase consiste em leves alterações dos elementos orbitais e durará enquanto houver combustível, após o que a missão estará terminada (Fig. 3.1).

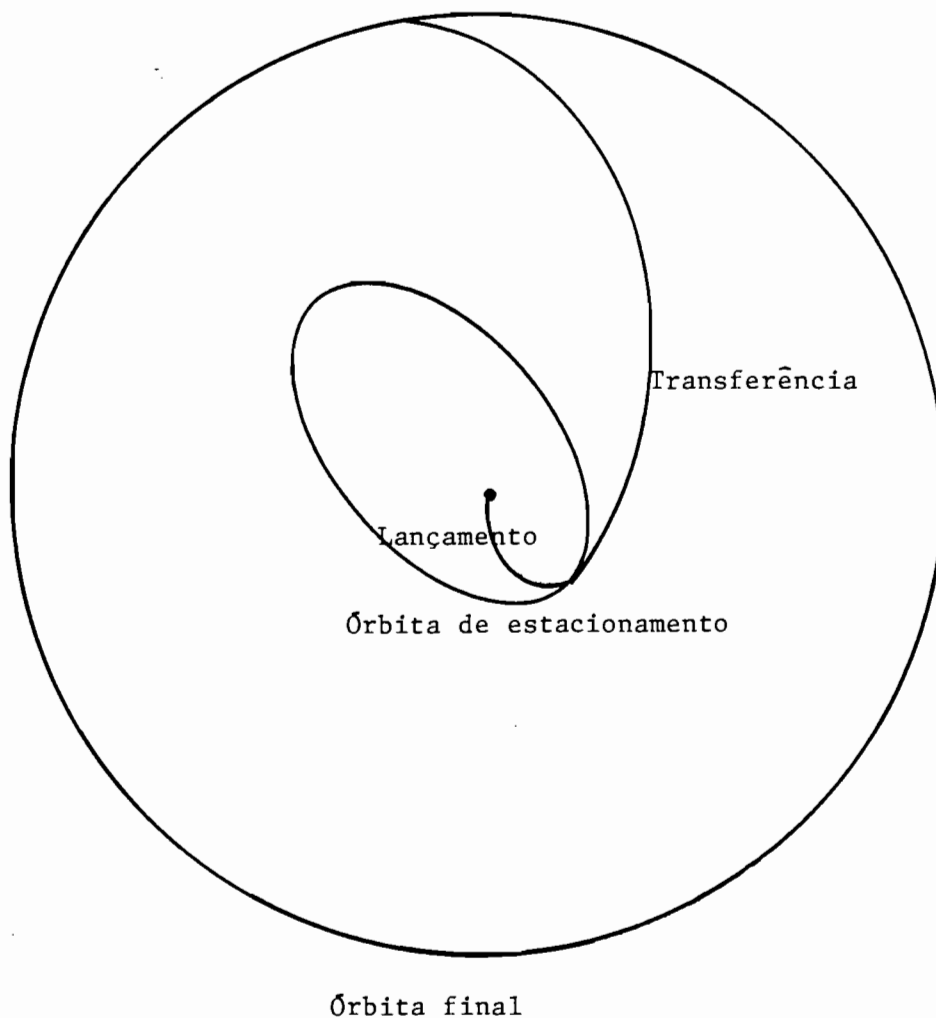


Fig. 3.1 - Tipos de manobras

3.2 - SISTEMAS DE PROPULSÃO

A literatura referente ao assunto consagra dois tipos básicos de sistemas de propulsão, atendo-se apenas ao modelo matemático e não às características de hardware (Marec, 1979).

Para se entender melhor essa divisão é preciso lançar mão de alguns conceitos básicos, colocados a seguir:

a) Domínio de Operação

É a região do plano $F \times q$ (força de empuxo aplicada ao veículo versus $q = -\dot{m}$, com \dot{m} a vazão mássica) onde o sistema de propulsão pode operar (Fig. 3.2).

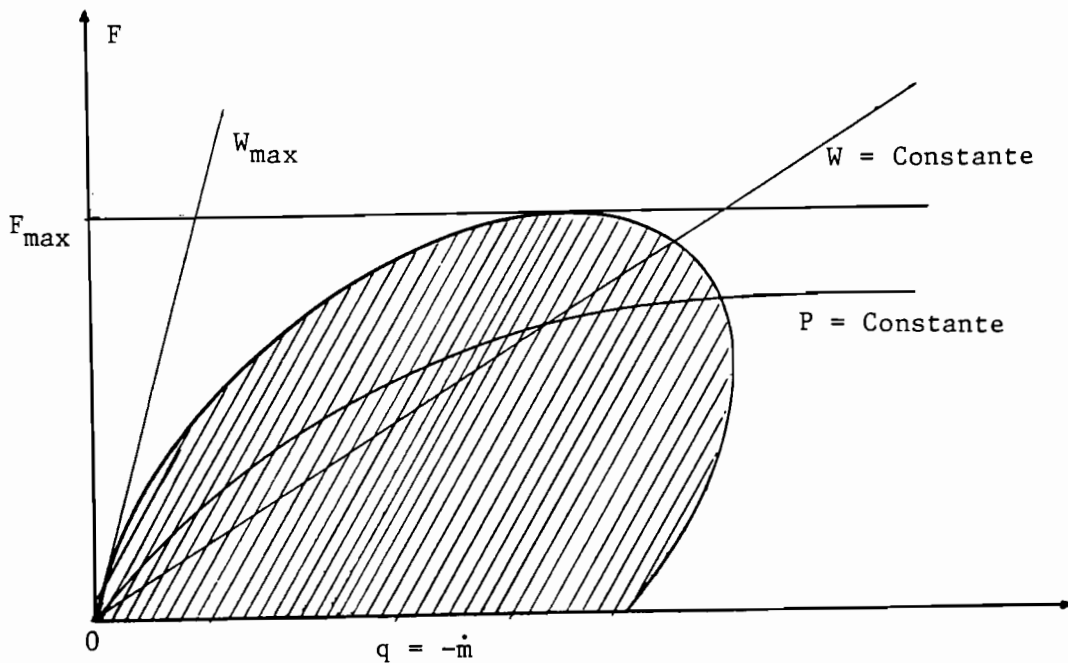


Fig. 3.2 - Domínio de operação instantânea de um sistema de propulsão geral.

Aquí $W=F/q$ é a velocidade de ejeção dos gases e é representada pelas inclinações de retas que passam pela origem, enquanto que $PT = 1/2.(q.W^2)$ é a potência e é representada por arcos de parábolas.

b) Parâmetros de Definição do Sistema

Os parâmetros de definição do sistema são:

- i) O impulso específico máximo ($I_{spmax} = W_{max}/g_0$, com $g_0 = 9,80665 \text{ m/s}^2$ a gravidade na superfície da Terra) e;
- ii) A razão entre a força de empuxo máxima (F_{max}) e o peso do satélite na superfície da Terra ($m.g_0$).

Com o conhecimento desses conceitos básicos pode-se dividir os sistemas de propulsão em dois tipos, quanto a forma do domínio de operação:

- i) Sistemas com velocidade de ejeção constante, daqui por diante chamado de "CEV", do inglês "Constant Ejection Velocity", onde o domínio de operação é uma reta;
- ii) Sistemas a potência limitada, daqui por diante chamado de "LP", do inglês "Limited Power", que são sistemas idealizados de tal forma que o único vínculo seja não ultrapassar uma determinada potência, sem a preocupação com os valores de W_{max} ou q_{max} . O domínio de operação é a região sob a parábola definida por $PT = PT_{max}$.

Além disso, pode-se enquadrar os sistemas de propulsão em três categorias, quanto aos dois parâmetros citados anteriormente (I_{spmax} e $F_{max}/(g_0.m)$):

i) Alto empuxo ("HT", do inglês "High Thrust"):

Aqui $F_{\max}/(g_0 \cdot m)$ varia entre 10 e 100 e $I_{sp\max}$ entre 300 e 1000 s. Como exemplos têm-se os foguetes movidos a propulsão química e nuclear.

ii) Empuxo infinito ("IFT", do inglês "Infinite Thrust"):

Aqui $F_{\max}/(g_0 \cdot m)$ "tende a infinito" e $I_{sp\max}$ varia entre 300 e 1000 s. É uma idealização do sistema anterior, e fornece impulsos instantâneos.

iii) Baixo empuxo ("LT", do inglês "Low Thrust")

Aqui $F_{\max}/(g_0 \cdot m)$ varia entre 10^{-2} e 10^{-4} e $I_{sp\max}$ entre 3000 e 10000 s. Os exemplos são os foguetes movidos a propulsão elétrica ou energia solar.

A Fig. 3.3 mostra um esquema das combinações possíveis (extraído de Marec, 1979).

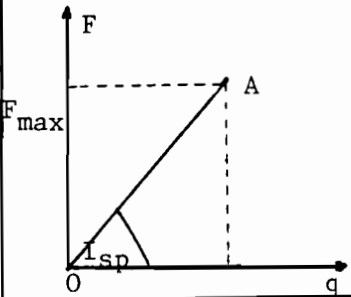
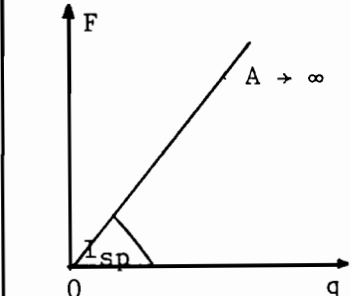
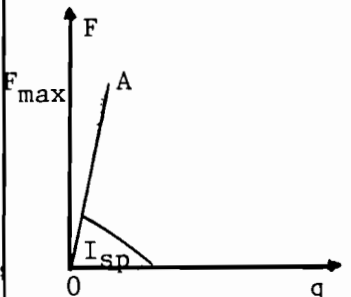
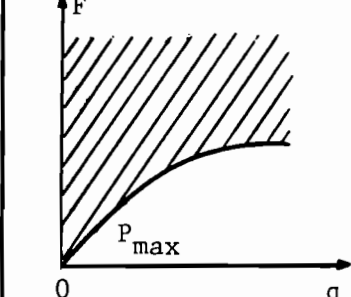
Forma do domínio de operação Nível do empuxo		CEV	LP
		"Constant Ejection Velocity"	"Limited Power"
HT	<u>ALTO EMPUXO</u> $F_{max}/(g_0 \cdot m) = 10 \text{ a } 100$ $I_{sp} = 300 \text{ a } 1000 \text{ s}$ Ex.: "Boosters"		
IFT	<u>EMPUXO INFINITO</u> $F_{max}/(g_0 \cdot m) \rightarrow \infty$ $I_{sp} = 300 \text{ a } 1000 \text{ s}$ Ex.: Idealização do alto empuxo		
LT	<u>BAIXO EMPUXO</u> $F_{max}/(g_0 \cdot m) = 10^{-2} \text{ a } 10^{-4}$ $I_{sp} = 3000 \text{ a } 10000 \text{ s}$ Ex.: Motores elétricos		
Índice de performance		C_f	J_f

Fig. 3.3 - Classificação dos sistemas de propulsão segundo sua velocidade de ejeção de gases e potência.

É importante notar que esses valores numéricos para $F_{\max}/(g_0 \cdot m)$ e $I_{sp\max}$ são de caráter geral e, por exemplo, motores movidos a hidrazina (que são muito comuns) possuem $F_{\max}/(g_0 \cdot m)$ variando entre 10^{-2} e 10^{-4} e $I_{sp\max}$ entre 300 e 1000 s, como por exemplo no caso do terceiro satélite da MECB, onde $F_{\max} = 10$ N, $m = 170$ Kg e $g_0 = 10$ m/s², assim $F_{\max}/g_0 \cdot m = 5 \cdot 10^{-3}$ e $I_{sp\max} = 220$ s.

No caso do satélite de sensoriamento remoto da MECB, o sistema de propulsão usado é do tipo CEV com baixo empuxo (LT) e taxa de variação de massa (\dot{m}) constante. Isso implica que, neste caso, o controle consistirá apenas na escolha da direção e dos locais de propulsão. Veja o domínio de operação na Fig. 3.4. A maior parte da literatura estuda o caso LT, mas existem exceções, como por exemplo Edelbaum, 1965.

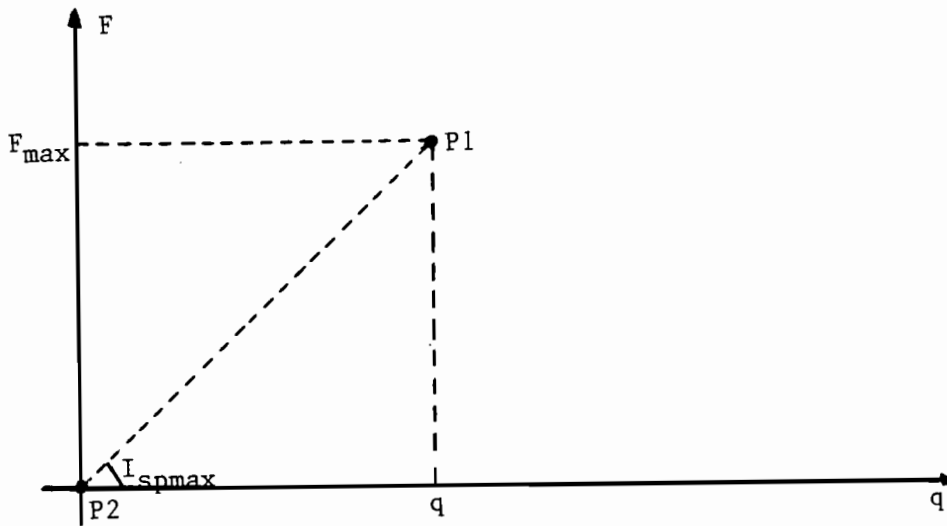


Fig. 3.4 - Domínio de operação do satélite de sensoriamento remoto da MECB (apenas os pontos P1 ($F = F_{\max}$) e P2 ($F = 0$) são disponíveis, pois $q = \text{constante}$).

Como se trata de sistema LT, o tempo total de transferência (tempo de propulsão + tempo de arcos balísticos) será da ordem de várias órbitas, aplicando-se o empuxo nos pontos de máximo rendimento, visando economia de combustível.

3.3 - ESTRATÉGIA E/OU MODOS DE ATUAÇÃO DOS PROPULSORES

Para a solução desse problema, o estudo será dividido em três sub-casos diferentes, conforme a liberdade que se dará ao controle (ângulos e regiões de aplicação do empuxo).

i) Ângulo de Empuxo Linear

É o caso mais simples de ser resolvido. Aproximam-se os ângulos de controle "pitch" e "yaw" por funções lineares no "range angle", portanto lineares em relação a um referencial fixo no sistema orbital do satélite, e encontram-se, através de tentativas, os valores dos parâmetros necessários, o número e os locais dos arcos com propulsão que minimizam o combustível gasto.

ii) Ângulo de Empuxo Dado "A Priori"

Esse caso é importante do ponto de vista prático, pois em muitos casos é necessário que certas condições de direcionamento de equipamentos (antenas, câmaras, etc) sejam obedecidas. Como o propulsor é fixo na estrutura do satélite, esse vínculo de atitude restringe fortemente a escolha da direção de aplicação do empuxo, reduzindo o número de graus de liberdade do sistema.

iii) Ângulo de Empuxo Livre

É o caso mais geral e mais difícil. Aqui não se faz qualquer objeção ao comportamento dos ângulos de controle e é necessário encontrá-los em cada instante.

3.4 - HIPÓTESES E SIMPLIFICAÇÕES DA MODELAGEM

Conforme adotado por quase todos os autores na literatura referente ao assunto, será utilizado como modelo não perturbado o modelo simples de dois corpos (e.g. Marec, 1979), isto é, supõe-se que o satélite executa órbitas Keplerianas com o centro da Terra como foco, perturbadas apenas pelo empuxo aplicado, quando ativo.

Isso permite que se utilizem as equações de Lagrange do movimento planetário, substituindo-se os termos referentes as forças de perturbação pelas respectivas componentes da força de empuxo.

Essa aproximação é razoável, pois a força de empuxo é muito maior que as forças perturbadoras e atuam ao longo de curtos intervalos de tempo.

3.5 - ABORDAGENS PARA OTIMIZAÇÃO

Quanto aos procedimentos numéricos para a resolução do problema pode-se, a grosso modo, dividi-los em três grandes categorias, a saber:

1) Métodos sub-ótimos diretos

São aqueles (por ex., ERNO, 1983) que parametrizam a função de controle e determinam a solução através de um método de busca direta para a minimização de um funcional $J(\cdot)$, obedecendo as equações de movimento e os demais vínculos envolvidos, isto é, sem a utilização, no esquema de busca, das condições necessárias de primeira ordem do problema de controle ótimo associado.

ii) Métodos indiretos

São aqueles (por ex., ERNO, 1983) que não estabelecem parametrizações para a função de controle e obtêm a solução numérica a partir das condições necessárias de primeira ordem do problema de controle ótimo associado, escolhendo os ângulos de controle, em cada instante, de forma a satisfazer o Princípio de Máximo de Pontryagin. Esse princípio estabelece que se deve escolher o controle $\underline{u}(\cdot)$, pertencente a um domínio U , de tal forma que a Hamiltoniana do sistema ($H = \underline{p} \cdot \underline{f}$, onde \underline{p} é o multiplicador de Lagrange e \underline{f} o lado direito das equações de movimento) seja maximizada. O domínio U depende do caso analisado, e pode ser constituído pela classe mais geral das funções contínuas (quando não se impõe nenhuma outra condição ao controle) ou até pela classe das funções constantes (quando não é permitida a variação dos ângulos de controle com o tempo). Observe um esquema geral do procedimento na Fig. 3.5 (extraído de ERNO, 1983).

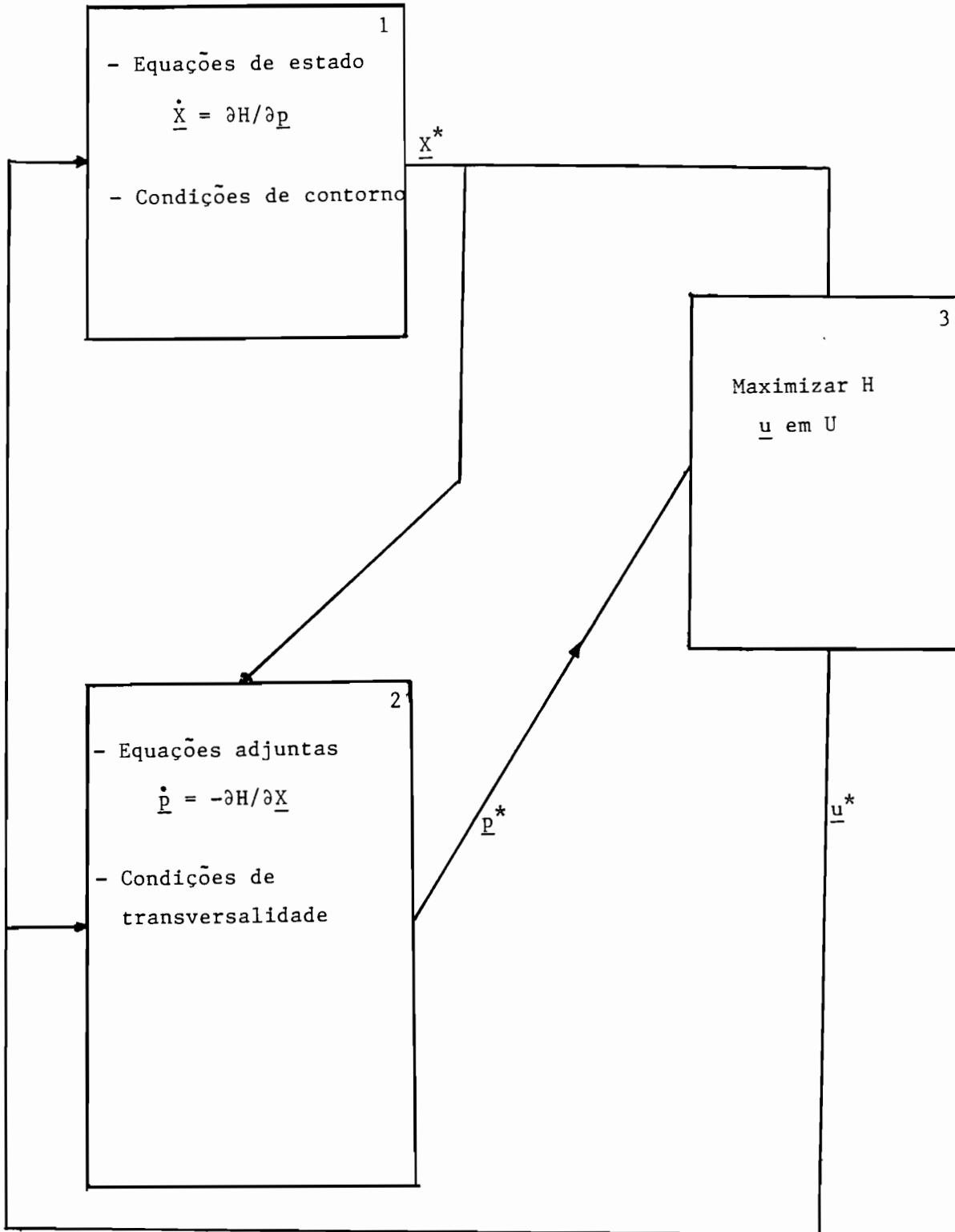


Fig. 3.5 - Esquema do procedimento indireto.

iii) Método híbrido

É um método misto dos dois anteriores e pode ser encontrado em Biggs (1979). Consiste em atacar o problema inicialmente pela abordagem indireta, ou seja, usar as condições necessárias de primeira ordem do problema de controle ótimo associado e obter os valores dos ângulos de "pitch" e "yaw", em cada instante, pelo princípio de máximo de Pontryagin.

A originalidade do método advém da escolha dos valores para as estimativas iniciais dos instantes de início e fim de propulsão e do multiplicador de Lagrange associado a velocidade no instante do início da manobra, necessários as integrações das equações de movimento e adjuntas.

Esse problema será abordado resolvendo-se o seguinte sub-problema:

$$\text{Max } m_f$$

$$\text{sujeito a } S_j(\underline{X}(s_f)) = 0 \quad j = 1, \dots, i$$

onde $\underline{X}(s_f)$ representa os elementos orbitais da órbita final, $S_j(\underline{X}(s_f)) = 0$ representam os vínculos impostos para a órbita final, e m_f é a massa do veículo após a manobra.

A diferença entre esse problema e o inicialmente proposto é que, agora, m_f e $S_j(\underline{X}(s_f)) = 0$ são obtidos através de um procedimento de integração que satisfaz simultaneamente as equações de movimento e as condições necessárias de primeira ordem de otimalidade.

É importante frisar que, com isso, o problema de otimização com dimensão infinita tornou-se um problema de programação não-linear com dimensão finita.

CAPÍTULO 4

ESTUDO DETALHADO DAS SOLUÇÕES USUAIS

Este Capítulo é destinado a uma explanação mais detalhada dos principais resultados encontrados na literatura, devidamente agrupados dentro das três categorias definidas no Capítulo anterior.

4.1 - MÉTODOS DIRETOS

Dentro dessa classe encontramos as primeiras tentativas de obtenção de soluções ótimas. As primeiras aproximações que foram feitas consideravam o sistema de propulsão como "TFT" (capaz de fornecer impulsos com mudanças de velocidade Δv instantâneas), admitiam o número de impulsos "a priori" e calculavam a direção, sentido, magnitude e pontos de aplicação dos impulsos.

Com essas aproximações o problema de otimização fica transformado num problema de otimização de parâmetros, onde se tenta minimizar o índice de desempenho $J(u_i)$, de um certo número de parâmetros u_i pertencentes a um domínio U e sujeitos a vínculos de igualdade ($f_1(u_i) = 0$) e desigualdade ($f_2(u_i) \geq 0$).

4.1.1 - A TRANSFERÊNCIA DE HOHMANN

O primeiro resultado, seguindo essa linha, foi obtido por Hohmann (1925) e é conhecido na literatura como "Transferência de Hohmann". Ela estuda o caso de uma transferência bi-impulsiva entre duas órbitas circulares e coplanares com tempo livre. A Fig. 4.1 mostra um esquema geral da transferência, cujos passos principais estão resumidos abaixo.

Na órbita inicial (O_0) aplica-se um impulso na direção do movimento e de magnitude dada por:

$$\Delta V_0 = \left| \sqrt{2 \cdot (r_f/r_0) / [(r_f/r_0) + 1]} - 1 \right| \cdot V_0 \quad (4.1)$$

onde: r_0 = raio da órbita inicial

r_f = raio da órbita final

V_0 = velocidade do veículo na órbita inicial

T_0 = período da órbita inicial

Com isso o veículo entra numa órbita de transferência (0) elíptica com periápside r_0 e apoápside r_f ;

Espera-se que o veículo complete meia revolução e atinja o apoápside, quando então é aplicado o segundo e último impulso, na direção do movimento e de magnitude dada por:

$$\Delta V_f = (r_f/r_0)^{-1/2} \cdot \left| 1 - \sqrt{2 / (1 + r_f/r_0)} \right| \cdot V_0, \quad (4.2)$$

que faz com que o veículo entre em órbita circular de raio r_f . Com isso tem-se que o tempo de transferência é a metade do período orbital da órbita 0, isto é:

$$t = (1/2) \cdot \left\{ \left[1 + r_f/r_0 \right]^{1/2} \right\}^{3/2} \cdot T_0 \quad (4.3)$$

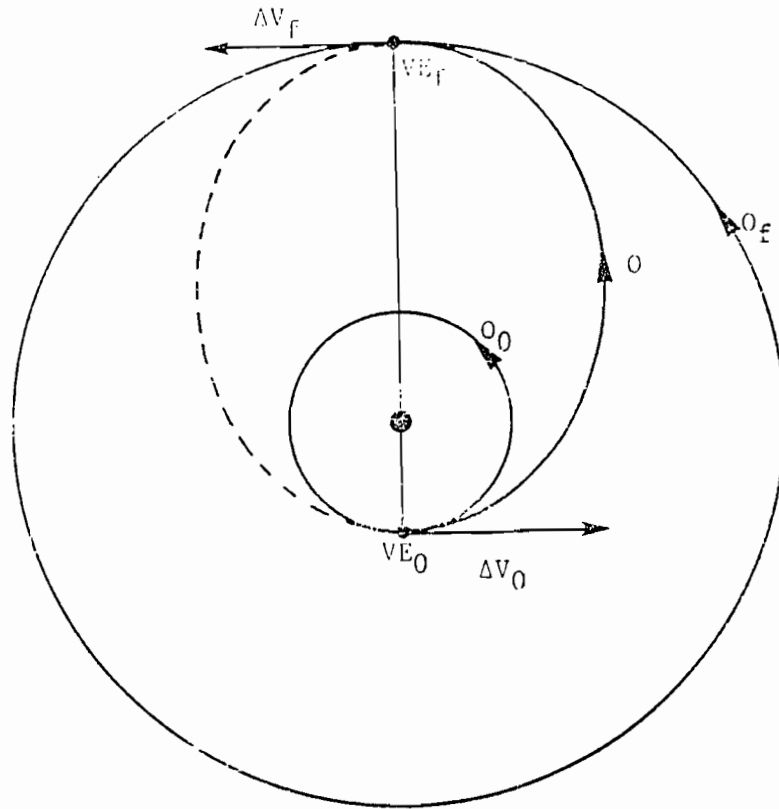


Fig. 4.1 - Transferência de Hohmann.

Maiores detalhes na obtenção dos resultados acima podem ser obtidos em Marec (1979) e uma demonstração analítica de que a transferência de Hohmann é a verdadeira transferência ótima bi-impulsiva pode ser encontrada em Barrar (1963).

A transferência de Hohmann obteria, com o passar do tempo, grandes contribuições de outros pesquisadores e seria estendida ao caso elíptico (transferência entre duas órbitas elípticas, com empuxo infinito aplicado nos âpsides), como em Ting (1960) e Marchal (1965), e posteriormente a casos de órbitas não-coplanares, adicionando-se componentes de empuxo fora do plano das órbitas inicial ou final. Em Eckel et al. (1984) encontra-se a solução ótima para o caso de transferências entre órbitas elípticas

não-coplanares com tempo ou combustível fixo (isto é, fixa-se um tempo limite para a manobra e minimiza-se o combustível gasto ou fixa-se um combustível limite e minimiza-se o tempo gasto) que, quando se faz o tempo tender a infinito, chega-se ao resultado de Hohmann.

Outras colaborações vieram no sentido de obter a diferença entre o caso ideal (empuxo infinito) e o real (empuxo finito), como em Zee (1963) que, aproximando o empuxo aplicado como de direção perpendicular ao raio focal (raio vetor que vai do centro de atração ao veículo) e magnitude constante, obteve expressões analíticas para o consumo extra de combustível (quanto combustível extra seria necessário para efetuar a manobra prevista), deficiência de energia (quanto de energia se teria a menos, caso a manobra fosse efetuada com o combustível previsto pelo caso ideal) e variação dos elementos orbitais (quanto cada elemento orbital da órbita final seria diferente do nominal, caso a manobra fosse realizada com o combustível previsto pelo caso ideal) devido à situação não ideal do propulsor, para diferentes valores do empuxo real aplicado.

Uma outra linha de pesquisa, derivada da transferência de Hohmann, é aquela em que se parte do pressuposto de que a transferência será feita por uma série de impulsos no perigeu (em passagens consecutivas) seguida por uma série de impulsos no apogeu. Aqui a transferência leva várias órbitas para se concretizar, mas mantém-se o princípio de que impulsos nos âpsides são mais eficientes. Spencer et al. (1982) fornece, através de gráficos e equações, o impulso extra necessário (em relação a manobra bi-impulsiva de Hohmann) em função dos raios das órbitas inicial e final e do número de revoluções usadas na transferência, para o caso de plano orbital fixo.

Depois disso, Redding (1984) iria um pouco mais a fundo e obteve um método de cálculo para a obtenção da melhor escolha possível do número de impulsos no perigeu e no apogeu, em função do

tempo limite da transferência, bem como da "gravity loss" associada (diferença entre o incremento de velocidade real e o previsto pelo modelo impulsivo, ou seja, o incremento de velocidade extra, necessário devido a não idealidade dos propulsores) e do valor do empuxo disponível. Os resultados foram obtidos para três casos distintos:

i) Empuxo constante;

ii) Aceleração constante;

iii) Aceleração constante por trechos ("Throttled Transfers").

Matogawa (1983) também usou essa mesma idéia e deduziu expressões para o número e as extensões ótimos dos arcos com propulsão.

A época recente dessas publicações demonstram bem a importância do trabalho de Hohmann, feito em 1925, e usado até hoje, com pequenas adaptações.

Mesmo a validade geral do seu resultado (que a transferência de Hohmann é a ótima, independente das órbitas inicial e final) só foi contestada por Hoelker et al. (1959) trinta e quatro anos depois! Ele mostrou que a transferência bi-elíptica tri-impulsiva é superior, em termos de economia de combustível, quando a razão entre os raios das órbitas final e inicial (lembre-se que estamos tratando de órbitas circulares) for superior a 11,94.

4.1.2 - A TRANSFERÊNCIA DE HOELKER E SILBER (BI-ELÍPTICA E TRI-IMPULSIVA)

A transferência está esquematizada na Fig. 4.2, e segue os seguintes passos:

i) Aplica-se o primeiro impulso (ΔV_0) na órbita inicial, na direção do movimento do veículo, e com uma magnitude tal que ele entre em uma órbita elíptica O_1 com periápside r_0 e apoápside r_i . É preciso notar que $r_i > r_f$, caso contrário a transferência de Hohmann seria mais eficiente;

ii) Quando o veículo atinge o apoápside r_i , aplica-se o segundo impulso (ΔV), também na direção do movimento, e com magnitude tal que faça com que o veículo entre em uma órbita elíptica O_2 com apoápside em r_i e periápside em r_f ;

iii) Quando o veículo atinge o periápside aplica-se o terceiro impulso, agora contrário a direção do movimento e com magnitude tal que faça com que o veículo entre em órbita circular de raio r_f .

É importante notar que a transferência é tanto mais eficiente, isto é, apresenta um menor valor na soma dos incrementos de velocidade necessários em cada etapa, quanto maior for o valor de r_i , conforme demonstrado em detalhes em Marec (1979). Essa manobra é mais eficiente que a manobra de Hohmann devido ao fato do segundo impulso ser aplicado longe do centro de atração, o que diminui o combustível necessário porque a força de atração é muito mais fraca (ela é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os corpos).

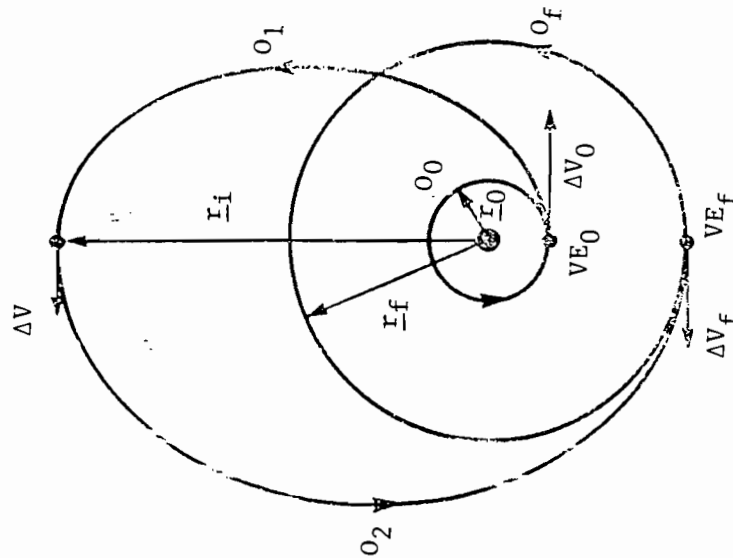


Fig. 4.2 - Transferência bi-elíptica.

Essa linha tri-impulsiva também mereceria a atenção de outros pesquisadores, que a estenderam ao caso elíptico (órbitas inicial e final elípticas), como em Ting (1960), que também mostrou que a aplicação de mais de três impulsos não pode levar a uma solução mais econômica (no caso ideal de empuxo infinito) e de Roth (1967), que obteve a solução de mínimo incremento de velocidade para a transferência bi-elíptica com mudança de plano orbital.

Uma interessante comparação de resultados, com relação ao tempo necessário para uma manobra de "Rendezvous" (o problema de transferência completamente vinculado, em que um veículo espacial tem que encontrar um outro em órbita livre), aparece em Billik et al. (1967) que mostrou que, na maioria dos casos, a transferência de Hohmann leva um tempo bem maior que a bi-elíptica).

4.1.3 - A TRANSFERÊNCIA BI-PARÁBOLICA

Uma vez que se sabe que, quanto maior o valor de r_1 (distância do veículo ao foco, no momento do segundo impulso), mais eficiente é a transferência, é lógico se pensar no limite de r_1 tendendo a infinito. É justamente isso o que caracteriza a

transferência bi-parabólica, ilustrada na Fig. 4.3 e que segue os seguintes passos:

i) Na órbita inicial (O_0) aplica-se um impulso, na direção do movimento e com magnitude (ΔV_0) tal que faça com que o veículo entre em uma órbita parabólica O_1 ;

ii) Quando o veículo atinge o infinito (teoricamente, é claro) aplica-se um segundo impulso, infinitesimal, que faz com que o veículo passe da órbita O_1 para outra órbita parabólica O_2 . Esse impulso não consome combustível;

iii) Quando o veículo passa pelo periápside da órbita parabólica O_2 , aplica-se o terceiro impulso, na direção oposta ao movimento e com magnitude (ΔV_f) tal que faça com que o veículo entre na órbita circular O_f .

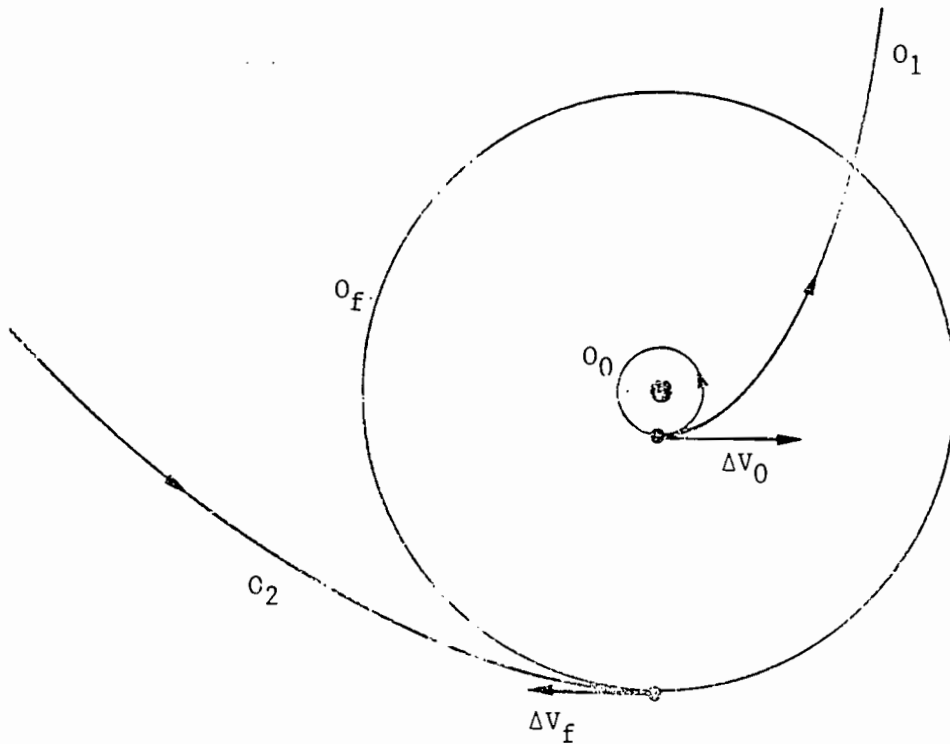


Fig. 4.3 - Transferência bi-parabólica.

É óbvio que essa transferência não pode ser realizada na prática, pois o tempo necessário seria infinito, devido ao passo ii.

Em Marec (1979) pode-se encontrar gráficos comparando a eficiência dos três tipos de transferências citadas, para diferentes valores da razão r_f/r_0 .

4.1.4 - ÂNGULOS DE APLICAÇÃO DE EMPUXO LINEARES

Como se vai tratar do problema de transferência geral, incluindo mudança do plano orbital, é preciso aplicar o empuxo com duas componentes, uma dentro e outra fora do plano orbital.

Para o equacionamento que se segue, o ângulo de "pitch" (ângulo formado entre a direção do empuxo e a perpendicular ao raio vetor) será designado por "A", o de "yaw" (formado entre a direção do empuxo e o plano orbital) por "B" e o "range angle" por "s", conforme a nomenclatura utilizada até aqui. Com a hipótese de linearidade, tem-se:

$$A(s) = A_0 + A' \cdot (s - s_0) \quad (4.4a)$$

$$B(s) = B_0 + B' \cdot (s - s_0) \quad (4.4b)$$

onde A_0 e B_0 são os valores de A e B no início da aplicação do empuxo, A' e B' as taxas (constantes) de variação de A e B com respeito a "s" ("range angle", escolhido como a variável independente) e s_0 é o "range angle" em que se inicia a aplicação do empuxo.

O problema, então, se reduz a escolha de A_0 , B_0 , A' , B' , s_0 e s_f ("range angle" no final da fase com propulsão), já que foi feita a hipótese de empuxo de nível constante, de tal forma que se atinja uma órbita desejada (especificada por condições do tipo

$S_j(\underline{X}(s_f)) = 0, j = 1, \dots, i)$ com o menor consumo de combustível possível.

Para resolvê-lo, serão usadas, como variáveis de estado, o conjunto X_i ($i = 1, \dots, 9$) definido pelas Equações 4.5, conforme anteriormente utilizado por Biggs (1978), que evitam singularidades em $e = 0$ e $i = 0$ (com os elementos Keplerianos tradicionais, as equações de movimento teriam "e" e "sin(i)" no denominador, o que traria problemas). Elas são definidas pelas seguintes equações

$$X_1 = \sqrt{a \cdot (1 - e^2) / \mu} \quad (4.5a)$$

$$X_2 = e \cdot \cos(\omega - \phi) \quad (4.5b)$$

$$X_3 = e \cdot \sin(\omega - \phi) \quad (4.5c)$$

$$X_4 = (\text{Combustível consumido}) / m_0 \quad (4.5d)$$

$$X_5 = t \quad (4.5e)$$

$$X_6 = \cos(i/2) \cdot \cos((\Omega + \phi)/2) \quad (4.5f)$$

$$X_7 = \sin(i/2) \cdot \cos((\Omega - \phi)/2) \quad (4.5g)$$

$$X_8 = \sin(i/2) \cdot \sin((\Omega - \phi)/2) \quad (4.5h)$$

$$X_9 = \cos(i/2) \cdot \sin((\Omega + \phi)/2) \quad (4.5i)$$

onde:

a = semi-eixo maior;

e = excentricidade;

i = inclinação da órbita;

Ω = argumento do nodo ascendente;

ω = argumento do perigeu;

ν = anomalia verdadeira do veículo;

s = "range angle" do veículo;

$\phi = \nu + \omega - s$;

μ = constante gravitacional;

m_0 = massa inicial do veículo.

Com essas definições, as equações de movimento ficam (com "s" como variável independente), ainda segundo Biggs (1978):

$$\frac{dX_1}{ds} = f_1 = Si.X_1.F_1 \quad (4.6a)$$

$$\frac{dX_2}{ds} = f_2 = Si.\{ [(Ga+1).cos(s)+X_2].F_1+\nu.F_2.sin(s)\} \quad (4.6b)$$

$$\frac{dX_3}{ds} = f_3 = Si.\{ [(Ga+1).sin(s)+X_3].F_1-\nu.F_2.cos(s)\} \quad (4.6c)$$

$$\frac{dX_4}{ds} = f_4 = Si.\nu.F.(1-X_4)/(X_1.W) \quad (4.6d)$$

$$\frac{dX_5}{ds} = f_5 = \text{Si} \cdot v \cdot (1-X_4) \cdot m_0 / X_1 \quad (4.6e)$$

$$\frac{dX_6}{ds} = f_6 = -\text{Si} \cdot F_3 \cdot [X_7 \cdot \cos(s) + X_8 \cdot \sin(s)] / 2 \quad (4.6f)$$

$$\frac{dX_7}{ds} = f_7 = \text{Si} \cdot F_3 \cdot [X_6 \cdot \cos(s) - X_9 \cdot \sin(s)] / 2 \quad (4.6g)$$

$$\frac{dX_8}{ds} = f_8 = \text{Si} \cdot F_3 \cdot [X_9 \cdot \cos(s) + X_6 \cdot \sin(s)] / 2 \quad (4.6h)$$

$$\frac{dX_9}{ds} = f_9 = \text{Si} \cdot F_3 \cdot [X_7 \cdot \sin(s) - X_8 \cdot \cos(s)] / 2 \quad (4.6i)$$

onde:

$$Ga = 1 + X_2 \cdot \cos(s) + X_3 \cdot \sin(s) \quad (4.7a)$$

$$Si = (\mu \cdot X_1^4) / [Ga^3 \cdot m_0 \cdot (1-X_4)] \quad (4.7b)$$

$$F1 = F \cdot \cos(A) \cdot \cos(B) \quad (4.7c)$$

$$F2 = F \cdot \cos(B) \cdot \sin(A) \quad (4.7d)$$

$$F3 = F \cdot \sin(B) \quad (4.7e)$$

$$\underline{F} = \text{Força de empuxo} \quad (4.7f)$$

$$W = \text{Velocidade de ejeção dos gases} \quad (4.7g)$$

Para evitar problemas do tipo $s_f < s_0$ na solução final, adicionam-se as seguintes transformações de coordenadas (Biggs, 1978):

$$u_1 = s_0 \quad (4.8a)$$

$$u_2 = (s_f - s_0) \cdot \cos(A_0) \cdot \cos(B_0) \quad (4.8b)$$

$$u_3 = (s_f - s_0) \cdot \sin(A_0) \cdot \cos(B_0) \quad (4.8c)$$

$$u_4 = (s_f - s_0) \cdot \sin(B_0) \quad (4.8d)$$

$$u_5 = A' \quad (4.8e)$$

$$u_6 = B' \quad (4.8f)$$

Com isso tem-se $s_f = s_0 + \sqrt{u_2^2 + u_3^2 + u_4^2}$, o que garante que $s_f > s_0$.

Com todas essas definições, a formulação matemática do problema passa a ser:

Min $J(\underline{u})/J$, com J estimativa do combustível gasto

$$\text{sujeito a } u_1 \geq 0 \quad (4.9)$$

$$\underline{f2}(\cdot) \geq 0 \quad (4.10)$$

$$(a - a^*)/|a_0 - a^*| = 0 \quad (4.11)$$

$$[a \cdot (1+e) - a^* \cdot (1+e^*)]/|(a_0 \cdot (1+e_0) - a^* \cdot (1+e^*))| \quad (4.12)$$

$$(i - i^*)/|i_0 - i^*| = 0 \quad (4.13)$$

$$(\Omega - \Omega^*) / |\Omega_0 - \Omega^*| = 0 \quad (4.14)$$

$$(\omega - \omega^*) / |\omega_0 - \omega^*| = 0 \quad (4.15)$$

onde o vínculo (4.9) representa a proibição de queima em tempos negativos, o do tipo (4.10) representa as regiões proibidas ao empuxo (ou qualquer outro vínculo) e os vínculos (4.11) até (4.15) representam os elementos orbitais finais especificados (pode-se ter qualquer combinação deles, desde um só, até todos). No caso de órbitas circulares os vínculos (4.12) e (4.15) desaparecem e, no caso de órbitas equatoriais, (4.14) desaparece e (4.15) precisa ser escrito em termos da longitude verdadeira (que é a soma da longitude do nodo ascendente com o argumento do perigeu e a anomalia verdadeira). É sempre bom lembrar que o subscrito "0" significa valores da órbita inicial e o asterisco indica o valor nominal desejado. É importante lembrar que trabalha-se com quantidades adimensionais, e troca-se o vínculo em excentricidade por um vínculo em apoápside, com o propósito de diminuir os problemas numéricos devidos a quantidades numericamente muito discrepantes.

Assim sendo, o algoritmo será:

- i) Parte-se de uma estimativa inicial para A_0 , B_0 , A' , B' , s_0 e s_f e, com as Equações 4.8, obtém-se o vetor \underline{u} correspondente (ele será usado em iv);
- ii) Com esses valores (A_0 , B_0 , A' , B' , s_0 e s_f) integra-se numericamente as Equações 4.6 e obtém-se os valores $X_1(s_f)$;
- iii) Com esses valores e as Equações 4.5, obtém-se os elementos Keplerianos da órbita atingida;
- iv) Com esses elementos checka-se a satisfação ou não dos vínculos e procura-se o vetor deslocamento $\Delta \underline{u}$, tal que $\underline{u} + \Delta \underline{u}$ se aproxime da satisfação dos vínculos e da minimização de

$J(\underline{u})$. A forma de encontrar $\Delta \underline{u}$ depende do procedimento numérico adotado, o que será visto no próximo Capítulo;

- v) Com o valor de $\underline{u} = \underline{u} + \Delta \underline{u}$ usam-se as Equações 4.8 para obter os correspondentes A_0, B_0, A', B', s_0 e s_f e volta-se para o passo ii.

O procedimento termina quando for obtido um valor de $\Delta \underline{u}$ (em iv) menor que uma certa tolerância ϵ fixada "a priori".

É importante notar que esse procedimento pode ser usado para manobras com mais de um arco com propulsão, simplesmente aumentando-se a dimensão do vetor \underline{u} para cobrir as novas variáveis dos novos arcos (Biggs, 1978).

4.2 - MÉTODOS INDIRETOS

Entre os métodos indiretos para transferências de órbitas, o mais conhecido e utilizado é, sem dúvida nenhuma, o introduzido por Lawden, baseado no "primer vector". Porém, antes de se analisar em detalhes esse método, será analisado um outro, baseado na hipótese de queima contínua sem a presença de arcos balísticos ("coasting arcs"). É importante frisar que existem muitos outros trabalhos teóricos, como por exemplo Contensou (1962) e Culp (1967), mas que não serão discutidos aqui.

4.2.1 - MÉTODO DE WIESEL

Esse método aparece em Wiesel et al. (1985) e resolve o problema da otimização do ponto de vista de tempo mínimo (mas, como o empuxo é contínuo e de magnitude constante, isso também significa combustível mínimo) de uma transferência entre duas órbitas circulares, em que se deseja apenas variação do semi-eixo maior ("a") e da inclinação do plano orbital ("i").

O autor faz a hipótese de baixo empuxo ("LT") e parte dos resultados obtidos por Edelbaum (1961) para o problema de transferência em uma única revolução (com alcance limitado, em termos de semi-eixo maior e inclinação) e generaliza para o caso de N revoluções (agora sem limites). A abordagem é a da utilização dos métodos padrões de Controle Ótimo (Bryson et al., 1975 e Bryson, 1985), onde se busca a função ótima de controle $NI(s)$ (onde NI é o ângulo entre a direção do empuxo aplicado e o plano orbital e " s " o "range angle"), pois os demais parâmetros são fixos. O resultado obtido é:

$$NI(s) = \tan^{-1}[\cos(s)/\sqrt{1/\mu l - 1}] \quad (4.16)$$

onde:

$$\mu l = \zeta^{-1}[(\sqrt{\mu} \cdot \pi)/(2 \cdot p_{inc} \cdot \sqrt{a})] \quad (4.17)$$

a = semi-eixo maior instantâneo

μ = constante gravitacional

com:

$\zeta(o) = R'(o) \cdot Z(o) / Z'(o) - R(o)$, onde a linha denota derivada em relação a o ;

$Z(o) = (1 - o)^{1/2} \cdot K(o)$, onde $K(o)$ é a integral elíptica completa de primeira espécie;

$R(o) = [El(o)/o + (o^{1/2} - o^{-1/2})] \cdot K(o)$, onde $El(o)$ é a integral elíptica completa de segunda espécie;

P_{inc} = multiplicador de Lagrange associado a inclinação, que é constante e dado "a priori", pois depende da órbita final, através das condições de transversalidade.

De posse da equação de controle, basta acionar o motor, integrar as equações de movimento e desligá-lo quando for atingida a órbita final.

4.2.2 - A TEORIA DO "PRIMER VECTOR"

Neste item será analisada a abordagem moderna para a otimização de trajetórias, baseada no "primer vector", introduzida por D. F. Lawden (1953 e 1954). Aqui nenhuma hipótese é feita "a priori", nem de ausência de arcos balísticos, nem de parametrizações para o controle. A abordagem mostrada será para o sistema de propulsão do tipo "CEV" e campo gravitacional central variando com o inverso do quadrado da distância, embora qualquer outro caso possa ser estudado, como o de um campo da forma $g = -\mu./r^N$ (Brookes et al., 1970) ou de um campo genérico $g = g(r,t)$ (Marec, 1979).

Para isso é preciso, inicialmente, definir o estado, que terá as sete componentes listadas a seguir:

- * Vetor posição (\underline{r}), com três componentes;
- * Vetor velocidade (\underline{v}), com três componentes;
- * Velocidade característica (c), com uma única componente que substitui a massa ($c = \int \Gamma dt = -\int (W/m) dm = W \cdot \ln(m_0/m)$ - onde $\Gamma = F/m$ é a aceleração devido ao empuxo- que é estritamente decrescente com m), e que mede o combustível gasto.

Com essas definições, as equações de movimento ficam:

$$\dot{\underline{r}} = \underline{v} \quad (4.18a)$$

$$\dot{\underline{v}} = -\mu \cdot \underline{r} / r^{3+\underline{\Gamma}} \quad (4.18b)$$

$$\dot{c} = \underline{\Gamma} \quad (4.18c)$$

e a hamiltoniana fica:

$$H = \underline{p}^* \underline{f} = \underline{p}_r^* \underline{v} + \underline{p}_v^* (\underline{\Gamma} - \mu \cdot \underline{r} / r^3) + p_c \cdot \Gamma \quad (4.19)$$

e, para que ela seja máxima (Princípio de Máximo de Pontryagin) deve-se escolher $\underline{\Gamma}$ na direção de \underline{p}_v (que chamaremos \underline{D}), o que transforma a Hamiltoniana em:

$$H = \underline{p}_r^* \underline{v} + p_v \cdot \Gamma - \underline{p}_v^* \underline{r} \cdot \mu / r^3 + p_c \cdot \Gamma \quad (4.20)$$

e, novamente com o Princípio de Máximo de Pontryagin:

$$\Gamma^* = \Gamma_{\max}(c) \cdot U(p_v + p_c), \quad (4.21)$$

onde:

$$U(x) = (1 + \text{sign}(x)) / 2 \quad (4.22)$$

vale 1 se $p_v + p_c > 0$ e 0 se $p_v + p_c < 0$.

Tem-se, então, o controle do tipo "bang-bang" (Fig. 4.4), isto é, arcos balísticos alternados com arcos de empuxo máximo, conforme $p_v + p_c >< 0$. No caso $p_v + p_c = 0$, num intervalo finito, tem-se um arco singular.

Nesse caso o Princípio de Máximo de Pontryagin não pode determinar o módulo de $\underline{\Gamma}$ (a direção continua a ser \underline{D}). No caso deste trabalho, não existe interesse nesse problema, pois o controle disponível não permite empuxos intermediários (entre 0 e Γ_{\max}), mesmo que fossem necessários. Porém, maiores detalhes desse enfoque podem ser encontrados em Marec (1979) e Kopp et. al. (1965) e enfoques alternativos em Lawden (1962) ou Robbins (1965).

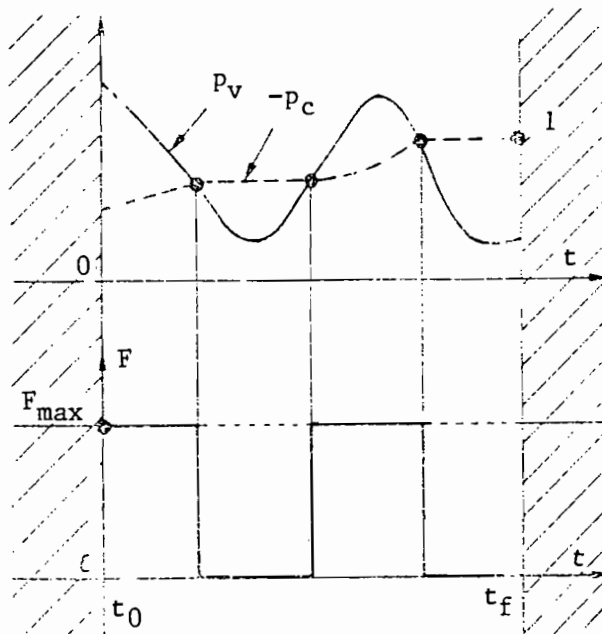


Fig. 4.4 - Típica lei de controle para o sistema CEV.

Aqui é importante frisar a dependência de Γ_{\max} com c . Isso decorre do fato da massa do veículo variar com c (devido a ejeção de gases) e, pela segunda lei de Newton ($\underline{F} = m \cdot \dot{\underline{v}}$), a aceleração varia inversamente proporcional a massa, para uma força constante.

Assim sendo, é necessário estudar o comportamento das equações adjuntas:

$$\dot{\underline{p}}_r = -\partial H / \partial \underline{r} = -\underline{p}_v * \underline{G} \quad (4.23a)$$

$$\dot{\underline{p}}_v = -\partial H / \partial \underline{v} = -\underline{p}_r \quad (4.23b)$$

$$\dot{p}_c = -\partial H / \partial c = -(\Gamma^* / W) \cdot (p_v + p_c) \quad (4.23c)$$

onde \underline{G} é o tensor gradiente de gravidade ($\partial \underline{g} / \partial \underline{r}$).

Combinando as duas primeiras equações, tem-se a equação diferencial para \underline{p}_v , o chamado "primer vector":

$$\dot{\underline{p}}_v = -\underline{p}_v * \underline{G} \quad (4.24)$$

O problema agora fica resumido a integração das equações adjuntas, para obter-se os trechos com propulsão e os com arcos balísticos. Porém, para que isso seja efetuado, é necessária a obtenção de um número suficiente de condições de contorno, já que existem elementos do estado final que podem não possuir valores fixos (a menos de uma manobra de "rendezvous"). As condições de contorno iniciais e algumas finais (relações e/ou valores fixos) do estado são dados pelo próprio enunciado do problema (órbita e massa iniciais e valores desejados para a órbita final). As demais condições de contorno necessárias são obtidas para os multiplicadores de Lagrange, e vêm das condições de transversalidade, que variam de missão para missão (interceptação, transferência, rendezvous, etc...). Para o problema em questão (transferência com tempo livre) elas são:

$$H^* = 0 \quad (4.25a)$$

$$\underline{p}_{rf} * \underline{v}_f + \underline{p}_{vf} * \underline{g}_f = 0 \quad (4.25b)$$

$$\underline{p}_{r0} * \underline{v}_0 + \underline{p}_{v0} * \underline{g}_0 = 0 \quad (4.25c)$$

$$p_c = -1 \quad (4.25d)$$

Porém, não é conhecido um conjunto completo de condições de contorno em um mesmo instante. Essa particularidade impede que uma solução analítica geral seja encontrada para esse problema (mas existem várias soluções numéricas, como por exemplo em Subrahmanyam (1986)), que é conhecido na literatura como "Two Point Boundary Value Problem" ("TPBVP").

Na literatura podem ser encontrados trabalhos específicos sobre a integração dos multiplicadores de Lagrange, como os de Vinh (1972), Eckenwiler (1965) e Hempel (1966) que obtêm soluções analíticas para os arcos balísticos e comparações dos resultados com a solução numérica (Eckenwiler, 1965); ou o de Handelsman (1966) que calcula estimativas dos valores iniciais dos multiplicadores de Lagrange a partir da solução bi-impulsiva ótima.

Também surgiram trabalhos mais específicos tratando com casos particulares, como Zondervan et al. (1984), que otimiza a solução com três arcos de empuxo contínuo e grandes mudanças de plano orbital.

Uma abordagem semelhante para o caso impulsivo, mas levando em conta o efeito do achatamento da Terra nas equações de movimento, pode ser encontrada em Fernandes (1986 e 1989) e Fernandes e Moraes (1989).

4.2.2.1 - O CASO IMPULSIVO

O caso impulsivo (IFT) também tem espaço dentro da abordagem indireta. Basta fazer $\Gamma_{\max} \rightarrow \infty$ e $t \rightarrow 0$, assim:

$$\Delta c(\text{finito}) = \int_{t^-}^{t^+} \Gamma_{\max} dt \quad (4.26)$$

Para se evitar problemas matemáticos devidos à essa aproximação, é conveniente escolher "c" como variável independente, ao invés do tempo. Com isso obtém-se que \underline{r} , t , \underline{p}_r , \underline{p}_v , H^* e p_c são constantes durante o impulso (logo $\dot{p}_c = -1$, pois $\dot{\underline{p}}_c = 0$ e em t_f p_c é igual a -1). Para \underline{p}_v sabe-se que $\underline{p}_v \leq -p_c = 1$, atingindo o valor 1 (com $\dot{\underline{p}}_v = 0$) nos instantes de aplicação de empuxo (Marec, 1979).

A Fig. 4.5 mostra uma lei de controle típica para o sistema "IFT".

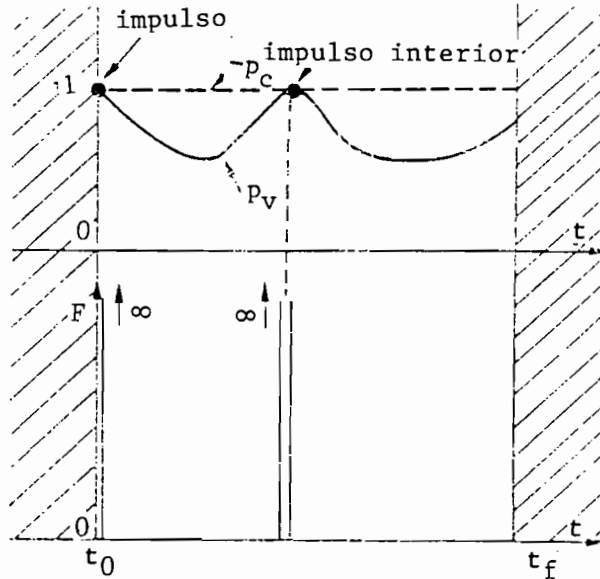


Fig. 4.5 Típica lei de controle para o sistema IFT.

4.3 - MÉTODO HÍBRIDO

O método híbrido aqui apresentado é o desenvolvido por Biggs (1979).

Utilizando-se as equações 4.5 (definição das variáveis de estado), 4.6 (equações de movimento) e 4.8 (definição do vetor \underline{u}) da seção anterior, o problema se transforma em:

Determinar o mínimo de $J(.) = X_4(s_f)$

sujeito a $\dot{x}_i = f_i(\underline{x}, s, A, B)$ $i = 1, \dots, 9$

$S_j(\underline{X}(s_f)) = 0$ $j = 1, \dots, n$

Outros vínculos podem ser incorporados, como por exemplo limitações aos ângulos de "pitch" e/ou "yaw".

Como os ângulos de "pitch" e "yaw" são livres em cada instante, utiliza-se o Princípio de Máximo de Pontryagin para se obter os seus valores e reduzir o problema de otimização com dimensão infinita em um problema finito de programação linear.

Assim, as equações disponíveis são:

* Equações adjuntas :

$$\frac{dp_i}{ds} = - \sum_{j=1}^9 p_j \cdot \frac{\partial f_j}{\partial X_i} \quad j = 1, \dots, 9 \quad (4.27)$$

que, utilizando os valores conhecidos de f_i , fornece:

$$\frac{dp_1}{ds} = - \frac{1}{X_1} \cdot [4 \cdot \sum_{j=1}^9 p_j \cdot f_j + p_1 \cdot f_1 - p_4 \cdot f_4 - p_5 \cdot f_5] \quad (4.28a)$$

$$\frac{dp_2}{ds} = \frac{\cos(s)}{Ga} \cdot [3 \cdot \sum_{j=1}^9 p_j \cdot f_j - p_4 \cdot f_4 - p_5 \cdot f_5] - S_1 \cdot p_2 \cdot F_1 - S_1 \cdot \cos^2(s) \cdot$$

$$\cdot (p_2 \cdot F_1 - p_3 \cdot F_2) - S_1 \cdot \cos(s) \cdot \sin(s) \cdot (p_2 \cdot F_2 + p_3 \cdot F_1) \quad (4.28b)$$

$$\frac{dp_3}{ds} = \frac{\sin(s)}{Ga} \cdot [3 \cdot \sum_{j=1}^9 p_j \cdot f_j - p_4 \cdot f_4 - p_5 \cdot f_5] - S_1 \cdot p_3 \cdot F_1 - S_1 \cdot \cos(s) \cdot \sin(s) \cdot$$

$$\cdot (p_2 \cdot F_1 - p_3 \cdot F_2) - S_1 \cdot \sin^2(s) \cdot (p_2 \cdot F_2 + p_3 \cdot F_3) \quad (4.28c)$$

$$\frac{dp_4}{ds} = \frac{1}{m_0(1-X_4)} \cdot [\sum_{j=1}^9 p_j \cdot f_j - p_4 \cdot f_4 - p_5 \cdot f_5] \quad (4.28d)$$

$$\frac{dp_5}{ds} = 0 \quad (4.28e)$$

$$\frac{dp_6}{ds} = - Si.F_3.[p_7.\cos(s)+p_8.\sin(s)]/2 \quad (4.28f)$$

$$\frac{dp_7}{ds} = Si.F_3.[p_6.\cos(s)-p_8.\sin(s)]/2 \quad (4.28g)$$

$$\frac{dp_8}{ds} = Si.F_3.[p_6.\sin(s)+p_8.\cos(s)]/2 \quad (4.28h)$$

$$\frac{dp_9}{ds} = - Si.F_3.[p_8.\cos(s)-p_7.\sin(s)]/2 \quad (4.28i)$$

* Condições de transversalidade :

$$p_i(s_f) = (\partial J / \partial X_f) + \lambda . (\partial S / \partial X_f) \quad (4.29)$$

que, com a expressão para $J(\cdot)$, fica:

$$p_i(s_f) = - \sum_{j=1}^n \lambda_j . (\partial S_j / \partial X_i) \quad i = 1, \dots, 9, \text{ mas } i \neq 4 \quad (4.30a)$$

$$p_4(s_f) = -1 - \sum_{j=1}^n \lambda_j . \partial \phi_j / \partial X_4 \quad (4.30b)$$

* Princípio de máximo de Pontryagin :

$$\text{Max}_{A,B} \sum_{i=1}^9 p_i \cdot f_i \quad (4.31)$$

que, utilizando os valores de f_i e igualando as derivadas em relação aos ângulos de "pitch" e "yaw" a zero, fornece:

$$\sin(A) = q_2/S', \quad \cos(A) = q_1/S' \quad (4.32a)$$

$$\sin(B) = q_3/S'', \quad \cos(B) = S'/S'' \quad (4.32b)$$

onde:

$$S' = \pm\sqrt{q_1^2+q_2^2} \quad (4.32c)$$

$$S'' = \pm\sqrt{q_1^2+q_2^2+q_3^2} \quad (4.32d)$$

$$q_1 = P_1 \cdot X_1 + P_2 \cdot [X_2 + (Ga+1) \cdot \cos(s)] + P_3 \cdot [X_3 + (Ga+1) \cdot \sin(s)] \quad (4.32e)$$

$$q_2 = P_2 \cdot Ga \cdot \sin(s) - P_3 \cdot Ga \cdot \cos(s) \quad (4.32f)$$

$$q_3 = -\{p_6 \cdot [X_7 \cdot \cos(s) + X_8 \cdot \sin(s)] + p_7 \cdot [X_6 \cdot \cos(s) - X_9 \cdot \sin(s)] + p_8 \cdot [X_6 \cdot \sin(s) + X_9 \cdot \cos(s)] + p_9 \cdot [X_7 \cdot \sin(s) - X_8 \cdot \cos(s)]\} / 2 \quad (4.32g)$$

* E, no caso de s_0 e/ou s_f livre :

$$\sum_{i=1}^9 p_i \cdot f_i = 0 \quad (4.33)$$

no extremo livre, onde $p_i(s)$ são os multiplicadores de Lagrange associados com as equações de movimento e λ_j são os multiplicadores de Lagrange associados aos vínculos.

Agora, com o conhecimento das equações de movimento (com as condições iniciais), as adjuntas e a expressão para os ângulos de "pitch" e "yaw" em cada instante, pode-se transformar o problema de otimização com dimensão infinita em:

Determinar o mínimo de $X_4(s_f)$

Com relação a $s_0, s_f, p_i(s_0)$

$$\text{sujeito a } S_j(\underline{X}(s_f)) = 0, \quad j = 1, \dots, n \quad (4.34)$$

que é um problema de programação não linear com dimensão finita. É bom lembrar, conforme já mencionado no Capítulo anterior, que esse novo problema equivale ao antigo, mas $X_4(s_f)$ e $S_j(\underline{X}(s_f))$ são obtidos através de um procedimento de integração que satisfaz simultaneamente as equações de movimento e as condições de otimalidade.

Assim sendo, o algoritmo passa a ser:

- i) Escolhe-se estimativas iniciais para s_0, s_f e $p_i(s_0)$;
- ii) Integra-se as equações adjuntas (4.28) e as de movimento (4.6) (em paralelo, desde s_0 até s_f), obtendo os valores de A e B, em cada iteração, do Princípio de Máximo de Pontryagin (4.32);
- iii) No final da manobra verifica-se a satisfação ou não dos vínculos iniciais. Caso não exista concordância, altera-se os valores de i , segundo o critério do procedimento de minimização adotado.

O procedimento termina quando o valor encontrado em iii é menor que um valor especificado.

Assim procedendo, o problema inicial será resolvido com a mesma ferramenta utilizada no problema com parametrização no controle.

4.3.1 - TRANSFORMAÇÃO "ADJOINT-CONTROL"

Para dar maior rapidez e certeza de convergência, uma boa estimativa inicial é sempre conveniente.

Porém, como os multiplicadores de Lagrange não possuem nenhum significado físico, é difícil arbitrar valores iniciais a eles.

É justamente para contornar esse problema que é utilizada a transformação "adjoint-control", que consiste em obter-se os valores de $p_i(s_0)$ a partir de variáveis com algum significado físico. Essas variáveis são A_0, B_0 (ângulos A e B no início da manobra), A' e B' (taxas de variação dos ângulos de "pitch" e "yaw" com o "range angle" no início da manobra).

A justificativa para essa troca, quatro variáveis em lugar de nove, vem das seguintes observações (Biggs, 1979):

- i) Os nove multiplicadores de Lagrange não são independentes, pois sete das variáveis X_i (todas, menos X_4 e X_5) derivam de cinco elementos Keplerianos. Assim reduz-se para sete o número de variáveis;
- ii) Como as equações adjuntas são homogêneas, pode-se normalizar os multiplicadores de Lagrange, o que diminui em mais uma unidade o número das componentes p_i independentes, reduzindo-as a seis;
- iii) $p_5 = 0$, pois $\partial p_5 / \partial s = 0$ e $\partial S_j / \partial X_5 = 0$ para trajetórias que não dependem do tempo, restando cinco componentes independentes;

iv) Como o instante de início da manobra (s_0) é livre,

temos $\sum_{i=1}^9 p_i \cdot f_i = 0$, o que deixa apenas quatro componentes

independentes.

Assim, com A_0 e B_0 e depois com $A_0 + 5.A'$ e $B_0 + 5.B'$, ou seja, com os ângulos de "pitch" e "yaw" para o "range angle" igual a 5 graus (o número 5 é definido arbitrariamente) substituídos em (4.31), tem-se o valor dos multiplicadores de Lagrange no início da manobra.

Agora basta usar o algoritmo desenvolvido na seção anterior (ângulos lineares) para resolver o problema.

4.3.2 - EXTENSÕES

A) Mais de um arco com propulsão

Como os multiplicadores de Lagrange não sofrem variação durante os arcos balísticos, seus valores no início do segundo arco são iguais aos do final do primeiro. Logo, as únicas variáveis necessárias a serem acrescentadas são os valores de início e fim de aplicação do empuxo dos novos arcos e, assim sendo, o vetor \underline{u} aumenta de apenas duas componentes por arco (lembre-se que, no caso de controle linear, \underline{u} aumentava de seis componentes por arco).

B) Quando o instante de início de queima não é livre

Nesse caso, é preciso conseguir uma alternativa para a equação (4.33). Isso é feito introduzindo-se uma nova variável a ser otimizada: $u_7 = s^*$, o valor assumido como o ótimo para o instante de início da manobra. Com esse valor substituído em (4.33) gera-se o dado adicional necessário (valor da quarta componente do multiplicador de Lagrange associado a velocidade).

C-) Quando há vínculos nos ângulos de controle

Para simplificar, serão supostos apenas vínculos do tipo:

$$A_u \geq A \geq A_L \quad (4.35a)$$

$$B_u \geq B \geq B_L \quad (4.35b)$$

e eles serão tratados resolvendo o problema sem levá-los em conta (achando A^* e B^*) e tomando, como valores para A e B , os resultados:

$$A = A_u \text{ se } A^* \geq A_u \quad (4.36a)$$

$$A = A_L \text{ se } A^* \leq A_L \quad (4.36b)$$

$$A = A^* \text{ se } A_u \geq A^* \geq A_L \quad (4.36c)$$

e, para o ângulo B :

$$B = B_u \text{ se } B \geq B_u \quad (4.37a)$$

$$B = B_L \text{ se } B \leq B_L \quad (4.37b)$$

$$B = B \text{ se } B_u \geq B \geq B_L \quad (4.37c)$$

onde:

$$B = \tan^{-1} [q_3 / |q_1 \cdot \cos(A) + q_2 \cdot \sin(A)|] \quad (\pi/2 \geq B \geq -\pi/2) \quad (4.38)$$

Tratamento híbrido análogo, com a diferença de que são usadas coordenadas polares ao invés de elementos Keplerianos, pode ser encontrado em WeiB (1985) ou ERNO (1983), onde os resultados são plotados em forma de gráficos.

Em Tomita et al. (1985) encontra-se a mesma abordagem híbrida, mas com a proposta de um novo algoritmo numérico para a solução do problema de minimização e em Denham et. al. (1964) o algoritmo "Steepest-Ascent" é utilizado no mesmo problema.

4.4 - DESVANTAGENS

Um dos problemas mais sérios, comum a todos os métodos acima descritos, é o fato de que todos eles trabalham em malha aberta, isto é, durante a execução das leis de controle não existe nenhum tipo de realimentação. Com isso, pequenos desvios devidos a falta de precisão do controle e/ou efeitos não modelados na dinâmica não são corrigidos e o erro na órbita final pode ser significativo.

Uma das maneiras de se resolver esse problema é acoplar ao método escolhido um algoritmo, em tempo real, de correção do controle em função do erro acumulado. Um algoritmo como esse pode ser encontrado em Tapley et al. (1966) e os seus principais passos são descritos abaixo.

O ponto de partida é a linearização das equações de movimento e de controle em torno da solução nominal. Assim procedendo, tem-se:

$$\underline{X}(t) = \underline{X}^*(t) + \underline{x}(t) \quad (4.39a)$$

$$\underline{u}(t) = \underline{u}^*(t) + \underline{u}(t) \quad (4.39b)$$

onde $\underline{X}(t)$ é o estado, $\underline{u}(t)$ o controle, $()^*$ denota valor nominal e $\underline{x}(t)$ e $\underline{u}(t)$ são os desvios em relação aos valores nominais. Assim, a equação de movimento linearizada fica:

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{Q1}^* \underline{x}(t) + \underline{Q2}^* \underline{u}(t) \quad (4.40)$$

O problema passa a ser, então, o de obter $\underline{u}(t)$ que minimize um funcional (que representa o consumo de combustível extra gasto, devido ao desvio do estado e do controle) sujeito a equação de movimento linearizada e que satisfaça as condições terminais $\underline{S}(\underline{X}_f, t_f) = 0$ (no caso presente o vínculo terminal é que o veículo esteja sobre a órbita final desejada).

A abordagem também é a do controle ótimo padrão (Bryson et. al., 1975), e o resultado obtido é:

$$\underline{u}(t) = H_{\underline{u}\underline{u}}^*-1 * \underline{Q}2^T * \phi(t, t_f) * \underline{S}_{\underline{x}_f}^T * [\underline{S}_{\underline{x}_f} * \underline{J}1(t_0, t_f) * \underline{S}_{\underline{x}_f}^T]^{-1} * [\underline{S}_{\underline{x}_f} * [\underline{X}_f - \phi(t_0, t_f) * \underline{x}_0]] \quad (4.41)$$

onde:

$H_{\underline{u}\underline{u}}^*$ é a segunda derivada da hamiltoniana do sistema em relação a \underline{u} , aplicada nos valores nominais;

$\phi(t, t_f)$ é a matriz de transição do multiplicador de Lagrange, obtida das equações adjuntas;

$\underline{x}_0, \underline{x}_f$ são os estados inicial e final;

$$\underline{J}1(t, t_f) = \int_t^{t_f} [\phi(\tau, t_f) * \underline{Q}2 * H_{\underline{u}\underline{u}}^*-1 * \underline{Q}2^T * \phi^T(\tau, t_f)] d\tau$$

Com esse grupo de equações, obtém-se o controle $\underline{u}(t)$ a ser adicionado ao controle nominal $\underline{u}^*(t)$, bem como o estado $\underline{x}(t)$ a ser adicionado ao estado nominal $\underline{x}^*(t)$. Assim o problema fica resolvido.

Vale a pena citar que a fórmula acima tem um erro que decai com N^{-2} , onde N é o número de órbitas que dura a transferência.

CAPÍTULO 5

SELEÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO DOS MÉTODOS

5.1 - SELEÇÃO

Uma vez estudados e resumidos os métodos mais utilizados na literatura (Capítulo 4), agora é necessário fixar critérios para a escolha dos métodos a serem implementados.

Os critérios serão:

- i) Generalidade;
- ii) Facilidade de implementação a nível de software e hardware;
- iii) Escolha de métodos numéricos, para evitar o problema da falta de um número suficiente de condições de contorno conhecidas em um mesmo ponto.

O critério da generalidade diz que não se deve implementar métodos que sejam baseados em aproximações muito restritivas como, por exemplo, aqueles que supõem que o sistema propulsor seja impulsivo ou que as órbitas envolvidas sejam muito próximas (e. g. Stern, 1984) ou ainda que as órbitas sejam coplanares (e. g. Smith, 1959). O objetivo desse critério é o de implementar soluções que sirvam tanto à fase de transferência quanto à de correções, e que levem em conta a baixa magnitude do empuxo disponível. Feito isso, restam três linhas básicas de trabalho:

- i) Métodos de busca direta, com parametrização no controle;
- ii) Método híbrido;

iii) Métodos indiretos (Teoria de Controle Ótimo pura).

Como o método híbrido, conforme mostrado no Capítulo 4, utiliza as mesmas condições de otimalidade que a teoria de Controle Ótimo puro, porém tratadas de forma numérica e sem os inconvenientes das integrações analíticas requeridas pelos métodos indiretos (falta de conhecimento completo das condições de contorno, em um mesmo instante, para o conjunto formado pelas equações de movimento e adjuntas) será feita a opção por este método, em detrimento do Controle Ótimo puro, que nada mais teria a acrescentar em termos de resultados.

Dentre os diversos métodos diretos encontrados na literatura, a escolha recaiu sobre o método com parametrização linear no controle, pois os resultados encontrados na literatura (Biggs, 1979) mostram que essa parametrização simples é bastante próxima do método ótimo, em termos de consumo de combustível, e apresenta as vantagens de possuir uma convergência mais rápida e uma fácil implementação, especialmente a nível de hardware.

Então, resumindo, serão implementados os métodos:

i) Direto com parametrização linear no controle (Biggs, 1978; Rios-Neto e Ceballos, 1979; Ceballos, 1980; Ceballos e Rios-Neto, 1981);

ii) Híbrido (Biggs, 1979; Tomita, 1985).

Esses dois métodos serão comparados com os resultados obtidos por um método mais simples e aproximado, mas usado com muita frequência, que é o método de Hohmann. Assim, completam-se três soluções para cada manobra.

5.2) ALGORITMOS

A seguir serão detalhados, a nível de algoritmo, as duas soluções implementadas.

5.2.1) MÉTODO DIRETO

Para detalhar completamente o algoritmo esboçado no Capítulo 4 (pg 38), falta apenas escolher o método de minimização de funções sujeitas a vínculos de igualdade e desigualdade e o método de integração numérica. Após uma pesquisa na literatura, a escolha do método de minimização de funções recaiu sobre o método da projeção do gradiente (por ex., Bazaraa et. al., 1979), que é de fácil entendimento e implementação, e apresentou bons resultados quando utilizado anteriormente. Quanto às integrações numéricas, elas foram efetuadas usando-se a rotina INTEG, implementada por Rama Rao (1984) e Rama Rao e Kuga (1986), que permite que seja feita uma escolha entre quatro métodos diferentes de integração numérica: Runge-Kutta 24, Runge-Kutta 45, Runge-Kutta 78 e Adams Bashforth-Moulton de ordem 12, todos com livre escolha entre passo fixo e variável. Essas opções são feitas pelo usuário, através dos dados de entrada pedidos pelo software desenvolvido (ver seção 6.1).

Com essas escolhas, o algoritmo completo passa a ser:

- i) Parte-se de uma estimativa inicial para o conjunto $(A_0, B_0, A', B', s_0, s_f)$ para cada arco com propulsão estipulado, e utiliza-se as equações 4.8 para obter o valor do vetor \underline{u} correspondente;
- ii) Com esses valores, integra-se numericamente as equações de movimento (4.6), durante todos os arcos com propulsão estipulados, e obtém-se o valor do vetor \underline{X} no instante de fim de propulsão do último arco;

- iii) Com o valor de \underline{X} , utilizam-se as Equações 4.5 e obtém-se os valores dos elementos Keplerianos da órbita atingida;
- iv) Calcula-se numericamente, através de perturbações em cada um dos elementos de controle (vetor \underline{u}) seguidas de novas integrações numéricas, o gradiente dos vínculos e da função objetivo (combustível gasto) em relação a \underline{u} ;
- v) Testa-se o módulo do vetor formado pelas equações de vínculos ativos e, caso seja menor que uma tolerância especificada (zero numérico para a satisfação dos vínculos), vai-se para o passo vii;
- vi) Parte-se para a busca de satisfação dos vínculos, com o passo de busca dado por (Lumberger, 1973; Fleury et. al., 1988):

$$\underline{u}_{i+1} = \underline{u}_i - \nabla \underline{f}_3^T * [\nabla \underline{f}_3 * \nabla \underline{f}_3^T]^{-1} * \underline{f}_3 \quad (5.1)$$

onde \underline{f}_3 é o vetor formado pelos vínculos ativos. Daqui volta-se ao passo v;

- vii) Uma vez atingidos os vínculos, parte-se para a busca do mínimo da função objetivo. A direção de busca é dada por (Bazaraa et. al., 1979):

$$\underline{d} = -\underline{P} * \nabla J(\underline{u}) \quad (5.2)$$

onde:

$$\underline{P} = \underline{I} - \nabla \underline{f}_3^T * [\nabla \underline{f}_3 * \nabla \underline{f}_3^T]^{-1} * \underline{f}_3 \quad (5.3)$$

viii) Verifica-se o módulo do vetor \underline{d} e, se ele for menor que o valor especificado para a tolerância (zero numérico para a direção de busca) nessa etapa, vai-se para o passo x (Para obter um melhor comportamento numérico, foi feita a opção por uma busca em várias fases, isto é, utiliza-se uma "razão de contração" RC - definida pela equação 5.4 - e uma tolerância para a direção de busca que diminuem a medida que \underline{u} se aproxima do ponto de mínimo). O número de etapas faz parte dos dados de entrada pedidos pelo programa;

ix) O módulo do passo de busca é dado por:

$$PB = RC \cdot J(\underline{u}) / (\nabla J(\underline{u}) * \underline{d}) \quad (5.4)$$

onde RC é uma "razão de contração", em cada passo, da função objetivo, que define o tamanho do passo empregado e é solicitada pelos dados de entrada do programa. É importante frisar que aqui é preciso testar o valor de $\nabla J(\underline{u}) * \underline{d}$, pois a medida que \underline{u} se aproxima do mínimo, $\nabla J(\underline{u}) * \underline{d}$ se aproxima de zero, e isso pode prejudicar a convergência por gerar um valor de PB muito grande. A solução é interromper o processo antes que isso ocorra (existe um teste de módulo dentro do software desenvolvido). Feitas essas considerações, o passo completo fica:

$$u_{i+1} = u_i + PB \cdot \underline{d} / |\underline{d}| \quad (5.5)$$

Daqui vai-se para o passo v;

x) Aqui é verificada a possibilidade do ponto \underline{u} ser um ponto de Kuhn-Tucker. Para verificar essa condição, constrói-se o vetor \underline{VT} , que é o vetor formado pelos i primeiros elementos do vetor $\underline{W1} = -(\underline{f3} * \underline{f3}^T)^{-1} * \underline{f3} * \nabla J(\underline{u})$, onde i é o número de vínculos ativos. Caso \underline{VT} não seja positivo definido deleta-se

a linha j da matriz f_3 , com j escolhido de tal forma que o elemento VT_j seja negativo, e vai-se novamente para o passo vii;

- xi) Verifica-se o número da etapa presente e, caso não seja a última, divide-se a "razão de contração" e a tolerância para a direção de busca por uma constante (aqui escolhida como 10) e vai-se para o passo v. Caso a etapa presente seja a última, interrompe-se o método de busca.

5.2.2 - MÉTODO HÍBRIDO

Com as mesmas escolhas do método de minimização de funções e do método de integração numérica, o algoritmo do método híbrido fica:

- i) Parte-se de uma estimativa inicial para o conjunto $(A_0, B_0, A', B', s_0, s_f)$ para o primeiro arco com propulsão e (s_0, s_f) para os demais, e utiliza-se as equações 4.8 para obter o valor do vetor \underline{u} correspondente;
- ii) Utiliza-se a transformação "adjoint-control" (conforme datalhado na página 51) para, a partir do conjunto $(A_0, B_0, A', B', s_0, s_f)$ do arco inicial, obter os multiplicadores de Lagrange iniciais, necessários às integrações numéricas;
- iii) Com esses valores, integra-se numericamente as equações de movimento (4.6) e adjuntas (4.28) durante todos os arcos com propulsão estipulados, obtendo sempre os valores dos ângulos de "pitch" e "yaw", em cada instante, das equações 4.32 (Princípio de Máximo de Pontriagyn). Com isso obtém-se o valor do vetor \underline{X} no instante de fim da propulsão do último arco;

- iv) Com o valor de \underline{X} , utilizam-se as equações 4.5 e obtêm-se os valores dos elementos Keplerianos da órbita atingida;
- v) Calcula-se numericamente, através de perturbações em cada um dos elementos de controle (vetor \underline{u}) seguidas de novas integrações numéricas, o gradiente dos vínculos e da função objetivo (combustível gasto) em relação a \underline{u} ;
- vi) Testa-se o módulo do vetor formado pelas equações de vínculos ativos e, caso seja menor que uma tolerância especificada (zero numérico para a satisfação dos vínculos), vai-se para o passo viii;
- vii) Parte-se para a busca de satisfação dos vínculos, com o passo de busca dada por (Lumberger, 1973; Fleury et. al., 1988):

$$\underline{u}_{i+1} = \underline{u}_i - \nabla \underline{f}_3^T * [\nabla \underline{f}_3 * \nabla \underline{f}_3^T]^{-1} * \underline{f}_3 \quad (5.1)$$

onde \underline{f}_3 é o vetor formado pelos vínculos ativos. Daqui volta-se ao passo vi;

- viii) Uma vez atingidos os vínculos, parte-se para a busca do mínimo da função objetivo. A direção de busca é dada por (Bazaraa et. al., 1979):

$$\underline{d} = -\underline{P} * \nabla J(\underline{u}) \quad (5.2)$$

onde:

$$\underline{P} = \underline{I} - \nabla \underline{f}_3^T * [\nabla \underline{f}_3 * \nabla \underline{f}_3^T]^{-1} * \underline{f}_3 \quad (5.3)$$

- ix) Verifica-se o módulo do vetor \underline{d} e, se ele for menor que o valor especificado para a tolerância (zero numérico para a

direção de busca) nessa etapa (ver comentário no ítem viii na página 60) vai-se para o passo xi;

x) O módulo do passo de busca é dado por:

$$PB = RC \cdot J(\underline{u}) / (\nabla J(\underline{u}) \cdot \underline{d}) \quad (5.4)$$

onde RC é uma "razão de contração", em cada passo, da função objetivo, define o tamanho do passo empregado e é solicitada pelos dados de entrada do programa. Aqui vale o mesmo comentário do ítem viii do método anterior. Assim sendo, o passo completo fica:

$$u_{i+1} = u_i + PB \cdot \underline{d} / |\underline{d}| \quad (5.5)$$

Daqui vai-se para o passo vi;

xi) Aqui é verificada a possibilidade do ponto \underline{u} ser um ponto de Kuhn-Tucker. Para verificar essa condição, constrói-se o vetor \underline{VT} , que é o vetor formado pelos i primeiros elementos do vetor $\underline{W1} = -(\underline{f3} \cdot \underline{f3}^T)^{-1} \cdot \underline{f3} \cdot \nabla J(\underline{u})$, onde i é o número de vínculos ativos. Caso \underline{VT} não seja positivo definido deleta-se a linha j da matriz $\underline{f3}$, com j escolhido de tal forma que o elemento VT_j seja negativo, e vai-se novamente para o passo vii;

xii) Verifica-se o número da etapa presente e, caso não seja a última, divide-se a "razão de contração" e a tolerância para a direção de busca por uma constante (aqui escolhida como 10) e vai-se para o passo vi. Caso a etapa presente seja a última, interrompe-se o método de busca.

CAPÍTULO 6

RESULTADOS

Neste Capítulo será apresentada a relação dos dados de entrada e saída envolvidos no software desenvolvido para a simulação de uma manobra espacial. A seguir, virão os resultados obtidos nas diferentes simulações, tanto das manobras escolhidas para validação do software, como das simulações das manobras previstas para o primeiro satélite brasileiro de sensoriamento remoto da Missão Espacial Completa Brasileira (MECB).

6.1 - RELAÇÃO DOS DADOS DE ENTRADA E SAÍDA

6.1.1 - DADOS DE ENTRADA

Para uma descrição completa da manobra desejada, é preciso que sejam conhecidos os elementos orbitais das órbitas inicial e final, as características do veículo, os vínculos existentes durante a manobra e alguns parâmetros de ordem numérica. A relação de todos os dados necessários segue abaixo, com as respectivas unidades, nomes de variáveis (conforme usados no software, e não necessariamente iguais aos da lista de símbolos) e explicações, onde forem necessárias:

- * Número de arcos com propulsão (N): número inteiro, positivo e adimensional, que define o número de arcos onde a propulsão é permitida.

- * Órbita inicial do veículo, fornecida pelos seguintes elementos orbitais:
 - Semi-eixo maior (A): quilômetros;

 - Excentricidade (E): adimensional;

- Inclinação (I): graus;
- Longitude do nodo ascendente (OME0): graus;
- Argumento do perigeu (OMEMIO): graus.

* Dados do veículo, todos medidos no instante de início da contagem do tempo:

- Massa total (combustível + veículo) (M0): quilogramas;
- Magnitude do empuxo disponível (TAL): Newtons;
- "Range angle" (T0): expresso em graus, define a linha adotada como referência (pg 9 e Fig. 2.2);
- Anomalia verdadeira (NIO): graus;
- Tempo inicial (TEM): em segundos, define o instante do início da contagem do tempo (TEM=0 em todos os casos neste trabalho);
- Velocidade de ejeção dos gases (VE): em quilômetros por segundo, representa a velocidade com que os gases abandonam o propulsor.

* Vínculos durante a execução da manobra:

- Definição de quais elementos orbitais estarão vinculados (matriz IV, onde IV(1) representa o semi-eixo maior, IV(2) a excentricidade, IV(3) a inclinação, IV(4) a Longitude do nodo ascendente, IV(5) o argumento do perigeu): 1 para elemento vinculado e 0 para livre;

- Região proibida à propulsão (matriz VDG): são os ângulos, expressos em graus, que definem as longitudes verdadeiras (ver definição na página 38) do início (VDG(2)) e do fim (VDG(1)) da região onde a propulsão é proibida;
- Valores máximos e mínimos para os ângulos de "pitch" (ALFAU e ALFAL, respectivamente) e "yaw" (BETAU e BETAL): expressos em graus, representam os limites admissíveis para os respectivos ângulos.

* Órbita final do veículo, fornecida por um ou mais dos seguintes elementos orbitais:

- Semi-eixo maior (AF): quilômetros;
- Excentricidade (EF): adimensional;
- Inclinação (IF): graus;
- Longitude do nodo ascendente (OMEF): graus;
- Argumento do perigeu (OMEMIF): graus.

* Parâmetro gravitacional do corpo central (MU): adotado como $398600,5 \text{ Km}^3/\text{s}^2$, representa o produto da massa da Terra pela constante gravitacional ($G = 6,672 \times 10^{-20} \text{ Km}^3/(\text{Kg} \cdot \text{s}^2)$).

* Parâmetros numéricos necessários:

- Escolha do método de integração numérica (IMETH):

1 para Runge-Kutta 24;

2 para Runge-Kutta 45;

3 para Runge-Kutta 78;

4 para Adams Bashforth-Moulton;

- Tipo de passo de integração (vetores RELERR e ABSERR): números positivos e adimensionais que representam as tolerâncias para os erros relativos locais e absolutos, respectivamente, para a escolha do tamanho do passo de integração. Caso $RELERR = ABSERR = 0$ é escolhido o método de passo fixo;
- Passo inicial de integração (DT): em graus;
- Tolerância na satisfação dos vínculos (TVIN): número positivo e adimensional que representa o zero numérico na questão da satisfação dos vínculos;
- Tolerância inicial no módulo do vetor de direção de busca (TOL): número positivo e adimensional que representa o zero numérico na questão do fim de busca de mínimo na primeira etapa;
- Número de fases de busca (DIVNUM): número positivo e adimensional que define o número de etapas a serem executadas na busca do mínimo da função objetivo (ver definição na página 60);
- Tolerância na satisfação dos vínculos de desigualdade (FX): número positivo e adimensional que representa a extensão da "faixa" durante a qual um vínculo de desigualdade é considerado ativo;

- "Razão de contração" (ALFA): número positivo adimensional, definido pela equação 5.4, e que define a velocidade, em cada passo, com que se vai buscar o mínimo da função objetivo.

* Estimativa inicial da solução procurada, dada pelos seguintes parâmetros:

- Início da propulsão de cada arco (vetor TETAS): dado em graus, fornece o valor do "range angle" do início da fase propulsiva;
- Fim da propulsão de cada arco (vetor TETA E): dado em graus, fornece o valor do "range angle" do final da fase propulsiva;
- Ângulo de "pitch" inicial para cada arco com propulsão (vetor AS): dado em graus;
- Ângulo de "yaw" inicial para cada arco com propulsão (vetor BS): dado em graus;
- Variação inicial do ângulo de "pitch" com o "range angle" em cada arco (vetor ALINHA): número adimensional (grau/grau) que dá o valor da derivada do ângulo de "pitch" no início de cada arco com propulsão;
- Variação inicial do ângulo de "yaw" com o "range angle" em cada arco (vetor BLINHA): número adimensional (grau/grau) que dá o valor da derivada do ângulo de "yaw" no início de cada arco com propulsão;
- Estimativa do combustível necessário a execução da manobra (FBA): quilogramas.

No caso de transferências ótimas, os ângulos de "pitch" e "yaw" iniciais e as respectivas taxas de variação são necessários apenas no primeiro arco com propulsão. Para os demais arcos basta especificar os "range angles" do início e do fim da fase com propulsão.

6.1.2 - DADOS DE SAÍDA

A solução encontrada é especificada pelos seguintes parâmetros:

* "Time-histories" do empuxo, especificados através dos seguintes parâmetros:

- Início da propulsão de cada arco (vetor TETAS): dado em graus, fornece o valor do "range angle" do início da fase propulsiva;
- Fim da propulsão de cada arco (vetor TETAE): dado em graus, fornece o valor do "range angle" do final da fase propulsiva;
- Ângulo de "pitch" inicial para cada arco com propulsão (vetor AS): dado em graus;
- Ângulo de "yaw" inicial para cada arco com propulsão (vetor BS): dado em graus;
- Variação inicial do ângulo de "pitch" com o "range angle" em cada arco (vetor ALINHA): número adimensional (grau/grau) que dá o valor da derivada do ângulo de "pitch" no início de cada arco com propulsão;

- Variação inicial do ângulo de "yaw" com o "range angle" em cada arco (vetor BLINHA): número adimensional (grau/grau) que dá o valor da derivada do ângulo de "yaw" no início de cada arco com propulsão;

para o método direto, e:

- Valores dos ângulos de "pitch" e "yaw" para cada "range angle" (ALFA e BETA, respectivamente): expressos em graus e impresso em forma de gráficos ou tabelas;

para o método híbrido.

* Órbita final, que mostra a órbita efetivamente atingida após a manobra, especificada pelos seguintes elementos orbitais:

- Semi-eixo maior (A): quilômetros;
- Excentricidade (E): adimensional;
- Inclinação (I): graus;
- Longitude do nodo ascendente (OME): graus;
- Argumento do perigeu (OMEMI): graus;
- Anomalia verdadeira (NI): graus, no instante do fim da propulsão.

* Combustível consumido (CONS): quilogramas

* Tempo de propulsão (TEM): em segundos, representa o tempo que os propulsores devem permanecer ligados.

* Tempo de processamento (TP): em segundos, representa o tempo gasto pelo computador para encontrar a solução do problema.

* Número de iterações (KONTA): Número positivo e adimensional que expressa o número de iterações efetuadas para encontrar a solução do problema.

6.2 - EXEMPLOS PARA VALIDAÇÃO

Nesta seção serão apresentados alguns exemplos de manobras, com o objetivo de mostrar a validade do software desenvolvido.

6.2.1 - MÉTODO DIRETO

As manobras efetuadas com o método de busca direta serão comparados com as similares encontradas na literatura (Biggs, 1978).

Os exemplos foram escolhidos de forma a demonstrar as diversas características do software que serão importantes nas simulações reais com o primeiro satélite brasileiro de Sensoriamento Remoto como, por exemplo, manobras com diversos arcos com propulsão, vínculos no controle, etc...

Em todos exemplos para validação os parâmetros numéricos foram obtidos da referência ou por tentativas e comparações, utilizando-se os seguintes critérios de escolha:

- i) Os testes realizados com os diferentes métodos de integração numérica mostraram que todos eles se equivalem em termos de precisão, dentro dos limites que dizem respeito a esse trabalho, mas o Runge-Kutta24 de passo fixo é muito mais rápido;

- ii) O passo inicial foi obtido diretamente da referência;
- iii) O zero numérico na satisfação dos vínculos foi escolhido de forma a proporcionar uma órbita final com precisão compatível aos algarismos significativos fornecidos na referência, pois quanto menor o seu valor, mais se aproxima da órbita especificada. Os valores numéricos para cada caso são mostrados nos respectivos dados de entrada;
- iv) O zero numérico na direção de busca do mínimo da função objetivo na primeira fase e o número de fases foram escolhidos de forma que o seu valor na última fase seja o menor possível (abaixo de um certo valor não existe convergência);
- v) A faixa de ativação dos vínculos de desigualdade foi escolhida de forma a ser a menor possível (abaixo de um certo valor não existe convergência);
- vi) A "razão de contração" foi escolhida de forma a ser a maior possível (valores muito altos quebram a hipótese de linearidade e muito baixos aumentam muito o número de iterações necessárias).

Exemplo: 1

Exemplo correspondente na referência (Biggs, 1978): 1

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 1

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 99000 Km.;
- Excentricidade: 0,7;
- Inclinação: 10 graus;
- Longitude do nodo ascendente: 55 graus;
- Argumento do perigeu: 105 graus.

* Dados iniciais do veículo:

- Massa total (veículo + combustível): 300 Kg.;
- Empuxo disponível: 1,0 N;
- Posição inicial: 0,0;
- Anomalia verdadeira: -105 graus;
- Velocidade de ejeção de gases: 2,5 Km/s (não fornecida na referência, mas possível de ser obtida em função dos demais dados disponíveis).

* Vínculos no controle:

- Nenhum.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 104000 Km.

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-Kutta24);
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 10,0 graus;
- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,001;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;
- Número de fases de busca: 2;
- Razão de contração: -0,1.

* Estimativa inicial da solução:

- Início de propulsão: 0,0 grau;
- Fim de propulsão: 5,0 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 0,0 grau;
- Ângulo de "yaw" inicial: 0,0 grau;
- Taxa inicial de variação em "pitch": 0,0;
- Taxa inicial de variação em "yaw": 0,0;
- Combustível necessário à manobra: 2,5 Kg.

Dados de saída e comparação (ver Tabela 6.1):

TABELA 6.1

DADOS DE SAÍDA DO EXEMPLO 1

Variável	Sol. da referência	Sol. do software
s_0 (graus)	78,0	78,0
s_f (graus)	132,5	132,6
A_0 (graus)	-11,3	-8,8
B_0 (graus)	0,0	0,0
A' (grau/grau)	0,416	0,467
B' (grau/grau)	0,0	0,0
Consumo (Kg)	2,44	2,44
Duração (s)	----	6113,9
Iterações	17	21
Processamento (s)	60	32
Órbita efetivamente atingida		
Semi-eixo maior (Km)		104000,72
Excentricidade		0,714
Inclinação (graus)		10,0
Longitude do Nodo Ascendente (graus)		55,0
Argumento do Perigeu (graus)		105,0
Anomalia Verdadeira (graus)		28,2

Exemplo: 2

Exemplo correspondente na referência (Biggs, 1978): 2

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 1

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 99000 Km.;
- Excentricidade: 0,7;
- Inclinação: 10 graus;
- Longitude do nó ascendente: 55 graus;
- Argumento do perigeu: 105 graus.

* Dados iniciais do veículo:

- Massa total (veículo + combustível): 300 Kg.;
- Empuxo disponível: 1,0 N;
- Posição inicial: 0,0;
- Anomalia verdadeira: -105 graus;
- Velocidade de ejeção de gases: 2,5 Km/s (não fornecida na referência, mas possível de ser obtida em função dos demais dados disponíveis).

* Vínculos no controle:

- Proibido aplicar empuxo entre as longitudes verdadeiras 120,0 e 180,0.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 104000 Km.

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-Kutta24);
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 10,0 graus;
- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,001;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;
- Número de fases de busca: 2;
- Faixa de ativação dos vínculos de des.: 0,05;
- Razão de contração: -0,1.

* Estimativa inicial da solução:

- Início de propulsão: 0,0;
- Fim de propulsão: 5,0;
- Ângulo de "pitch" inicial: 0,0;
- Ângulo de "yaw" inicial: 0,0;
- Taxa inicial de variação em "pitch": 0,0;
- Taxa inicial de variação em "yaw": 0,0;
- Combustível necessário à manobra: 2,5 Kg.

Dados de saída e comparação (ver Tabela 6.2):

TABELA 6.2

DADOS DE SAÍDA DO EXEMPLO 2.

Variável	Sol. da referência	Sol. do software
s_0 (graus)	25,3	25,3
s_f (graus)	65,0	65,0
A_0 (graus)	-31,9	-26,4
B_0 (graus)	0,0	0,0
A' (grau/grau)	0,396	0,177
B' (grau/grau)	0,0	0,0
Consumo (Kg)	2,81	2,81
Duração (s)	----	7039,3
Iterações	18	10
Processamento (s)	44	12
Órbita efetivamente atingida		
Semi-eixo maior (Km)		104000,05
Excentricidade		0,713
Inclinação (graus)		10,0
Longitude do Nodo Ascendente (graus)		55,0
Argumento do Perigeu (graus)		104,2
Anomalia Verdadeira (graus)		320,8

Comentários:

- i) Esse exemplo ilustra o problema da manobra com regiões proibidas à propulsão. Nota-se que, com essa limitação, o consumo de combustível aumenta;

ii) Nesse exemplo de simulação foi experimentado um valor menor para a tolerância inicial na direção de busca (0,05) e o resultado obtido foi uma solução diferente e superior, do ponto de vista de economia de combustível (economia de 6,4%), que utiliza o outro lado da região proibida à propulsão. O quadro abaixo compara essa solução com a obtida na referência (ver Tabela 6.3).

TABELA 6.3

DADOS DE SAÍDA DA SEGUNDA SOLUÇÃO DO EXEMPLO 2.

Variável	Sol. da referência	Sol. do software
s_0 (graus)	25,3	125,0
s_f (graus)	65,0	171,2
A_0 (graus)	-31,9	10,6
B_0 (graus)	0,0	0,0
A' (grau/grau)	0,396	0,293
B' (grau/grau)	0,0	0,0
Consumo (Kg)	2,81	2,63
Duração (s)	----	6566,6
Iterações	18	124
Processamento (s)	44	263
Órbita efetivamente atingida		
Semi-eixo maior (Km)		104000,03
Excentricidade		0,714
Inclinação (graus)		10,0
Longitude do Nodo Ascendente (graus)		55,0
Argumento do Perigeu (graus)		105,6
Anomalia Verdadeira (graus)		65,7

Exemplo: 3

Exemplo correspondente na referência (Biggs, 1978): 3

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 1

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 9900 Km.;
- Excentricidade: 0,2;
- Inclinação: 10 graus;
- Longitude do nodo ascendente: 0 graus;
- Argumento do perigeu: 25 graus.

* Dados iniciais do veículo:

- Massa total (veículo + combustível): 300 Kg.;
- Empuxo disponível: 2,0 N;
- Posição inicial: 0,0;
- Anomalia verdadeira: -10 graus;
- Velocidade de ejeção de gases: 2,5 Km/s (não fornecida na referência, mas possível de ser obtida em função dos demais dados disponíveis).

* Vínculos no controle:

- Nenhum.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 10000 Km.

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-Kutta24);
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 10,0 graus;
- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,001;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;
- Número de fases de busca: 2;
- Razão de contração: -0,1.

* Estimativa inicial da solução:

- Início de propulsão: 0,0 grau;
- Fim de propulsão: 20,0 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 0,0 grau;
- Ângulo de "yaw" inicial: 0,0 grau;
- Taxa inicial de variação em "pitch": 0,0;
- Taxa inicial de variação em "yaw": 0,0;
- Combustível necessário à manobra: 3,5 Kg.

Dados de saída e comparação (ver Tabela 6.4):

TABELA 6.4

DADOS DE SAÍDA DO EXEMPLO 3.

Variável	Sol. da referência	Sol. do software
s_0 (graus)	0,0	0,0
s_f (graus)	179,4	179,5
A_0 (graus)	4,0	2,5
B_0 (graus)	0,0	0,0
A' (grau/grau)	0,035	0,053
B' (grau/grau)	0,0	0,0
Consumo (Kg)	3,74	3,74
Duração (s)	----	4675,6
Iterações	18	11
Processamento (s)	162	82
Órbita efetivamente atingida		
Semi-eixo maior (Km)		10000,00
Excentricidade		0,200
Inclinação (graus)		10,0
Longitude do Nodo Ascendente (graus)		0,0
Argumento do Perigeu (graus)		26,9
Anomalia Verdadeira (graus)		167,6

Comentário:

i) Note que o vínculo $s_0 > 0$ é ativo nesse exemplo.

Exemplo: 4

Exemplo correspondente na referência (Biggs, 1978): 4

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 1

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 9900 Km.;
- Excentricidade: 0,2;
- Inclinação: 10 graus;
- Longitude do nodo ascendente: 0 graus;
- Argumento do perigeu: 25 graus.

* Dados iniciais do veículo:

- Massa total (veículo + combustível): 300 Kg.;
- Empuxo disponível: 2,0 N;
- Posição inicial: 0,0;
- Anomalia verdadeira: -10 graus;
- Velocidade de ejeção de gases: 2,5 Km/s (não fornecida na referência, mas possível de ser obtida em função dos demais dados disponíveis).

* Vínculos no controle:

- Nenhum.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 10000 Km.

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-Kutta24);
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 10,0 graus;
- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,001;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;
- Número de fases de busca: 2;
- Razão de contração: -0,1.

* Estimativa inicial da solução:

- Início de propulsão: 280,0 graus;
- Fim de propulsão: 300,0 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 0,0 grau;
- Ângulo de "yaw" inicial: 0,0 grau;
- Taxa inicial de variação em "pitch": 0,0;
- Taxa inicial de variação em "yaw": 0,0;
- Combustível necessário à manobra: 3,5 Kg.

Dados de saída e comparação (ver Tabela 6.5):

TABELA 6.5

DADOS DE SAÍDA DO EXEMPLO 4.

Variável	Sol. da referência	Sol. do software
s_0 (graus)	272,7	274,9
s_f (graus)	470,8	473,1
A_0 (graus)	-11,5	-11,2
B_0 (graus)	0,0	0,0
A' (grau/grau)	0,123	0,131
B' (grau/grau)	0,0	0,0
Consumo (Kg)	3,32	3,33
Duração (s)	----	4162,6
Iterações	12	5
Processamento (s)	123	34
Órbita efetivamente atingida		
Semi-eixo maior (Km)		10000,00
Excentricidade		0,205
Inclinação (graus)		10,0
Longitude do Nodo Ascendente (graus)		0,0
Argumento do Perigeu (graus)		25,1
Anomalia Verdadeira (graus)		103,0

Comentário:

- i) Note que o mesmo problema forneceu soluções diferentes, devido as estimativas iniciais da solução serem diferentes.

Exemplo: 5

Exemplo correspondente na referência (Biggs, 1978): 5

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 2

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 9900 Km.;
- Excentricidade: 0,2;
- Inclinação: 10 graus;
- Longitude do nodo ascendente: 0 graus;
- Argumento do perigeu: 25 graus.

* Dados iniciais do veículo:

- Massa total (veículo + combustível): 300 Kg.;
- Empuxo disponível: 2,0 N;
- Posição inicial: 0,0;
- Anomalia verdadeira: -10 graus;
- Velocidade de ejeção de gases: 2,5 Km/s (não fornecida na referência, mas possível de ser obtida em função dos demais dados disponíveis).

* Vínculos no controle:

- Nenhum.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 10000 Km.

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-Kutta24);
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 10,0 graus;
- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,001;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;
- Número de fases de busca: 2;
- Razão de contração: -0,1.

* Estimativa inicial da solução:

Arco 1:

- Início de propulsão: 0,0;
- Fim de propulsão: 20,0;
- Ângulo de "pitch" inicial: 0,0;
- Ângulo de "yaw" inicial: 0,0;
- Taxa inicial de variação em "pitch": 0,0;
- Taxa inicial de variação em "yaw": 0,0;

Arco 2:

- Início de propulsão: 280,0;
- Fim de propulsão: 300,0;
- Ângulo de "pitch" inicial: 0,0;
- Ângulo de "yaw" inicial: 0,0;
- Taxa inicial de variação em "pitch": 0,0;
- Taxa inicial de variação em "yaw": 0,0;
- Combustível necessário à manobra: 3,5 Kg.

Dados de saída e comparação (ver Tabela 6.6):

TABELA 6.6

DADOS DE SAÍDA DO EXEMPLO 5.

Variável	Sol. da referência	Sol. do software
Arco 1		
s_0 (graus)	0,0	0,0
s_f (graus)	81,7	89,5
A_0 (graus)	-0,3	1,2
B_0 (graus)	0,0	0,0
A' (grau/grau)	0,124	0,171
B' (grau/grau)	0,0	0,0
Arco 2		
s_0 (graus)	307,5	299,3
s_f (graus)	434,3	417,7
A_0 (graus)	-9,8	-8,6
B_0 (graus)	0,0	0,0
A' (grau/grau)	0,152	0,099
B' (grau/grau)	0,0	0,0
Consumo (Kg)	3,19	3,20
Duração (s)	----	4002,9
Iterações	18	9
Processamento (s)	306	99

(continua)

Tabela 6.6 - Conclusão

Órbita efetivamente atingida	
Semi-eixo maior (Km)	10000,01
Excentricidade	0,207
Inclinação (graus)	10,0
Longitude do Nodo Ascendente (graus)	0,0
Argumento do Perigeu (graus)	25,3
Anomalia Verdadeira (graus)	47,4

Comentário:

- i) Note que o uso de dois arcos para propulsão reduziu o consumo de combustível, como atestam os resultados obtidos nos exemplos 3 (consumo de 3,74 quilogramas) e 4 (consumo de 3,32 quilogramas).

Exemplo: 6

Exemplo correspondente na referência (Biggs, 1978): 11

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 1

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 4500 Km.;
- Excentricidade: 0,5;
- Inclinação: 8 graus;
- Longitude do nodo ascendente: -145 graus;
- Argumento do perigeu: -20 graus.

* Dados iniciais do veículo:

- Massa total (veículo + combustível): 11300 Kg.;
- Empuxo disponível: 60000 N;
- Posição inicial: 0,0;
- Anomalia verdadeira: 170 graus;
- Velocidade de ejeção de gases: 4,25 Km/s (não fornecida na referência, mas possível de ser obtida em função dos demais dados disponíveis).

* Vínculos no controle:

- Propulsão deve estar completa antes da longitude verdadeira 35,0.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 7435 Km.;
- Excentricidade: 0,122;
- Inclinação: 2,29 graus.

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-Kutta24);
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 5,0 graus;
- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,001;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;
- Número de fases de busca: 2;
- Faixa de ativação dos vínculos de des.: 0,05;
- Razão de contração: -0,1.

* Estimativa inicial da solução:

- Início de propulsão: 5,0 graus;
- Fim de propulsão: 25,0 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 0,0 grau;
- Ângulo de "yaw" inicial: 0,0 grau;
- Taxa inicial de variação em "pitch": 0,0;
- Taxa inicial de variação em "yaw": 0,0;
- Combustível necessário à manobra: 5300 Kg.

Dados de saída e comparação (ver Tabela 6.7):

TABELA 6.7

DADOS DE SAÍDA DO EXEMPLO 6.

Variável	Sol. da referência	Sol. do software
s_0 (graus)	6,7	6,5
s_f (graus)	28,0	27,7
A_0 (graus)	1,30	0,50
B_0 (graus)	16,0	16,8
A' (grau/grau)	-0,017	-0,034
B' (grau/grau)	0,007	-0,067
Consumo (Kg)	5269,5	5248,9
Duração (s)	----	375,6
Iterações	8	20
Processamento (s)	36	25
Órbita efetivamente atingida		
Semi-eixo maior (Km)		7435,00
Excentricidade		0,122
Inclinação (graus)		2,290
Longitude do Nodo Ascendente (graus)		255,2
Argumento do Perigeu (graus)		171,0
Anomalia Verdadeira (graus)		326,7

Comentários:

- i) Note que o veículo é movido com alto empuxo (60000 N), ao contrário dos demais exemplos;
- ii) O semi-eixo maior é menor que o raio da Terra porque o veículo em questão é o segundo estágio de um foguete e não chega a completar uma órbita em torno da Terra.

6.2.2 - MÉTODO HÍBRIDO

As manobras aqui efetuadas serão comparadas com as similares obtidas por Biggs (1979).

Da mesma forma que na seção anterior, os exemplos serão escolhidos de forma a validar as diversas características do software desenvolvido e que serão aplicadas nas simulações dos casos reais das manobras do primeiro satélite brasileiro de sensoriamento remoto da MECB. Os parâmetros numéricos foram escolhidos seguindo os mesmos critérios citados na página 71 e os gráficos foram efetuados com o auxílio da rotina GRAFI, desenvolvida e implementada por Carrara (1984).

Exemplo: 7

Exemplo correspondente na referência (Biggs, 1979): 1

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 1

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 99000 Km.;
- Excentricidade: 0,7;
- Inclinação: 10 graus;
- Nodo ascendente: 55 graus;
- Argumento do perigeu: 105 graus.

* Dados iniciais do veículo:

- Massa total (veículo + combustível): 300 Kg.;
- Empuxo disponível: 1,0 N;
- "Range Angle": 0,0;
- Anomalia verdadeira: -105 graus;
- Velocidade de ejeção gases: 2,5 Km/s (não fornecida na referência, mas possível de ser obtida em função dos demais dados disponíveis).

* Vínculos no controle:

- Nenhum.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 104000 Km.;

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-Kutta 24);
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 10,0 graus;
- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,001;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;
- Número de fases de busca: 2;
- Razão de contração: -0,1.

* Estimativa inicial da solução:

- Início de propulsão: 0,0 graus;
- Fim de propulsão: 5,0 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 0,0 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 0,0 graus;
- Taxa inicial de variação em "pitch": 0,0;
- Taxa inicial de variação em "Yaw": 0,0 graus;
- Combustível necessário à manobra: 2,5 Kg.

Dados de saída e comparação (ver Fig 6.1):

Ângulo de "yaw" = 0,0 em todos os instantes

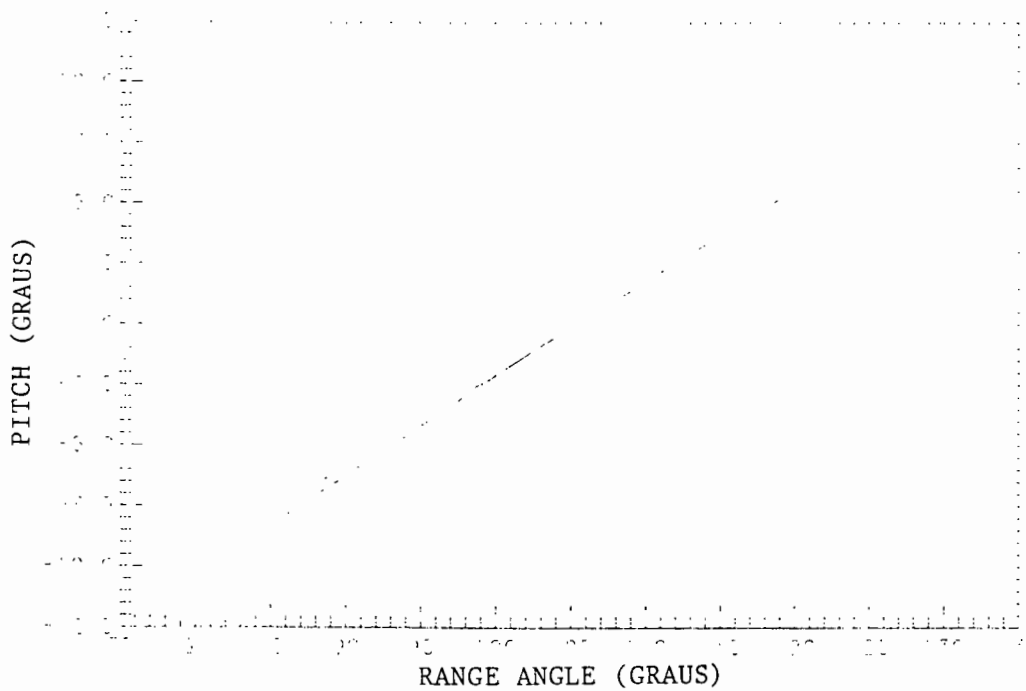


Fig 6.1 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o exemplo 7.

A linha cheia representa a solução obtida e a tracejada a da referência.

Demais valores obtidos (ver Tabela 6.8):

TABELA 6.8

DADOS DE SAÍDA DO EXEMPLO 7.

Variável	Sol. da referência	Sol. do software
Consumo (Kg.)	2,4393	2,4390
Duração (s)	-----	6097,3
Iterações	24	219
Processamento (s)	105	907
Órbita efetivamente atingida		
Semi-eixo maior (Km)		103998,50
Excentricidade		0,714
Inclinação (graus)		10,0
Nodo ascendente (graus)		55,0
Argumento do perigeu (graus)		105,0
Anomalia verdadeira (graus)		28,3

Exemplo: 8

Exemplo correspondente na referência (Biggs, 1979): 2

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 1

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 4500 Km.;
- Excentricidade: 0,5;
- Inclinação: 8 graus;
- Nodo ascendente: -145 graus;
- Argumento do perigeu: -20 graus.

* Dados iniciais do veículo:

- Massa total (veículo + combustível): 11300 Kg.;
- Empuxo disponível: 60000,0 N;
- "Range Angle": 0,0;
- Anomalia verdadeira: 170 graus;
- Velocidade de ejeção de gases: 4,25 Km/s (não fornecida na referência, mas possível de ser obtida em função dos demais dados disponíveis).

* Vínculos no controle:

- Nenhum.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 7435 Km.;
- Excentricidade: 0,122;
- Inclinação: 2,29 graus.

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-Kutta 24);
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 5,0 graus;

- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,001;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;
- Número de fases de busca: 2;
- Razão de contração: -0,05.

* Estimativa inicial da solução:

- Início de propulsão: 5,0 graus;
- Fim de propulsão: 25,0 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 0,0 grau;
- Ângulo de "yaw" inicial: 0,0 grau;
- Taxa inicial de variação em "pitch": 0,0;
- Taxa inicial de variação em "yaw": 0,0;
- Combustível necessário à manobra: 5300 Kg.

Dados de saída e comparação (ver Fig 6.2):

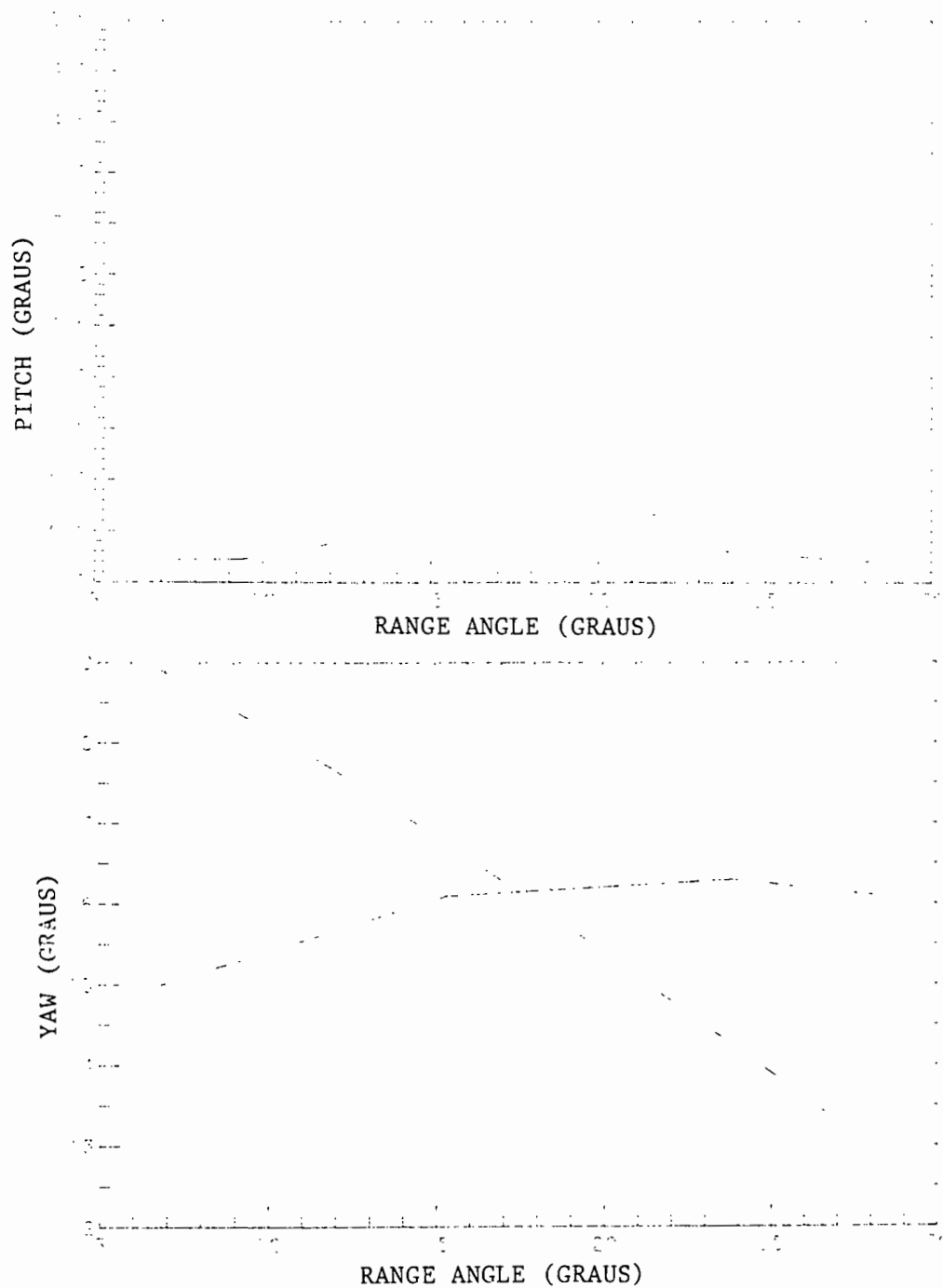


Fig 6.2 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o exemplo 8.

A linha cheia representa a solução obtida e a tracejada a da referência.

Demais valores obtidos (ver Tabela 6.9):

TABELA 6.9

DADOS DE SAÍDA DO EXEMPLO 8.

Variável	Sol. da referência	Sol. do software
Consumo (Kg.)	5268,64	5255,60
Duração(s)	-----	375,8
Iterações	18	10
Processamento (s)	96	99
Órbita efetivamente atingida		
Semi-eixo maior (Km)		7435,00
Excentricidade		0,122
Inclinação (graus)		2,290
Nodo ascendente (graus)		355,9
Argumento do perigeu (graus)		169,4
Anomalia verdadeira (graus)		327,9

Comentários:

- i) Nesse exemplo o veículo é movido com alto empuxo, ao contrário dos demais.
- ii) A diferença entre as curvas provém do fato de termos duas soluções simétricas para o problema, e cada método de minimização encontrou uma delas. Note porém, que os valores do combustível consumido são praticamente iguais.

Exemplo: 9

Exemplo correspondente na referência (Biggs, 1979): 5

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 2

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 41904,1 Km.;
- Excentricidade: 0,018;
- Inclinação: 0,688 graus;
- Nodo ascendente: -29,8 graus;
- Argumento do perigeu: 7,0 graus.

* Dados iniciais do veículo:

- Massa total (veículo + combustível): 300 Kg.;
- Empuxo disponível: 1,0 N;
- "Range Angle": 0,0;
- Anomalia verdadeira: -97,2 graus;
- Velocidade de ejeção de gases: 2,5 Km/s (não fornecida na referência, mas possível de ser obtida em função dos demais dados disponíveis).

* Vínculos no controle:

- Nenhum.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 42164,2 Km.;
- Excentricidade: 0,0;
- Inclinação: 0,0 graus.

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-Kutta 24);
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 10,0 graus;

- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,03;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;
- Número de fases de busca: 2;
- Razão de contração: -0,05.

* Estimativa inicial da solução:

Arco 1:

- Início de propulsão: 100,0 graus;
- Fim de propulsão: 110,0 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 180,0 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: -45,0 graus;
- Taxa inicial de variação em "pitch": 0,5;
- Taxa inicial de variação em "yaw": 0,0;

Arco 2:

- Início de propulsão: 280,0 graus;
- Fim de propulsão: 300,0 graus;
- Combustível necessário à manobra: 5,5 Kg.

Dados de saída e comparação (ver Fig 6.3 a 6.4):

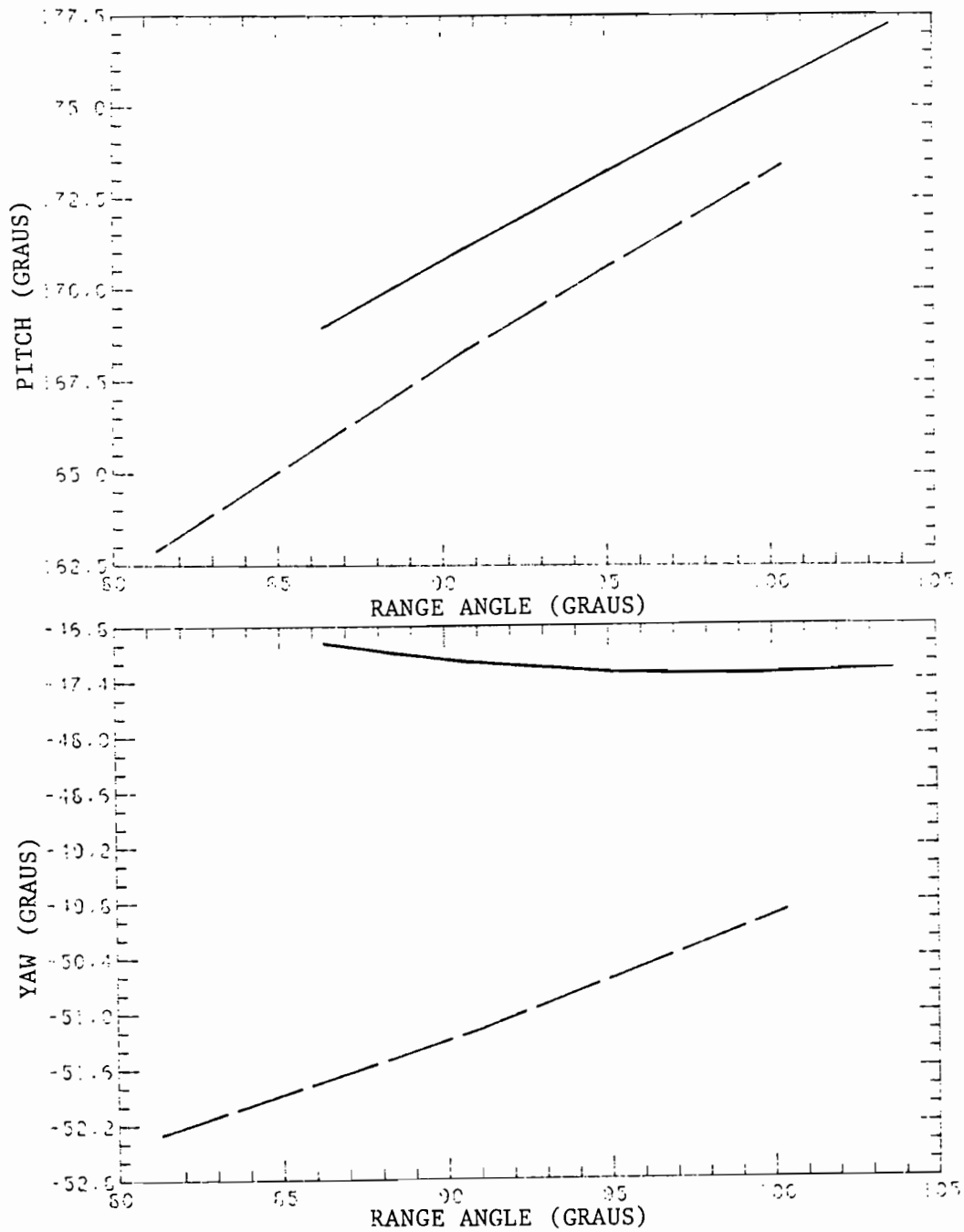


Fig 6.3 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o primeiro arco com propulsão do exemplo 9.

A linha cheia representa a solução obtida e a tracejada a da referência.

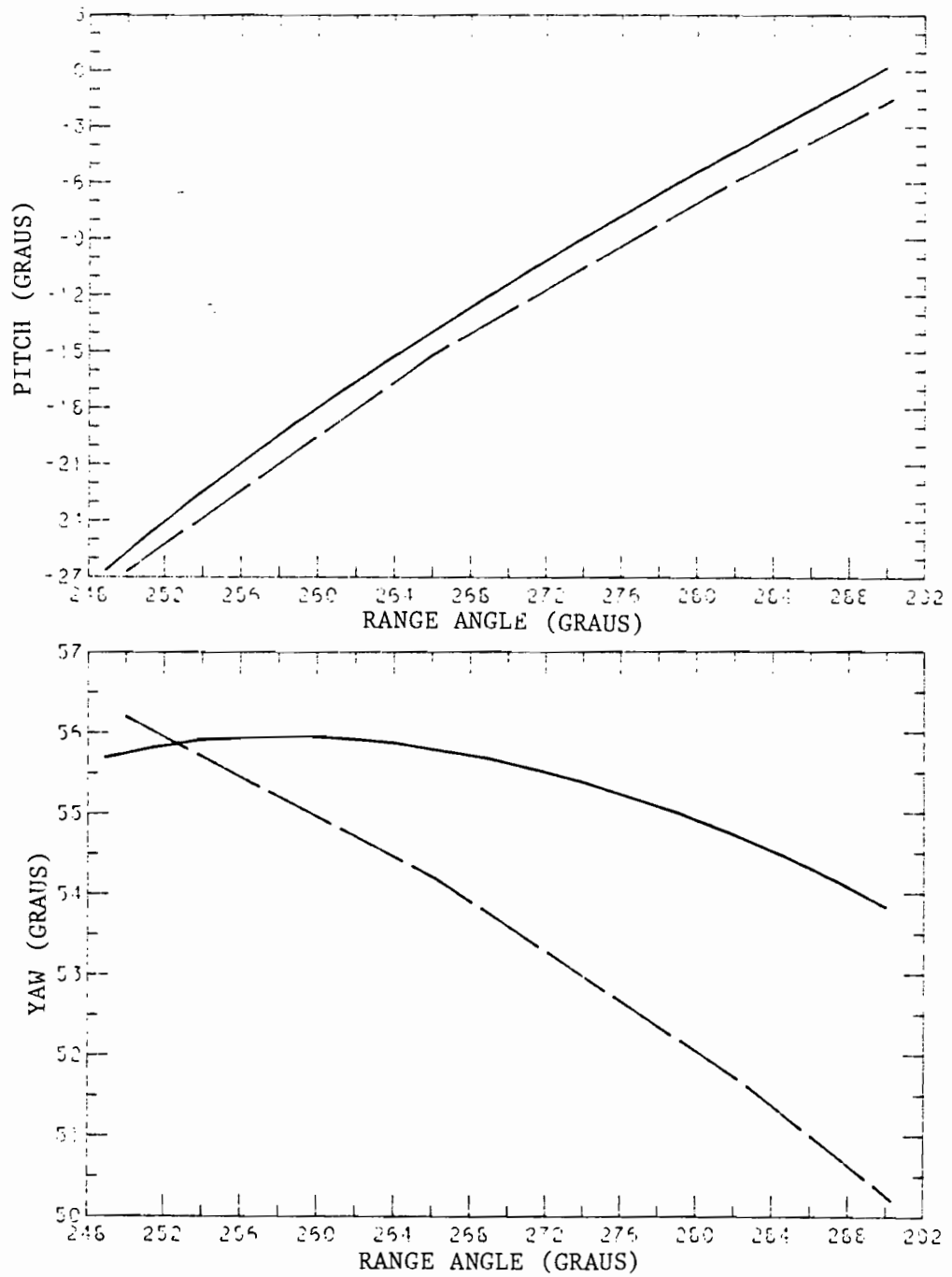


Fig 6.4 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o segundo arco com propulsão do exemplo 9.

A linha cheia representa a solução obtida e a tracejada a da referência.

Demais valores obtidos (ver Tabela 6.10):

TABELA 6.10

DADOS DE SAÍDA DO EXEMPLO 9.

Variável	Sol. da referência	Sol. do software
Consumo (Kg.)	5,621	5,579
Duração(s)	-----	13947,8
Iterações	24	1
Processamento (s)	240	64
Órbita efetivamente atingida		
Semi-eixo maior (Km)		42161,23
Excentricidade		0,000
Inclinação (graus)		0,0
Nodo ascendente (graus)		265,5
Argumento do perigeu (graus)		93,2
Anomalia verdadeira (graus)		171,8

Comentários:

- i) Note que as duas soluções são levemente diferentes (a escala ampliada faz com que a diferença pareça maior do que realmente é), especialmente quanto ao ângulo de "yaw", mas com vantagem, em termos de menor consumo de combustível, para o algoritmo implementado.

Exemplo: 10

Exemplo correspondente na referência (Biggs, 1979): 6

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 1

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 9900 Km.;
- Excentricidade: 0,2;
- Inclinação: 10 graus;
- Nodo ascendente: 0,0 grau;
- Argumento do perigeu: 25 graus.

* Dados iniciais do veículo:

- Massa total (veículo + combustível): 300 Kg.;
- Empuxo disponível: 2,0 N;
- "Range Angle": 0,0;
- Anomalia verdadeira: -10,0 graus;
- Velocidade de ejeção de gases: 2,5 Km/s (não fornecida na referência, mas possível de ser obtida em função dos demais dados disponíveis).

* Vínculos no controle:

- Nenhum.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 10000 Km.;

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-Kutta 24);
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 10,0 graus;
- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,03;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;

- Número de fases de busca: 2;
- Razão de contração: -0,05.

* Estimativa inicial da solução:

- Início de propulsão: 0,0 grau;
- Fim de propulsão: 20,0 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 0,0 grau;
- Ângulo de "yaw" inicial: 0,0 grau;
- Taxa inicial de variação em "pitch": 0,0;
- Taxa inicial de variação em "yaw": 0,0;
- Combustível necessário à manobra: 3,7 Kg.

Dados de saída e comparação (ver Fig 6.5):

Ângulo de "yaw" = 0,0 em todos os instantes

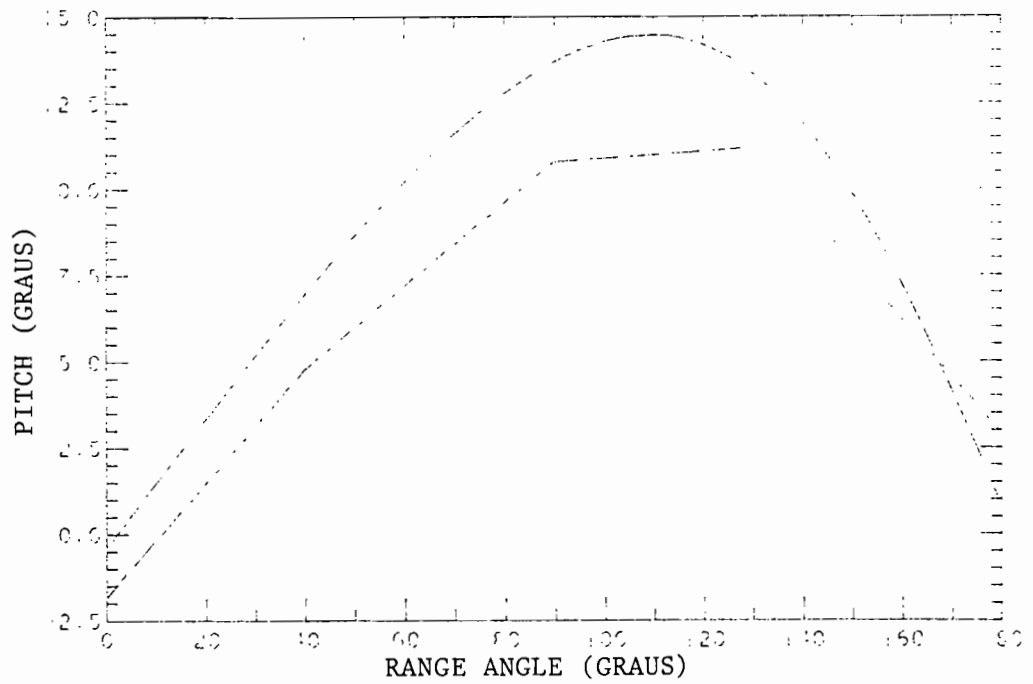


Fig 6.5 - Ângulos de controle ("pitch" e "Yaw") em função do "range angle" para o exemplo 10.

A linha cheia representa a solução obtida e a tracejada a da referência.

Demais valores obtidos (ver Tabela 6.11):

TABELA 6.11

DADOS DE SAÍDA DO EXEMPLO 10.

Variável	Sol. da referência	Sol. do software
Consumo (Kg.)	3,7316	3,7222
Duração(s)	-----	4652,6
Iterações	23	8
Processamento (s)	384	69
Órbita efetivamente atingida		
Semi-eixo maior (Km)		9999,72
Excentricidade		0,200
Inclinação (graus)		10,0
Nodo ascendente (graus)		0,0
Argumento do perigeu (graus)		26,8
Anomalia verdadeira (graus)		167,1

Comentários

- i) Note que nesse exemplo o vínculo $s_0 \geq 0$ é ativo;
- ii) Note a proximidade entre as soluções, e o fato de que o pequeno número de pontos fornecidos na referência torna a sua curva menos lisa.

Exemplo: 11

Exemplo correspondente na referência (Biggs, 1979): 9

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 1

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 99000 Km.;
- Excentricidade: 0,7;
- Inclinação: 10 graus;
- Nodo ascendente: 55 graus;
- Argumento do perigeu: 105 graus.

* Dados iniciais do vínculo:

- Massa total (veículo + combustível): 300 Kg.;
- Empuxo disponível: 1,0 N;
- "Range Angle": 0,0;
- Anomalia verdadeira: -105 graus;
- Velocidade de ejeção de gases: 2,5 Km/s (não fornecida na referência, mas possível de ser obtida em função dos demais dados disponíveis).

* Vínculos no controle:

- Ângulo de "pitch" deve permanecer entre -5,0 e 5,0 graus.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 104000 Km.;

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-Kutta 24);
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 10,0 graus;
- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,03;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;

- Número de fases de busca: 2;
- Razão de contração: -0,05.

* Estimativa inicial da solução:

- Início de propulsão: 77,8 graus;
- Fim de propulsão: 132,6 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: -11,2 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 0,0 grau;
- Taxa inicial de variação em "pitch": 0,6;
- Taxa inicial de variação em "yaw": 0,0;
- Combustível necessário à manobra: 2,5 Kg.

Dados de saída e comparação (ver Fig 6.6):

Ângulo de "yaw" = 0,0 em todos os instantes

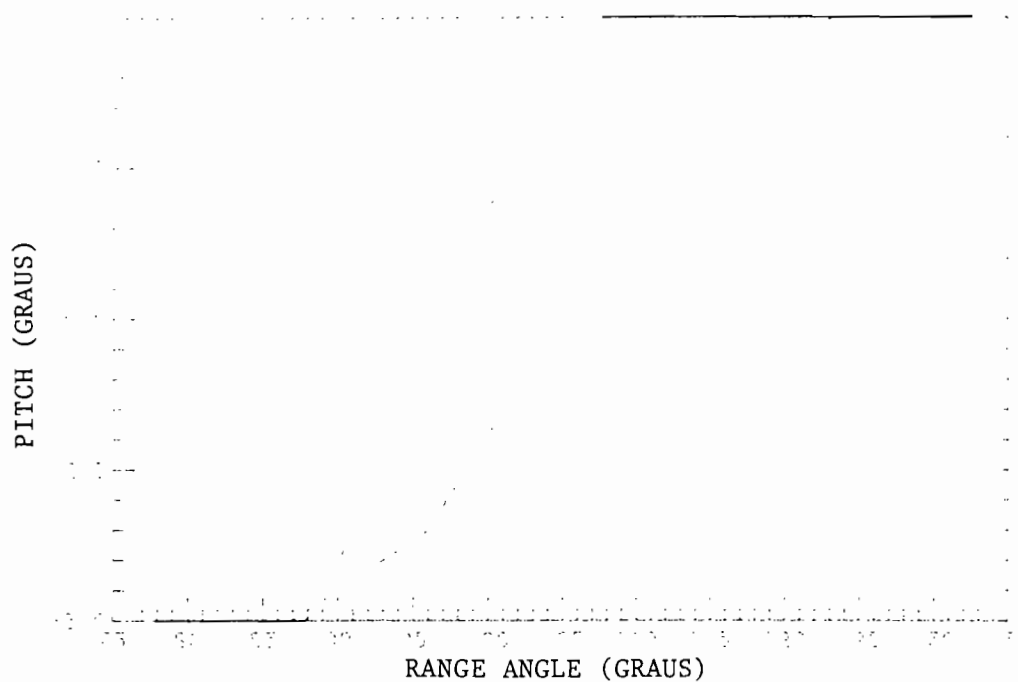


Fig 6.6 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o exemplo 11.

A linha cheia representa a solução obtida e a tracejada a da referência.

Demais valores obtidos (ver Tabela 6.12):

TABELA 6.12

DADOS DE SAÍDA DO EXEMPLO 11.

Variável	Sol. da referência	Sol. do software
Consumo (Kg.)	2,44	2,45
Duração (s)	-----	6129,4
Iterações	6	1
Processamento (s)	36	4
Órbita efetivamente atingida		
Semi-eixo maior (Km)		104015,70
Excentricidade		0,714
Inclinação (graus)		10,0
Nodo ascendente (graus)		55,0
Argumento do perigeu (graus)		105,0
Anomalia verdadeira (graus)		27,6

Comentários:

- i) Note que o vínculo imposto ao controle (limites ao valor do ângulo de "pitch") aumenta o consumo de combustível.
- ii) Note a pequena diferença entre as curvas, novamente ampliada pela escala utilizada.

6.3 - AS MANOBRAS DO SATÉLITE DE SENSORIAMENTO REMOTO DA MECB

Conforme citado anteriormente, as manobras do primeiro satélite brasileiro de sensoriamento remoto serão divididas em duas grandes categorias:

- i) Transferência inicial;
- ii) Correções periódicas.

6.3.1 - TRANSFERÊNCIA INICIAL

Para a transferência inicial, parte-se da hipótese de que o lançador deixe o satélite em uma órbita de estacionamento dada pelos seguintes elementos orbitais (Souza et. al., 1988), que representa o pior caso possível:

Semi-eixo maior: 6768,14 Km.;

Excentricidade: 0,00591;

Inclinação: 97,44 graus;

Longitude do Nodo Ascendente: 67,27 graus;

Argumento do perigeu: 97,66 graus;

Anomalia Média: 270,0 graus.

Adota-se também que o veículo possua as seguintes características iniciais (Souza et. al., 1988):

Massa do veículo: 150 Kg.;

Massa de combustível no início da manobra: 20 Kg.;

Magnitude do empuxo disponível: 4 N;

Combustível : Hidrazina (impulso específico de 220 s).

A manobra deverá ser efetuada com o objetivo de colocar o veículo em uma órbita que seja o mais próxima possível da órbita nominal, cujos elementos orbitais são (INPE, 1988):

Semi-eixo maior: $7017,89 \pm 0,075$ Km.;

Excentricidade: $0,0 \pm 0,0005$;

Inclinação: $97,94 \pm 0,04$ graus;

que faz com que o satélite tenha as seguintes características:

Altitude: 639,73 Km.;

Período: 97,52 min.;

Tempo médio de visibilidade: 8,4 min.;

Número de passagens por dia: 3;

Hora de passagem pelo nodo ascendente: 8:30 AM.

O projeto inicial da missão prevê dois tipos de situação para as manobras do satélite de sensoriamento remoto, quanto aos vínculos impostos durante a realização da manobra (Souza et. al., 1988):

- i) Manobras feitas em visibilidade, com o objetivo de ter maior segurança, devido ao monitoramento dos arcos com propulsão, nas propagações de órbitas necessárias. Aqui não existe o

risco de perda de contacto com o satélite devido a elementos não modelados no sistema de propulsão;

- ii) Manobras feitas nos pontos mais eficientes para propulsão, com o objetivo de obter uma maior economia de combustível em detrimento da segurança.

Neste trabalho, apenas manobras do segundo tipo foram efetuadas. Nas do primeiro tipo, os vínculos são tão fortes que a otimização é quase impossível, já que a maior parte da órbita (91,4%) pertence a região proibida à propulsão.

Assim sendo, o enunciado do problema está completo e pode-se passar aos resultados das diversas simulações de manobras efetuadas.

6.3.1.1 - MÉTODO SUB-ÓTIMO COM PARAMETRIZAÇÃO LINEAR NO CONTROLE

Em primeiro lugar serão mostrados os resultados obtidos com o método subótimo com parametrização linear no controle.

Manobra: 1

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 2

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 6768,14 Km.;
- Excentricidade: 0,00591;
- Inclinação: 97,44 graus;
- Nodo ascendente: 67,27 graus;
- Argumento do perigeu: 97,66 graus.

* Dados iniciais do veículo:

- Massa total (veículo + combustível): 170 Kg.;
- Empuxo disponível: 4,0 N;
- "Range Angle": 0,0;
- Anomalia média: 270,0 graus;
- Velocidade de ejeção de gases: 2,156 Km/s.

* Vínculos no controle:

- Nenhum.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 7017,89 Km.
- Excentricidade: 0,0;
- Inclinação: 97,94 graus.

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-Kutta 24);
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 5,0 graus;
- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,004;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;
- Número de fases de busca: 2;
- Razão de contração: -0,1.

* Estimativa inicial da solução:

Arco 1:

- Início de propulsão: 360,0 graus;
- Fim de propulsão: 640,0 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 35,0 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: -60,0 graus;
- Taxa inicial de variação em "pitch": -0,205;
- Taxa inicial de variação em "yaw": 0,010;

Arco 2:

- Início de propulsão: 930,0 graus;
- Fim de propulsão: 1150,0 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 20,0 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 60,0 graus;
- Taxa inicial de variação em "pitch": -0,258;
- Taxa inicial de variação em "yaw": -0,030;
- Combustível necessário à manobra: 16,0 Kg.

Dados de saída e comparação (ver Tabela 6.13):

TABELA 6.13

DADOS DE SAÍDA DA MANOBRA M1.

Variável	Solução encontrada
Arco 1	
s_0 (graus)	459,78
s_f (graus)	721,98
A_0 (graus)	11,62
B_0 (graus)	-60,43
A' (adimensional)	0,028
B' (adimensional)	0,500
Arco 2	
s_0 (graus)	963,39
s_f (graus)	1184,67
A_0 (graus)	17,04
B_0 (graus)	49,80
A' (adimensional)	-0,110
B' (adimensional)	-0,050
Consumo (Kg)	14,23
Duração (s)	7669,0
Iterações	9
Processamento (s)	912

(continua)

Tabela 6.13 - Conclusão

Órbita efetivamente atingida	
Semi-eixo maior (Km)	7017,86
Excentricidade	0,0001
Inclinação (graus)	97,94
Nodo ascendente (graus)	67,1
Argumento do perigeu (graus)	345,9
Anomalia verdadeira (graus)	125,7

Manobra: 2

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 4

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 6768,14 Km.;
- Excentricidade: 0,00591;
- Inclinação: 97,44 graus;
- Nodo ascendente: 67,27 graus;
- Argumento do perigeu: 97,66 graus.

* Dados iniciais do veículo:

- Massa total (veículo + combustível): 170 Kg.;
- Empuxo disponível: 4,0 N;
- "Range Angle": 0,0;
- Anomalia média: 270,0 graus;
- Velocidade de ejeção de gases: 2,156 Km/s.

* Vínculos no controle:

- Nenhum.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 7017,89 Km.
- Excentricidade: 0,0;
- Inclinação: 97,94 graus.

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-Kutta 24);
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 5,0 graus;
- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,004;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;

- Número de fases de busca: 2;
- Razão de contração: -0,1.

* Estimativa inicial da solução:

Arco 1:

- Início de propulsão: 517,78 graus;
- Fim de propulsão: 637,42 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 16,47 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: -56,15 graus;
- Taxa inicial de variação em "pitch": 0,179;
- Taxa inicial de variação em "yaw": 0,566;

Arco 2:

- Início de propulsão: 1030,58 graus;
- Fim de propulsão: 1132,57 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 14,48 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 47,50 graus;
- Taxa inicial de variação em "pitch": -0,241;
- Taxa inicial de variação em "yaw": -0,274;

Arco 3:

- Início de propulsão: 1597,29 graus;
- Fim de propulsão: 1717,38 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 16,50 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: -55,69 graus;
- Taxa inicial de variação em "pitch": 0,182;
- Taxa inicial de variação em "yaw": 0,575;

Arco 4:

- Início de propulsão: 2112,04 graus;
- Fim de propulsão: 2214,94 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 13,48 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 46,93 graus;
- Taxa inicial de variação em "pitch": -0,271;
- Taxa inicial de variação em "yaw": -0,336;
- Combustível necessário à manobra: 14,0 Kg.

Dados de saída e comparação (ver Tabela 6.14):

TABELA 6.14

DADOS DE SAÍDA DA MANOBRA M2.

Variável	Solução encontrada
Arco 1	
s_0 (graus)	498,11
s_f (graus)	603,41
A_0 (graus)	0,59
B_0 (graus)	-25,72
A' (adimensional)	0,019
B' (adimensional)	-0,053
Arco 2	
s_0 (graus)	1025,45
s_f (graus)	1125,58
A_0 (graus)	10,42
B_0 (graus)	40,98
A' (adimensional)	-0,159
B' (adimensional)	-0,188
Arco 3	
s_0 (graus)	1590,01
s_f (graus)	1697,76
A_0 (graus)	3,28
B_0 (graus)	-51,25
A' (adimensional)	-0,009
B' (adimensional)	0,497

(continua)

Tabela 6.14 - Conclusão

Variável	Solução encontrada
Arco 4	
s_0 (graus)	2105,79
s_f (graus)	2206,57
A_0 (graus)	10,18
B_0 (graus)	40,22
A' (adimensional)	-0,150
B' (adimensional)	-0,183
Consumo (Kg)	12,16
Duração (s)	6551,6
Iterações	7
Processamento (s)	1048
Órbita efetivamente atingida	
Semi-eixo maior (Km)	7017,89
Excentricidade	0,0001
Inclinação (graus)	97,94
Nodo ascendente (graus)	67,3
Argumento do perigeu (graus)	330,0
Anomalia verdadeira (graus)	86,6

Manobra: 3

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 8

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 6768,14 Km.;
- Excentricidade: 0,00591;
- Inclinação: 97,44 graus;
- Nodo ascendente: 67,27 graus;
- Argumento do perigeu: 97,66 graus.

* Dados iniciais do veículo:

- Massa total (veículo + combustível): 170 Kg.;
- Empuxo disponível: 4,0 N;
- "Range Angle": 0,0;
- Anomalia média: 270,0 graus;
- Velocidade de ejeção de gases: 2,156 Km/s.

* Vínculos no controle:

- Nenhum.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 7017,89 Km.
- Excentricidade: 0,0;
- Inclinação: 97,94 graus.

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-Kutta 24);
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 5,0 graus;
- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,004;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;

- Número de fases de busca: 2;
- Razão de contração: -0,1.

* Estimativa inicial da solução:

Arco 1:

- Início de propulsão: 528,0 graus;
- Fim de propulsão: 579,0 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 0,61 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: -17,19 graus;
- Taxa inicial de variação em "pitch": 0,008;
- Taxa inicial de variação em "yaw": -0,121;

Arco 2:

- Início de propulsão: 1054,0 graus;
- Fim de propulsão: 1106,0 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 9,22 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 40,05 graus;
- Taxa inicial de variação em "pitch": -0,141;
- Taxa inicial de variação em "yaw": -0,076;

Arco 3:

- Início de propulsão: 1623,0 graus;
- Fim de propulsão: 1675,0 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 2,23 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: -46,64 graus;
- Taxa inicial de variação em "pitch": -0,003;
- Taxa inicial de variação em "yaw": 0,525;

Arco 4:

- Início de propulsão: 2134,0 graus;
- Fim de propulsão: 2188,0 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 8,76 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 39,02 graus;
- Taxa inicial de variação em "pitch": -0,129;
- Taxa inicial de variação em "yaw": -0,050;

Arco 5:

- Início de propulsão: 2328,0 graus;
- Fim de propulsão: 2379,0 graus;

- Ângulo de "pitch" inicial: 0,61 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: -17,19 graus;
- Taxa inicial de variação em "pitch": 0,008;
- Taxa inicial de variação em "yaw": -0,121;

Arco 6:

- Início de propulsão: 2854,0 graus;
- Fim de propulsão: 2906,0 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 9,22 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 40,05 graus;
- Taxa inicial de variação em "pitch": -0,141;
- Taxa inicial de variação em "yaw": -0,076;

Arco 7:

- Início de propulsão: 3423,0 graus;
- Fim de propulsão: 3475,0 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 2,23 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: -46,64 graus;
- Taxa inicial de variação em "pitch": -0,003;
- Taxa inicial de variação em "yaw": 0,525;

Arco 8:

- Início de propulsão: 3934,0 graus;
- Fim de propulsão: 3988,0 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 8,76 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 39,02 graus;
- Taxa inicial de variação em "pitch": -0,129;
- Taxa inicial de variação em "yaw": -0,050;
- Combustível necessário à manobra: 17,0 Kg.

Dados de saída e comparação (ver Tabela 6.15):

TABELA 6.15

DADOS DE SAÍDA DA MANOBRA M3.

Variável	Solução encontrada
Arco 1	
s_0 (graus)	527,36
s_f (graus)	576,95
A_0 (graus)	1,07
B_0 (graus)	-16,15
A' (adimensional)	-0,001
B' (adimensional)	-0,052
Arco 2	
s_0 (graus)	1055,35
s_f (graus)	1105,39
A_0 (graus)	6,58
B_0 (graus)	36,00
A' (adimensional)	-0,151
B' (adimensional)	-0,110
Arco 3	
s_0 (graus)	1622,14
s_f (graus)	1672,85
A_0 (graus)	2,28
B_0 (graus)	-39,61
A' (adimensional)	-0,004
B' (adimensional)	0,560

(continua)

Tabela 6.15 - Continuação

Variável	Solução encontrada
Arco 4	
s_0 (graus)	2135,48
s_f (graus)	2187,58
A_0 (graus)	6,29
B_0 (graus)	35,18
A' (adimensional)	-0,139
B' (adimensional)	-0,086
Arco 5	
s_0 (graus)	2327,28
s_f (graus)	2377,54
A_0 (graus)	1,05
B_0 (graus)	-16,04
A' (adimensional)	0,010
B' (adimensional)	-0,106
Arco 6	
s_0 (graus)	2855,44
s_f (graus)	2905,68
A_0 (graus)	6,48
B_0 (graus)	35,87
A' (adimensional)	-0,151
B' (adimensional)	-0,110

(continua)

Tabela 6.15 - Conclusão

Variável	Solução encontrada
Arco 7	
s_0 (graus)	3422,20
s_f (graus)	3473,22
A_0 (graus)	2,23
B_0 (graus)	-39,28
A' (adimensional)	-0,004
B' (adimensional)	0,562
Arco 8	
s_0 (graus)	3935,59
s_f (graus)	3987,92
A_0 (graus)	6,20
B_0 (graus)	35,05
A' (adimensional)	-0,140
B' (adimensional)	-0,096
Consumo (Kg)	11,93
Duração (s)	6431,6
Iterações	2
Processamento (s)	496
Órbita efetivamente atingida	
Semi-eixo maior (Km)	7017,89
Excentricidade	0,0000
Inclinação (graus)	97,94
Nodo ascendente (graus)	67,4
Argumento do perigeu (graus)	329,5
Anomalia verdadeira (graus)	64,4

6.3.1.2 - MÉTODO SUB-ÓTIMO COM PARAMETRIZAÇÃO CONSTANTE NO CONTROLE

Agora serão mostrados os resultados obtidos pelo método sub-ótimo com aproximação constante no controle (ângulos de "pitch" e "yaw" constantes para cada arco com propulsão).

Manobra: 4

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 2

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 6768,14 Km.;
- Excentricidade: 0,00591;
- Inclinação: 97,44 graus;
- Nodo ascendente: 67,27 graus;
- Argumento do perigeu: 97,66 graus.

* Dados iniciais do veículo:

- Massa total (veículo + combustível): 170 Kg.;
- Empuxo disponível: 4,0 N;
- "Range Angle": 0,0;
- Anomalia média: 270,0 graus;
- Velocidade de ejeção de gases: 2,156 Km/s.

* Vínculos no controle:

- Nenhum.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 7017,89 Km.
- Excentricidade: 0,0;
- Inclinação: 97,94 graus.

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-kuta 24);
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 10,0 graus;
- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,007;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;
- Número de fases de busca: 2;
- Razão de contração: -0,1.

* Estimativa inicial da solução:

Arco 1:

- Início de propulsão: 450,0 graus;
- Fim de propulsão: 740,0 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 8,0 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: -50,0 graus;

Arco 2:

- Início de propulsão: 950,0 graus;
- Fim de propulsão: 20,0 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 12,0 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 40,0 graus;
- Combustível necessário à manobra: 15,0 Kg.

Dados de saída e comparação (ver Tabela 6.16):

TABELA 6.16

DADOS DE SAÍDA DA MANOBRA M4.

Variável	Solução encontrada
Arco 1	
s_0 (graus)	214,23
s_f (graus)	777,17
A_0 (graus)	12,05
B_0 (graus)	39,18
Arco 2	
s_0 (graus)	998,11
s_f (graus)	1155,29
A_0 (graus)	191,12
B_0 (graus)	62,82
Consumo (Kg)	21,38
Duração (s)	11524,1
Iterações	4
Processamento (s)	938
Órbita efetivamente atingida	
Semi-eixo maior (Km)	7017,89
Excentricidade	0,0001
Inclinação (graus)	97,94
Nodo ascendente (graus)	67,2
Argumento do perigeu (graus)	2,2
Anomalia verdadeira (graus)	80,6

Manobra: 5

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 4

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 6768,14 Km.;
- Excentricidade: 0,00591;
- Inclinação: 97,44 graus;
- Nodo ascendente: 67,27 graus;
- Argumento do perigeu: 97,66 graus.

* Dados iniciais do veículo:

- Massa total (veículo + combustível): 170 Kg.;
- Empuxo disponível: 4,0 N;
- "Range Angle": 0,0;
- Anomalia média: 270,0 graus;
- Velocidade de ejeção de gases: 2,156 Km/s.

* Vínculos no controle:

- Nenhum.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 7017,89 Km.
- Excentricidade: 0,0;
- Inclinação: 97,94 graus.

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-Kutta 24);
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 10,0 graus;
- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,007;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;
- Número de fases de busca: 2;
- Razão de contração: -0,1.

* Estimativa inicial da solução:

Arco 1:

- Início de propulsão: 304,6 graus;
- Fim de propulsão: 639,2 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 13,8 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 43,4 graus;

Arco 2:

- Início de propulsão: 1012,6 graus;
- Fim de propulsão: 1108,1 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 53,1 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 60,7 graus;

Arco 3:

- Início de propulsão: 1392,1 graus;
- Fim de propulsão: 1803,8 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 12,3 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 40,1 graus;

Arco 4:

- Início de propulsão: 2141,3 graus;
- Fim de propulsão: 2591,4 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 180,6 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 63,3 graus;
- Combustível necessário à manobra: 17,0 Kg.

Dados de saída e comparação (ver Tabela 6.17):

TABELA 6.17

DADOS DE SAÍDA DA MANOBRA M5.

Variável	Solução encontrada
Arco 1	
s_0 (graus)	306,12
s_f (graus)	388,52
A_0 (graus)	78,47
B_0 (graus)	70,53
Arco 2	
s_0 (graus)	1085,96
s_f (graus)	1115,96
A_0 (graus)	141,88
B_0 (graus)	63,02
Arco 3	
s_0 (graus)	1364,00
s_f (graus)	1741,24
A_0 (graus)	8,01
B_0 (graus)	24,27
Arco 4	
s_0 (graus)	2457,93
s_f (graus)	2549,48
A_0 (graus)	64,67
B_0 (graus)	67,64
Consumo (Kg)	17,05

(continua)

Tabela 6.17 - Conclusão

Variável	Solução encontrada
Duração (s)	9189,1
Iterações	38
Processamento (s)	3240
Órbita efetivamente atingida	
Semi-eixo maior (Km)	7017,89
Excentricidade	0,0001
Inclinação (graus)	97,94
Nodo ascendente (graus)	67,2
Argumento do perigeu (graus)	55,0
Anomalia verdadeira (graus)	342,0

Manobra: 6

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 8

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 6768,14 Km.;
- Excentricidade: 0,00591;
- Inclinação: 97,44 graus;
- Nodo ascendente: 67,27 graus;
- Argumento do perigeu: 97,66 graus.

* Dados iniciais do veículo:

- Massa total (veículo + combustível): 170 Kg.;
- Empuxo disponível: 4,0 N;
- "Range Angle": 0,0;
- Anomalia média: 270,0 graus;
- Velocidade de ejeção de gases: 2,156 Km/s.

* Vínculos no controle:

- Nenhum.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 7017,89 Km.
- Excentricidade: 0,0;
- Inclinação: 97,94 graus.

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-Kutta 24);
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 10,0 graus;
- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,007;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;
- Número de fases de busca: 2;
- Razão de contração: -0,1.

* Estimativa inicial da solução:

Arco 1:

- Início de propulsão: 326,7 graus;
- Fim de propulsão: 367,9 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 78,5 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 70,5 graus;

Arco 2:

- Início de propulsão: 1093,4 graus;
- Fim de propulsão: 1108,4 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 141,9 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 63,0 graus;

Arco 3:

- Início de propulsão: 1458,5 graus;
- Fim de propulsão: 1646,6 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 8,0 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 24,3 graus;

Arco 4:

- Início de propulsão: 2480,7 graus;
- Fim de propulsão: 2526,5 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 64,7 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 67,6 graus;

Arco 5:

- Início de propulsão: 2846,7 graus;
- Fim de propulsão: 2887,9 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 78,5 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 70,5 graus;

Arco 6:

- Início de propulsão: 3613,4 graus;
- Fim de propulsão: 3628,4 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 141,9 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 63,0 graus;

Arco 7:

- Início de propulsão: 3978,5 graus;
- Fim de propulsão: 4166,6 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 8,0 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 24,3 graus;

Arco 8:

- Início de propulsão: 5000,7 graus;
- Fim de propulsão: 5046,5 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 64,7 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 67,6 graus;
- Combustível necessário à manobra: 15,0 Kg.

Dados de saída e comparação (ver Tabela 6.18):

TABELA 6.18

DADOS DE SAÍDA DA MANOBRA M6.

Variável	Solução encontrada
Arco 1	
s_0 (graus)	319,00
s_f (graus)	361,65
A_0 (graus)	6,72
B_0 (graus)	49,08
Arco 2	
s_0 (graus)	1086,19
s_f (graus)	1103,10
A_0 (graus)	0,05
B_0 (graus)	50,44
Arco 3	
s_0 (graus)	1549,24
s_f (graus)	1614,63
A_0 (graus)	354,90
B_0 (graus)	-4,88
Arco 4	
s_0 (graus)	2474,29
s_f (graus)	2527,20
A_0 (graus)	6,58
B_0 (graus)	48,70

(continua)

Tabela 6.18 - Continuação

Variável	Solução encontrada
Arco 5	
s_0 (graus)	2836,22
s_f (graus)	2885,84
A_0 (graus)	6,41
B_0 (graus)	48,64
Arco 6	
s_0 (graus)	3605,30
s_f (graus)	3625,82
A_0 (graus)	1,72
B_0 (graus)	44,27
Arco 7	
s_0 (graus)	4102,76
s_f (graus)	4233,34
A_0 (graus)	1,47
B_0 (graus)	1,60
Arco 8	
s_0 (graus)	4992,00
s_f (graus)	5051,78
A_0 (graus)	6,30
B_0 (graus)	47,56
Consumo (Kg)	12,87
Duração (s)	6936,5
Iterações	15
Processamento (s)	2930

(continua)

Tabela 6.18 - Conclusão

Órbita efetivamente atingida	
Semi-eixo maior (Km)	7017,89
Excentricidade	0,0002
Inclinação (graus)	97,94
Nodo ascendente (graus)	67,2
Argumento do perigeu (graus)	333,3
Anomalia verdadeira (graus)	45,8

6.3.1.3 - MÉTODO SUB-ÓTIMO COM PARAMETRIZAÇÃO CONSTANTE NO CONTROLE E
ÂNGULO DE "PITCH" DADO "A PRIORI"

Agora serão mostrados os resultados obtidos pelo método sub-ótimo com aproximação constante no controle (ângulos de "pitch" e "yaw" constantes para cada arco com propulsão), mas com o ângulo de "pitch" dado "a priori", isto é, o ângulo de "pitch" será sempre uma constante pré-definida para cada arco com propulsão (aqui essa constante será escolhida como zero em todos os arcos), enquanto que o ângulo de "yaw" será uma constante a ser encontrada pelo procedimento de otimização.

Manobra: 7

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 2

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 6768,14 Km.;
- Excentricidade: 0,00591;
- Inclinação: 97,44 graus;
- Nodo ascendente: 67,27 graus;
- Argumento do perigeu: 97,66 graus.

* Dados iniciais do veículo:

- Massa total (veículo + combustível): 170 Kg.;
- Empuxo disponível: 4,0 N;
- "Range Angle": 0,0;
- Anomalia média: 270,0 graus;
- Velocidade de ejeção de gases: 2,156 Km/s.

* Vínculos no controle:

- Nenhum.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 7017,89 Km.
- Excentricidade: 0,0;
- Inclinação: 97,94 graus.

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-Kutta 24);
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 10,0 graus;
- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,007;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;
- Número de fases de busca: 2;
- Razão de contração: -0,1.

* Estimativa inicial da solução:

Arco 1:

- Início de propulsão: 214,2 graus;
- Fim de propulsão: 777,1 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 40,0 graus;

Arco 2:

- Início de propulsão: 998,1 graus;
- Fim de propulsão: 1155,3 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 63,0 graus;
- Combustível necessário à manobra: 23,0 Kg.

Dados de saída e comparação:

Não foi encontrada uma solução, dentro dos limites exigidos para satisfação dos vínculos, embora diversas tentativas de soluções iniciais tenham sido feitas.

Manobra: 8

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 4

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 6768,14 Km.;
- Excentricidade: 0,00591;
- Inclinação: 97,44 graus;
- Nodo ascendente: 67,27 graus;
- Argumento do perigeu: 97,66 graus.

* Dados iniciais do veículo:

- Massa total (veículo + combustível): 170 Kg.;
- Empuxo disponível: 4,0 N;
- "Range Angle": 0,0;
- Anomalia média: 270,0 graus;
- Velocidade de ejeção de gases: 2,156 Km/s.

* Vínculos no controle:

- Nenhum.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 7017,89 Km.
- Excentricidade: 0,0;
- Inclinação: 97,94 graus.

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-Kutta 24);
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 10,0 graus;
- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,007;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;
- Número de fases de busca: 2;
- Razão de contração: -0,1.

* Estimativa inicial da solução:

Arco 1:

- Início de propulsão: 306,0 graus;
- Fim de propulsão: 389,0 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 70,5 graus;

Arco 2:

- Início de propulsão: 1086,0 graus;
- Fim de propulsão: 1155,3 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 63,0 graus;

Arco 3:

- Início de propulsão: 1364,0 graus;
- Fim de propulsão: 1741,0 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 24,3 graus;

Arco 4:

- Início de propulsão: 2458,0 graus;
- Fim de propulsão: 2549,5 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 67,6 graus;
- Combustível necessário à manobra: 23,0 Kg.

Dados de saída e comparação (ver Tabela 6.19):

TABELA 6.19

DADOS DE SAÍDA DA MANOBRA M8.

Variável	Solução encontrada
Arco 1	
s_0 (graus)	303,12
s_f (graus)	364,29
B_0 (graus)	89,87
Arco 2	
s_0 (graus)	1058,84
s_f (graus)	1098,01
B_0 (graus)	89,40
Arco 3	
s_0 (graus)	1320,17
s_f (graus)	1751,20
B_0 (graus)	35,71
Arco 4	
s_0 (graus)	2458,54
s_f (graus)	2538,51
B_0 (graus)	89,98
Consumo (Kg)	17,96
Duração (s)	9678,3
Iterações	10
Processamento (s)	1119

(continua)

Tabela 6.19 - Conclusão

Órbita efetivamente atingida	
Semi-eixo maior (Km)	7018,20
Excentricidade	0,0001
Inclinação (graus)	97,94
Nodo ascendente (graus)	67,0
Argumento do perigeu (graus)	110,4
Anomalia verdadeira (graus)	275,6

Manobra: 9

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 8

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 6768,14 Km.;
- Excentricidade: 0,00591;
- Inclinação: 97,44 graus;
- Nodo ascendente: 67,27 graus;
- Argumento do perigeu: 97,66 graus.

* Dados iniciais do veículo:

- Massa total (veículo + combustível): 170 Kg.;
- Empuxo disponível: 4,0 N;
- "Range Angle": 0,0;
- Anomalia média: 270,0 graus;
- Velocidade de ejeção de gases: 2,156 Km/s.

* Vínculos no controle:

- Nenhum.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 7017,89 Km.
- Excentricidade: 0,0;
- Inclinação: 97,94 graus.

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-Kutta 24);
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 10,0 graus;
- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,004;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;
- Número de fases de busca: 2;
- Razão de contração: -0,1.

* Estimativa inicial da solução:

Arco 1:

- Início de propulsão: 278,7 graus;
- Fim de propulsão: 279,9 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: -88,1 graus;

Arco 2:

- Início de propulsão: 1056,4 graus;
- Fim de propulsão: 1078,6 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 85,1 graus;

Arco 3:

- Início de propulsão: 1686,9 graus;
- Fim de propulsão: 1881,5 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 48,1 graus;

Arco 4:

- Início de propulsão: 2490,5 graus;
- Fim de propulsão: 2527,7 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 85,4 graus;

Arco 5:

- Início de propulsão: 3195,5 graus;
- Fim de propulsão: 3196,4 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 70,1 graus;

Arco 6:

- Início de propulsão: 3938,1 graus;
- Fim de propulsão: 3963,4 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 88,6 graus;

Arco 7:

- Início de propulsão: 4399,6 graus;
- Fim de propulsão: 4641,0 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 30,4 graus;

Arco 8:

- Início de propulsão: 5365,7 graus;
- Fim de propulsão: 5418,7 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: 82,2 graus;
- Combustível necessário à manobra: 16,0 Kg.

Dados de saída e comparação (ver Tabela 6.20):

TABELA 6.20

DADOS DE SAÍDA DA MANOBRA M9.

Variável	Solução encontrada
Arco 1	
s_0 (graus)	284,80
s_f (graus)	306,88
B_0 (graus)	19,47
Arco 2	
s_0 (graus)	1059,38
s_f (graus)	1074,27
B_0 (graus)	55,96
Arco 3	
s_0 (graus)	1717,99
s_f (graus)	1842,07
B_0 (graus)	49,80
Arco 4	
s_0 (graus)	2494,91
s_f (graus)	2521,97
B_0 (graus)	65,97
Arco 5	
s_0 (graus)	3208,81
s_f (graus)	3226,87
B_0 (graus)	56,22

(continua)

Tabela 6.20 - Conclusão

Variável	Solução encontrada
Arco 6	
s_0 (graus)	3939,83
s_f (graus)	3957,96
B_0 (graus)	60,59
Arco 7	
s_0 (graus)	4401,67
s_f (graus)	4601,86
B_0 (graus)	0,25
Arco 8	
s_0 (graus)	5369,46
s_f (graus)	5403,84
B_0 (graus)	63,52
Consumo (Kg)	13,44
Duração (s)	7244,1
Iterações	21
Processamento (s)	2003
Órbita efetivamente atingida	
Semi-eixo maior (Km)	7017,89
Excentricidade	0,0001
Inclinação (graus)	97,94
Nodo ascendente (graus)	67,2
Argumento do perigeu (graus)	348,9
Anomalia verdadeira (graus)	22,4

6.3.1.4 - MÉTODO ÓTIMO

Para finalizar esse conjunto de manobras, serão mostrados a seguir os resultados obtidos com a aplicação do método ótimo (híbrido) de otimização de manobras espaciais nas mesmas simulações efetuadas até aqui.

Manobra: 10

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 2

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 6768,14 Km.;
- Excentricidade: 0,00591;
- Inclinação: 97,44 graus;
- Nodo ascendente: 67,27 graus;
- Argumento do perigeu: 97,66 graus.

* Dados iniciais do veículo:

- Massa total (veículo + combustível): 170 Kg.;
- Empuxo disponível: 4,0 N;
- "Range Angle": 0,0;
- Anomalia média: 270,0 graus;
- Velocidade de ejeção de gases: 2,156 Km/s.

* Vínculos no controle:

- Nenhum.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 7017,89 Km.
- Excentricidade: 0,0;
- Inclinação: 97,94 graus.

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-Kutta 24);
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 10,0 graus;
- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,004;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;
- Número de fases de busca: 2;
- Razão de contração: -0,05.

* Estimativa inicial da solução:

Arco 1:

- Início de propulsão: 459,8 graus;
- Fim de propulsão: 722,0 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 11,6 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: -60,4 graus;
- Taxa inicial de variação em "pitch": 0,000;
- Taxa inicial de variação em "yaw": -1,000;

Arco 2:

- Início de propulsão: 963,4 graus;
- Fim de propulsão: 1184,7 graus;
- Combustível necessário à manobra: 14,0 Kg.

Dados de saída e comparação (ver Figs 6.8 e 6.9):

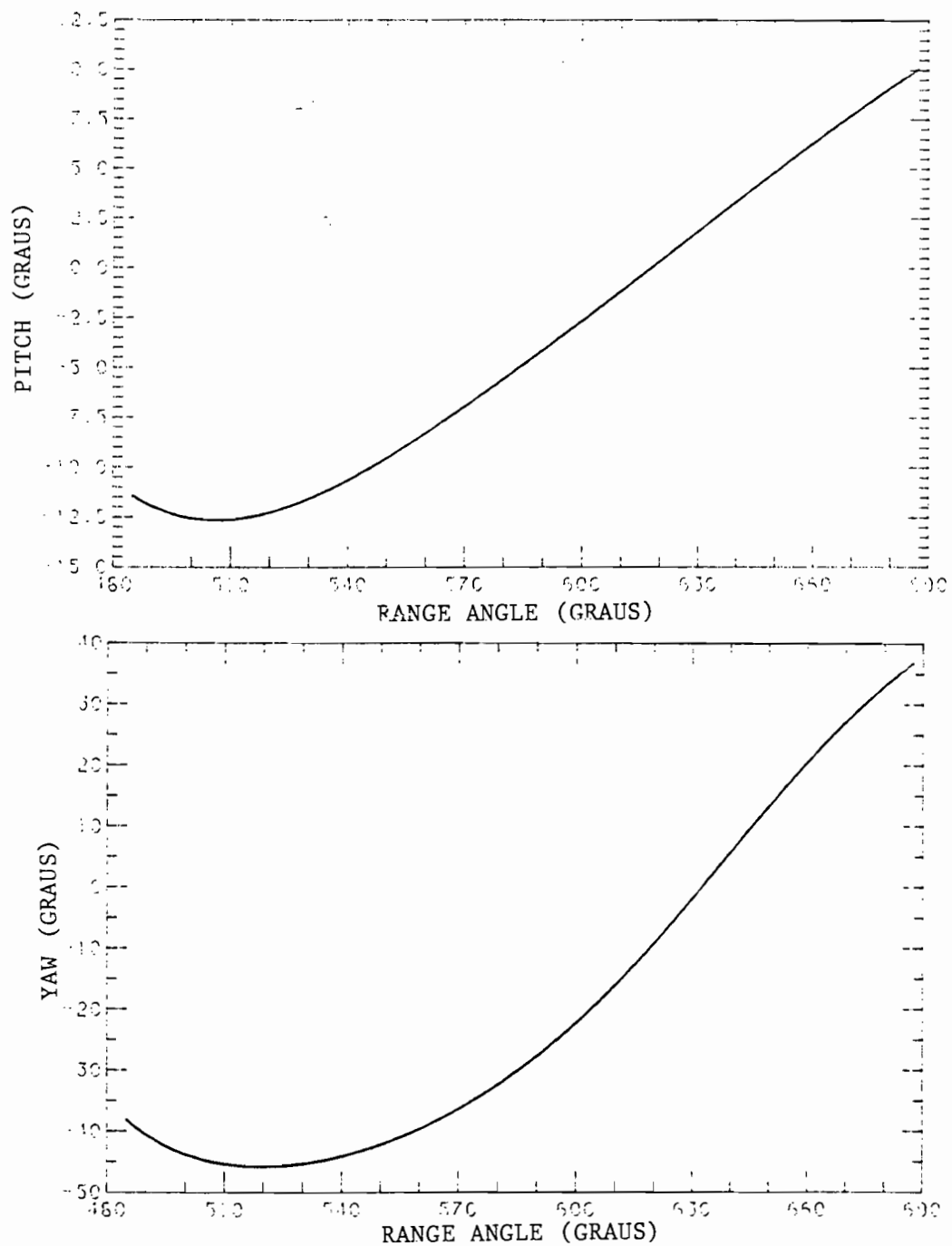


Fig 6.7 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o primeiro arco com propulsão da manobra 10 (2 arcos com propulsão).

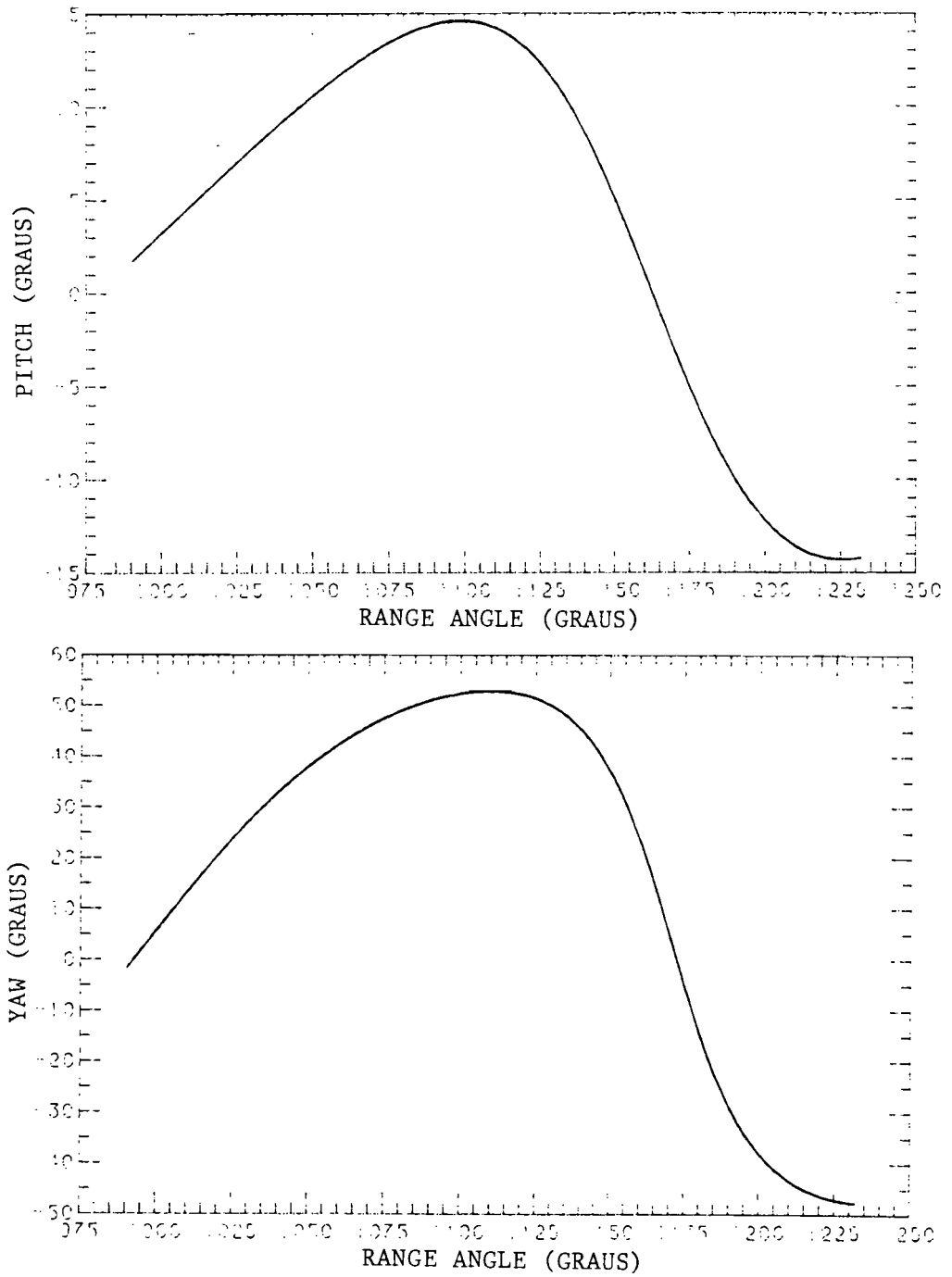


Fig 6.8 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o segundo arco com propulsão da manobra 10 (2 arcos com propulsão).

Demais valores obtidos (ver Tabela 6.21):

TABELA 6.21

DADOS DE SAÍDA DA MANOBRA M10.

Variável	Solução encontrada
Consumo (Kg)	13,04
Duração (s)	7029,4
Iterações	20
Processamento (s)	1993
Órbita efetivamente atingida	
Semi-eixo maior (Km)	7017,89
Excentricidade	0,0001
Inclinação (graus)	97,94
Nodo ascendente (graus)	67,3
Argumento do perigeu (graus)	274,0
Anomalia verdadeira (graus)	245,2

Manobra: 11

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 4

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 6768,14 Km.;
- Excentricidade: 0,00591;
- Inclinação: 97,44 graus;
- Nodo ascendente: 67,27 graus;
- Argumento do perigeu: 97,66 graus.

* Dados iniciais do veículo:

- Massa total (veículo + combustível): 170 Kg.;
- Empuxo disponível: 4,0 N;
- "Range Angle": 0,0;
- Anomalia média: 270,0 graus;
- Velocidade de ejeção de gases: 2,156 Km/s.

* Vínculos no controle:

- Nenhum.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 7017,89 Km.
- Excentricidade: 0,0;
- Inclinação: 97,94 graus.

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-Kutta 24);
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 10,0 graus;
- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,004;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;
- Número de fases de busca: 2;
- Razão de contração: -0,05.

* Estimativa inicial da solução:

Arco 1:

- Início de propulsão: 498,1 graus;
- Fim de propulsão: 603,4 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 0,60 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: -25,70 graus;
- Taxa inicial de variação em "pitch": 0,020;
- Taxa inicial de variação em "yaw": -0,053;

Arco 2:

- Início de propulsão: 1025,4 graus;
- Fim de propulsão: 1125,6 graus;

Arco 3:

- Início de propulsão: 1590,0 graus;
- Fim de propulsão: 1697,7 graus;

Arco 4:

- Início de propulsão: 2105,8 graus;
- Fim de propulsão: 2206,6 graus;

Dados de saída e comparação (ver Figs 6.9 a 6.12):

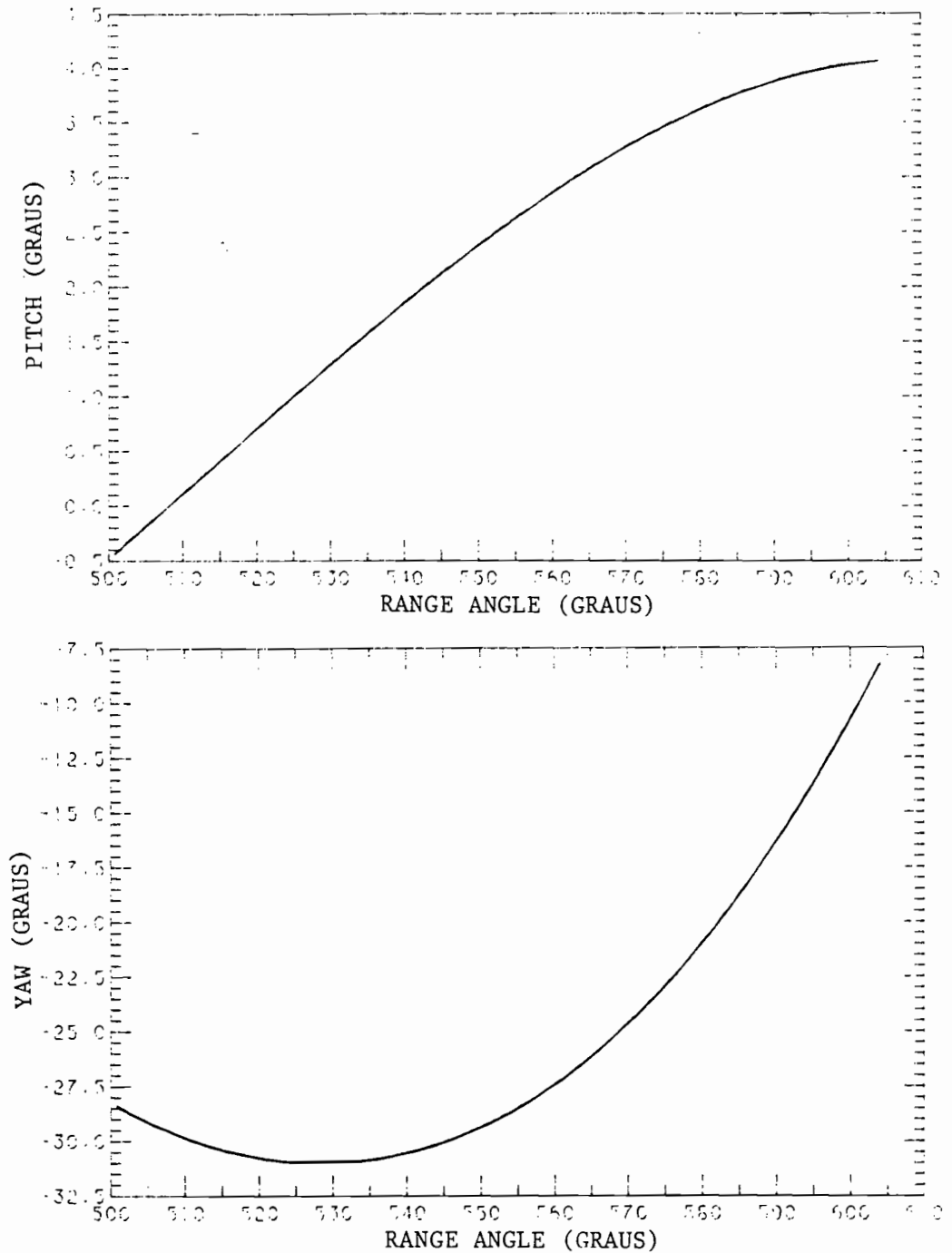


Fig 6.9 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o primeiro arco com propulsão da manobra 11 (4 arcos com propulsão).

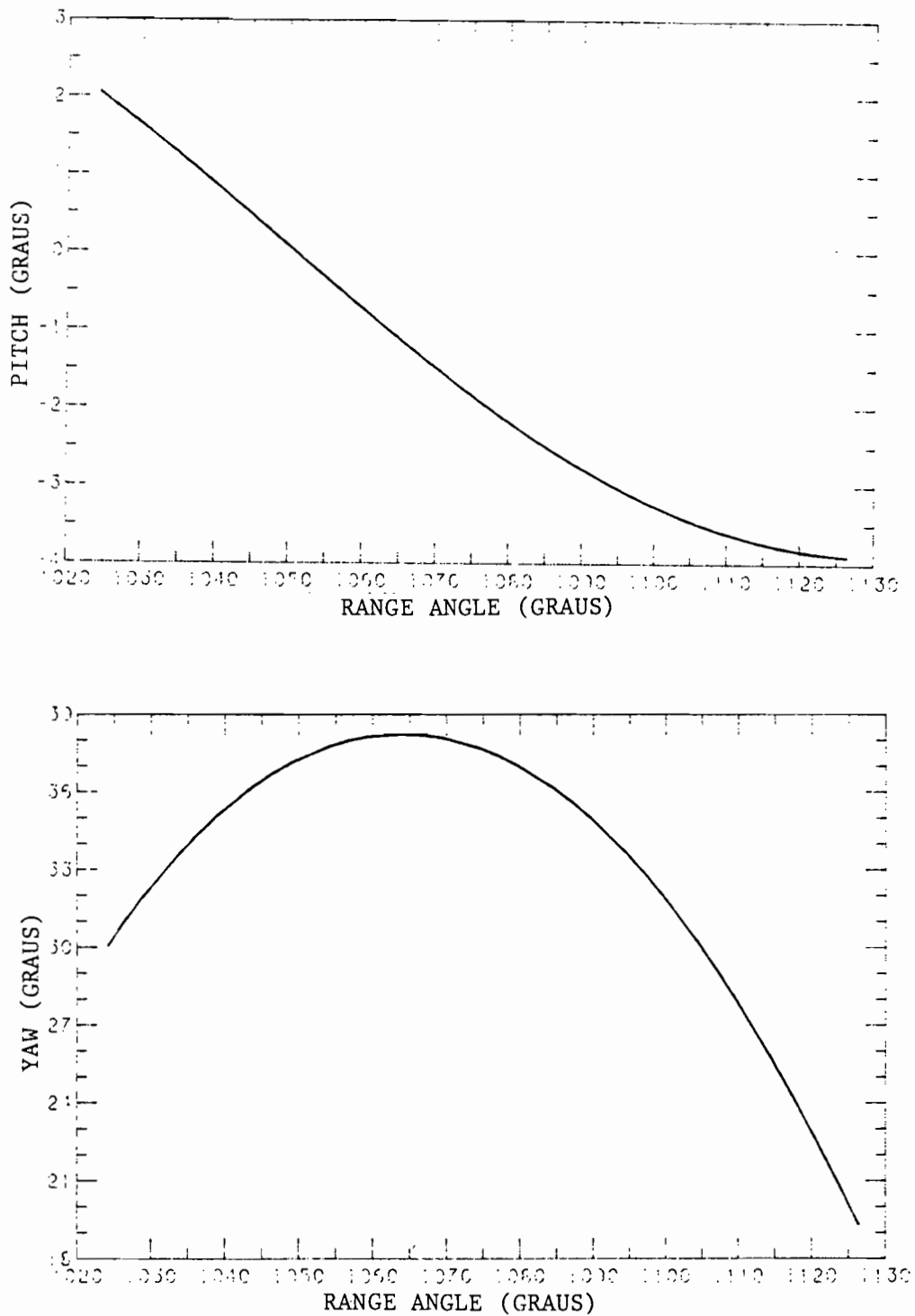


Fig 6.10 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o segundo arco com propulsão da manobra 11 (4 arcos com propulsão).

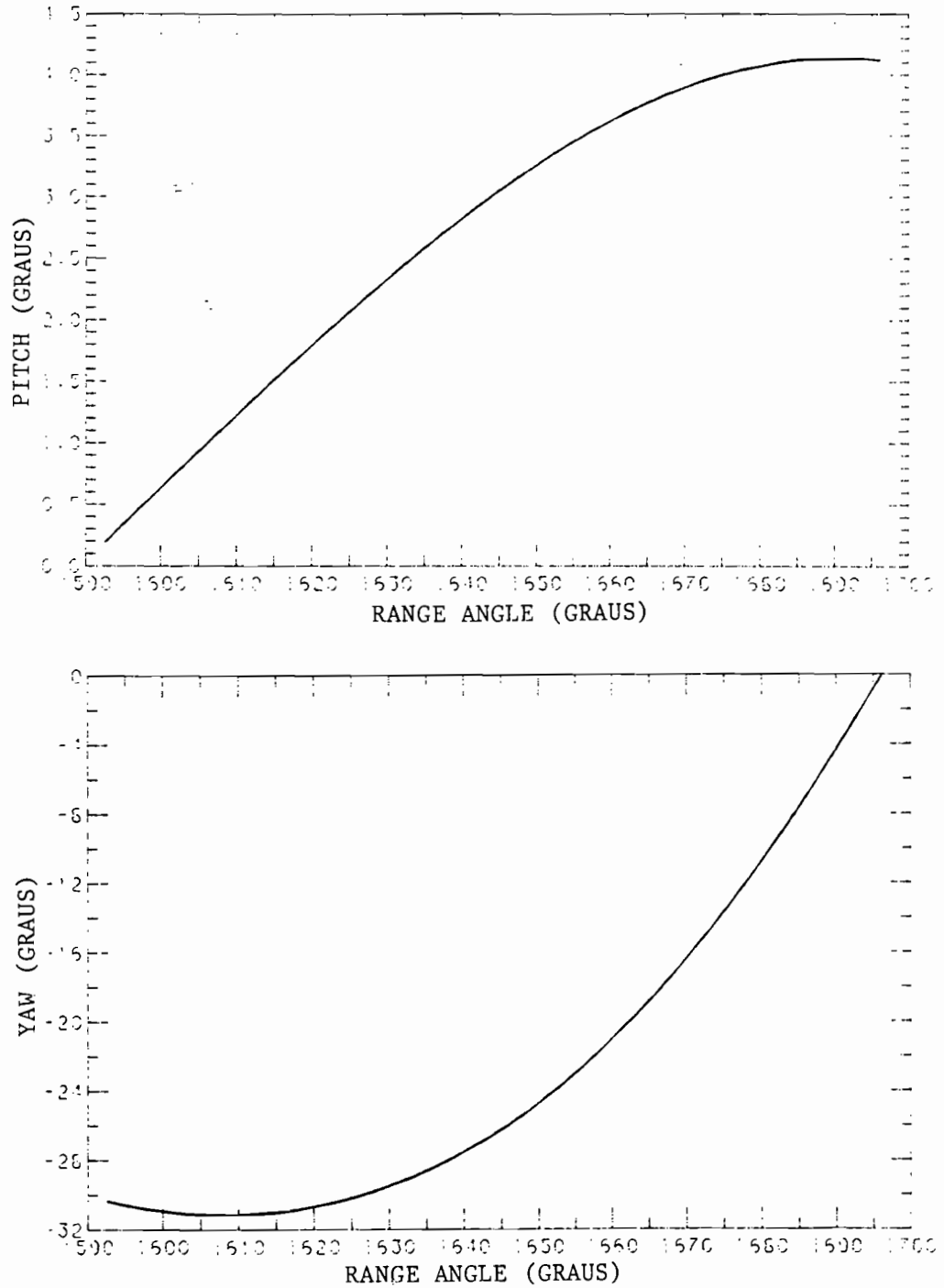


Fig 6.11 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o terceiro arco com propulsão da manobra 11 (4 arcos com propulsão).

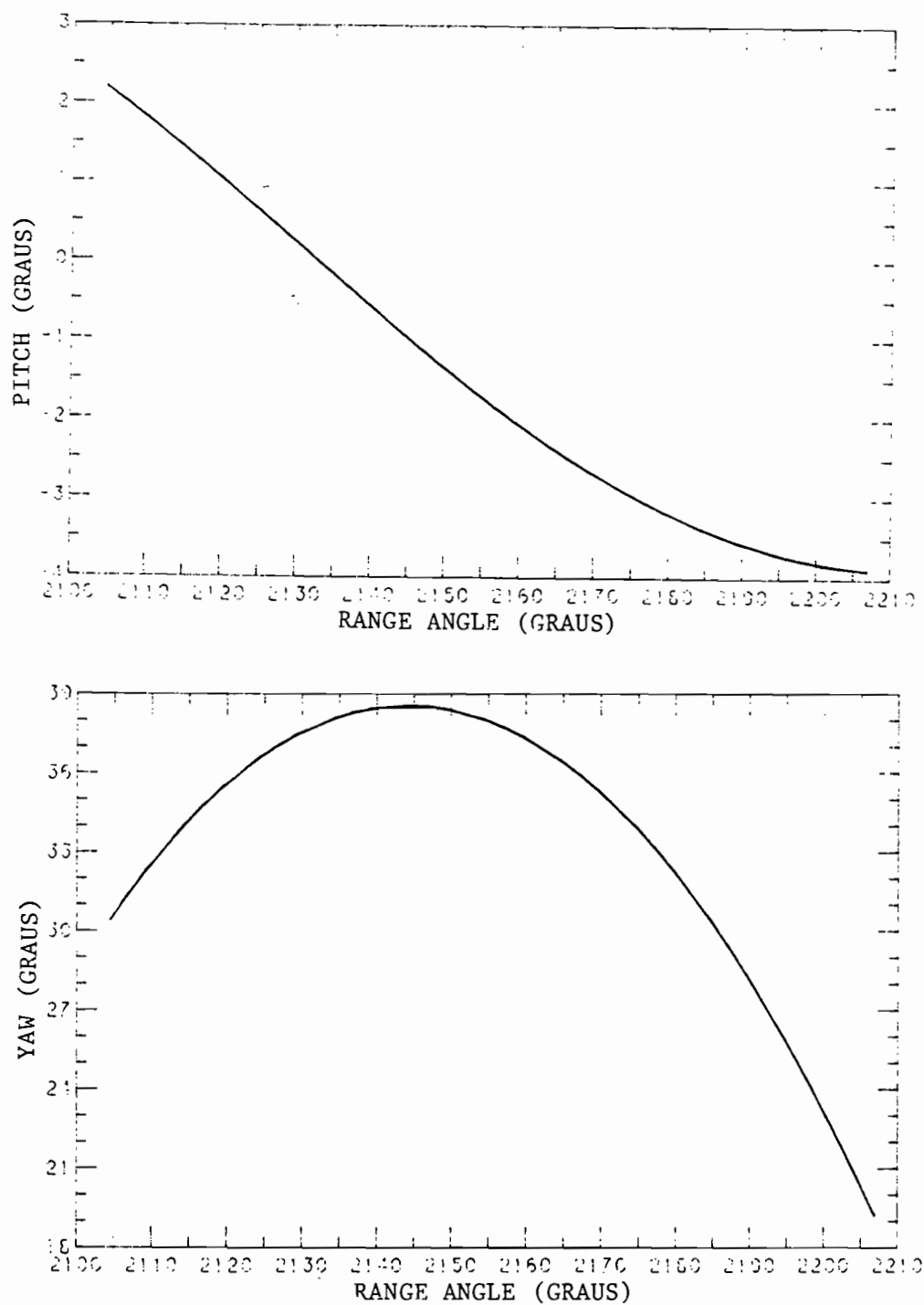


Fig 6.12 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o quarto arco com propulsão da manobra 11 (4 arcos com propulsão).

Demais valores obtidos (ver Tabela 6.22):

TABELA 6.22

DADOS DE SAÍDA DA MANOBRA M11.

Variável	Solução encontrada
Consumo (Kg)	12,49
Duração (s)	6730,6
Iterações	15
Processamento (s)	1640
Órbita efetivamente atingida	
Semi-eixo maior (Km)	7017,89
Excentricidade	0,0000
Inclinação (graus)	97,94
Nodo ascendente (graus)	67,5
Argumento do perigeu (graus)	177,1
Anomalia verdadeira (graus)	246,7

Manobra: 12

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 8

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 6768,14 Km.;
- Excentricidade: 0,00591;
- Inclinação: 97,44 graus;
- Nodo ascendente: 67,27 graus;
- Argumento do perigeu: 97,66 graus.

* Dados iniciais do veículo:

- Massa total (veículo + combustível): 170 Kg.;
- Empuxo disponível: 4,0 N;
- "Range Angle": 0,0;
- Anomalia média: 270,0 graus;
- Velocidade de ejeção de gases: 2,156 Km/s.

* Vínculos no controle:

- Nenhum.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 7017,89 Km.
- Excentricidade: 0,0;
- Inclinação: 97,94 graus.

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-Kutta 24);
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 10,0 graus;
- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,004;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;
- Número de fases de busca: 2;
- Razão de contração: -0,05.

* Estimativa inicial da solução:

Arco 1:

- Início de propulsão: 527,4 graus;
- Fim de propulsão: 576,9 graus;
- Ângulo de "pitch" inicial: 1,1 graus;
- Ângulo de "yaw" inicial: -16,1 graus;
- Taxa inicial de variação em "pitch": -0,001;
- Taxa inicial de variação em "yaw": -0,052;

Arco 2:

- Início de propulsão: 1055,3 graus;
- Fim de propulsão: 1105,4 graus;

Arco 3:

- Início de propulsão: 1622,1 graus;
- Fim de propulsão: 1672,8 graus;

Arco 4:

- Início de propulsão: 2135,5 graus;
- Fim de propulsão: 2187,6 graus;

Arco 5:

- Início de propulsão: 2327,3 graus;
- Fim de propulsão: 2377,5 graus;

Arco 6:

- Início de propulsão: 2855,4 graus;
- Fim de propulsão: 2905,7 graus;

Arco 7:

- Início de propulsão: 3422,2 graus;
- Fim de propulsão: 3473,2 graus;

Arco 8:

- Início de propulsão: 3935,6 graus;
- Fim de propulsão: 3987,9 graus;
- Combustível necessário à manobra (J): 12,0 Kg

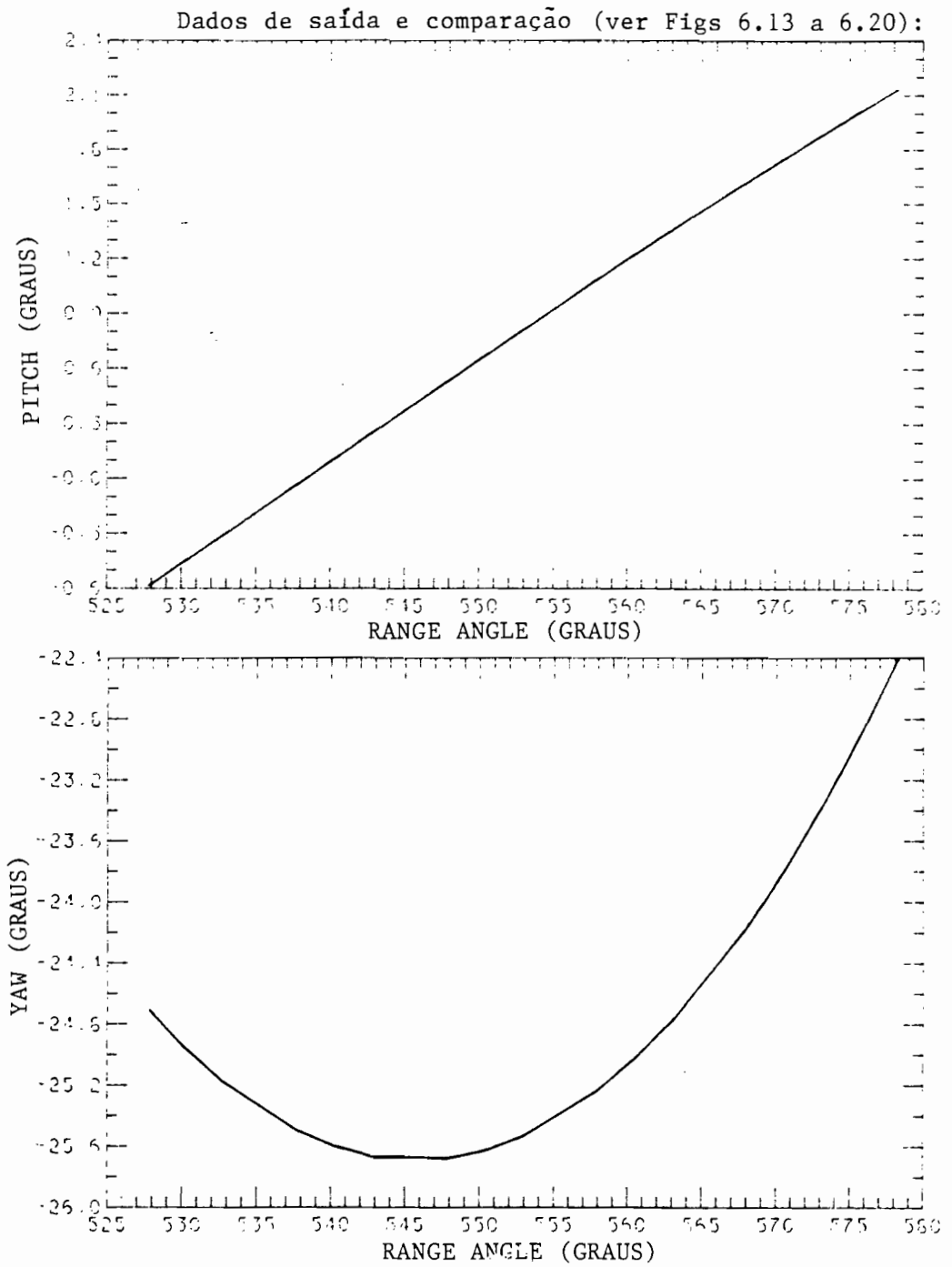


Fig 6.13 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o primeiro arco com propulsão da manobra 12 (8 arcos com propulsão).

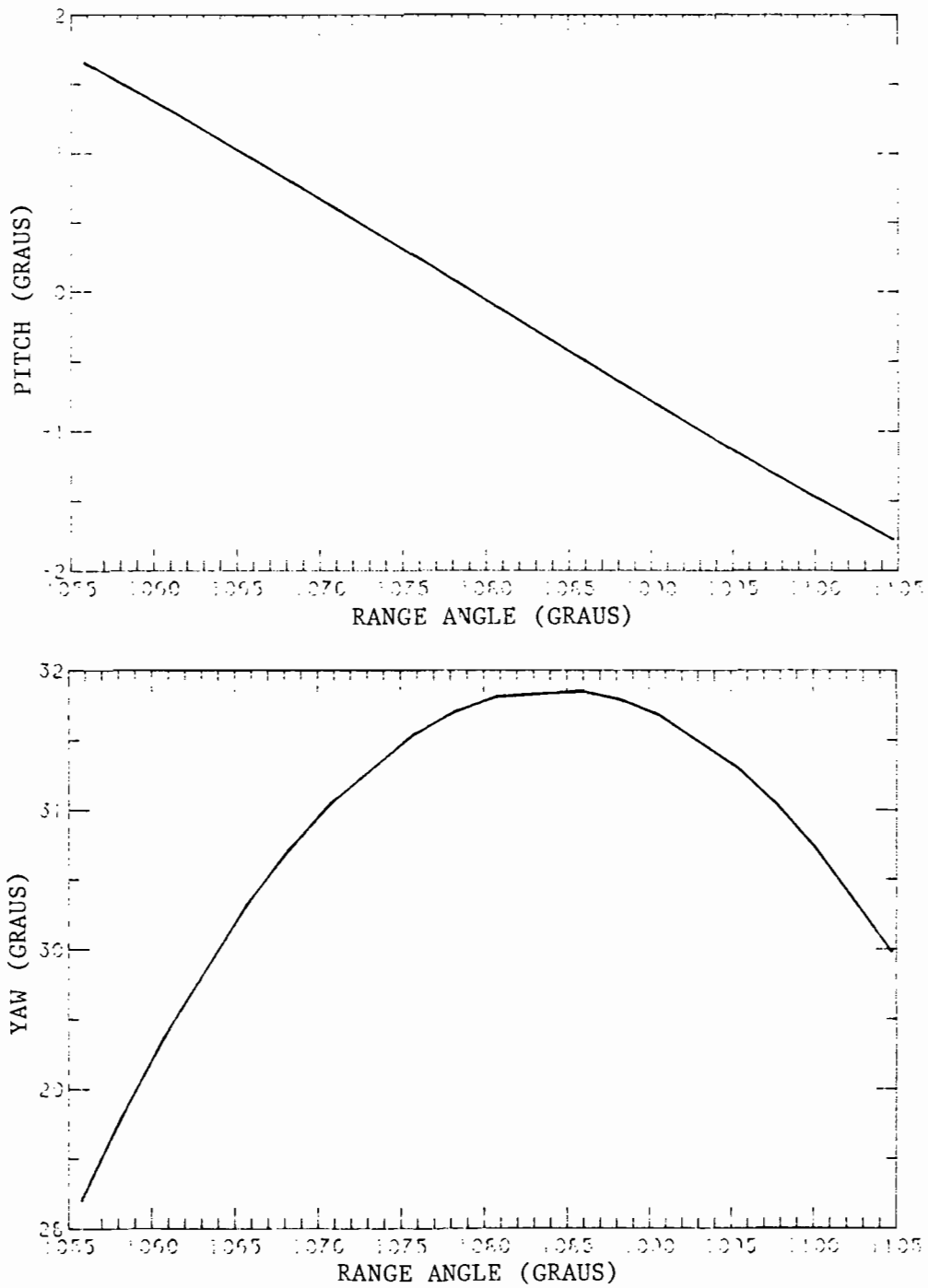


Fig 6.14 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o segundo arco com propulsão da manobra 12 (8 arcos com propulsão).

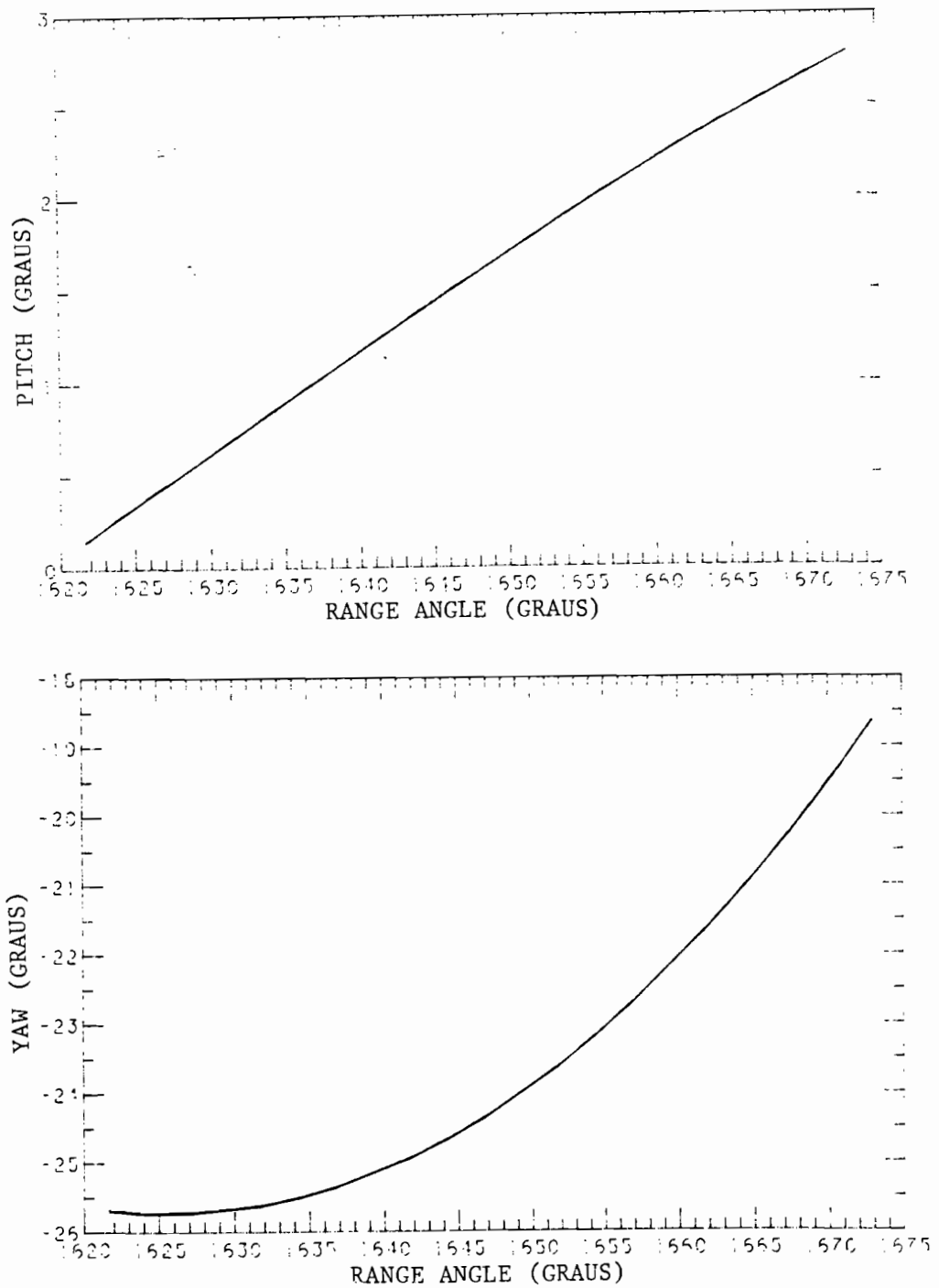


Fig 6.15 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o terceiro arco com propulsão da manobra 12 (8 arcos com propulsão).

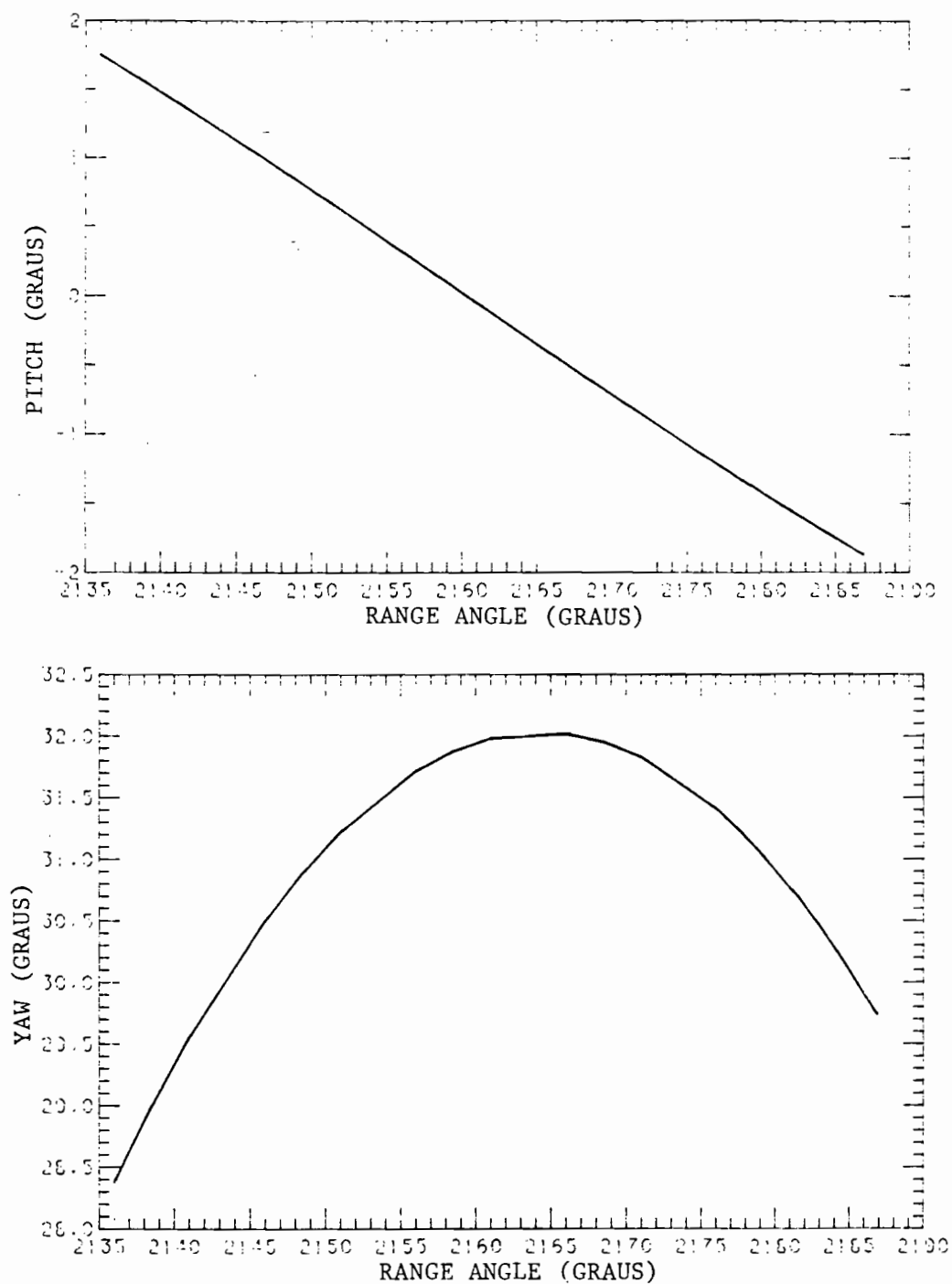


Fig 6.16 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o quarto arco com propulsão da manobra 12 (8 arcos com propulsão).

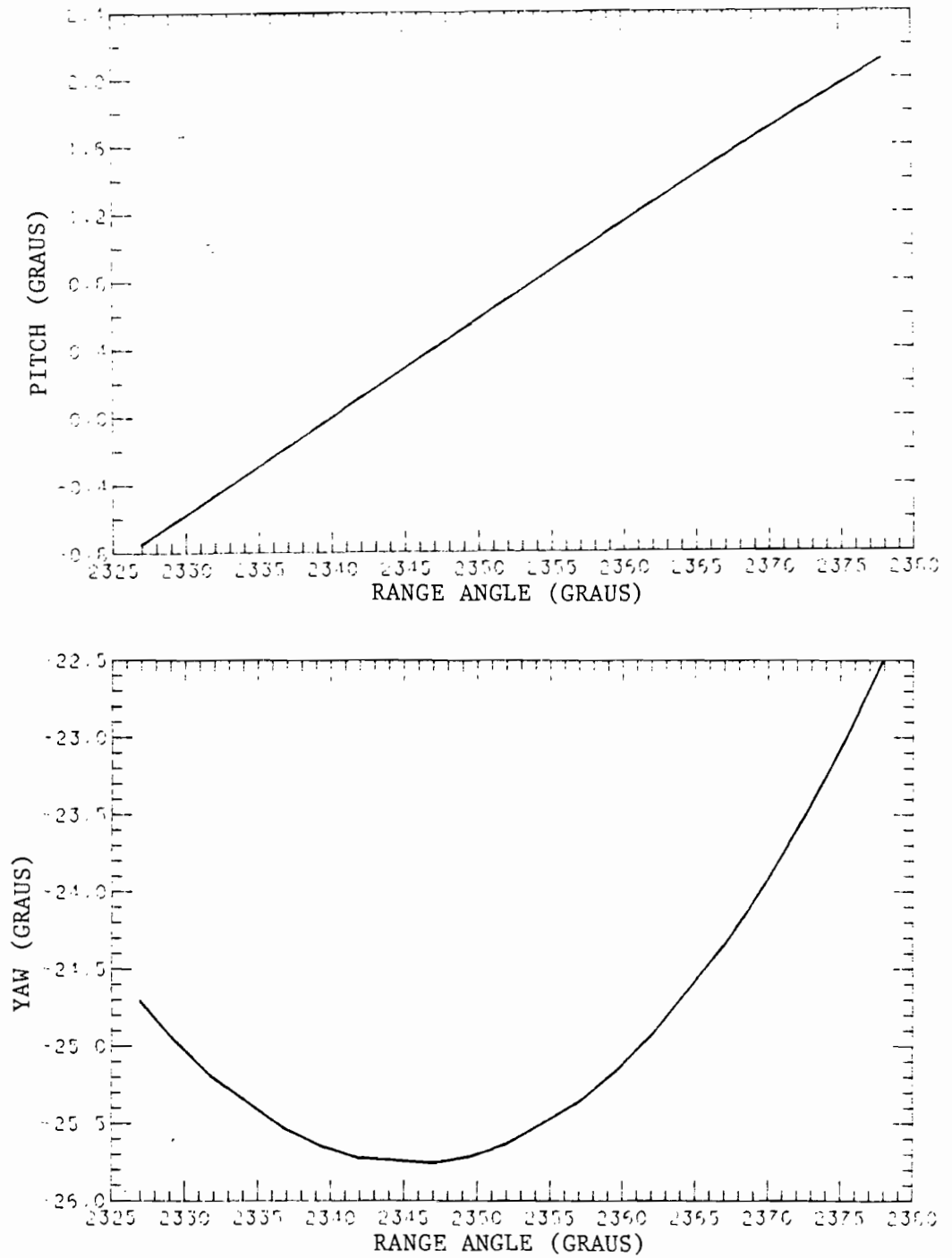


Fig 6.17 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o quinto arco com propulsão da manobra 12 (8 arcos com propulsão).

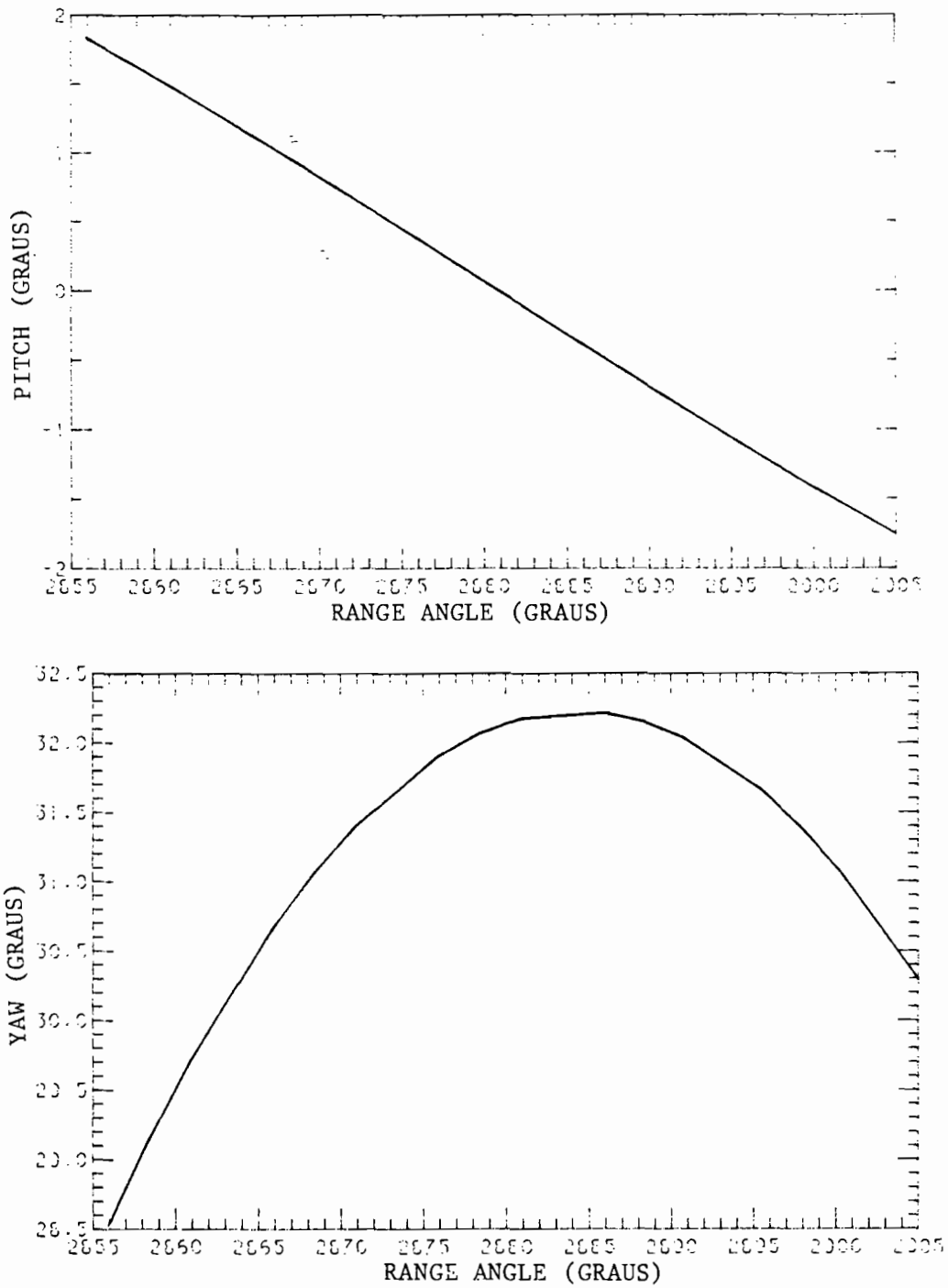


Fig 6.18 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o sexto arco com propulsão da manobra 12 (8 arcos com propulsão).

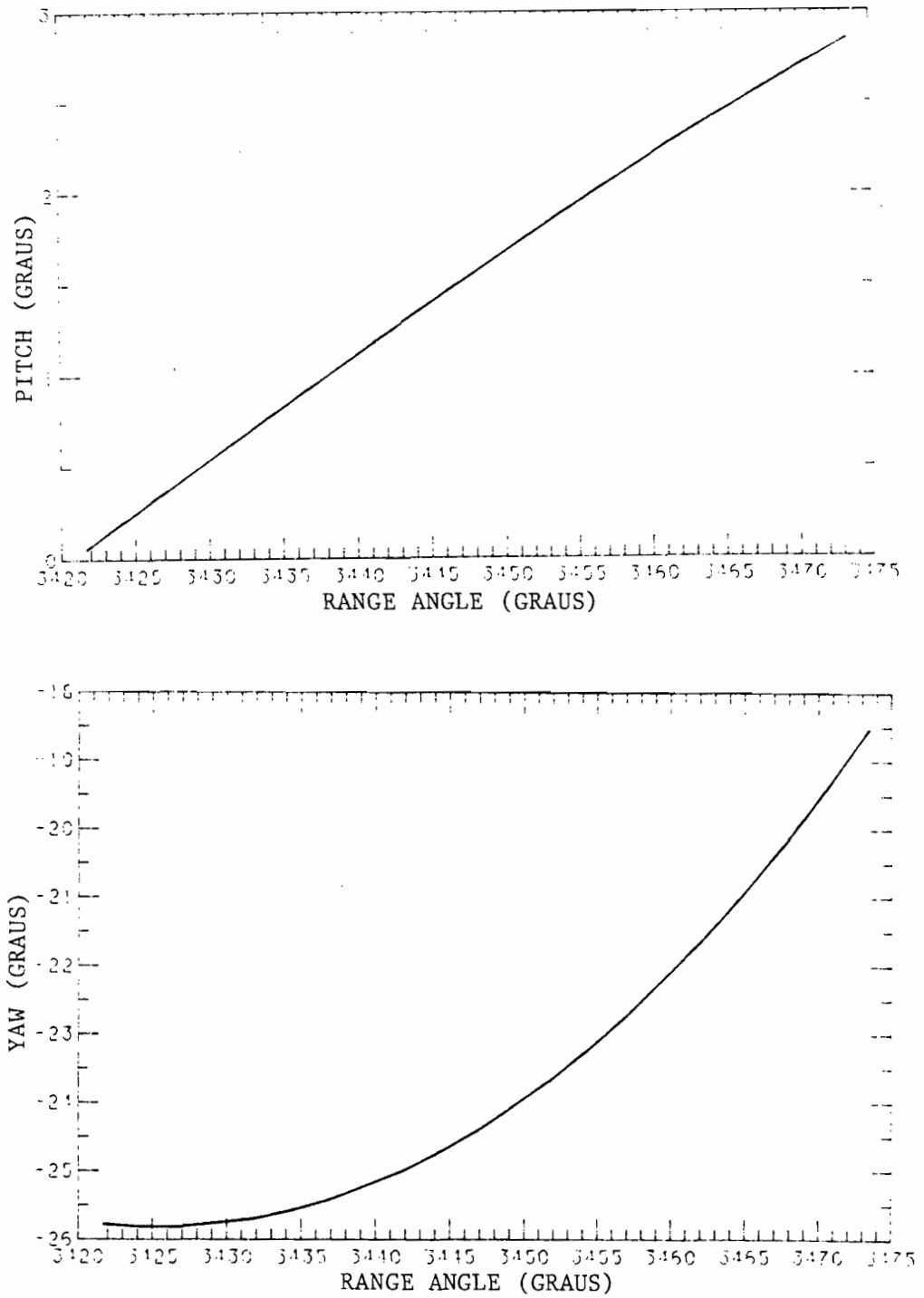


Fig 6.19 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o sétimo arco com propulsão da manobra 12 (8 arcos com propulsão).

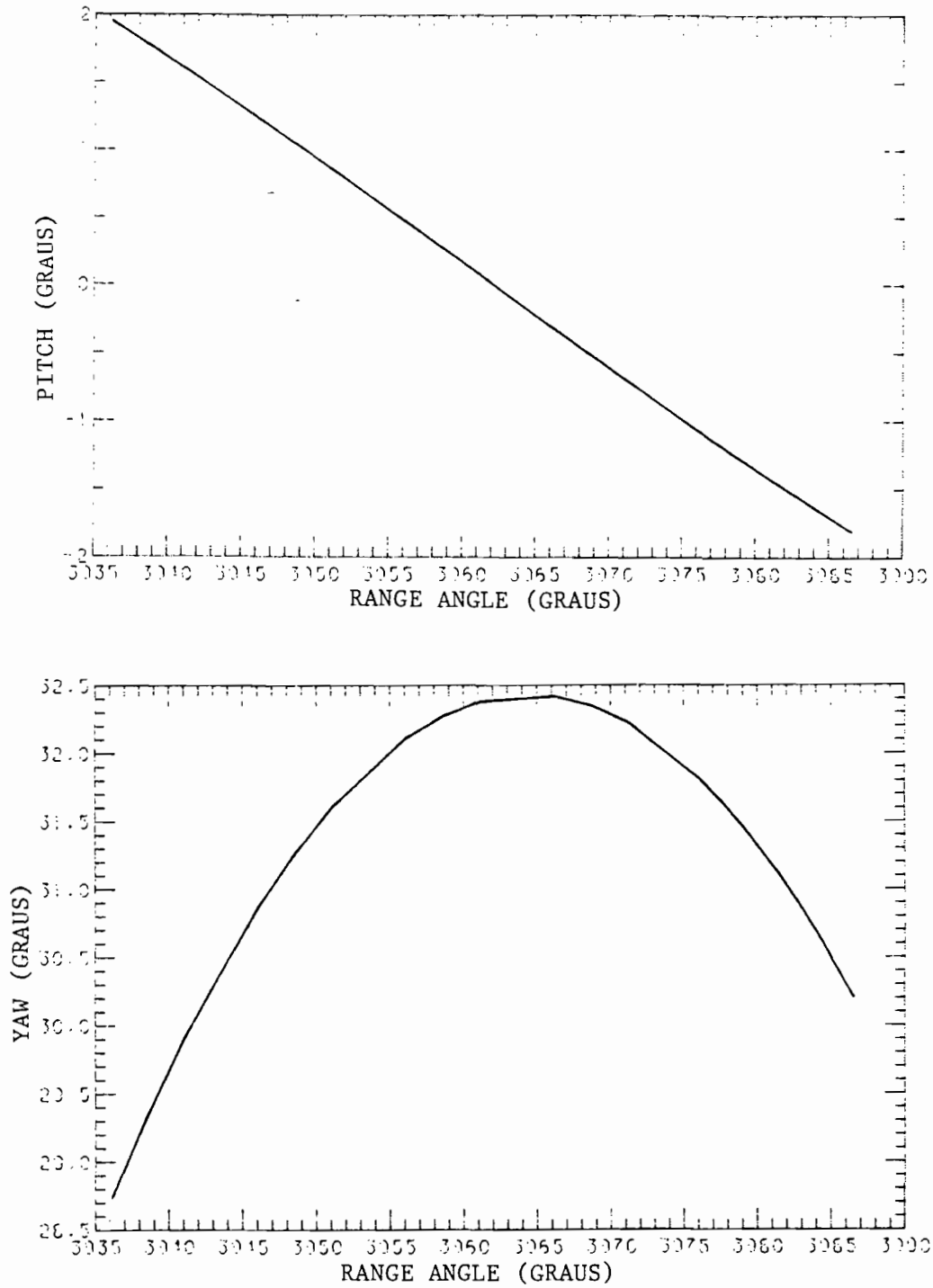


Fig 6.20 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o oitavo arco com propulsão da manobra 12 (8 arcos com propulsão).

Demais valores obtidos (ver Tabela 6.23):

TABELA 6.23

DADOS DE SAÍDA DA MANOBRA M12.

Variável	Solução encontrada
Consumo (Kg)	11,87
Duração (s)	6397,9
Iterações	1
Processamento (s)	196
Órbita efetivamente atingida	
Semi-eixo maior (Km)	7017,90
Excentricidade	0,0001
Inclinação (graus)	97,94
Nodo ascendente (graus)	67,4
Argumento do perigeu (graus)	97,2
Anomalia verdadeira (graus)	296,9

A tabela 6.24 resume, de forma esquemática, os principais resultados obtidos nas diversas simulações efetuadas.

TABELA 6.24

RESUMO DOS PRINCIPAIS RESULTADOS OBTIDOS NAS DIFERENTES SIMULAÇÕES
DAS MANOBRAS ORBITAIS DO PRIMEIRO SATÉLITE BRASILEIRO DE
SENSORIAMENTO REMOTO

Manobra	Consumo (Kg.)	Duração (s)	Processamento (s)
Sub-ótimo com aproximação linear			
M1	14,23	7669,0	912
M2	12,16	6551,6	1048
M3	11,93	6431,6	496
Sub-ótimo com aproximação constante			
M4	21,38	11524,1	938
M5	17,05	9189,1	3240
M6	12,87	6936,5	2930
Sub-ótimo com aproximação constante, "pitch" dado "a priori"			
M7	----	----	----
M8	17,96	9678,3	1119
M9	13,44	7244,1	2003
Ótimo			
M10	13,04	7029,4	1993
M11	12,49	6730,6	1640
M12	11,87	6397,9	196
Hohmann			
H	12,00	-----	----

6.3.2 - CORREÇÕES DE ÓRBITAS

O objetivo desta fase é manter a órbita real do satélite o mais próxima possível da órbita nominal requerida pelas especificações da missão. Para isso, serão necessárias apenas correções periódicas no semi-eixo maior, e elas ocorrerão quando o valor do semi-eixo maior da órbita real do satélite estiver 1,26 quilômetros abaixo do respectivo valor da órbita nominal (Carrara, 1988). Assim sendo, os parâmetros típicos da órbita inicial desta manobra são:

Semi-eixo maior: 7016,63 Km.;

Excentricidade : 0,0000;

Inclinação: 97,94 graus.

É importante lembrar que os parâmetros característicos do veículo permanecem os mesmos da fase anterior, mas a massa de combustível disponível foi considerada como nula, dado que a quase totalidade dela é consumida na fase de transferência inicial.

Para essa fase, foram simuladas manobras com número de arcos de propulsão variando entre 1 e 4, sem restrições no controle e com diferentes estimativas iniciais para a solução.

Os resultados mostraram que não existe diferença, em termos de combustível consumido, entre essas soluções e, mesmo as soluções com apenas um arco com propulsão, atingem o valor mínimo de consumo dado pelo método de Hohmann.

Assim sendo, apenas uma manobra sub-ótima e uma ótima serão mostradas, pois as demais simulações feitas não acrescentam nenhuma novidade.

6.3.2.1 - MÉTODO SUB-ÓTIMO COM PARAMETRIZAÇÃO LINEAR NO CONTROLE

A solução encontrada com o método de aproximação sub-ótima com parametrização linear no controle é:

Manobra: 13

Dados de entrada:

* Número de arcos com propulsão: 1

* Órbita inicial:

- Semi-eixo maior: 7016,63 Km.;
- Excentricidade: 0,0000;
- Inclinação: 97,94 graus;
- Nodo ascendente: 67,27 graus;
- Argumento do perigeu: 97,66 graus.

* Dados iniciais do veículo:

- Massa total (veículo + combustível): 150 Kg.;
- Empuxo disponível: 4,0 N;
- "Range Angle": 0,0;
- Anomalia verdadeira: 269,32 graus;
- Velocidade de ejeção de gases: 2,156 Km/s.

* Vínculos no controle:

- Nenhum.

* Condições impostas à órbita final:

- Semi-eixo maior: 7017,89 Km.

* Parâmetros numéricos utilizados:

- Tipo de integrador: 1 (Runge-Kutta 24)
- Tipo de passo de integração: Fixo;
- Passo inicial: 0,2 graus;
- Tolerância na satisfação dos vínculos: 0,000001;
- Tolerância inicial na direção de busca: 0,1;
- Número de fases de busca: 2;
- Razão de contração: -0,05.

* Estimativa inicial da solução:

- Início de propulsão: 0,0;
- Fim de propulsão: 5,0;
- Ângulo de "pitch" inicial: 0,0;
- Ângulo de "yaw" inicial: 0,0;
- Taxa inicial de variação em "pitch": 0,0;
- Taxa inicial de variação em "yaw": 0,0;
- Combustível necessário à manobra: 0,05 Kg.

Dados de saída e comparação (ver Tabela 6.25):

TABELA 6.25

DADOS DE SAÍDA DA MANOBRA M13.

Variável	Solução encontrada
s_0 (graus)	0,00
s_f (graus)	1,56
A_0 (graus)	0,0
B_0 (graus)	0,0
A' (adimensional)	0,0
B' (adimensional)	0,0
Consumo (Kg)	0,047
Duração (s)	25,4
Iterações	1
Processamento (s)	5
Órbita efetivamente atingida	
Semi-eixo maior (Km)	7017,89
Excentricidade	0,0002
Inclinação (graus)	97,94

Os resultados anteriores demonstram que não é necessário tentar o método sub-ótimo com parametrização constante no controle (com ou sem ângulo de "pitch" dado "a priori"), pois a parametrização linear já forneceu resultados com taxas de variação de "pitch" e "yaw" e ângulo de "pitch" próximos de zero, logo nenhuma solução diferente será obtida com a introdução desses vínculos. Então, agora será mostrada a solução encontrada com a aplicação do método ótimo.

Manobra: 14

* Número de arcos com propulsão: 1

* Estimativa inicial da solução:

- Início de propulsão: 0,0;
- Fim de propulsão: 5,0;
- Ângulo de "pitch" inicial: 0,0;
- Ângulo de "yaw" inicial: 0,0;
- Taxa inicial de variação em "pitch": 0,0;
- Taxa inicial de variação em "yaw": 0,0;
- Combustível necessário à manobra: 0,05 Kg.

Os demais valores são os mesmos da manobra anterior.

Dados de saída (ver Tabela 6.26):

TABELA 6.26

DADOS DE SAÍDA DA MANOBRA M14.

Variável	Solução encontrada
s_0 (graus)	0,00
s_f (graus)	1,56
"Pitch" (graus)	0,0 (constante)
"Yaw" (graus)	0,0 (constante)
Consumo (Kg)	0,047
Duração (s)	25,4
Iterações	1
Processamento (s)	5
Órbita efetivamente atingida	
Semi-eixo maior (Km)	7017,89
Excentricidade	0,0002
Inclinação (graus)	97,94

O valor do consumo de combustível para essa manobra, obtido pelo método de Hohmann também é de 0,047 kg. (Carrara,1988).

CAPÍTULO 7

UMA PROPOSTA DE ABORDAGEM ESTOCÁSTICA PARA O PROBLEMA DE MANOBRAS ÓTIMAS

7.1 - DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Todos os métodos até aqui descritos consideram a satisfação dos vínculos como teoricamente exatas, ou seja, os vínculos de igualdade e desigualdade tem que ser obedecidos de forma precisa, a menos de imprecisões puramente numéricas. Porém, podem existir casos em que as especificações da manobra permitam um certo erro para um ou mais dos vínculos propostos, quer por se desejar incluir a modelagem do erro numérico no algoritmo, quer por se possuir uma certa folga nas especificações da missão.

Assim sendo, é interessante o desenvolvimento de um algoritmo que possa resolver esse problema, que em linguagem de Controle Ótimo pode ser formulado como:

Minimizar : $J(.)$

Sujeito a: $f_1(.) = \delta_i$

$f_2(.) \leq \delta_d$

7.2 - ABORDAGEM PARA A SOLUÇÃO DO PROBLEMA

Esse problema será resolvido utilizando-se os mesmos métodos selecionados da literatura (direto e híbrido), porém substituindo-se o método da projeção do gradiente, utilizado como o método de programação matemática para a solução do problema de minimização nos capítulos anteriores, pela sua versão estocástica, elaborada por Rios-Neto e Pinto (1986).

Nesta versão, o problema de minimização da função objetivo $J(\cdot)$ sujeita a vínculos de igualdade e desigualdade ($\underline{f1}(\cdot) = 0$ e $\underline{f2}(\cdot) \leq 0$) é resolvido pelo seguinte passo geral:

- Dado um valor de \underline{X} de uma estimativa inicial ou de uma iteração anterior, deve-se encontrar um incremento de primeira ordem $\Delta\underline{X}$ que seja a solução do seguinte problema:

$$\text{Minimizar : } J(\underline{X} + \Delta\underline{X}) \quad (7.1)$$

$$\text{Sujeito a : } \underline{f3}(\underline{X} + \Delta\underline{X}) = \alpha \cdot \underline{f3}(\underline{X}) + \delta \quad (7.2)$$

onde $\underline{f3}(\underline{X})$ representa os vínculos ativos e $0 \leq \alpha \leq 1$ é escolhido de forma a assegurar que $\Delta\underline{X}$ seja de primeira ordem.

Linearizando o lado esquerdo da equação (7.2), juntamente com uma interpretação estocástica do erro δ , resulta em:

$$(\alpha - 1) \cdot \underline{f3}(\underline{X}) = (\partial \underline{f3}(\underline{X}) / \partial \underline{X}) * \Delta\underline{X} + \delta \quad (7.3)$$

onde δ é assumido como erro estocástico uniformemente distribuído e de média nula, modelado como:

$$E[\delta * \delta^T] = \text{diag}[Er_i, \text{ com } i \text{ cobrindo todos os vínculos ativos}], \\ Er_i = ET_i^2/3$$

onde $E[\cdot]$ indica o valor esperado do argumento e ET_i é o erro tolerável no i -ésimo vínculo.

A condição da equação (7.1) é aproximada pela seguinte informação "a priori":

$$-1 \cdot \nabla J^T(\underline{X}) = \Delta\underline{X} + \eta \quad (7.4)$$

onde $l \geq 0$ deve ser ajustado para garantir um incremento de primeira ordem, isto é, que $\Delta \underline{X}$ seja pequeno o suficiente para que a linearização efetuada permaneça válida; e η é tomado como um vetor aleatório uniformemente distribuído e com média nula, modelando o erro "a priori" na direção do gradiente $\nabla J(\underline{X})$, com:

$$E[\eta \eta^T] = CB$$

como sua matriz diagonal de covariância. Os valores das variâncias em CB são escolhidos de forma a caracterizar uma ordem de magnitude adequada para a dispersão de η . Maiores informações sobre essa escolha, bem como dos demais parâmetros envolvidos, podem ser encontradas em Rios-Neto e Pinto (1986) e Rios-Neto (1981). A forma diagonal adotada é para modelar a hipótese de que não existe correlação "a priori" entre os erros das componentes do gradiente.

As considerações simultâneas das equações (7.3) e (7.4) caracterizam um problema de estimação de parâmetros, que pode ser compactado na seguinte forma:

$$\underline{X1} = \underline{X2} + \eta \quad (7.5)$$

$$\underline{Y} = \underline{M1} * \underline{X2} + \delta \quad (7.6)$$

onde $\underline{X1} = -1. \nabla J^T(\underline{X})$ é a informação "a priori"; $\underline{X2} = \Delta \underline{X}$; $\underline{Y}^T = (\alpha - 1) \cdot \underline{f3}^T(\underline{X})$ o vetor de observação; $\underline{M1} = [\partial \underline{f3}(\underline{X}) / \partial \underline{X}]$

Adotando um critério de estimação linear de mínima variância, o incremento de busca ótimo pode ser determinado usando um estimador de Gauss-Markov clássico, que na forma de Kalman fica (e. g. Jazwinski, 1970):

$$\hat{\underline{X2}} = \underline{X1} + \underline{KL} * (\underline{Y} - \underline{M1} * \underline{X1}) \quad (7.7)$$

$$\underline{CV} = \underline{CB} - \underline{KL} * \underline{M1} * \underline{CB} \quad (7.8)$$

$$\underline{KL} = \underline{CB} * \underline{M1}^T * (\underline{M1} * \underline{CB} * \underline{M1}^T + \underline{RE})^{-1} \quad (7.9)$$

onde $\underline{RE} = E[\delta * \delta^T] = \text{diag}[\underline{RE}_i]$; e \underline{CV} tem o sentido de ser a matriz de covariância de erros das componentes estimadas de \underline{X} , isto é:

$$\underline{CV} = E[(\underline{X2} - \hat{\underline{X2}}) * (\underline{X2} - \hat{\underline{X2}})^T] \quad (7.10)$$

7.3 - EXEMPLO DE UTILIZAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO

Como exemplo do procedimento proposto, a manobra 12 foi novamente simulada, agora com flexibilidades nos vínculos. Essa manobra foi escolhida por ser a que forneceu a solução mais econômica e por ser a mais complexa do ponto de vista numérico, já que utiliza o método ótimo (que possui rotinas adicionais em relação ao subótimo) e o maior número de parâmetros a serem otimizados.

As flexibilidades permitidas são:

Erro permitido no semi-eixo maior: 5,0 Km.;

Erro permitido na excentricidade: 0,001;

Erro permitido na inclinação: 0,01 grau.

Os parâmetros escolhidos são:

a-) Para a fase de busca dos vínculos

$\eta = [100:100:\dots:100]$;

$\alpha = 0,5$;

$l = 0,2$.

b-) Para a fase de busca do mínimo:

$$\eta = [0,1:0,1:\dots:0,1];$$

$$\alpha = 1,0;$$

$$l = 0,2.$$

Os resultados encontrados são mostrados nas figuras e tabelas que se seguem.

Dados de saída e comparação (ver Figs 7.1 a 7.8):

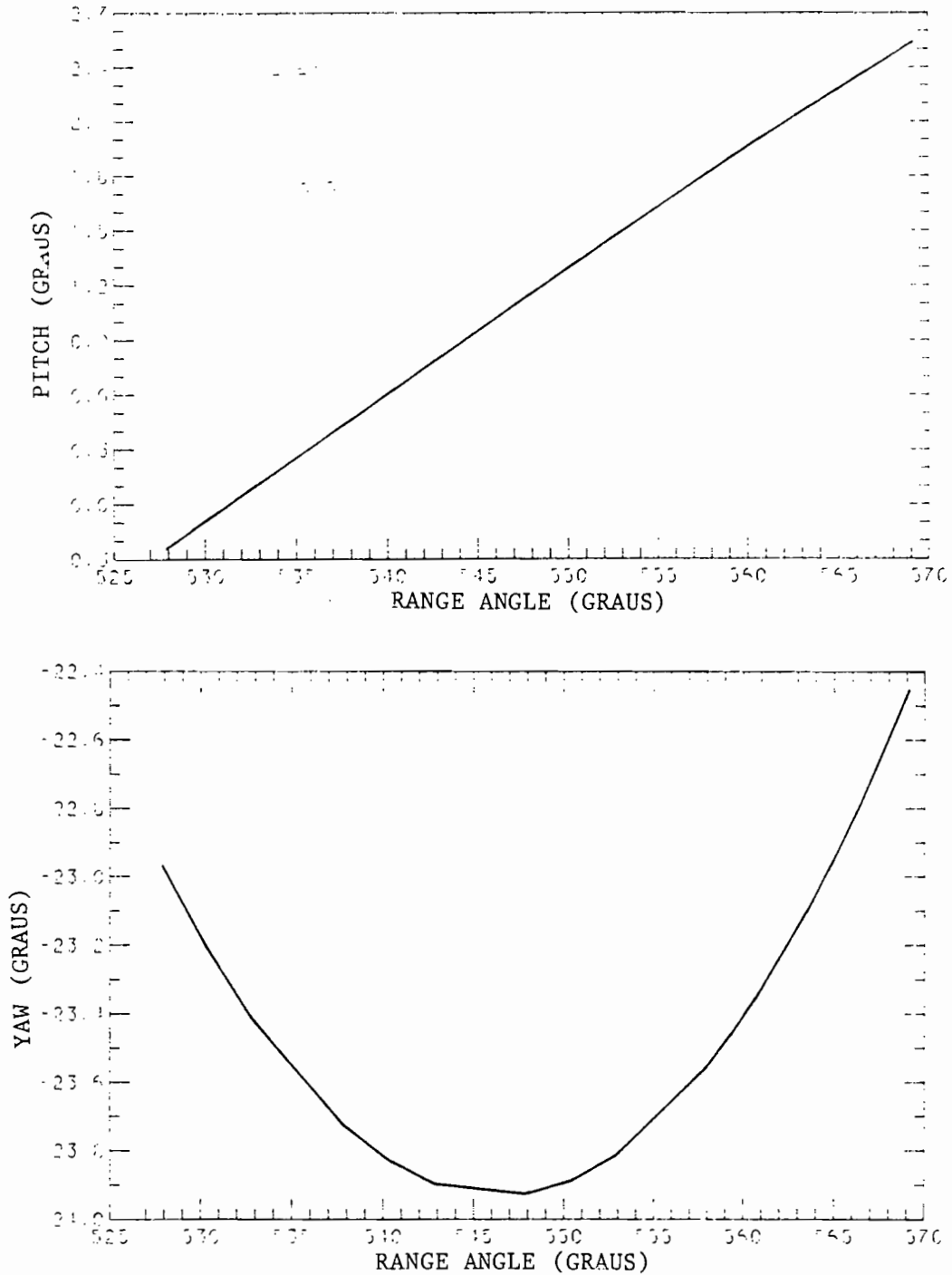


Fig 7.1 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o primeiro arco com propulsão.

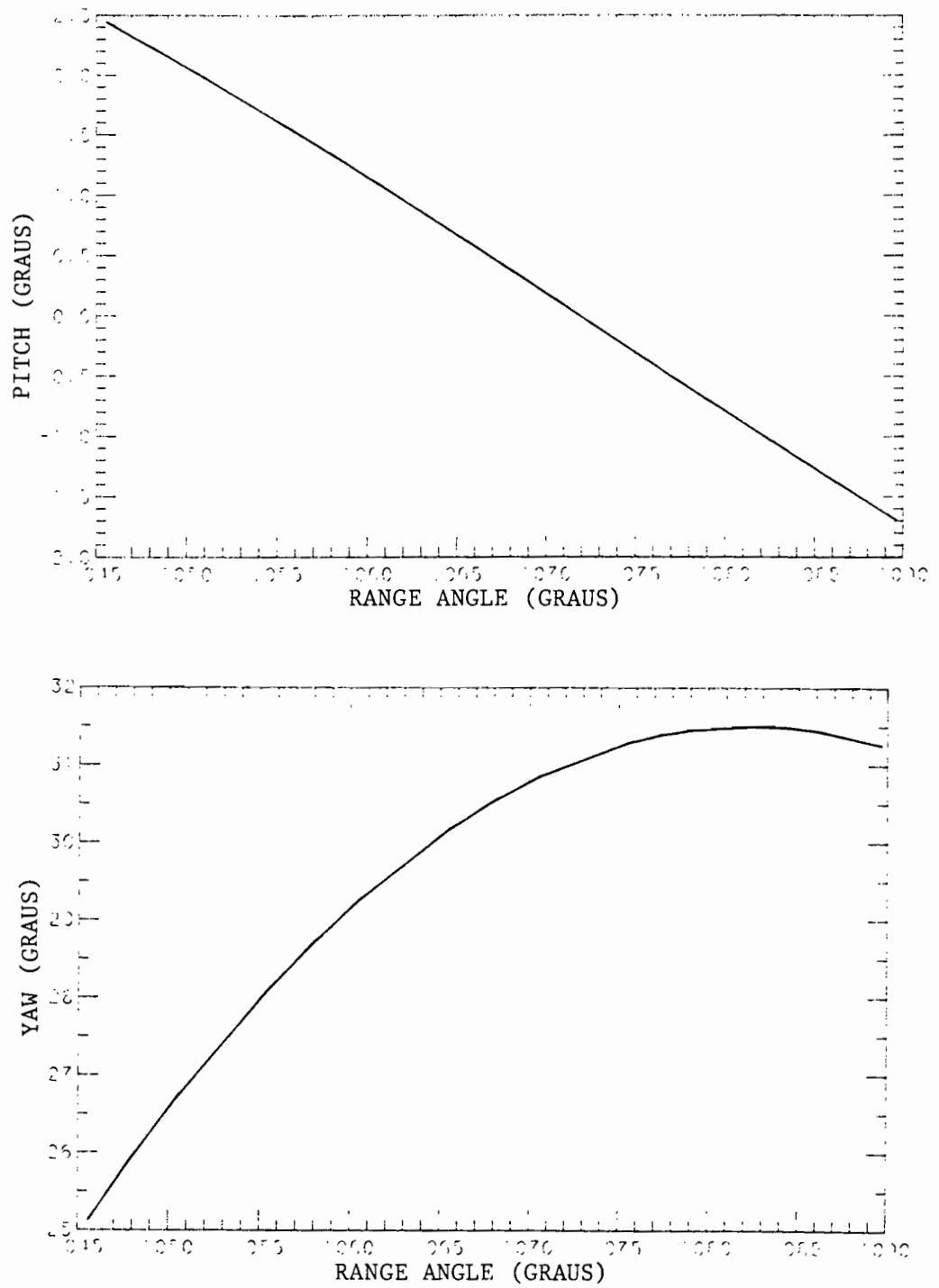


Fig 7.2 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o segundo arco com propulsão.

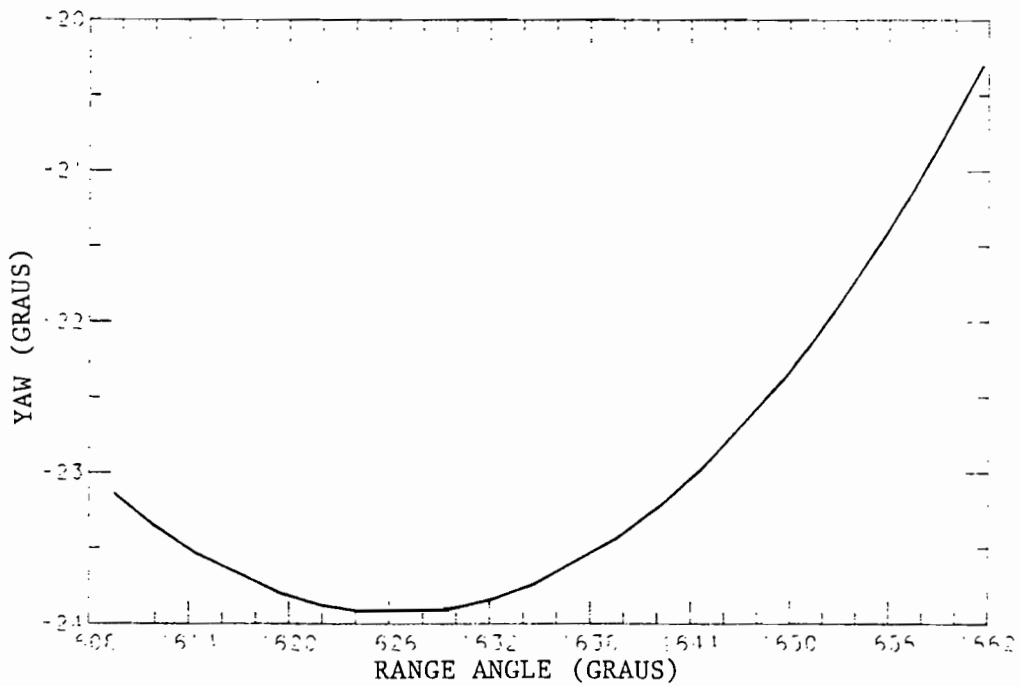
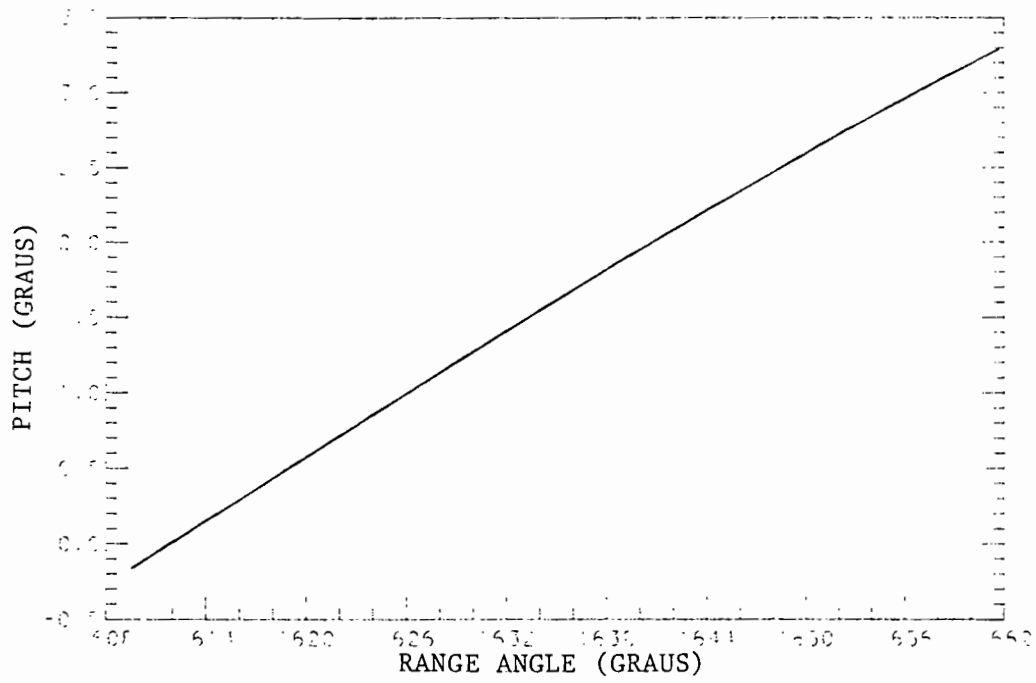


Fig 7.3 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o terceiro arco com propulsão.

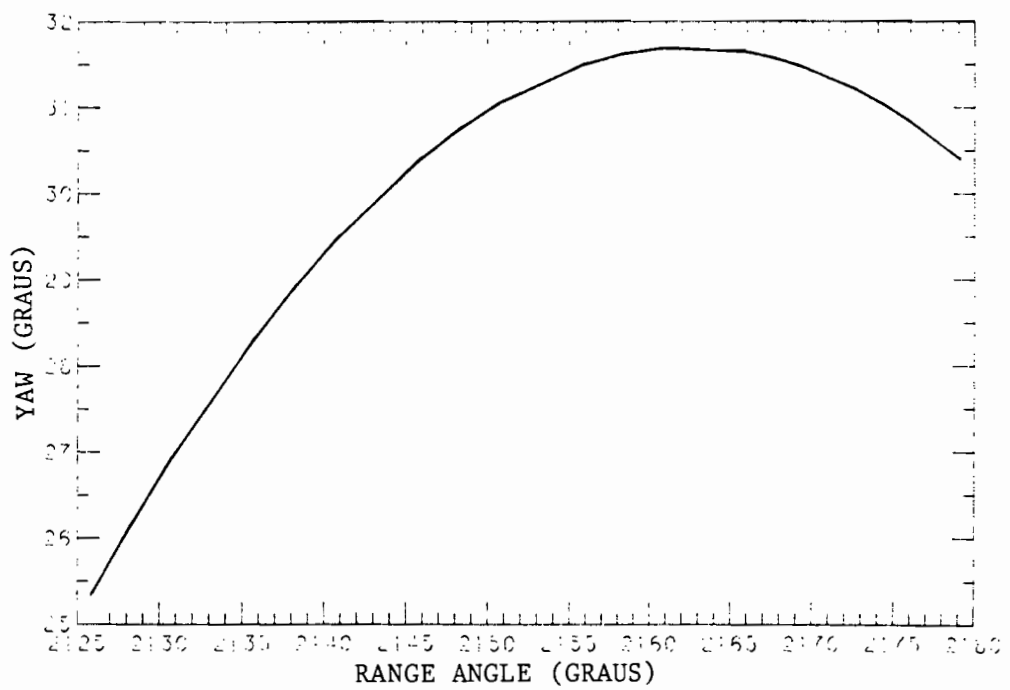
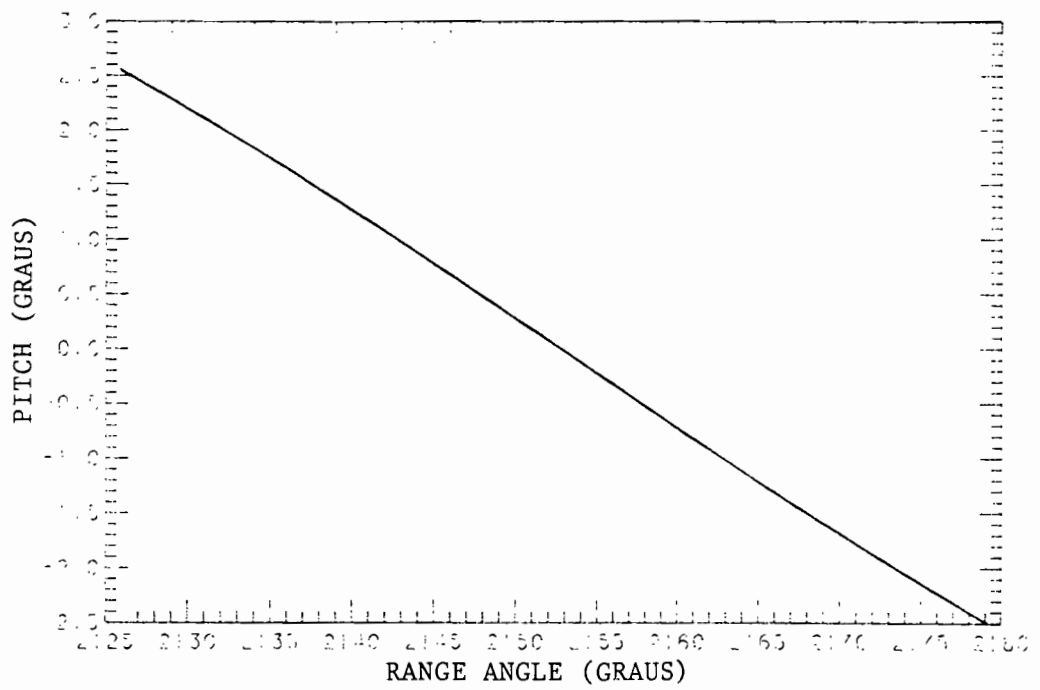


Fig 7.4 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o quarto arco com propulsão.

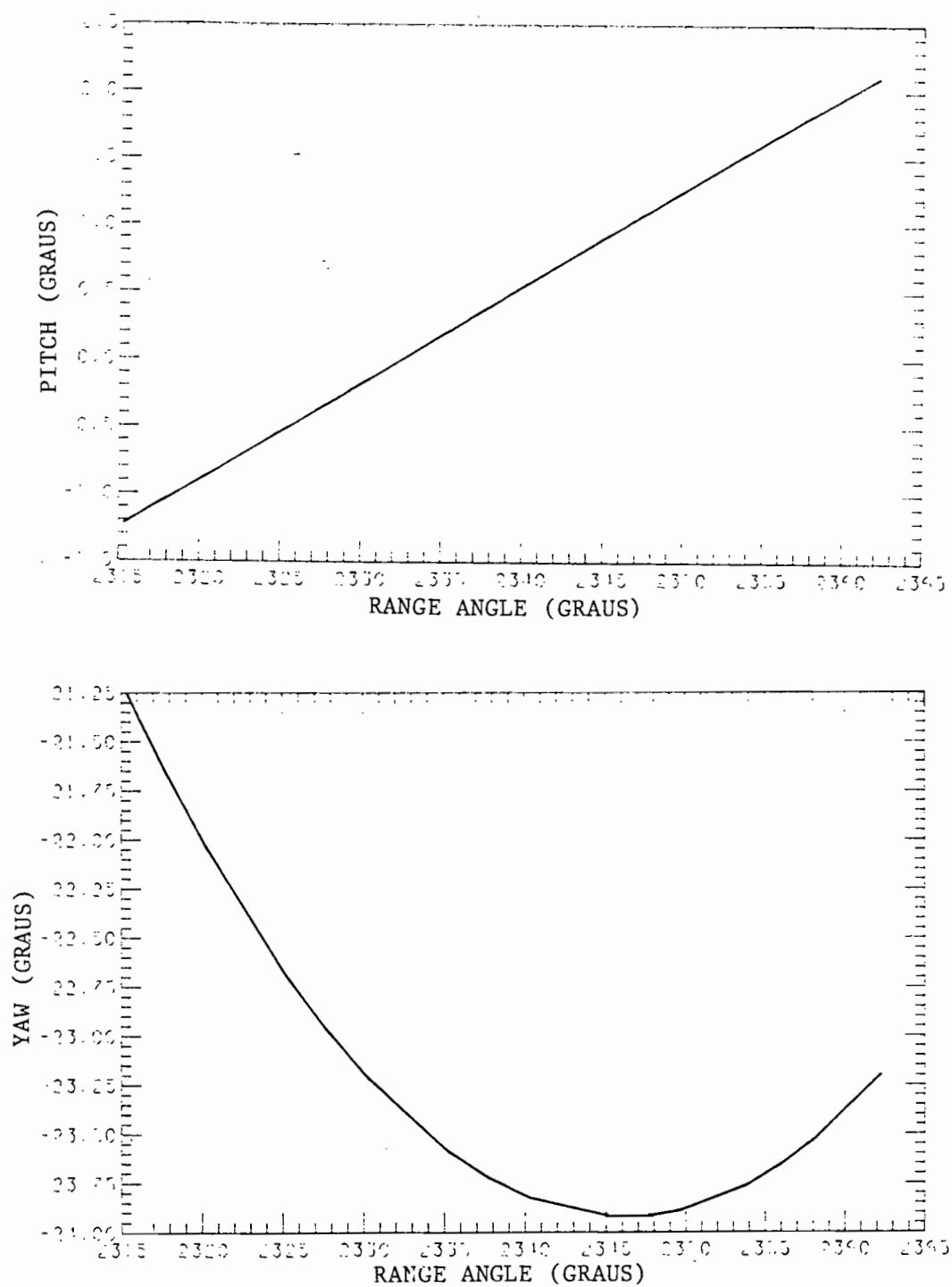


Fig 7.5 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o quinto arco com propulsão.

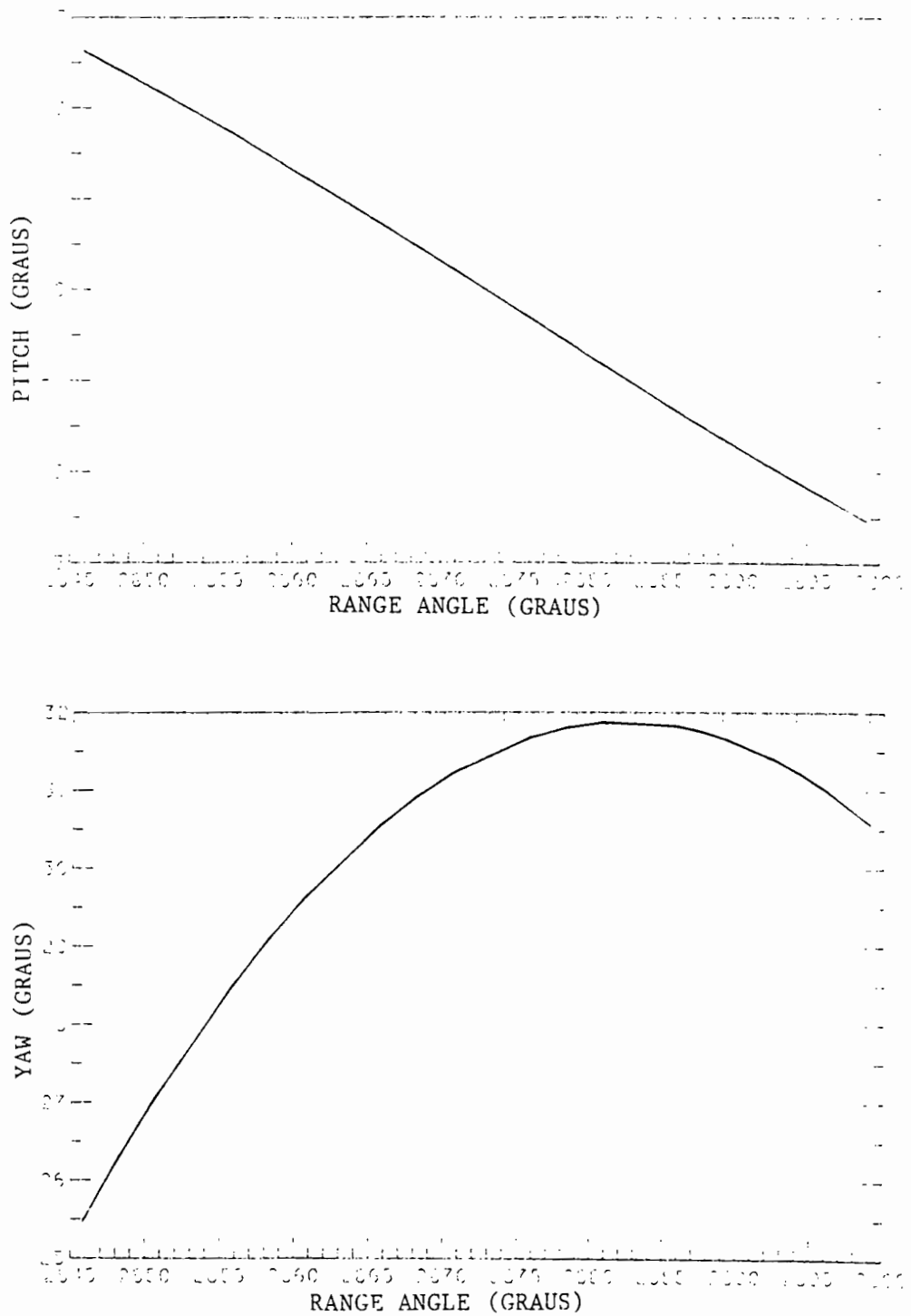


Fig 7.6 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o sexto arco com propulsão.

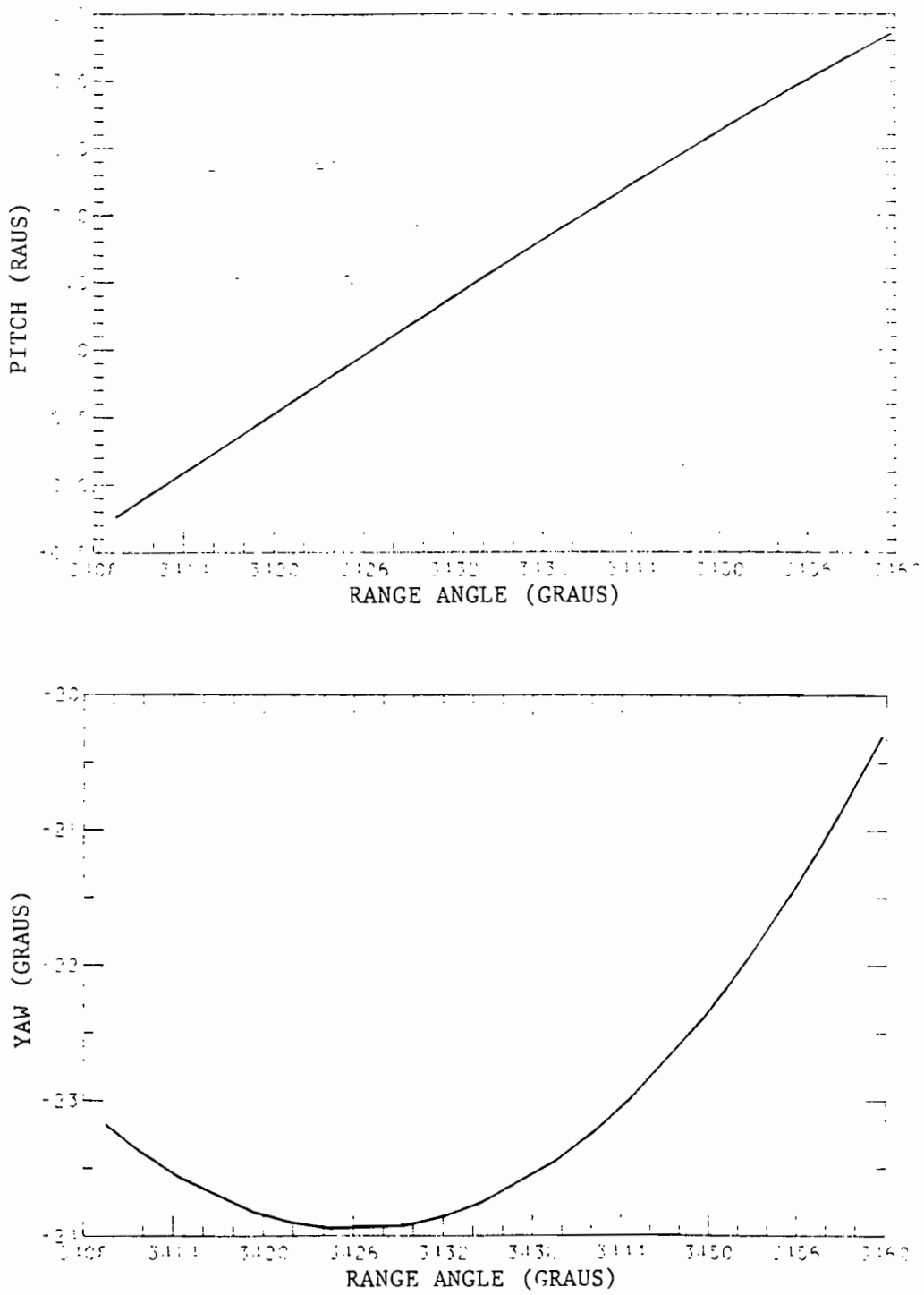


Fig 7.7 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o sétimo arco com propulsão.

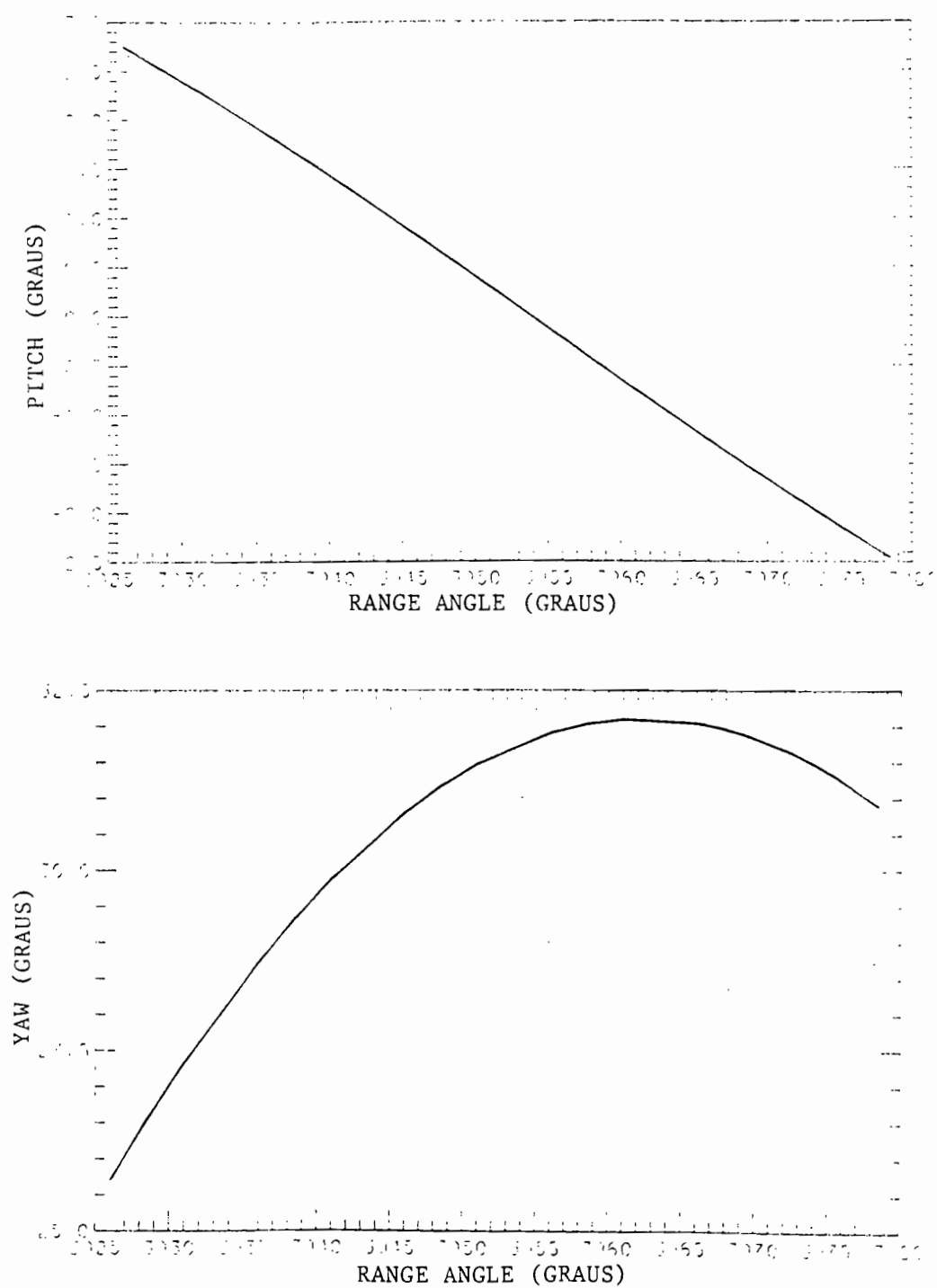


Fig 7.8 - Ângulos de controle ("pitch" e "yaw") em função do "range angle" para o oitavo arco com propulsão.

Demais valores obtidos:

TABELA 7.1

DADOS DE SAÍDA DA MANOBRA.

Variável	Solução encontrada
Consumo (Kg)	11,62
Duração (s)	6266,1
Iterações	3
Processamento (s)	389
Órbita atingida	
Semi-eixo maior (Km)	7014,33
Excentricidade	0,0005
Inclinação (graus)	97,93
Nodo ascendente (graus)	67,3
Argumento do perigeu (graus)	70,3
Anomalia verdadeira (graus)	315,7

Comentário:

- i) A flexibilidade nos vínculos permitiu uma economia de 25 g. (2,11%) de combustível, que tende a aumentar quando se aumenta a flexibilidade da satisfação dos vínculos.

CAPÍTULO 8

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

8.1 - CONCLUSÕES

Conforme proposto no Capítulo 1, foi feita uma análise da literatura existente, seleção, implementação, testes numéricos e uma nova proposta (versão estocástica) de métodos que visem manobras ótimas de veículos espaciais, do ponto de vista de consumo mínimo de combustível.

A análise da literatura mostrou que, embora esse problema venha sendo estudado há muito tempo, uma grande quantidade de trabalhos tem surgido nos últimos anos, o que caracteriza a atualidade do tema proposto. Além disso, ficou evidenciado que a grande maioria dos trabalhos trata de manobras particulares, como as impulsivas e/ou entre órbitas próximas. Apenas uma minoria dos métodos encontrados atendem ao requisito da generalidade, isto é, são aplicáveis tanto a transferências quanto a correções de órbitas e com qualquer magnitude de empuxo.

A seleção para implementação, baseada no critério da generalidade, optou por dois métodos (um ótimo e outro sub-ótimo com parametrização no controle) que englobam as linhas básicas de pesquisa existentes.

Os testes numéricos confirmaram a validade das diferentes versões do software desenvolvido, pois as diferenças encontradas entre as soluções das simulações e os resultados da literatura ficaram apenas nas "time-histories" dos ângulos de controle e, em termos de consumo de combustível, que é o que realmente importa, não foram encontradas diferenças significativas.

Com base na literatura estudada, foi possível propor uma nova abordagem (utilizando o algoritmo da versão estocástica do método da projeção do gradiente, proposto por Rios-Neto e Pinto, 1986) em que é possível levar em conta imprecisões e/ou flexibilidades na satisfação dos vínculos especificados para a missão.

Além disso, as simulações efetuadas mostraram que:

- i) De acordo com o esperado, devido aos resultados encontrados na literatura, os resultados obtidos com os métodos ótimo e sub-ótimo mostraram um comportamento muito próximo, em termos de consumo de combustível, apesar das "time-histories" serem substancialmente diferentes para ambos os ângulos de controle. Também notou-se que, a medida que se aumenta o número de arcos utilizados para a execução da manobra, a diferença de consumo entre os dois métodos diminui, devido ao fato de se aumentar o número de parâmetros a serem otimizados (o método ótimo corresponde ao caso ideal de infinitos parâmetros);
- ii) Ambos os métodos demonstraram um bom comportamento numérico, com um tempo de processamento muito variado (desde poucos segundos até algumas horas), dependendo da estimativa inicial, do número de arcos utilizados na manobra e do número de vínculos na órbita final. Algumas dificuldades de convergência surgiram apenas em alguns casos extremos, quando a tentativa inicial foi muito contrária ao sentido necessário à execução da manobra, como por exemplo com a escolha dos dois ângulos de controle defasados de 180 graus em relação ao necessário;
- iii) Em se tratando de manobras de pequena amplitude (correções), a aplicação do método de otimização não faz sentido, pois já

na primeira iteração o consumo atinge o valor previsto pela manobra de Hohmann;

- iv) Quando se aumenta o número de arcos utilizados na manobra, os vínculos são satisfeitos de maneira mais exata, devido ao aumento do número de parâmetros envolvidos. Portanto, com a aplicação do método ótimo, obtém-se a melhor satisfação possível dos vínculos;
- v) Nos casos em que a estimativa inicial utiliza um número de arcos maior do que a solução ótima exigiria, o algoritmo reconhece esse fato e gera uma solução com instantes de início e fim de aplicação de empuxos iguais, para um ou mais arcos (em termos de implementação, o termo "iguais" vai depender do hardware disponível);
- vi) O consumo de combustível diminui com o aumento do número de arcos com propulsão, devido ao aumento do número de parâmetros a serem otimizados, de uma forma assintótica que se aproxima do valor obtido pelo método de Hohmann. Sendo assim, existe um limite prático para o número de arcos com propulsão, pois a partir de um determinado número não se obtém uma redução mensurável no consumo de combustível. É importante frisar que, no caso da manobra do primeiro satélite de Sensoriamento Remoto da Missão Espacial Completa Brasileira (MECB), esse limite foi atingido com uma manobra com duração total de aproximadamente 11 órbitas, enquanto que a manobra impulsiva equivalente requer aproximadamente 225 órbitas para obter o mesmo consumo de combustível (no caso de manobras separadas e em visibilidade);
- vii) Todas as soluções fornecidas são mínimos locais e, conforme mostrado nos exemplos 3 e 4, quando se altera a estimativa inicial as soluções encontradas podem não ser as mesmas;

- viii) Manobras sem restrições quanto a regiões de aplicação e/ou limites nos ângulos de controle, possuem consumo menor ou igual as manobras equivalentes com uma ou mais dessas restrições. Esse fato é evidenciado pelos exemplos 1 e 2 ;
- ix) A duração de uma iteração é muito variada, mesmo dentro de uma mesma manobra, devido ao fato de que uma iteração típica envolve não só o passo de busca do ponto ótimo, mas também o posterior retorno à satisfação dos vínculos. Portanto, a iteração será tanto mais rápida quanto menos o passo de busca do mínimo levar o vetor \underline{u} a se afastar da satisfação dos vínculos. Esse fato também explica porque a primeira iteração é mais demorada, já que se parte de uma estimativa inicial que, em geral, está mais afastada da satisfação dos vínculos do que as iterações subsequentes;
- x) Mostrou-se bastante eficiente o procedimento de executar uma manobra prévia, com tolerância na satisfação dos vínculos bastante larga, para obter uma boa primeira estimativa para a execução da manobra propriamente dita;
- xi) Como as referências utilizadas (Biggs, 1978 e 1979) não fornecem os valores da velocidade de ejeção dos gases para as simulações efetuadas, e esse parâmetro causa grande variação no consumo de combustível, foi necessário efetuar uma normalização do consumo obtido, levando-se em conta o tempo de duração da aplicação do empuxo. Essa normalização foi feita multiplicando-se o consumo obtido na solução do algoritmo pela razão entre os tempos de duração da aplicação do empuxo da solução do algoritmo e da solução da literatura (simulada pelo software);

- xii) O uso do "range angle" como variável independente é bastante conveniente para o equacionamento do problema, mas não para a implementação da solução a nível de hardware, pois, no caso de manobras com mudança no plano orbital, ela deixa de ter a associação geométrica imediata com a anomalia verdadeira. Nesse caso, a sua relação com o tempo passa a vir da integração da equação diferencial (4.6e), e usa-se o tempo para determinar o acionamento ou a parada do motor;
- xiii) A solução obtida mostrou-se bastante dependente dos parâmetros numéricos escolhidos (especialmente a tolerância para o zero numérico da direção de busca), como atesta o exemplo 2, que forneceu uma solução substancialmente superior, em termos de economia de combustível, do que a obtida na literatura (Biggs, 1978), quando o valor numérico dessa tolerância foi reduzido;
- xiv) O exemplo simulado com a versão estocástica proposta mostrou que é possível obter alguma economia de combustível (2,11% nesse caso), utilizando-se da faixa de flexibilidade dos vínculos. Essa economia é bastante significativa, pois é obtida na fase de maior consumo de combustível (Transferência Inicial) e representa mais de 50% do combustível necessário para uma manobra de correção de órbita. Valores maiores podem ser obtidos, quando a flexibilidade dos vínculos forem maiores.

8.2 - SUGESTÕES PARA EXTENSÕES DESSE TRABALHO

Durante a elaboração desse trabalho diversas sugestões e/ou idéias novas apareceram no sentido de modificar e/ou estender esse trabalho. Entre elas serão destacadas as seguintes:

- i) Inclusão de elementos perturbadores (arrasto atmosférico, não esfericidade da Terra, atração luni-solar, pressão de radiação, etc...) nas Equações de movimento (4.5);

- ii) Redução do tempo total de processamento, através do armazenamento dos valores iniciais e finais do estado, em cada arco com propulsão, quando da primeira integração numérica. Isso faz com que seja necessário, quando da integração numérica com os parâmetros de controle perturbados (para avaliação dos gradientes envolvidos), integrar apenas o arco cujo elemento está sendo perturbado e os subseqüentes (porque são alterados os valores iniciais do estado em todos eles). Com isso, poupa-se a repetição das integrações numéricas dos arcos anteriores;
- iii) Estudo teórico mais profundo sobre a possibilidade de ocorrência de "arcos singulares" (ver definição na página 42), visando implementar uma rotina que obtenha a solução do problema nesse caso ou, pelo menos, decidir quando a solução obtida pelo algoritmo é falsa;
- iv) Expansão em série de Taylor das equações do movimento (4.5), com posterior integração analítica das mesmas (Kuga, 1988), com o objetivo de avaliar os valores necessários à obtenção dos gradientes requeridos pelo método da projeção do gradiente. Assim, apenas uma integração numérica é necessária, em cada passo, como trajetória de referência e as demais são obtidas analiticamente. Com isso é esperado uma grande redução no tempo de processamento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BAZARAA, M.S.; SHETTY, C.M. Nonlinear programming-theory and algorithms, New York, NY, John Wiley, 1979.
- BARRAR, R.B. An analytic proof that the Hohmann-type transfer is the true minimum two-impulse transfer. Astronautica Acta, 9(1):1-11, Jan./Feb. 1963.
- BATTIN, R.H.; VAUGHAN, R.M. An elegant Lambert algorithm. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 7(6):662-670, Nov./Dec. 1984.
- BELL, D.J. Optimal space trajectories - a review of published work. The Aeronautical Journal of the Royal Aeronautical Society, 72(2):141-146, Feb. 1968.
- BIGGS, M.C.B. The optimisation of spacecraft orbital manoeuvres. Part I : Linearly varying thrust angles. The Hatfield Polytechnic. Numerical Optimisation Centre, Oct. 1978.
- BIGGS, M.C.B. The optimisation of spacecraft orbital manoeuvres. Part II : Using Pontryagin's maximum principle. The Hatfield Polytechnic. Numerical Optimisation Centre, Jan. 1979.
- BILLIK, B.H.; ROTH, H.L. Studies relative to rendezvous between circular orbits. Astronautica Acta, 13(1):23-36, Jan./Feb. 1967.
- BROOKES, C.J.; SMITH, J. Optimal rocket trajectories in a general force-field. Astronautica Acta, 15(3):129-132, Feb. 1970.
- BRYSON, A.E.; HO, Y.C. Applied optimal control, New York, NY, Wiley, 1975.
- BRYSON, A.E. New concepts in control theory, 1959-1984. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 8(4):417-425, July/Aug. 1985.

- CARTER, T.E. Fuel-optimal maneuvers of a spacecraft relative to a point in circular orbit. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 7(6):710-716, Nov./Dec. 1984.
- CARRARA, V. As rotinas gráficas CURVA e GRAFI: Descrição e utilização. São José dos Campos, INPE, feb. 1984 (INPE - 3009 - RPI/087)
- CARRARA, V. Orbit maintenance strategy. São José dos Campos, INPE, June 1988 (A - ETD - 0035).
- CEBALLOS, D.C. Aproximações sub-ótimas para o controle em programas dinâmicos de otimização. Dissertação (Mestrado em Ciência Espacial/Mecânica Orbital) - Instituto de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 186 p., fev. 1980 (INPE-1676-TDL/019).
- CEBALLOS, D.C.; Rios Neto, A. Linear programming and suboptimal solutions of dynamical systems control problems. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SPACECRAFT FLIGHT DYNAMICS, Darmstadt, Federal Republic of Germany, May 17-23, 1981. Proceedings. Noordwijk, The Netherlands, ESA, 1981, p. 239-244. (ESA-SP-160).
- CONTENSOU, P. Etude théorique des trajectoires optimales dans un champ de gravitation. Application au cas d'un centre d'attraction unique. Astronautica Acta, 8(2/3):134-150, May/June 1962.
- CULP, R.D. Contensou-Busemann conditions for optimal coplanar orbit transfer. AIAA Journal, 5(2):371-372, Feb. 1967.
- DENHAM, W.F.; BRYSON, A.E. Optimal programming problems with inequality constraints II : Solution by steepest-ascent. AIAA Journal, 2(1):25-34, Jan. 1964.
- ECKEL, K.G. Optimum transfer between non-coplanar elliptical orbits. Astronautica Acta, 8(4):177-192, July/Aug. 1962.

- ECKEL, K.G. Optimum transfer in a central force field with n impulses. Astronautica Acta, 9(5/6):302-324, Sept./Dec. 1963.
- ECKEL, K.G. Optimal impulsive transfer with time constraint. Astronautica Acta, 9(3):139-146, May/June 1982.
- ECKEL, K.G.; VINH, N.X. Optimal switching conditions for minimum fuel fixed time transfer between non coplanar elliptical orbits. Astronautica Acta, 11(10/11):621-631, Oct./Nov. 1984.
- ECKENWILER, M.W. Closed-form Lagrangian multipliers for coast periods of optimum trajectories. AIAA Journal, 3(6):1149-1151, June 1965.
- EDELBAUM, T.N. Propulsion requirements for controllable satellites. American Rocket Society Journal, 31(8):1079-1089, Aug. 1961.
- EDELBAUM, T.N. Optimum power-limited orbit transfer in strong gravity fields. AIAA Journal, 3(5):921-925, May 1965.
- ERNO Orbit manoeuvres with finite thrust. ESA, Apr. 1984.
- FERNANDES, S.S. Efeito do achatamento da Terra sobre transferência impulsional ótima. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Instituto Tecnológico da Aeronáutica, São José dos Campos, 1986, 164 p..
- FERNANDES, S.S. Earth oblateness effect on the optimal impulsive transfer between close orbits. Part 1: nonsingular solutions. Acta Astronautica, 19(4):281-285, Apr. 1989.
- FERNANDES, S.S.; MORAES, R.V. Earth oblateness effect on the optimal impulsive transfer between close orbits. Part 2: singular solutions. Acta Astronautica, 19(5):393-399, May 1989.

- FLEURY, C.A.; RIOS NETO, A.; ARANHA, J.A.P. Otimização de parâmetros referentes ao comportamento dinâmico de painéis solares. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 7., São José dos Campos, ago. 1988. Anais. São José dos Campos, Sociedade Brasileira de Automática, 1988, v.2 p. 995-999.
- GOBETZ, F.W.; DOLL, J.R. A survey of impulsive trajectories. AIAA Journal, 7(5):801-834, May 1969.
- GODDARD, R.H. A Method of Reaching Extreme Altitudes. Smithsonian Inst Publ Misc Collect 71(2), 1919.
- GROSS, L.R.; PRUSSING, J.E. Optimal multiple-impulse direct ascent fixed-time rendezvous. AIAA Journal, 12(7):885-889, July 1974.
- HANDELSMAN, M. Optimal free-space fixed-thrust trajectories using impulsive trajectories as starting iteratives. AIAA Journal, 4(6):1077-1082, June 1966.
- HAZELRIGG Jr., G.A. Globally optimal impulsive transfer via Green's theorem. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 7(4):462-470, July-Aug. 1984.
- HEMPEL, P.R. Representation of the Lagrangian multipliers for coast periods of optimum trajectories. AIAA Journal, 4(4):729-730, Apr. 1966.
- HOELKER, R.F.; SILBER, R. The bi-elliptic transfer between circular co-planar orbits. Alabama, Army Ballistic Missile Agency, Redstone Arsenal, Jan. 1959 (DA Tech Memo 2-59).
- HOHMANN, W. Die erreichbarkeit der himmelskorper, Oldenbourg, Munique, 1925.

INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS MECB Remote Sensing Satellite
Concept Review. São José dos Campos, INPE, 1988.

JAZWINSKI, A.H. Stochastic processes and filtering theory. New York,
NY, Academic Press, 1970.

JEZEWSKI, D.J.; ROZENDAAL, H.L. An efficient method for calculating
optimal free-space N-impulsive trajectories. AIAA Journal,
6(11):2160-2165, Nov. 1968.

KOPP, R.E.; MOYER, H.G. Necessary conditions for singular extremals.
AIAA Journal, 3(8):1439-1444, Aug. 1965.

KUGA, H.K. Aproximações analíticas em transferência ótima. Itatiaia,
RJ, 1988. Comunicação pessoal a Antonio F. Bertachini de A. Prado
em nov. 1988.

LAWDEN, D.F. Minimal rocket trajectories. ARS Journal, 23(6):360-
382, Nov./Dec. 1953.

LAWDEN, D.F. Fundamentals of space navigation. JBIS, 13:87-101, May
1954.

LAWDEN, D.F. Optimal programming of rocket thrust direction.
Astronautica Acta, 1(1):41-56, Jan./Feb. 1955.

LAWDEN, D.F. Optimal intermediate-thrust arcs in a gravitational
field. Astronautica Acta, 8(2/3):106-123, May/June 1962.

LION, P.M.; HANDELSMAN, M. Primer vector on fixed-time impulsive
trajectories. AIAA Journal, 6(1):127-132, Jan. 1968.

LUEMBERGER, D.G. Introduction to linear and non-linear programming.
New York, NY, Addison-Wesley, 1973.

- MARCHAL, C. Transferts optimaux entre orbites elliptiques coplanaires (Durée indifférente). Astronautica Acta, 11(6):432-445, Nov./Dec. 1965.
- MAREC, J.P. Transferts impulsionsnels, économiques, entre orbites quasi-circulaires, proches, non coplanaires. Astronautica Acta, 14(1):47-55, Jan./Feb. 1968.
- MAREC, J.P. Optimal Space Trajectories, New York, NY, Elsevier, 1979.
- MATOGAWA, Y. Optimum low thrust transfer to geosynchronous orbit. Astronautica Acta, 10(7):467-478, July 1983.
- MAY, D.H. An energy approach for orbital transfers. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 9(1):23-26, Jan./Feb. 1986.
- MCCUE, G.A. Quasilinearization determination of optimum finite-thrust orbital transfers. AIAA Journal, 5(4):755-763, Apr. 1967.
- MOSKOWITZ, S.E. On the accuracy of approximate thrust steering schedules in optimal correctional maneuvers. Astronautica Acta, 9(1):20-30, Jan./Feb. 1963.
- MOYER, H.G. Minimum impulse coplanar circle-ellipse transfer. AIAA Journal, 3(4):723-726, Apr. 1965.
- PINES, S. Constants of the motion for optimum thrust trajectories in a central force field. AIAA Journal, 2(11):2010-2014, Nov. 1964.
- PRUSSING, J.E. Optimal four-impulse fixed-time rendezvous in the vicinity of a circular orbit. AIAA Journal, 7(5):928-935, May 1969.

- PRUSSING, J.E. Optimal two- and three-impulse fixed-time rendezvous in the vicinity of a circular orbit. AIAA Journal, 8(7):1221-1228, July 1970.
- PRUSSING, J.E.; CHIU, J.H. Optimal multiple-impulse time-fixed rendezvous between circular orbits. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 9(1):17-22, Jan./Feb. 1986.
- RAMA RAO, K. A review on numerical methods for initial value problems. São José dos Campos, INPE, Feb. 1984 (INPE - 3011 - RPI/088).
- RAMA RAO, K.; KUGA, H.K. Manual de uso de um conjunto de integradores numéricos para problemas de condições iniciais. São José dos Campos, INPE, mar. 1986 (INPE - 3830 - RPI/154).
- REDDING, D.C. Highly efficient, very low-thrust transfer to geosynchronous orbit : exact and approximate solutions. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 7(2):141-147, May/Apr. 1984.
- REDDING, D.C.; BREAKWELL, J.V. Optimal low-thrust transfers to synchronous orbit. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 7(2):148-155, May/Apr. 1984.
- RIOS NETO, A.; CEBALLOS, D.C. Approximation by Polynomial Arcs to Generate Suboptimal Numerical Solutions in Control Problems. In: BRAZILIAN CONGRESS OF MECN. ENG., 5., Campinas, 12-15 Dec 1979. Proceedings. Campinas, Associação Brasileira de Engenharia Mecânica, 1979, v. C, p. 034-043.
- RIOS NETO, A. Estimacão linear ótima aplicada a geracão de método direto de busca em otimizacão de parâmetros. Rev. Br. C. Mec, 3(1):11-14, jan./fev./mar./abr. 1981.

- RIOS NETO, A.; BAMBACE, L.A.W. Optimal linear estimation and suboptimal numerical solutions of dynamical systems control problems. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SPACECRAFT FLIGHT DYNAMICS, Darmstadt, Federal Republic of Germany, Aug. 1981. Proceedings. Noordwijk, The Netherlands, ESA, 1981 (ESA-SP-160) pg. 233-238.
- RIOS NETO, A.; PINTO, R.L.U. A stochastic approach to generate a projection of the gradient type method. São José dos Campos, INPE, Nov. 1986 (INPE-4060-PRE/1019).
- ROBBINS, H.M. Optimality of intermediate-thrust arcs of rocket trajectories. AIAA Journal, 3(6):1094-1098, June 1965.
- ROBBINS, H.M. An analytical study of the impulsive approximation. AIAA Journal, 4(8):1417-1423, Aug. 1966.
- ROTH, H.L. Minimization of the velocity increment for a bi-elliptic transfer with plane change. Astronautical Acta, 13(2):119-130, May/Apr. 1967.
- SMITH, G.C. The calculation of minimal orbits. Astronautical Acta, 5(5):253-265, May 1959.
- SOUZA, L.C.G.; CARRARA, V. Orbital maneuver strategies for acquisition phase. São José dos Campos, INPE, Aug. 1988 (A - ETD - 0043)
- SPENCER, T.M.; GLICKMAN, R.; BERCAW, W. Low-thrust orbit raising for Shuttle payloads. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 5(4):372-378, July/Aug. 1982.
- STERN, S.A. A rectilinear guidance strategy for short orbital transfers. Journal of Spacecrafts and Rockets, 21(6):542-545, Nov./Dec. 1984.

- SUBRAHMANYAM, M.B. Computation of optimal controls by Newton's method using a discretized Jacobian. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 9(3):371-374, May/June 1986.
- TAPLEY, B.D.; FOWLER, W.T. Terminal guidance for continuous powered space vehicles. AIAA Journal, 4(9):1683-1684, Sept. 1966.
- TING, L. Optimum orbital transfer by several impulses. Astronautical Acta, 6(5):256-265, May 1960.
- TOMITA, K.; FEIRING, B.R. Trajectory optimization for maneuvering satellites. Systems & Control Letters, 5(4):223-228, Feb. 1985.
- TSIEN, H.S. Take-off from satellite orbit. Journal of the American Rocket Society, 23(4):233-236, July/Aug. 1953.
- VINH, N.X. Integration of the primer vector in a central force field. Journal of the Optimization Theory and Applications, 9(1):51-58, 1972.
- YABLON'KO, Y.P. Optimal control in orbital rendezvous. Kosmicheskie issledovaniya, 20(4):499-504, July/Aug. 1982.
- WEIB, J. Orbit manoeuvres with finite thrust. ESA Journal, 9(1):49-63, Jan./Feb./May 1985.
- WERTZ, J.R. Spacecraft attitude determination and control, London, D. Riedel, 1978.
- WIESEL, W.E.; ALFANO, S. Optimal many-revolution orbit transfer. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 8(1):155-157, Jan./Feb. 1985.

WOLFSBERGER, W.; WEIB, J.; RANGNITT, D. Strategies and schemes for rendezvous on geostationary transfer orbit. Astronautical Acta, 10(8):527-538, Aug. 1983.

ZEE, C.H. Effect of finite thrusting time in orbital maneuvers. AIAA Journal, 1(1):60-64, Jan. 1963.

ZONDERVAN, K.P.; WOOD, L.J.; CAUGHEY, T.K. Optimal low-thrust, three-burn orbit transfers with plane changes. The Journal of the Astronautical Sciences, 32(3):407-427, July/Sept. 1984.