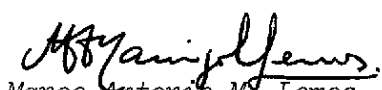




1. Publicação nº <i>INPE-2364-PRE/097</i>	2. Versão	3. Data <i>Março, 1982</i>	5. Distribuição <input type="checkbox"/> Interna <input checked="" type="checkbox"/> Externa <input type="checkbox"/> Restrita
4. Origem <i>DME/DPM</i>	Programa <i>METBA</i>		
6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) <i>MODELO BIDIMENSIONAL DE EQUAÇÕES PRIMITIVAS ESTRUTURA VERTICAL E VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO DE ENERGIA MODOS EXTERNO E INTERNOS</i>			
7. C.D.U.: <i>551.509.311</i>			
8. Título  <i>UM ESTUDO NUMÉRICO DOS MODOS VERTICAIS DE UM MODELO DE EQUAÇÕES PRIMITIVAS</i>		<i>INPE-2364-PRE/097</i>	10. Páginas: <i>73</i>
			11. Última página: <i>60</i>
			12. Revisada por
9. Autoria <i>Mary Toshie Kagano Pedro Leite da Silva Dias Claudio Solano Pereira</i>			 Marco Antonio M. Lemes
Assinatura responsável 			13. Autorizada por   Nelson de Jesus Parada Diretor
14. Resumo/Notas  <i>Procedeu-se a um estudo da propagação de perturbações numa atmosfera estratificada, usando-se um modelo bidimensional de equações primitivas em coordenada de pressão. Estudaram-se as respostas do modelo a uma perturbação inicial no campo da temperatura, utilizando-se o esquema "leapfrog", com ênfase na estrutura vertical e na velocidade de propagação da energia. Conduziram-se duas séries de experimentos: INF (a perturbação é inserida acumulativamente em cada nível a partir da superfície) e SUP (análoga à série INF, mas parte do topo do modelo). No experimento 1 INF a maior parte da energia projeta-se no modo externo, e nos experimentos 3 INF, 5 INF, 7 INF e 9 INF a energia projeta-se gradativamente nos modos mais internos. Nos experimentos SUP a partição de energia é mais uniforme entre os modos externo e os internos (exceto nos experimentos 7 SUP e 9 SUP, onde a maior parte da energia vai para o modo externo). Através dos experimentos, estimaram-se as velocidades de fase em aproximadamente <math>270 \text{ m s}^{-1}</math> e <math>40 \text{ m s}^{-1}</math> para os modos externo e primeiro interno, respectivamente.</i>			
15. Observações <i>Este trabalho será apresentado na 34ª Reunião Anual da Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência (SBPC) em julho de 1982, Campinas - SP.</i>			

### AGRADECIMENTOS

Os autores expressam seus sinceros agradecimentos ao Dr. Antonio Divino Moura pelas edificantes sugestões; ao Sr. José Paulo Bonatti por sua valiosa contribuição nos cálculos dos autovalores-autovectores.

Agradecem também ao Sr. Marco Antonio Maringolo Lemes a minuciosa revisão do texto e à Sra. Sueli Aparecida Freire Valentim Camargo Pinto pela datilografia do manuscrito.

Este trabalho foi parcialmente financiado pelo Convênio nº B/28/079/019/00/00 - FINEP-CNPq.



#### ABSTRACT

A study of perturbation propagation in a stratified atmosphere, using a bidimensional model primitive equations in pressure coordinate, has been conducted. The model response to an initial perturbation in the temperature field was studied, using the leapfrog scheme stressing the vertical structure and velocity of energy propagation. Two series of experiments were conducted: INF (the perturbation is cumulatively inserted in each level starting from the surface) and SUP (analogous to INF series, but starting from the top). Most of energy in the 1 INF experiment is confined in the external mode, and in 3 INF, 5 INF, 7 INF and 9 INF experiments the energy is gradually confined to more internal modes. The SUP experiments present more uniform energy partition between external and internal modes (except in 7 SUP and 9 SUP experiments, most of energy is in the external mode). From the experiments the phase velocities were estimated to be about  $270 \text{ m s}^{-1}$  and  $40 \text{ m s}^{-1}$  for the external and first internal modes, respectively.



## SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
<u>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO</u> .....	1
<u>CAPÍTULO 2 - O MODELO</u> .....	3
<u>CAPÍTULO 3 - CONDIÇÕES DE FRONTEIRA E A ORDEM DE INTEGRAÇÃO TEM PORAL DAS EQUAÇÕES</u> .....	7
<u>CAPÍTULO 4 - AS EQUAÇÕES EM DIFERENÇAS FINITAS</u> .....	11
<u>CAPÍTULO 5 - A EQUAÇÃO DA ESTRUTURA VERTICAL</u> .....	17
<u>CAPÍTULO 6 - OS EXPERIMENTOS</u> .....	27
<u>CAPÍTULO 7 - RESULTADOS E DISCUSSÕES</u> .....	31
7.1 - Estrutura horizontal .....	31
7.2 - Estrutura vertical .....	32
7.3 - Os outros experimentos .....	42
<u>CAPÍTULO 8 - CONCLUSÕES</u> .....	53
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	57



LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 - Distribuição horizontal (esquema C de Arakawa) e vertical (esquema C' de Tokioka) das variáveis .....	4
5.1 - Perfis verticais das autofunções $P_k$ , que correspondem às alturas equivalentes $D_k$ .....	26
6.1 - Perfis verticais dos desvios médio da altura geopotencial, iniciais para cada experimento .....	30
7.1 - Campos do vento zonal, após: 0.5 (a), 1.0 (b), 1.5 (c), 2.0 (d), 2.5 (e) e 3.0 (f) horas de integração .....	34
7.2 - Campos da velocidade vertical, após: 0.5 (a), 1.0 (b), 1.5 (c), 2.0 (d), 2.5 (e) e 3.0 (f) horas de integração .....	36
7.3 - Campos do vento meridional, após: 0.5 (a), 1.0 (b), 1.5 (c), 2.0 (d), 2.5 (e), 3.0 (f) horas de integração.	38
7.4 - Campos da temperatura potencial, após: 0.5 (a), 1.0 (b), 1.5 (c), 2.0 (d), 2.5 (e) e 3.0 (f) horas de integração .....	40
7.5 - Campos de velocidade vertical, após 1 hora de integração para os experimentos n INF (n = 1, 3, 5, 7 e 9)..	46
7.6 - Campo de velocidade vertical, após 1 hora de integração para os experimentos n SUP (n = 1, 2, 3, 7 e 9)..	48
7.7 - Coeficientes de expansão dos desvios médio de $\phi$ versus os modos k (k = 0, 1, ... 9), para cada experimento .....	50
7.8 - Velocidade de grupo $C_g$ no plano $\beta$ equatorial como uma função do número de onda zonal k (abscissa) e do modo meridional n, para vários tipos de onda.....	51





## LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
5.1 - Alturas equivalentes $D_k$ correspondentes aos modos $k$ ( $k = 0,1 \dots\dots,9$ ) .....	25
6.1 - Perfil vertical de temperatura utilizado nos experimen <u>tos</u> .....	27
6.2 - Denominações e características dos experimentos .....	28
7.1 - Velocidade de fase das ondas de gravidade pura correspon <u>dent</u> es aos modos $k$ ( $k = 0,1 \dots\dots,9$ ) .....	44



## LISTA DE SÍMBOLOS

- $a_k$  - Coeficiente de expansão
- $C_g$  - Velocidade de grupo  $[m s^{-1}]$
- $C_k$  - Velocidade de fase do modo  $k$   $[m s^{-1}]$
- $C_p$  - Calor específico à pressão constante  $[1005 J K_g^{-1} K^{-1}]$
- $\frac{d}{dp}$  - Derivada total em relação à pressão
- $D_k$  - Altura equivalente do modo  $k$   $[m]$
- $f$  - Parâmetro de Coriolis  $[10^{-4} s^{-1}]$
- $g$  - Aceleração da gravidade  $[9,8 m s^{-2}]$
- $i$  - Índice referente à direção zonal
- $j$  - Índice referente ao nível de pressão
- $J$  - Índice referente ao nível de pressão mais inferior
- $k$  - Modo de oscilação
- $M$  - Matriz simétrica tridiagonal
- $n$  - Sobreíndice referente ao passo de integração
- $p$  - Pressão  $[mb]$
- $p_0$  - Pressão no nível mais inferior (1000 mb)
- $R$  - Autofunções correspondentes às alturas equivalentes  $D_k$
- $\dot{Q}$  - Taxa de aquecimento  $[J s^{-1}]$
- $R$  - Constante específica dos gases  $[287,05 J K_g^{-1} K^{-1}]$
- $t$  - Tempo  $[s^{-1}]$
- $T$  - Temperatura  $[^{\circ}C]$
- $u$  - Componente zonal do vento  $[m s^{-1}]$
- $u_k$  - Componente zonal do vento, do modo  $k$   $[m s^{-1}]$
- $v$  - Componente meridional do vento  $[m s^{-1}]$
- $v_k$  - Componente meridional do vento, do modo  $k$   $[m s^{-1}]$

- $\vec{V}$  - Velocidade horizontal (u,v)
- x - Coordenada zonal
- X - Estrutura vertical arbitrária
- z - Coordenada vertical
- w - Velocidade vertical em coordenada z
- (-) - Refere-se ao estado básico
- $\Delta p$  - Intervalo de grade na vertical [ 90 mb ]
- $\Delta x$  - Intervalo de grade na horizontal [ 200 km ]
- $\theta$  - Temperatura potencial [  $^{\circ}\text{K}$  ]
- K - Constante [ R/Cp ]
- $\rho$  - Densidade do ar [  $\text{kg m}^{-3}$  ]
- $\phi$  - Altura geopotencial [ mgp ]
- $\phi_k$  - Altura geopotencial do modo k
- $\psi_k$  - Estrutura vertical do modo k
- $\omega$  - Velocidade vertical em coordenada p
- $\partial$  - Derivada parcial

## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

Os modelos de equações primitivas, em oposição aos modelos de equações filtradas, apresentam uma característica própria no que diz respeito à resposta para uma dada condição inicial. Caso o campo inicial de vento apresente um erro de 10 a 20%, a força de Coriolis inicial terá um erro da mesma ordem. Consequentemente, visto que em magnitude o termo de aceleração é cerca de 10% da força de Coriolis, o uso de observações simultâneas dos campos de vento e de geopotencial poderão produzir erros de até 100% na aceleração horizontal. Essas acelerações espúrias implicam tendências errôneas, que podem produzir oscilações irreais de grandes amplitudes - ondas de gravidade - (Holton, 1979), evidenciando a alta sensibilidade dos modelos de equações primitivas às condições iniciais.

A fim de estudar o problema da propagação de perturbação numa atmosfera estratificada, desenvolveu-se um modelo bidimensional de equações primitivas em coordenadas de pressão. Em particular, supõe-se a aproximação do plano-f e a independência das variáveis do modelo com relação a direção meridional ( $y$ ).

O modelo desenvolvido é apropriado para estudar os problemas de iniciação numérica e de propagação de erros iniciais, problemas esses intimamente relacionados com o mecanismo dinâmico de ajuste geostrófico (Haltiner and Williams, 1980, p.47). Condições inicialmente ageostróficas excitam ondas de gravidade, que redistribuem massa e quantidade de movimento até que seja eventualmente atingido um estado de equilíbrio (estado geostrófico, se a aproximação do plano f é usada).

O problema de ajuste geostrófico foi primeiramente tratado por Rossby (1938), que considerou um fluido homogêneo, não discutindo a fase transiente de propagação das ondas geradas devido ao desequilíbrio inicial. No entanto, ele notou que o sistema todo sofre uma oscilação inercial até o ajuste ser atingido.

Cahn (1945) determinou a solução transiente do problema linearizado de ajuste no plano-f. O efeito da estratificação foi primeiramente estudado por Bolin (1953). Já Okland (1970) ressaltou a importância da estratificação na dispersão numérica em modelos.

O efeito da variação da força de Coriolis foi considerado por Matsumoto (1961), Dobrischman (1964) e Geisler and Dickinson (1972), que utilizaram o plano  $\beta$  de latitudes médias. O problema de dispersão de energia e ajuste dos campos de massa e de vento em latitudes tropicais foi abordado por Silva Dias and Schubert (1979).

Efeitos relacionados aos estados básicos, com cisalhamento horizontal e termos não-lineares foram considerados por Blumen and Washington (1969) e Blumen (1967).

Mais recentemente, o problema do ajuste tem sido estudado no contexto de domínios finitos, dada a sua importância na dispersão de energia em modelos de área limitada, como por exemplo em Janjic and Wiin-Nielsen (1977), Schoenstadt (1977), Schubert et alii (1980) e Hack and Schubert (1981). Também deve ser mencionada a excelente revisão do problema de ajuste feita por Blumen (1972).

No presente trabalho, serão analisadas as respostas do modelo a uma perturbação inicial no campo da temperatura, utilizando-se o esquema "leapfrog" para a integração temporal. O principal enfoque é dado à estrutura vertical e à velocidade de propagação da energia.

A análise da estrutura vertical das ondas de gravidade apoia-se em resultados anteriores de Okland (1972).

## CAPÍTULO 2

### O MODELO

O modelo foi elaborado utilizando-se as equações primitivas em coordenadas de pressão,  $p$ , com as variáveis dependentes como funções de  $x$  (direção zonal),  $p$  e  $t$  (tempo). As equações do modelo são:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \omega \frac{\partial u}{\partial p} - f v + \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + \omega \frac{\partial v}{\partial p} + f u = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = - R \theta \frac{p^{K-1}}{p_0^K} \quad (2.4)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \left(\frac{p_0}{p}\right)^K \frac{\hat{Q}}{C_p} \quad (2.5)$$

onde :

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + \omega \frac{\partial}{\partial p}$$

$$\theta = T \left(\frac{p_0}{p}\right)^K$$

$$K = \frac{R}{C_p},$$

e os demais símbolos descritos na lista de símbolos. O parâmetro de Coriolis  $f$  foi considerado positivo.

Para a integração numérica dessas equações, faz-se uso de uma grade igualmente espaçada horizontalmente a intervalos de 200 km,



com a extensão total de 4000 km e verticalmente a intervalos de 90 mb, ocupando a atmosfera entre 1000 a 100 mb. A distribuição das variáveis em tal grade, no eixo horizontal, é feita de acordo com o esquema C de Arakawa (Mesinger and Arakawa, 1976), e no eixo vertical, segue o esquema C' de Tokioka (Tokioka, 1978) - Veja Figura 2.1. Para cada nível horizontal existem 21 pontos de grade nos quais  $u$  está definido, e 20 pontos nos quais  $v$  e  $\theta$  estão definidos. Na vertical, tem-se 10 e 11 valores simultâneos de  $(\theta, u, v)$  e  $(\omega, \phi)$ , respectivamente.

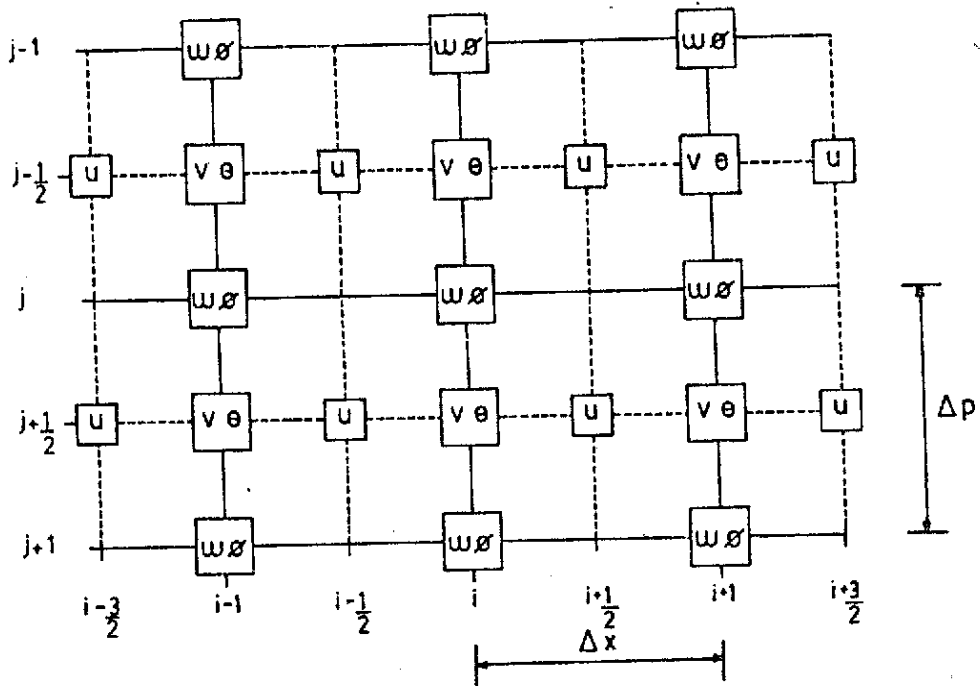


Fig. 2.1 - Distribuição horizontal (esquema C de Arakawa) e vertical (esquema C' de Tokioka) das variáveis.

O esquema de diferenças finitas no espaço é o de diferenças centradas, (Veja por exemplo: Haltiner and Williams, 1980; p.109). Para a integração no tempo o intervalo tomado é de 120 segundos, o que garante a estabilidade computacional linear, satisfazendo, portanto, o critério de Courant-Friedrichs-Lewy, CFL (Courant et alii, 1928). Exceto para o primeiro passo, onde se utiliza um esquema avançado, todo o processo de marcha em tempo é feito com um esquema de diferenças centradas (esquema "leapfrog").

As condições de contorno devem ser compatíveis com algumas propriedades integrais do modelo. Como as Equações 2.1, 2.2 e 2.5 contêm termos não-lineares, torna-se conveniente escrevê-las em forma de fluxo (Mesinger and Arakawa, 1976). Assim, usando-se a equação da continuidade (Equação 2.3), as Equações 2.1, 2.2 e 2.5 em forma de fluxo são:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial \omega u}{\partial p} - f v + \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial \omega v}{\partial p} + f u = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial u\theta}{\partial x} + \frac{\partial \omega\theta}{\partial p} = \left(\frac{p_0}{p}\right)^K \frac{\dot{Q}}{C_p} \quad (2.8)$$

Desta maneira, as Equações 2.3, 2.4, 2.6, 2.7 e 2.8 formam um sistema fechado de equações, com as incógnitas  $u$ ,  $v$ ,  $\omega$ ,  $\phi$  e  $\theta$ . Essas variáveis serão computadas em todos os pontos em que são definidas, como mostra na Figura 2.1, obedecendo a uma ordem de integração e às condições de fronteira, descritas no próximo capítulo.



### CAPÍTULO 3

#### CONDIÇÕES DE FRONTEIRA E A ORDEM DE INTEGRAÇÃO TEMPORAL DAS EQUAÇÕES

Para estabelecer as condições de fronteira, é necessário lembrar que o trabalho tem por objetivo investigar o comportamento das ondas de gravidade excitadas por uma perturbação presente nos campos iniciais. Portanto, as condições de fronteira devem ser tais que permitam a existência de tais ondas.

Assim, no nível de pressão mais inferior não se pode aplicar a condição de  $\omega = 0$ , pois neste caso, a integral de divergência de massa da coluna é nula, eliminando-se, portanto, o mecanismo dinâmico que dá origem às ondas de gravidade externas (Haltiner and Williams, 1980, p. 375).

As condições de contorno na vertical, dadas pela velocidade vertical ( $w$ ) nula no nível da superfície e  $\omega$  nulo no topo da camada, não filtram as ondas de gravidade externas, como será visto no Capítulo 6. A primeira de tais condições implica a necessidade de inserir, no sistema de equações, uma equação a mais que relacione  $\omega$  e  $w$ . Essa equação vem da definição do geopotencial e é dada por:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\omega}{\rho} - \vec{V} \cdot \nabla_p \phi + gw \quad (3.1)$$

(Haltiner and Williams, 1980, p. 209).

Haltiner and Williams (1980, p. 213) mencionam a dificuldade de aplicar essa condição de fronteira ao nível inferior, visto que a superfície da Terra (o contorno inferior) não é uma superfície de pressão constante. Eles sugerem, como uma aproximação, aplicar a condição de contorno inferior ao nível mais baixo do modelo, no caso, 1000mb. Outra maneira de contornar essa dificuldade seria o uso da coordenada  $\sigma$  na vertical (Phillips, 1957), pois a superfície da Terra, neste caso, é uma superfície de  $\sigma$  constante.

Contudo, em um modelo com coordenada de pressão na vertical são possíveis duas abordagens. A primeira exige que a pressão de superfície ( $p_s$ ) seja função de  $x$  e  $t$  e, neste caso, é necessária uma equação prognóstica para  $p_s$ . A outra alternativa é manter a pressão do nível inferior ( $p_0$ ) constante utilizar a Equação 3.1 no nível  $p_0$ :

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial t} = \frac{\omega_0}{\rho_0} - \vec{V}_0 \cdot \nabla_p \phi_0 + g w_0, \quad (3.2)$$

com a aproximação sugerida por Haltiner and Williams (1980), isto é,  $w_0 = 0$  em  $p_0 = 1000$  mb.

Assim, optou-se pela segunda alternativa. Como  $\rho_0 = \frac{p_0}{RT_0}$  e da relação entre  $\theta_0$  e  $T_0$  segue-se que:

$$\rho_0 = \frac{p_0}{R\theta_0}, \quad (3.3)$$

onde o subíndice zero (0) refere-se a 1000 mb.

Portanto, usando-se as Equações 3.2 e 3.3 e a condição de contorno  $w_0 = 0$  em  $p_0 = 1000$  mb, tem-se que:

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial t} = \omega_0 \frac{R\theta_0}{p_0} - u_0 \frac{\partial \phi_0}{\partial x} \quad (3.4)$$

Note-se que as variáveis  $\theta$  e  $u$  não são definidas no nível inferior do modelo (Figura 2.1) e, portanto, na integração vertical, tais variáveis serão extrapoladas dos níveis superiores, para serem utilizadas na previsão de  $\phi_0$ .

Na direção zonal, a condição de contorno usada é a que garante não haver fluxo lateral de massa. Assim, nos contornos do domínio, na direção  $x$ , assume-se que a velocidade zonal é nula -  $u = 0$  - (Messinger and Arakawa, 1976).

Definidas as condições de fronteira, passa-se à descrição da sequência de integração temporal das equações.

#### Primeiro Passo

Define-se as condições iniciais de velocidade  $(u, v)$ , temperatura  $(\theta)$  e altura geopotencial de 1000 mb  $(\phi_0)$  em todos os pontos de grade correspondente.

#### Segundo Passo

Essas condições iniciais são suficientes para proceder ao diagnóstico das demais variáveis  $(\phi$  e  $\omega)$ . O campo da altura geopotencial inicial nos níveis acima de 1000 mb é estimado, usando-se  $\phi_0$ , definido anteriormente, e a aproximação hidrostática (Equação 2.4). O campo de  $\omega$  é obtido levando-se em conta a condição de fronteira no topo de modelo ( $\omega = 0$ ) e continuidade de massa (Equação 2.2).

#### Terceiro Passo

Definindo-se todos os campos iniciais necessários, passa-se à integração temporal, com um esquema de dois níveis no tempo (Mesinger and Arakawa 1976; p. 9 e 10). No presente caso, utiliza-se o esquema avançado para prever as variáveis  $u, v, \theta$  e  $\phi_0$ .

#### Quarto Passo

Novamente, repetem-se os cálculos diagnósticos como no segundo passo, utilizando-se as variáveis previstas para obter  $\phi$  e  $\omega$ .

#### Quinto Passo

Prossegue-se com a previsão das variáveis  $u, v, \theta$  e  $\phi_0$ , utilizando-se o esquema "leapfrog" nas Equações 2.6 2.7, 2.8 e 3.4, respectivamente. Nessas integrações as condições de fronteira são obviamente, satisfeitas.

#### Sexto Passo

Como no segundo passo, novamente efetua-se os cálculos diagnósticos para  $\phi$  e  $\omega$  utilizando-se as variáveis previstas no passo anterior.

#### Sétimo Passo

Para prosseguir a integração temporal, retorna-se ao quinto passo e assim até o instante no qual se deseja obter as previsões.

As equações do modelo em diferenças finitas são apresentadas no próximo capítulo, que se destinam àqueles leitores não familiarizados com o método numérico de solução.

## CAPÍTULO 4

### AS EQUAÇÕES EM DIFERENÇAS FINITAS

Todos os símbolos encontrados nesta seção estão definidos na lista de símbolos.

A integração espacial é feita com o esquema centrado. A integração na direção zonal (eixo x) é feita da esquerda para a direita, enquanto na vertical, do topo da camada para o nível  $p_0$  (ver Figura 2.1).

Iniciando-se com as equações diagnósticas, a formulação em diferenças finitas das Equações 2.3 e 2.4 ficam:

$$\frac{\omega_{i,j+1}^n - \omega_{i,j}^n}{\Delta p} = \frac{-1}{\Delta x} (u_{i+1/2, j+1/2}^n - u_{i-1/2, j+1/2}^n) \quad (4.1)$$

$$\frac{\phi_{i,j+1}^{n+1} - \phi_{i,j}^{n+1}}{\Delta p} = A p_{i,j}^{K-1} \theta_{i,j+1/2}^{n+1} \quad (4.2)$$

onde  $A = \frac{-R}{(p_0)^K}$

As variáveis prognósticas são calculadas na seguinte ordem  $v$ ,  $\theta$ ,  $\phi_0$  e  $u$ . Tal ordem é imposta pelo uso do esquema de média no gradiente de pressão, sugerido por Brown and Campana (1978), que permite um intervalo de integração no tempo ( $\Delta t$ ) maior que o estabelecido pelo critério CFL. Logo, o cálculo da tendência de  $\theta$  e o diagnóstico de  $\phi$  (que necessita ter  $\phi_0$  como condição de fronteira) têm que preceder o cálculo da tendência de  $u$ .

As equações são apresentadas a seguir, utilizando-se o esquema "leapfrog". Assim, da Equação 2.7, a equação em diferenças finitas para  $v$ , é:



$$\frac{v_{i,j-1/2}^{n+1} - v_{i,j-1/2}^{n-1}}{2\Delta t} = \left\{ - \left( \frac{\partial uv}{\partial x} \right)_{i,j-1/2}^n - \left( \frac{\partial \omega v}{\partial p} \right)_{i,j-1/2}^n - (fu)_{i,j-1/2}^n \right\} \quad (4.3)$$

onde:

$$\left( \frac{\partial uv}{\partial x} \right)_{i,j-1/2}^n = \frac{1}{\Delta x} \left\{ \left[ \frac{v_{i+1,j-1/2}^n + v_{i,j-1/2}^n}{2} \right] u_{i+1/2,j-1/2}^n - \left[ \frac{v_{i-1,j-1/2}^n + v_{i,j-1/2}^n}{2} \right] u_{i-1/2,j-1/2}^n \right\},$$

$$\left( \frac{\partial \omega v}{\partial p} \right)_{i,j-1/2}^n = \frac{1}{\Delta p} \left\{ \left[ \frac{v_{i,j+1/2}^n + v_{i,j-1/2}^n}{2} \right] \omega_{i,j}^n - \left[ \frac{v_{i,j-3/2}^n + v_{i,j-1/2}^n}{2} \right] \omega_{i,j-1}^n \right\},$$

$$(fu)_{i,j-1/2}^n = f \left\{ \frac{u_{i+1/2,j-1/2}^n + u_{i-1/2,j-1/2}^n}{2} \right\}$$

A equação em diferenças finitas para  $\theta$  vem da Equação 2.8, na qual o termo que envolve um aquecimento diabático genérico é dado por:

$$r = \left( \frac{p_0}{p} \right)^K \frac{\dot{Q}}{c_p}$$

Desta forma, tem-se:

$$\frac{\theta_{i,j-1/2}^{n+1} - \theta_{i,j-1/2}^{n-1}}{2\Delta t} = \left\{ r_{i,j-1/2}^n - \left( \frac{\partial u\theta}{\partial x} \right)_{i,j-1/2}^n - \left( \frac{\partial \omega\theta}{\partial p} \right)_{i,j-1/2}^n \right\} \quad (4.4)$$

onde:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial u \theta}{\partial x}\right)_{i,j-1/2}^n &= \frac{1}{\Delta x} \left\{ \left[ \frac{\theta_{i,j-1/2}^n + \theta_{i+1,j-1/2}^n}{2} \right] u_{i+1/2,j-1/2}^n - \left[ \frac{\theta_{i,j-1/2}^n + \theta_{i-1,j-1/2}^n}{2} \right] u_{i-1/2,j-1/2}^n \right\} \\ \left(\frac{\partial \omega \theta}{\partial p}\right)_{i,j-1/2}^n &= \frac{1}{\Delta p} \left\{ \left[ \frac{\theta_{i,j+1/2}^n + \theta_{i,j-1/2}^n}{2} \right] \omega_{i,j}^n - \left[ \frac{\theta_{i,j-1/2}^n + \theta_{i,j-3/2}^n}{2} \right] \omega_{i,j-1}^n \right\} \end{aligned}$$

Para a altura geopotencial em 1000 mb ( $\phi_0$ ), obtêm-se da Equação 3.4 a correspondente em diferenças finitas:

$$\begin{aligned} \frac{\phi_{i,J}^{n+1} - \phi_{i,J}^{n-1}}{2\Delta t} &= \frac{R}{p_0} \omega_{i,J}^n \theta_{i,J-1/2}^n - \\ &- \left[ \frac{u_{i+1/2,J-1/2}^n + u_{i-1/2,J-1/2}^n}{2} \right] \left[ \frac{\phi_{i+1,J}^n - \phi_{i-1,J}^n}{2\Delta x} \right] \quad (4.5) \end{aligned}$$

Note-se que o último nível inferior foi indexado por J, que corresponde a 1000 mb ( $p_0$ ), pois a enumeração dos níveis verticais inicia-se pelo topo do modelo.

Na formulação em diferenças finitas da Equação 2.6, usou-se o filtro de Brown and Campana (1978), que tem a forma:

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_{i+1/2, j-1/2}^n = 1/4 \left[ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_{i+1/2, j-1/2}^{n+1} + 2 \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_{i+1/2, j-1/2}^n + \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_{i+1/2, j-1/2}^{n-1} \right] \quad (4.6)$$

Este filtro permite um  $\Delta t$  de 25 a 50% maior que o permitido no esquema "leapfrog" tradicional (Haltiner and Williams, 1980; p. 144).

Assim a equação em diferenças finitas para  $u$  fica:

$$\frac{u_{i+1/2, j-1/2}^{n+1} - u_{i+1/2, j-1/2}^{n-1}}{2\Delta t} = \left\{ - \left(\frac{\partial uu}{\partial x}\right)_{i+1/2, j-1/2}^n - \left(\frac{\partial \omega u}{\partial p}\right)_{i+1/2, j-1/2}^n + (f v)_{i+1/2, j-1/2}^n - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_{i+1/2, j-1/2}^n \right\}, \quad (4.7)$$

onde:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial uu}{\partial x}\right)_{i+1/2, j-1/2}^n &= \left[ (u_{i+3/2, j-1/2}^n)^2 - (u_{i-1/2, j-1/2}^n)^2 \right] / 2\Delta x ; \\ \left(\frac{\partial \omega u}{\partial p}\right)_{i+1/2, j-1/2}^n &= \frac{1}{\Delta p} \left\{ \left[ \frac{u_{i+1/2, j-1/2}^n + u_{i+1/2, j+1/2}^n}{2} \right] \times \right. \\ &\left[ \frac{\omega_{i,j}^n + \omega_{i+1,j}^n}{2} \right] - \left[ \frac{u_{i+1/2, j-1/2}^n + u_{i+1/2, j-3/2}^n}{2} \right] \times \\ &\left. \left[ \frac{\omega_{i, j-1}^n + \omega_{i+1, j-1}^n}{2} \right] \right\} ; \end{aligned}$$

$$(f v)_{i+1/2, j-1/2}^n = f/2 \left[ v_{i, j-1/2}^n + v_{i+1, j-1/2}^n \right];$$

No próximo capítulo discutir-se-á a equação da estrutu  
ra vertical do modelo em questão.



## CAPÍTULO 5

### A EQUAÇÃO DA ESTRUTURA VERTICAL

Faz-se o estudo da equação da estrutura vertical, com o objetivo de apresentar uma base teórica para um melhor entendimento dos resultados na próxima seção.

A discussão aqui apresentada baseia-se nos trabalhos de Okland (1972), Kasahara (1976) e Kasahara and Puri (1981), onde são obtidos os modos verticais e horizontais permitidos em modelos atmosféricos linearizados. Em particular, o interesse é estudar a estrutura dos modos verticais permitidos no modelo utilizado neste trabalho.

A equação da estrutura vertical e as respectivas condições de fronteira inferior e superior constituem um problema de autovalor-autovetor que, no caso de estabilidade estática variável com a altura, deve ser resolvida numericamente. Para determinar tais autovetores é necessário obter a equação da estrutura vertical, que será primeiramente deduzida em sua forma analítica e depois em sua forma discreta.

A forma analítica da equação da estrutura vertical vem das equações da continuidade, da energia termodinâmica e da aproximação hidrostática. Tais equações são escritas em forma linearizada, supondo-se um estado básico em repouso.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \omega \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial p} = 0 \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = - R \theta \frac{p^{K-1}}{p_o^K}, \quad (5.3)$$

onde:  $\bar{\theta} = T \left( \frac{p_o}{p} \right)^K$

e (—) refere-se ao estado básico.

A Equação 5.2 pode ainda ser escrita como:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \omega \bar{\sigma} = 0, \quad (5.4)$$

onde:  $\bar{\sigma} = \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial p}$

Dividindo-se a Equação 5.4 por  $\bar{\sigma}$  e diferenciando-a com relação a  $p$ , chega-se a:

$$\frac{\partial}{\partial p} \left[ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\theta}{\bar{\sigma}} \right) + \omega \right] = 0 \quad (5.5)$$

Usando-se a Equação 5.3, a Equação 5.5 torna-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p_o^K}{R p^{K-1} \bar{\sigma}} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right] - \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (5.6)$$

Das Equações 5.6 e 5.1 tem-se que:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p_o^K}{R p^{K-1} \bar{\sigma}} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right] = - \frac{\partial u}{\partial x} \quad (5.7)$$

Supondo-se uma separação em modos horizontais e verticais, tem-se:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ \phi \end{pmatrix} (x, p, t) = \begin{pmatrix} u_k \\ v_k \\ \phi_k \end{pmatrix} (x, t) \cdot \psi_k (p) \quad (5.8)$$

onde:  $\psi_k$  representa a estrutura vertical.

Das Equações 5.7 e 5.8, chega-se a:

$$\left(\frac{\partial \phi_k}{\partial t}\right) \frac{d}{dp} \left( \frac{p_0^K}{R p^{K-1} \bar{\sigma}} \frac{d}{dp} \psi_k \right) = - \psi_k \left(\frac{\partial u_k}{\partial x}\right) \quad (5.9a)$$

ou:

$$\frac{1}{\psi_k} \frac{d}{dp} \left( \frac{p_0^K}{R p^{K-1} \bar{\sigma}} \frac{d}{dp} \psi_k \right) = - \frac{\left(\frac{\partial u_k}{\partial x}\right)}{\left(\frac{\partial \phi_k}{\partial t}\right)} = \frac{1}{g D_k} \quad (5.9.b)$$

onde:  $\frac{1}{g D_k}$  é a constante de separação.

Então, as equações da estrutura horizontal e vertical são, respectivamente:

$$\frac{\partial \phi_k}{\partial t} + g D_k \frac{\partial u_k}{\partial x} = 0 \quad (5.10)$$

$$\frac{d}{dp} \left( \frac{p_0^K g}{R p^{K-1} \bar{\sigma}} \frac{d\psi_k}{dp} \right) - \frac{1}{D_k} \psi_k = 0 \quad (5.11)$$

A Equação 5.11 juntamente com as condições de fronteira do modelo,  $\omega = 0$  em  $p = 100$  mb e  $w = 0$  em  $p = 1000$  mb constituem o problema de autovalor-autovetor desejado.

Passa-se agora à obtenção da equação da estrutura vertical em forma de diferenças finitas. A equação da estrutura horizontal não será tratada explicitamente neste trabalho e, portanto, somente os índices referentes aos níveis de pressão serão escritos.

A Equação 5.1 aplicada ao nível  $(j + \frac{1}{2})$  fica:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{j + \frac{1}{2}} + \frac{\omega_{j+1} - \omega_j}{\Delta p} = 0 \quad (5.12)$$



A Equação 5.4 aplicada aos níveis  $j$  e  $j + 1$  ficam, respectivamente:

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial t}\right)_j + \omega_j \bar{\sigma}_j = 0 \quad (5.13a)$$

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial t}\right)_{j+1} + \omega_{j+1} \bar{\sigma}_{j+1} = 0 \quad (5.13b)$$

A equação em diferenças finitas, correspondente à Equação 5.6, é obtida fazendo-se a diferença entre as Equações 5.13b e 5.13a, e usando-se a Equação 5.3:

$$\frac{1}{\Delta p} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{p_0^K}{R p_{j+1}^{K-1}} \left(\frac{\partial \theta}{\partial p}\right)_{j+1} \frac{1}{\bar{\sigma}_{j+1}} - \frac{p_0^K}{R p_j^{K-1}} \left(\frac{\partial \theta}{\partial p}\right)_j \frac{1}{\bar{\sigma}_j} \right] - \frac{(\omega_{j+1} - \omega_j)}{\Delta p} = 0 \quad (5.14)$$

Usando-se a Equação 5.12, a Equação 5.14 fica:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{p_0^K}{R(\Delta p)^2} \left[ \frac{\hat{\phi}_{j+3/2} - \hat{\phi}_{j+1/2}}{p_{j+1}^{K-1} \bar{\sigma}_{j+1}} - \frac{\hat{\phi}_{j+1/2} - \hat{\phi}_{j-1/2}}{p_j^{K-1} \bar{\sigma}_j} \right] \right\} = - \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{j+1/2} \quad (5.15)$$

onde:

$\hat{\phi}_\ell$  significa a média  $(\phi_{\ell+1/2} + \phi_{\ell-1/2}) / 2$ , e  $\ell$ , inteiro.

Assim, supondo-se, novamente, a separação em modos verticais e horizontais ( $\hat{\phi} = \hat{\phi}_k \hat{\psi}_k$ ;  $u = u_k \hat{\psi}_k$ ), obtêm-se a seguinte equação em diferenças finitas, correspondente à Equação 5.11:

$$\frac{g p_0^K}{R(\Delta p)^2} \left[ \frac{\hat{\psi}_{j+3/2} - \hat{\psi}_{j+1/2}}{p_{j+1}^{K-1} \bar{\sigma}_{j+1}} - \frac{\hat{\psi}_{j+1/2} - \hat{\psi}_{j-1/2}}{p_j^{K-1} \bar{\sigma}_j} \right] - \frac{1}{D_k} \hat{\psi}_{j+1/2} = 0, \quad (5.16)$$

onde:  $j = 2, J-1$ .

Nas fronteiras superior e inferior do modelo, as equações da estrutura vertical são obtidas considerando-se as condições de contorno.

Assim, para a fronteira superior, ou seja,  $j = 1$  ( $p = 100$  mb) tem-se a condição  $\omega = 0$ . Logo, a Equação 5.4 torna-se:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0 \quad (5.17)$$

Por outro lado, usando-se as Equações 5.17 e 5.3, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) = 0 \quad (5.18)$$

Logo, em diferenças finitas,

$$\frac{\partial \hat{\phi}_k}{\partial t} \left( \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial p} \right)_{j=1} = 0 \quad (5.19)$$

Assim:

$$\left( \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial p} \right)_{j=1} = 0 \quad (5.20)$$

Portanto, em diferenças finitas a Equação 5.20 fica:

$$\frac{\hat{\psi}_{1-1/2} - \hat{\psi}_{1-1/2}}{\Delta p} = 0 \quad (5.21)$$

Usando-se a Equação 5.21 na Equação 5.16, chega-se a:

$$\frac{g p_0^K}{R(\Delta p)^2} \left[ \frac{\hat{\psi}_{5/2} - \hat{\psi}_{3/2}}{p_2^{K-1} \bar{\sigma}_2} \right] - \frac{1}{D_k} \hat{\psi}_{3/2} = 0 \quad (5.22)$$

Passa-se agora à obtenção da condição de fronteira inferior, onde  $p = 1000 \text{ mb}$  e  $j = J$  com a condição  $w = 0$ .

Usa-se a Equação 3.1 na forma linearizada, como segue:

$$g w = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \omega \left( \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \quad (5.23)$$

Usando-se a Equação 5.4 na Equação 5.23, tem-se:

$$\left( \frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_J - \frac{1}{\sigma_J} \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} \right)_J \left( \frac{\partial \phi}{\partial p} \right)_J = 0 \quad (5.24)$$

Das Equações 5.3 e 5.24, tem-se:

$$\left( \frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_J - \frac{1}{\sigma_J} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \begin{array}{c} - p_0^K \\ R p_J^{K-1} \end{array} \left( \frac{\partial \phi}{\partial p} \right)_J \right] \cdot \left( -R \bar{\theta}_J \frac{p_J^{K-1}}{p_0^K} \right) = 0 \quad (5.25)$$

Simplificando-se, obtêm-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \phi_J - \frac{\bar{\theta}_J}{\sigma_J} \left( \frac{\partial \phi}{\partial p} \right)_J \right] = 0 \quad (5.26)$$

No entanto,  $\bar{\theta}_J = \bar{T}_J$  (Veja definição de  $\theta$ ).

Supondo-se possível a separação em modos horizontais e verticais, ou seja,  $\phi = \phi_k \psi_k$ , tem-se:

$$\left( \frac{\partial \phi_k}{\partial t} \right) \left[ \left( \frac{d\psi}{dp} \right)_J - \frac{\sigma_J}{\bar{T}_J} \psi_J \right] = 0, \quad (5.27)$$

contudo,

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\psi}{dp}\right)_J &= \frac{\widehat{\psi}_{J+1/2} - \widehat{\psi}_{J-1/2}}{\Delta p} \quad e \\ \psi_J &= \frac{\widehat{\psi}_{J+1/2} + \widehat{\psi}_{J-1/2}}{2} \end{aligned} \quad (5.28)$$

Assim, das Equações 5.27 e 5.28, obtêm-se:

$$\frac{\widehat{\psi}_{J+1/2} - \widehat{\psi}_{J-1/2}}{\Delta p} - \frac{\bar{\sigma}_J}{\bar{T}_J} \left( \frac{\widehat{\psi}_{J+1/2} + \widehat{\psi}_{J-1/2}}{2} \right) = 0 \quad (5.29)$$

Simplificando-se a Equação 5.29, tem-se que:

$$\widehat{\psi}_{J+1/2} - \widehat{\psi}_{J-1/2} = \frac{\bar{\sigma}_J / \bar{T}_J}{\left(\frac{1}{\Delta p} - \frac{\bar{\sigma}_J}{2\bar{T}_J}\right)} \widehat{\psi}_{J-1/2} \quad (5.30)$$

e usando-se as Equações 5.30 e 5.16, segue-se que:

$$\frac{g p_o^K}{R(\Delta p)^2} \left[ \frac{\widehat{\psi}_{J-1/2} / \bar{T}_J}{\frac{1}{\Delta p} - \frac{\bar{\sigma}_J}{2\bar{T}_J}} \cdot \frac{1}{p_J^{K-1}} - \frac{\widehat{\psi}_{J-1/2} - \widehat{\psi}_{J-3/2}}{p_J^{K-1} \frac{\bar{\sigma}_J}{J-1}} \right] - \frac{1}{D_k} \widehat{\psi}_{J-1/2} = 0 \quad (5.31)$$

As Equações 5.22, 5.16 e 5.30, nesta ordem, formam o seguinte sistema em forma matricial:

$$M \cdot P - \frac{1}{D_k} P = 0,$$

onde:  $P = \text{col} \begin{bmatrix} \bar{\psi}_{3/2} & \bar{\psi}_{5/2} & \cdots & \bar{\psi}_{j+1/2} & \cdots & \bar{\psi}_{J-3/2} & \bar{\psi}_{J-1/2} \end{bmatrix}$

e  $M$  é uma matriz tridiagonal simétrica,  $10 \times 10$ , com os elementos definidos como se segue:

$$M_{1,1} = \frac{-g p_0^K}{R(\Delta p)^2 p_2^{K-1} \bar{\sigma}_2}$$

$$M_{j,j} = \frac{-g p_0^K}{R(\Delta p)^2} \left( \frac{1}{p_{j+1}^{K-1} \bar{\sigma}_{j+1}} + \frac{1}{p_j^{K-1} \bar{\sigma}_j} \right); j = 2, \dots, J-1$$

$$M_{J,J} = \frac{g p_0^K}{R(\Delta p)^2} \left[ \frac{1}{\left( \frac{1}{\Delta p} - \frac{\bar{\sigma}_J}{2T_J} \right)} \cdot \frac{1}{T_J p_J^{K-1}} - \frac{1}{p_{J-1}^{K-1} \bar{\sigma}_{J-1}} \right]$$

$$M_{1,2} = \frac{g p_0^K}{R(\Delta p)^2 p_2^{K-1} \bar{\sigma}_2}$$

$$M_{j,j-1} = \frac{g p_0^K}{R(\Delta p)^2 p_j^{K-1} \bar{\sigma}_j}; j = 2, \dots, J-1$$

$$M_{j,j+1} = \frac{g p_0^K}{R(\Delta p)^2 p_{j+1}^{K-1} \bar{\sigma}_{j+1}}; j = 2, \dots, J-1$$

$$M_{J,J-1} = \frac{g p_0^K}{R(\Delta p)^2 p_{J-1}^{K-1} \bar{\sigma}_{J-1}}$$

Da relação entre  $\theta$  e  $T$ , e da definição de  $\sigma$ , tem-se:

$$\bar{\sigma}_j = \frac{p_0^K}{\Delta p} \left[ \frac{\bar{T}_{j+1/2}}{p_{j+1/2}^K} - \frac{\bar{T}_{j-1/2}}{p_{j-1/2}^K} \right]; j = 1, \dots, J$$

Algumas extrapolações foram usadas para T e p, da seguinte maneira:

$$p_{J+1/2} = p_0 + \frac{1}{2} \Delta p$$

$$T_J = \frac{3 T_{J-1/2} - T_{J-3/2}}{2}$$

$$T_{J+1/2} = 2 T_{J-1/2} - T_{J-3/2}$$

Portanto, a matriz M, construída como explicada acima, com o perfil vertical de temperatura não-perturbada é usada para calcular as autofunções  $P_k$  ( $k = 1, \dots, 10$ ), correspondentes às alturas equivalentes,  $D_k$  (autovalores).

Como a matriz M é real e simétrica, os autovalores são reais e distintos, e os autovetores são reais e ortogonais, formando, portanto, uma base no espaço de 10 dimensões, representado pela estrutura vertical.

Os perfis verticais das autofunções correspondentes às alturas equivalentes,  $D_k$ , são mostradas na Figura 5.1. Os valores das alturas equivalentes são apresentadas na tabela abaixo.

TABELA 5.1

ALTURAS EQUIVALENTES,  $D_k$ , CORRESPONDENTES AOS MODOS K ( $= 0, 1, \dots, 9$ )

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$D_k$ (m)	8254.98	280.51	77.86	36.04	21.87	14.69	10.51	8.17	5.43	3.47

O modo número "0" corresponde ao modo externo; os demais definem os modos internos.

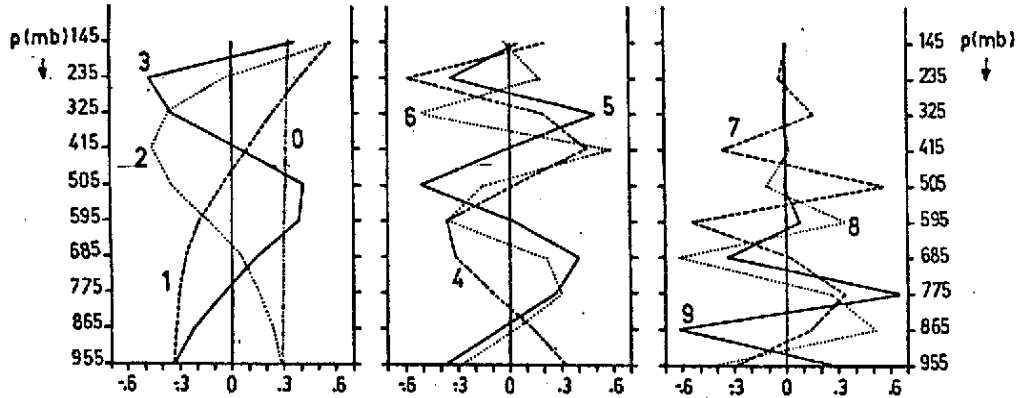


Fig. 5.1 - Perfis verticais das autofunções  $P_k$ , que correspondem às alturas equivalentes  $D_k$ .

- Os valores das alturas equivalentes  $D_k$  estão listados na Tabela 5.1. O número "0" refere-se ao modo externo e os demais, aos modos internos.

A solução associada ao modo externo é aproximadamente constante com a altura e com o decréscimo da altura equivalente os perfis verticais apresentam estrutura gradualmente mais complexa. Esses resultados são consistentes com os apresentados por Okland (1972).

Os perfis verticais das auto-soluções serão utilizados para a projeção da condição inicial do modelo. Tal projeção é possível, dada a completividade e ortogonalidade dos autovetores de  $M$ , como discutido anteriormente. Logo uma estrutura arbitrária,  $X$ , na vertical pode ser decomposta na série:

$$X = \sum_{k=1}^{10} a_k P_k, \quad (5.32)$$

onde:  $a_k = X \cdot P_k$  (5.33)

## CAPÍTULO 6

### OS EXPERIMENTOS

Os experimentos são conduzidos com o objetivo de estudar as respostas do modelo às diferentes condições iniciais no campo da temperatura. Os campos iniciais das outras variáveis prognósticas são mantidos nulos em todos os experimentos. O termo de aquecimento diabático, na equação da termodinâmica, é nulo durante toda a integração dos experimentos.

Os experimentos discutidos a seguir utilizam um perfil básico de temperatura, apresentado na Tabela 6.1. Tal perfil é a média climatológica de setembro, para Belém ( $48^{\circ}48'W$ ,  $1^{\circ}35'S$ ), calculado com os dados de 1968 a 1978, fornecidos pelo "National Climatic Center, Asheville, North Carolina, EUA".

TABELA 6.1

#### PERFIL VERTICAL DE TEMPERATURA UTILIZADO NOS EXPERIMENTOS

<u>PRESSÃO (mb)</u>	<u>TEMPERATURA °C</u>
145	-69,0
235	-45,0
325	-27,5
415	-15,0
505	- 6,0
595	1,0
685	7,0
775	13,5
865	19,0
955	23,0



Todos os experimentos apresentam, inicialmente, uma perturbação no campo de temperatura potencial na metade direita da grade (nos 10 pontos de grade onde  $\theta$  é definido).

Conduziram-se 11 experimentos listados na Tabela 6.2. No primeiro experimento (10 SI), a temperatura potencial foi perturbada em todos os níveis verticais; os 5 experimentos seguintes constituem perturbações em níveis sucessivamente mais baixos. Assim, no segundo experimento, (9 INF), os 9 níveis inferiores são perturbados e, no sexto experimento apenas o primeiro nível inferior sofre modificações (1 INF). Os demais experimentos impõem uma perturbação inicial na parte superior da atmosfera modelada. Logo, o sétimo experimento (9 SUP) altera os 9 níveis superiores e, assim, sucessivamente até o décimo primeiro experimento, no qual apenas o nível mais alto é alterado. (1 SUP).

TABELA 6.2

DENOMINAÇÕES E CARACTERÍSTICAS DOS EXPERIMENTOS

EXPERIMENTO	DENOMINAÇÃO	Nº DE NÍVEIS COM PERTURBAÇÃO EM $\theta$
1º	10 SI	10
2º	9 INF	9 inferiores
3º	7 INF	7 inferiores
4º	5 INF	5 inferiores
5º	3 INF	3 inferiores
6º	1 INF	1 inferior
7º	9 SUP	9 superiores
8º	7 SUP	7 superiores
9º	5 SUP	5 superiores
10º	3 SUP	3 superiores
11º	1 SUP	1 superior

A Figura 6.1 mostra o desvio do campo médio da altura geopotencial para cada um dos 11 experimentos. É evidente portanto que, à medida que a perturbação de  $\theta$  fica confinada nos níveis superiores

(experimentos SUP), o desvio da altura geopotencial é nulo em níveis mais baixos. Analogamente, o desvio fica constante com a altura, no caso em que a perturbação é dada nos níveis inferiores (experimento INF); em particular, quando a perturbação de  $\theta$  é dada apenas no nível mais baixo, o desvio da altura geopotencial é constante acima de 910 mb (veja Figura 6.1).

No capítulo seguinte apresentam-se os resultados dos experimentos e discussões.

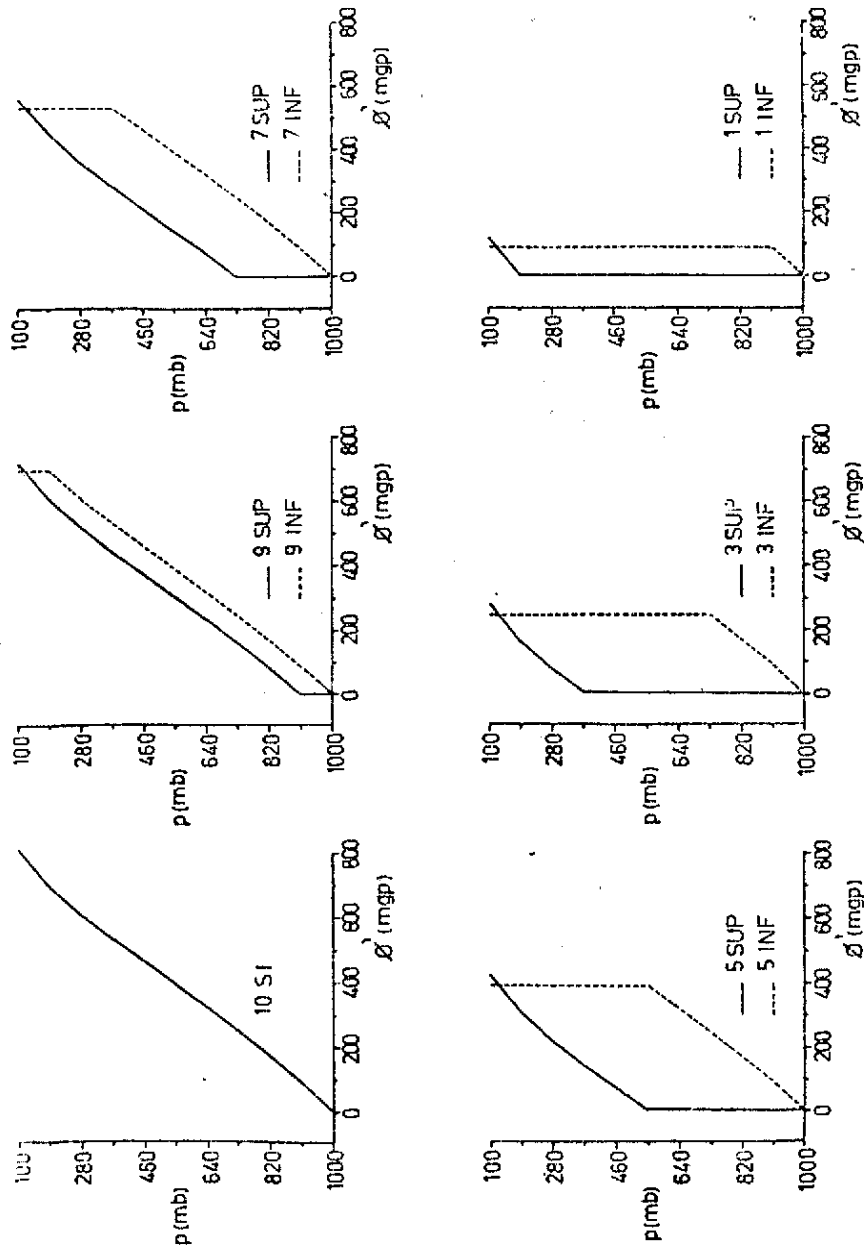


Fig. 6.1 - Perfis verticais dos desvios médio da altura geopotencial, iniciais para cada experimento.

## CAPÍTULO 7

### RESULTADOS E DISCUSSÕES

Trata-se primeiramente do caso extremo (experimento 10SI, segundo a Tabela 6.2), que consiste numa perturbação no campo de temperatura potencial em todos os níveis, com o desvio do campo do geopotencial dado pela Figura 6.1.

#### 7.1 - ESTRUTURA HORIZONTAL

O campo do vento zonal ( $u$ ), da velocidade vertical ( $\omega$ ), do vento meridional ( $v$ ) e da temperatura potencial ( $\theta$ ) são apresentados nas Figuras 7.1, 7.2, 7.3 e 7.4, respectivamente, nos instantes de tempo 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5 e 3 horas (a, b, c, d, e, f, respectivamente).

Nos baixos níveis, o vento zonal máximo (Figura 7.1) encontra-se em  $x = 2000$  km, em todos os instantes, enquanto a velocidade vertical ( $\omega$ ) apresenta um máximo em  $x = 2100$  km e um mínimo em  $x = 1900$  km, em  $t = 0.5$  hora (Figura 7.2a), que se deslocam em direção às fronteiras. Os resultados mostram que a divergência horizontal é compensada pelo movimento ascendente, e a convergência horizontal, por subsidência.

A propagação da perturbação inicial é facilmente observada nas Figuras 7.1 a 7.4; nota-se um deslocamento bem rápido de uma frente de onda que deixa, em sua retaguarda, movimento também oscilatório, mas de menor frequência.

Em particular, aparece uma configuração quase - estacionária, que é a manifestação da solução correspondente ao balanço geostrófico. A resposta dinâmica desta configuração pode ser mais bem investigada, comparando-se os campos do vento meridional (Figura 7.3) com os da temperatura potencial (Figura 7.4) simulados.

Assim, observa-se que o vento meridional cresce com a altura, de modo que o cisalhamento vertical do vento meridional ( $\frac{\partial v}{\partial p}$ ) seja negativo. Por outro lado, a região aquecida corresponde ao lado leste da grade, como se pode notar na Figura 7.4. Como o parâmetro de Coriolis  $f$  é positivo, verifica-se que o vento meridional obedece, aproximadamente, a equação do vento térmico:

$$\frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{R}{f} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) p$$

(Holton, 1979, p. 68).

Portanto, pode-se dizer que o vento meridional tende a um equilíbrio geostrofico.

A configuração da Figura 7.3a permanece por vários passos de integração (até pelo menos 3 horas), com o mínimo em  $x = 2100$  km. A solução estacionária geostrofica não chega a ser atingida na integração do modelo, pois, devido às condições de fronteiras rígidas, a energia em ondas de gravidade não pode dispersar-se para o infinito. Esta é a condição necessária para que se possa atingir o equilíbrio geostrofico (Okland, 1970; Janjic and Wiin Nielsen, 1977). Muitos trabalhos têm sido desenvolvidos, recentemente, voltados à questão da definição de condições de fronteira que melhor simulem o problema do ajuste geostrofico (Elvius, 1977; Klemp and Wilhelmson, 1978; Orlansky, 1976; Schubert et alii, 1980; Hack and Schubert, 1981). Uma discussão sobre a aplicabilidade da condição da radiação nas fronteiras laterais do modelo, utilizada neste trabalho, pode ser encontrada em Solano Pereira et alii (1981).

## 7.2 - ESTRUTURA VERTICAL

A análise da estrutura vertical das configurações observadas nas Figuras 7.1 a 7.4 apoia-se nos estudos do espectro de ondas de alta frequência, discutidos no Capítulo 8.

Analisando-se a estrutura vertical de  $u$ ,  $\omega$  e  $v$  (Figuras

7.1, 7.2 e 7.3) na região central da grade, fica evidenciado um perfil vertical, que troca de sinal uma vez, pelo menos na fase inicial do processo de integração no tempo. Por outro lado, fora da região central da grade, os perfis verticais apresentam-se quase constantes com a altura, propagando-se rapidamente em direção às fronteiras, como discutido anteriormente (Seção 7.1).

A presença dos modos gravitacionais, excitados pelas condições iniciais, pode ser mais bem observada através da análise da estrutura vertical da componente zonal do vento (Figura 7.1).

A presença do modo externo (Figura 5.1,  $k = 0$ ) é evidente, pois, em regiões distantes do centro da grade, os perfis são aproximadamente constantes com a altura, ou seja, praticamente barotrópico.

A manifestação do primeiro modo interno (Figura 5.1,  $k = 1$ ) é também notada, visto que, inicialmente, na parte central da grade, os perfis de  $u$  exibem uma troca de sinal. À medida que o tempo aumenta, a configuração no centro da grade torna-se mais complicada (Veja por exemplo a Figura 7.1f,  $t = 3$  horas), verificando-se até três trocas de sinais, que correspondem ao segundo modo externo (Figura 5.1,  $k = 2$ ). Porém, nesta ocasião ( $t = 3$  horas) já começa a haver deterioração da solução no centro da grade, causado pela reflexão do modo externo que se propagou mais rapidamente na direção das fronteiras.

A velocidade de propagação do modo externo pode ser estimada seguindo-se a linha de movimento ascendente cujo perfil é monotônico com a altura<sup>1</sup>. Como discutido no item anterior, esta frente de onda propaga-se rapidamente atingindo a fronteira e refletindo-se em direção ao centro do domínio de integração. Essa velocidade é de, aproximadamente  $40 \text{ m s}^{-1}$ .

---

<sup>1</sup> Como a estrutura vertical do modo externo é quase constante com a altura (Figura 5.1,  $k = 0$ ), segue-se da equação da continuidade que o movimento vertical deve ser quase-linear (ou monotônico).

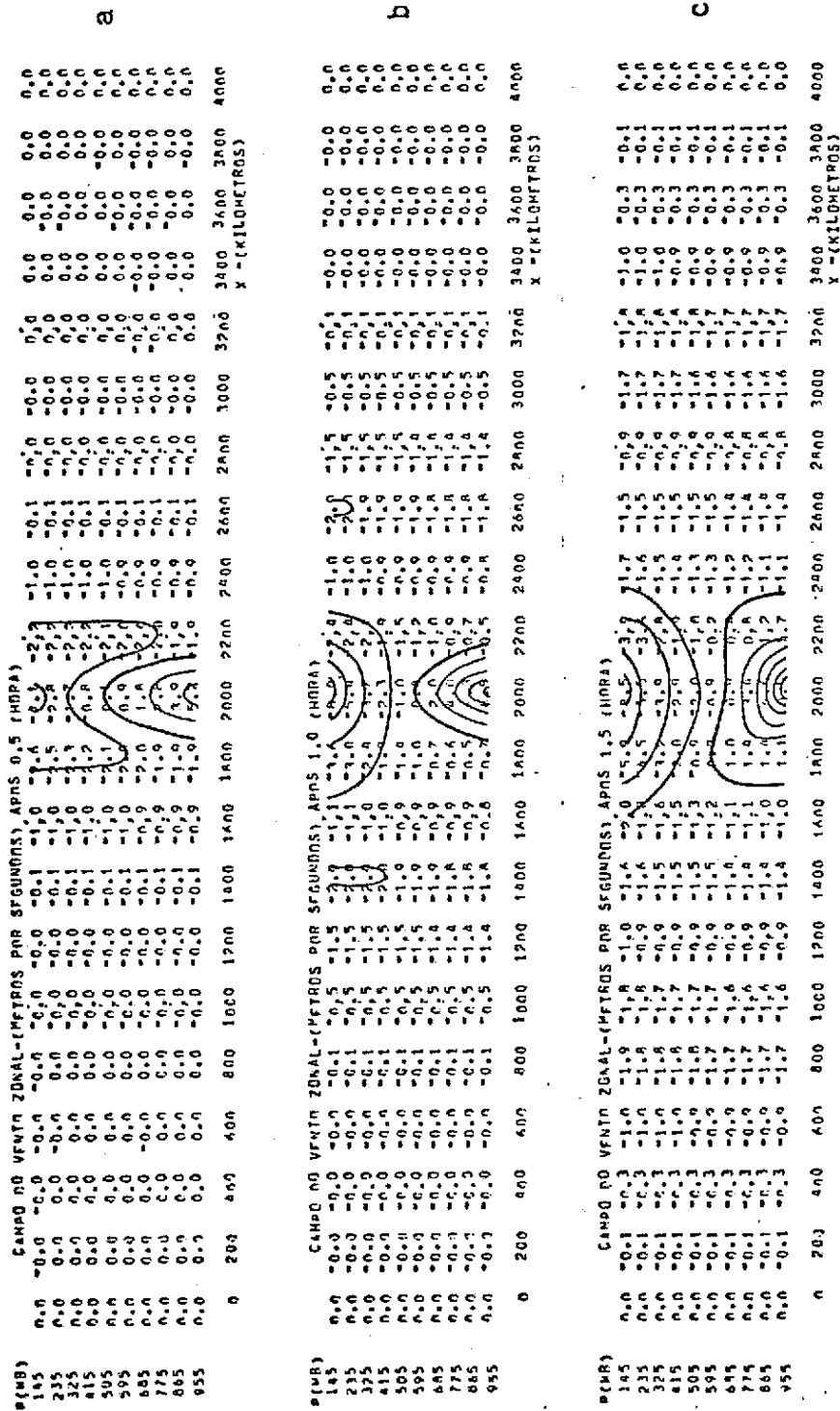


Fig. 7.1 - Campos do vento zonal, após: 0.5 (a), 1.0 (b), 1.5 (c), 2.0 (d), 2.5 (e) e 3.0 (f) horas de integração.  
 - As curvas de igual valor de u foram analisadas com um intervalo de 2 m s<sup>-1</sup>.

(continua)







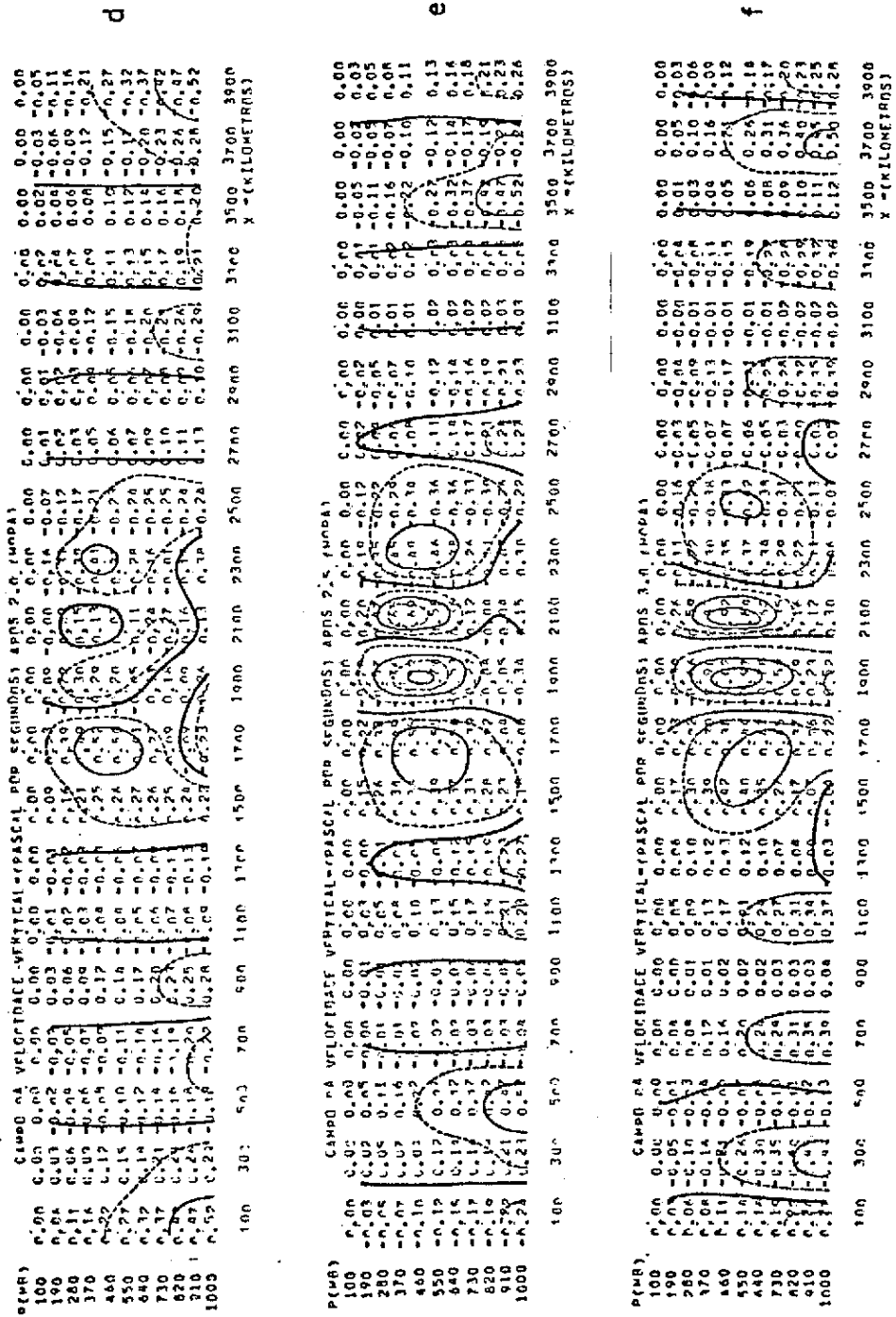


Fig. 7.2 - Conclusão



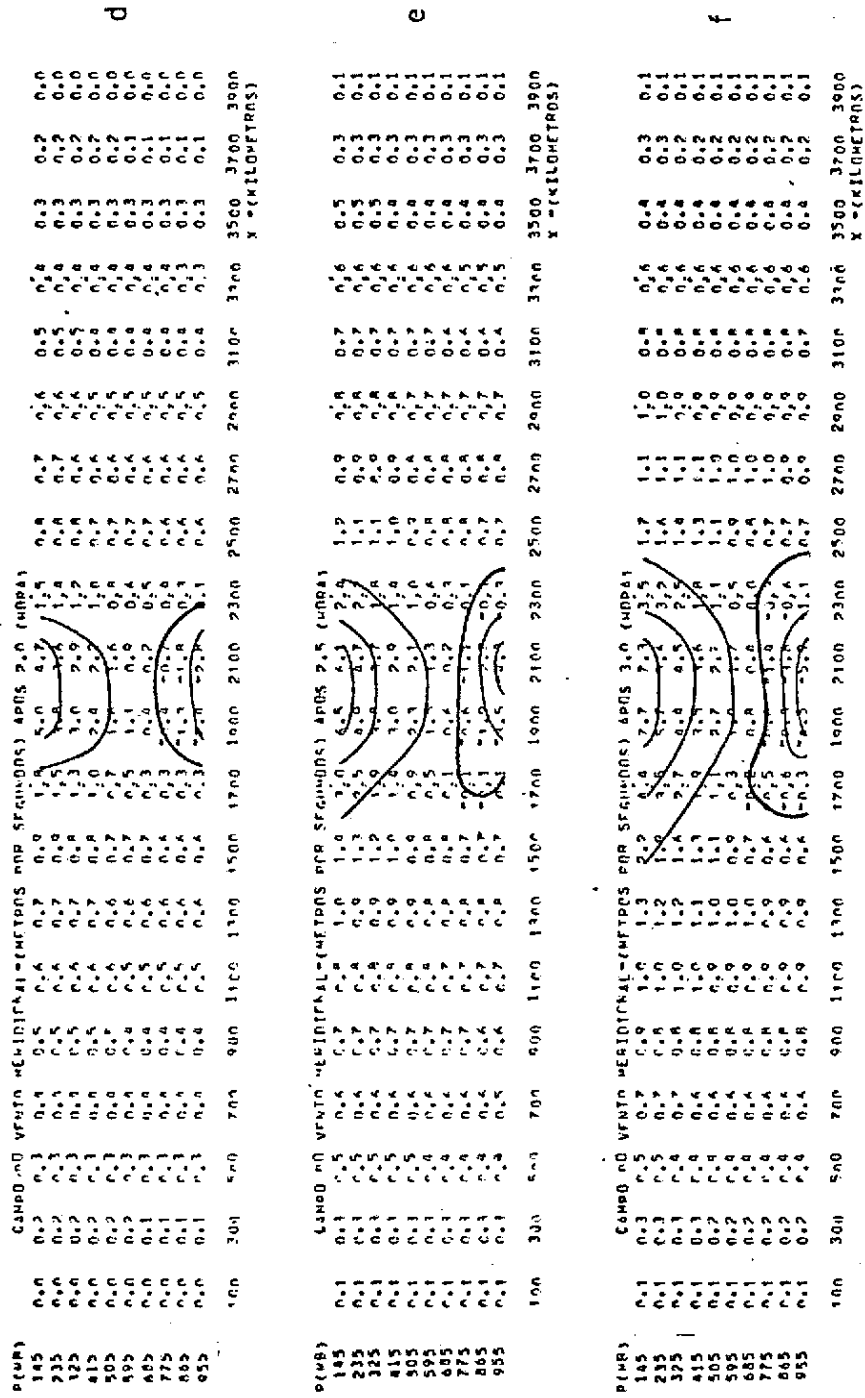


Fig. 7.3 - Conclusão





### 7.3 - OS OUTROS EXPERIMENTOS

Para comparar os resultados dos demais experimentos, foi escolhido o campo da velocidade vertical, após 1 hora de integração (Figuras 7.5 e 7.6).

Nota-se que, tanto nos experimentos INF como nos SUP, a velocidade vertical manifesta a presença não só do modo externo, mas também dos internos de ordem mais baixa ( $k = 1, 2$ ). Algumas semelhanças são observadas entre as configurações obtidas com as condições iniciais INF e as SUP. Verifica-se que as configurações correspondentes aos experimentos 7 INF e 7 SUP são semelhantes, com certas características idênticas às dos perfis verticais de  $\omega$ . Essa similaridade também é observada nos experimentos 9 INF e 9 SUP.

Contudo, as configurações obtidas com os experimentos 1 INF, 3 INF e 5 INF apresentam algumas características distintas dos correspondentes experimentos 1 SUP, 3 SUP e 5 SUP, respectivamente. Nota-se, por exemplo, que o perfil vertical de  $\omega$ , em  $x = 2100$  km, apresenta duas trocas de sinal com a iniciação 3 INF, enquanto o correspondente perfil em 3 SUP apresenta apenas uma troca de sinal.

Essas diferenças observadas com as iniciações INF e SUP devem-se ao fato da perturbação inicial, apenas nos níveis mais baixos, afetar o desvio da altura geopotencial de uma maneira constante com a altura (Figura 6.1). Portanto, o modo externo deve ser mais excitado por exibir uma estrutura vertical aproximadamente constante com a altura (Figura 5.1). Por outro lado, o aquecimento inicial, em apenas alguns níveis superiores, provoca uma perturbação inicial na altura geopotencial dos níveis correspondentes à camada aquecida inicialmente (Figura 6.1). E assim, tal aquecimento inicial afeta tanto o modo externo como os internos.

Os coeficientes de expansão das condições iniciais dos experimentos INF e SUP foram calculados pela Equação 5.32, e o módulo de tais coeficientes foram plotados em função do número de onda ( $k$ ) na Figura 7.7. É evidente que as variáveis projetam-se inicialmente nos

modos externo e primeiro interno, principalmente nos experimentos 10 SI, 9 SUP e 9 INF.

A Figura 7.7 mostra as diferenças e semelhanças entre os experimentos INF e SUP. Nota-se que os experimentos 9 SUP e 7 SUP apresentam certas características semelhantes às dos 9 INF e 7 INF, respectivamente. Contudo, quanto menor for o número de níveis com temperatura perturbada, mais acentuada tornar-se-á a diferença entre os experimentos INF e o correspondente SUP (Veja por exemplo os experimentos 3 SUP e 3 INF).

A perturbação apenas no primeiro nível inferior mostra que a maior parte da energia vai para o modo externo (Veja a Figura 7.7 experimento 1 INF), enquanto sucessivas perturbações dos níveis inferiores implicam que a energia se projeta gradualmente nos modos mais internos (Figura 7.7, experimentos 1 INF a 9 SUP). Por outro lado, pode-se observar pelas curvas de projeções associadas ao experimento 1 SUP a 9 SUP que, ao se perturbar o primeiro nível superior, parte da energia não vai para o modo externo, mas apresenta um máximo no primeiro e segundo modo interno. A maior parte da energia vai para o modo externo, somente quando se perturbam os níveis mais próximos da fronteira inferior (Veja experimento 9 SUP, Figura 7.7).

A discussão acima, em função do coeficiente de expansão, é evidenciado nas Figuras 7.5 (experimentos INF) e 7.6 (experimentos SUP), onde o campo de  $\omega$  para os vários experimentos é apresentado. É evidente a diferença entre o experimento 1 INF e o 1 SUP (Figuras 7.5a e 7.6a, respectivamente). No caso 1 INF, a estrutura de  $\omega$  não muda de sinal mesmo no centro da grade. No caso 1 SUP, a mudança de sinal é evidente no centro e pouca amplitude é observada no modo externo, que se propaga rapidamente. Nota-se uma transição contínua ao comparar os casos n SUP e n INF com n = 3, 5, 7, 9. No caso 1 SUP, a integração por um período mais longo evidencia a presença do segundo modo interno, após a dispersão do primeiro modo.

A velocidade de fase de cada um dos modos foi calculada considerando-se que tais oscilações são de gravidade pura, ou seja, usan



do-se a equação:

$$C_k = \sqrt{g D_k} ; k = 0, 1, \dots, 9,$$

onde  $C_k$  = velocidade de fase do modo  $k$

$D_k$  = altura equivalente do modo  $k$

$g$  - aceleração da gravidade

Assim, obtêm-se a Tabela 7.1

TABELA 7.1

VELOCIDADE DE FASE DAS ONDAS DE GRAVIDADE PURA,  
CORRESPONDENTES AO MODO  $k$  ( $k = 0, 1, \dots, 9$ )

$k$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$C_k$ ( $\text{ms}^{-1}$ )	284.4	52.4	27.6	18.8	14.6	12.0	10.1	8.9	7.3	5.8

As velocidades de fase, obtidas na seção anterior, para o modo externo ( $\sim 270 \text{ m s}^{-1}$ ) e primeiro modo interno ( $\sim 40 \text{ m s}^{-1}$ ) concordam aproximadamente com os valores da tabela acima.

A dispersão da energia está relacionada com a velocidade de grupo das ondas permitidas no modelo. A Figura 7.8, adaptada de Silva Dias and Schubert (1979), mostra a velocidade de grupo  $C_g$ , em função do número de ondas zonal, de um modelo de equações de água-rasa, no plano  $\beta$  - equatorial. As ondas de gravidade tendem assintoticamente para  $C_g = 1$  (neste caso, a velocidade de grupo tornou-se adimensional, dividindo-se esta velocidade pela de fase da onda de gravidade pura). Portanto, pode-se concluir que, somente para ondas muito curtas, a velo

cidade de propagação de energia tende para a velocidade da fase da on  
da de gravidade pura (Tabela 7.1). O pulso inicial de energia que se  
propaga em direção às fronteiras do modelo é constituído por ondas cur  
tas que, necessariamente, terão a velocidade de propagação inferior ã  
do modo externo. O mesmo raciocínio é válido para a propagação dos mo  
dos internos.

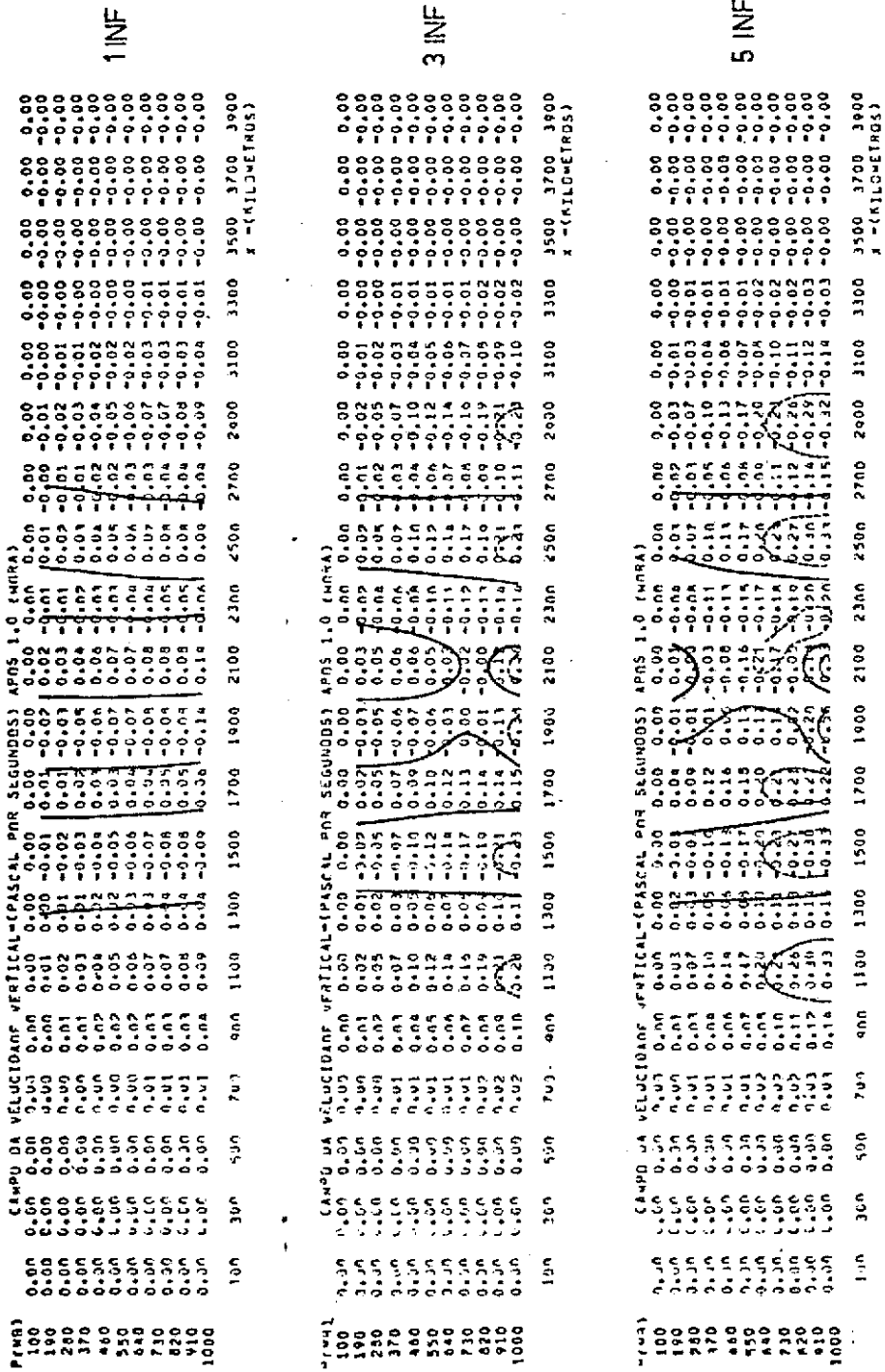


Fig. 7.5 - Campos de velocidade vertical, após 1 hora de integração para os experimentos n INF (n = 1, 3, 5, 7 e 9).

- As curvas de igual valor de  $\omega$  foram analisadas com um intervalo de  $0.4 \text{ Pa s}^{-1}$  (continua)







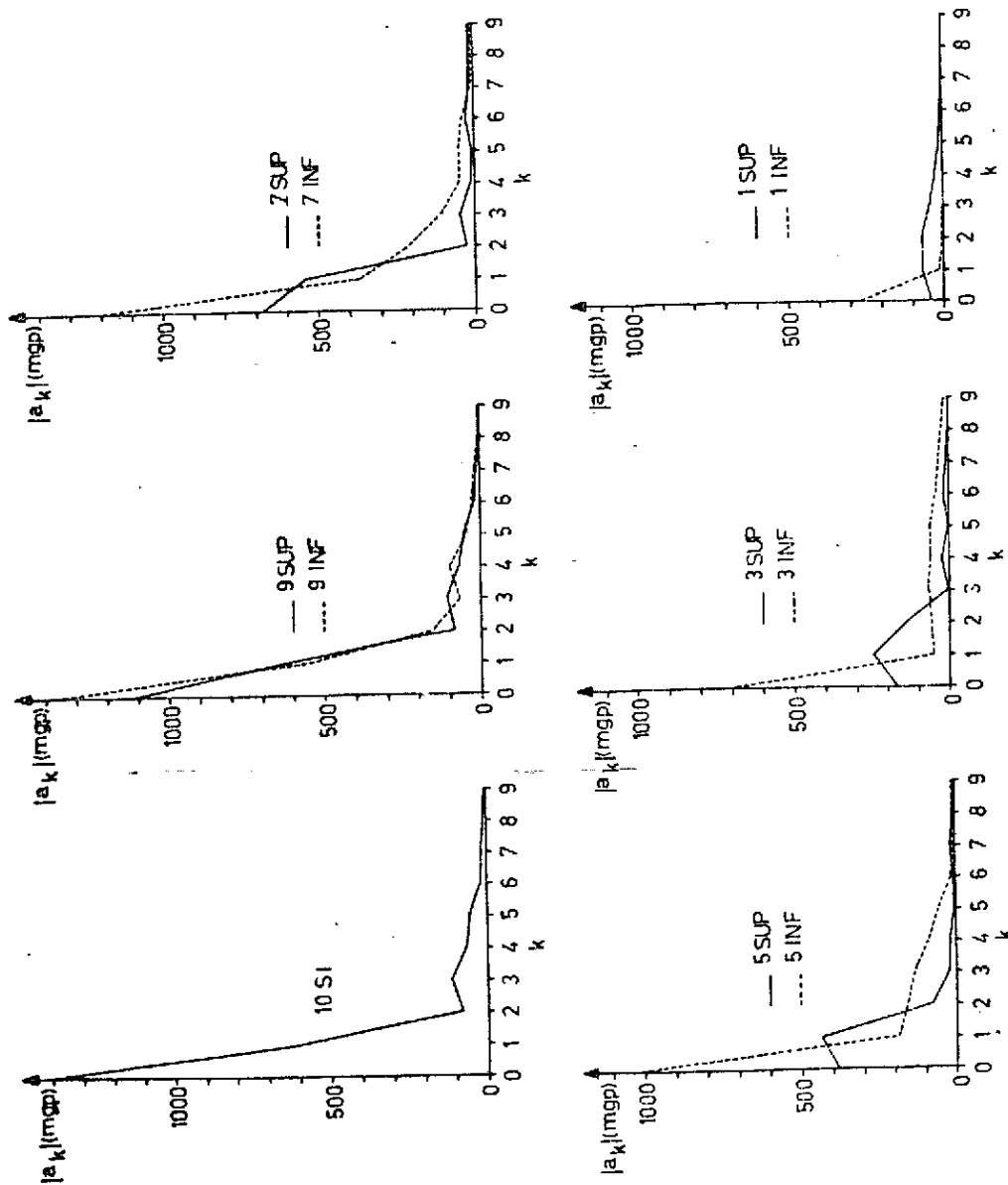


Fig. 7.7 - Coeficientes de expansão dos desvios médio de  $\phi$  versus os modos  $k$  ( $k = 0, 1, \dots, 9$ ), para cada experimento).

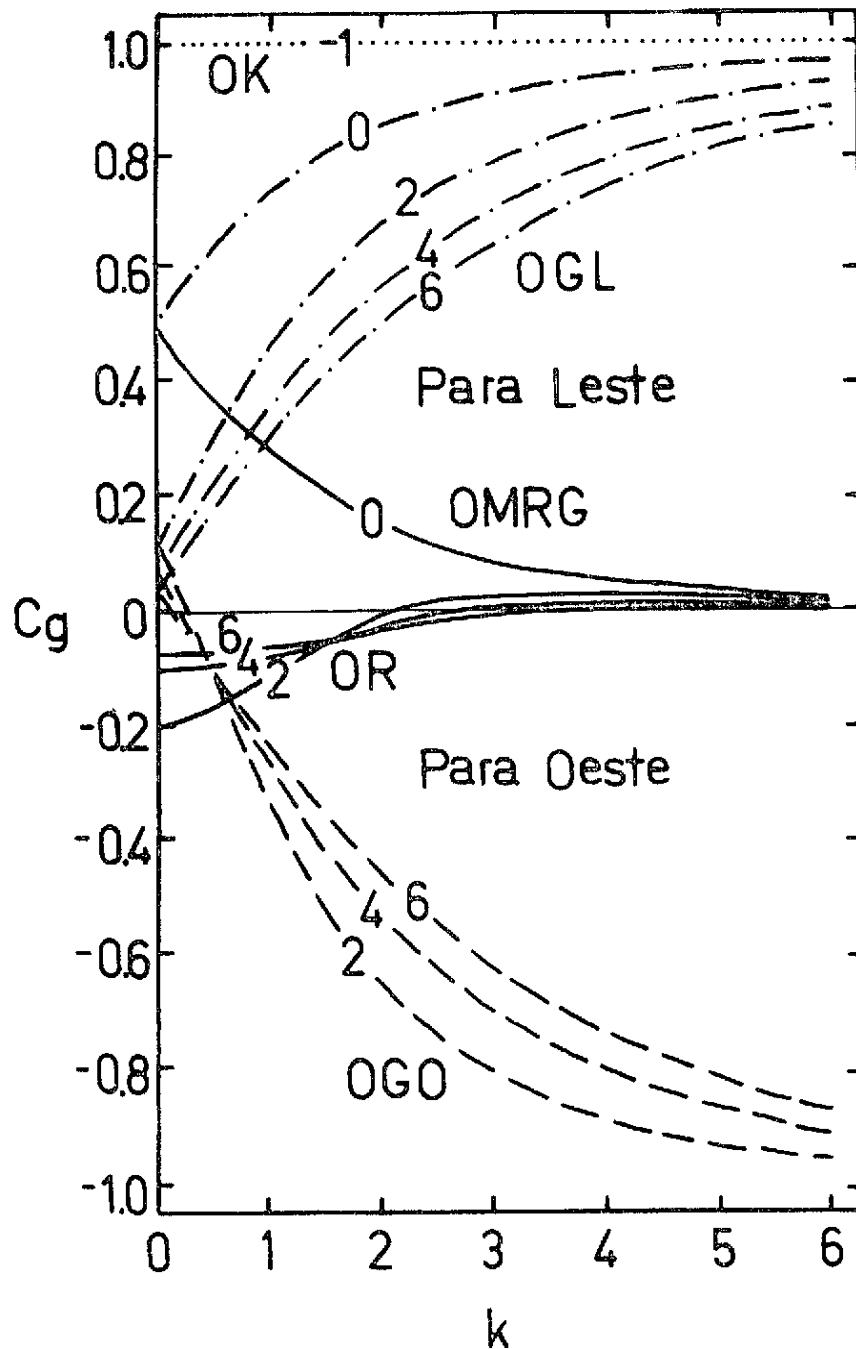


Fig. 7.8 - Velocidade de grupo  $C_g$  no plano  $\beta$  equatorial como uma função do número de onda zonal  $k$  (abscissa) e do modo meridional  $n$ , para vários tipos de ondas.

- As abreviaturas OK, OGL, OGO, OR e OMRG significam, respectivamente, as ondas de Kelvin, de gravidade leste, de gravidade oeste, de Rossby e a onda mista Rossby - gravidade.





## CAPÍTULO 8

### CONCLUSÕES

A descrição do modelo de equações primitivas, as condições de fronteira e o método de integração numérica no espaço e no tempo foram abordados nos Capítulos 2, 3 e 4.

Duas séries de experimentos sujeitas a uma perturbação inicial no campo de temperatura foram idealizadas: a série INF, na qual a perturbação é inserida acumulativamente em cada nível a partir da superfície; e a série SUP, análoga à anterior, mas partindo do topo do modelo. Os perfis verticais do desvio do geopotencial, associados a cada um dos experimentos, são mostrados na Figura 6.1. A interpretação dos resultados foi efetuada em função da decomposição da perturbação inicial nos modos verticais do modelo (Figura 5.1).

Ao se perturbar apenas o primeiro nível inferior, a maior parte da energia projeta-se no modo externo, enquanto sucessivas perturbações dos níveis inferiores gradativamente causa a projeção da energia nos modos mais internos (Capítulo 7). Por outro lado, a perturbação inicial que começa com os níveis superiores implica uma partição uniforme da energia entre os modos externo e os internos. A maior parte da energia projeta-se no modo externo, somente nos experimentos com mais níveis perturbados próximos à fronteira (7 SUP e 9 SUP).

Os modos externo e internos excitados pelas condições iniciais (perturbação no campo da temperatura e os demais campos nulos), agem no sentido de diminuir o gradiente horizontal de temperatura inicialmente na parte central da grade, dispersando a energia (Capítulo 7).

A análise da estrutura horizontal remanescente, após a rápida dispersão inicial associada às ondas de gravidade externas, mostra que a velocidade meridional obedece aproximadamente à equação do vento térmico, evidenciando a tendência de atingir o equilíbrio geostrofico. Entretanto, a situação em equilíbrio não é atingida, pois as con

dições de fronteiras rígidas do modelo não a permitem. Uma discussão sobre os efeitos da condição de fronteira deste modelo é encontrado em Solano Pereira et alii (1981).

A análise da estrutura vertical indica claramente a presença dos modos externo e internos. A velocidade de fase do modo externo, através do resultado dos experimentos INF e SUP, foi estimada em aproximadamente  $270 \text{ m s}^{-1}$ , e a do primeiro modo interno, em aproximadamente  $40 \text{ m s}^{-1}$ , concordando com os valores determinados através do problema de autovalor-autovetor (Capítulo 7).

Devem-se mencionar agora as soluções usualmente dadas ao problemas das oscilações rápidas que surgem num modelo baseado nas equações primitivas, devido ao desequilíbrio entre a força de pressão e a de Coriolis em dados iniciais. A solução tradicional consiste em utilizar a equação de balanço (em uma de suas formas), usando-se como dado de entrada o campo do vento, ou o do geopotencial. A escolha entre os dois campos está relacionada com a precisão das medidas, sendo que em latitudes tropicais, dá-se preferência ao campo do vento, e em latitudes médias e altas, ao campo do geopotencial. A equação de balanço fornece a parte não-divergente do vento (linha de corrente), enquanto a parte divergente pode ser calculada através da equação omega.

O procedimento descrito acima é denominado iniciação estática (Haltiner and Williams, 1980, p. 368).

A eliminação das ondas de gravidade de alta frequência também pode ser abordada pela iniciação dinâmica (Miyakoda and Moyer, 1968). Neste caso, utiliza-se uma esquema numérico de integração altamente dissipativo em alta frequência. Entretanto o método normalmente exige muitas iterações e é incapaz de distinguir entre ondas de gravidade de larga escala e onda de Rossby de pequena escala (Haltiner and Williams, 1980; p. 387).

Dickinson and Williamson (1972) desenvolveram uma técnica de iniciação, baseada na expansão da condição inicial nos modos nor

mais do modelo utilizado. Os modos normais são constituídos de oscilações de alta frequência (ondas de gravidade) e de baixa frequência (ondas de Rossby) para cada modo vertical, caracterizado por uma determinada altura equivalente (Kasahara, 1976).

Este último tipo de iniciação tem sofrido várias melhorias nos últimos anos, com a inclusão do efeito de termos não-lineares (Machenhauer, 1977; Baer, 1977; Leith, 1979; Temperton and Williamson; 1981).

A análise dos resultados deste trabalho foi, em grande parte, baseada no conceito de expansão em modos normais e na respectiva dispersão de energia.

Portanto, o procedimento exposto neste trabalho poderá ser utilizado para verificar os dados reais de temperatura, que frequentemente apresentam erros e são utilizados na iniciação de modelos de equações primitivas.

Eventuais ondas de gravidade, geradas pelo desequilíbrio inicial, podem deturpar as soluções almejadas em modelos de previsão numérica do tempo e naqueles cujo objetivo é reproduzir os movimentos da atmosfera, com a finalidade de estabelecer a climatologia de áreas limitadas ou globais.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BAER, F. Adjustment of initial conditions required to suppress gravity oscillations in nonlinear flows. *Contributions Atmospheric Physics*, 50: 350-366, 1977.
- BLUMEN, W. On nonlinear geostrophic adjustment. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 24 (4): 325-332, July 1967.
- Geostrophic adjustment. *Review of Geophysics and Space Physics*, 10 (2): 485-528, May 1972.
- BLUMEN, W.; WASHINGTON, W. M. The effect of horizontal shear flow on geostrophic adjustment in a barotropic fluid. *Tellus*, 21 (2): 167-176, 1969.
- BOLIN, B. The adjustment of a nonbalanced velocity field towards geostrophic equilibrium in a stratified fluid. *Tellus*, 5: 373-325, 1953.
- BROWN, H. A.; CAMPANA, K. A. An economical time - differencing system for numerical weather prediction. *Monthly Weather Review*, 106 (7): 1025-1036, July 1978.
- CAHN, A. An investigation of the free oscillations of a simple current system. *Journal of Meteorology*, 2: 113-119, 1945.
- COURANT, R.; FRIEDRICHS, K.; LEWY, H. Über die partiellen differenzgleichungen der mathematischen physic. *Mathematische Annalen*, 100: 32-74, 1928.
- DICKINSON, R. E.; WILLIAMSON, D. L. Free oscillations of a discrete stratified fluid with application to numerical weather prediction. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 29 (4): 623-640, May 1972.
- DOBRISCHMAN, E. M. On Coriolis force variability in the prognostic schemes. *Tellus*, 16 (1): 18-25, 1964.
- ELVIUS, T. Experiments with a primitive equation model for limited area forecasts. *Beitraege zur Physik der Atmosphaere*, 50: 367-392, 1977.

- GEISLER, J. E.; DICKINSON, R. E. The role of variable Coriolis parameter in the propagation of inertia - gravity waves during the process of geostrophic adjustment. *Journal of Physical Oceanography*, 2: 263-272, 1972.
- HACK, J. J.; SCHUBERT, W. H. Lateral boundary conditions for tropical cyclone models. *Monthly Weather Review*. 109 (7): 1404-1420, July 1981.
- HALTINER, G. J.; WILLIAMS, R. T. *Numerical prediction and dynamic meteorology*, 2. ed., New York, John Wiley, 1980. 477 p.
- HOLMSTRÖM, I. On a method for parametric representation on the state of atmosphere. *Tellus*, 15 (2): 127-149, 1963.
- HOLTON, J. R. *An introduction to dynamic meteorology*. New York, Academic Press, 1979. 391 p.
- JANJIC, Z.; WIIN - NIELSEN, A. On the geostrophic adjustment and numerical procedures in a rotating fluid. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 34 (2): 297-310, Feb. 1977.
- KASAHARA, A. Normal modes of ultralong waves in the atmosphere. *Monthly Weather Review*, 104 (6): 669-690, June 1976.
- KASAHARA, A.; PURI, K. Spectral representation of three - dimensional global by expansion in normal mode function. *Monthly Weather Review*, 109 (1): 37-51, Jan. 1981.
- KLEMP, J. B.; WILHELMSON, R. B. The simulation of three - dimensional convective storm dynamics. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 35 (6): 1070-1096, June 1978.
- LEITH, C. E. *Nonlinear normal mode initialization and quasi - geostrophic theory*. Boulder, Co. National Center for Atmospheric Research, 1979. 43 p. (NCAR MS. 0901 - 79 - 01).
- MACHENHAUER, B. On the dynamics of gravity oscillations in a shallow water models, with application to normal mode initialization. *Contributions to Atmospheric Physics*, 50: 253-271, 1977.
- MATSUMOTO, S. A note on geostrophic adjustment and gravity wave in the atmosphere. *Journal of the Meteorological Society of Japan*, 39 (1): 18-28, Feb. 1961.

- MESINGER, F.; ARAKAWA, A. *Numerical methods used in atmospheric models*. Geneva, WMO/ICSU Joint Organizing Committee, 1976, 64 p. (GARP Publications series nº 17).
- MIYAKODA, K.; MOYER, R. W. A method of initialization for dynamic weather forecasting. *Tellus*, 20 (1): 115-128, 1968.
- OKLAND, H. On the adjustment toward balance in primitive equation weather prediction models. *Monthly Weather Review*, 98: 271-279, 1970.
- On the balance, initialization and data assimilation in primitive equation prediction models. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 29 (5): 641-648, May 1972.
- ORLANSKY, I. A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows. *Journal of Computational Physics*, 21: 251-269, 1976.
- PHILLIPS, N. A. A coordinate system having some special advantages for numerical forecasting. *Journal of Meteorology*, 14 (2), 184-185 Apr 1957.
- ROSSBY, C. G. On the mutual adjustment of pressure and velocity distribution in certain simple current system. *Journal of Marine Research*, 1: 239-263, 1938.
- SCHOENSTADT, A. L. The effect of spatial discretization on the steady state and transient behavior of a dispersive wave equation. *Journal of Computational Physics*, 23: 364-379, 1977.
- SCHUBERT, W. H.; HACK, J. J. ; SILVA DIAS, P. L.; FULTON, S. R. Geostrophic adjustment in an axisymmetric vortex. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 37 (7): 1464-1484, July 1980.
- SILVA DIAS, P. L.; SCHUBERT, W. H. *The dynamics of equatorial mass-flow adjustment*. Fort Collin, Co., Department of Atmospheric Science, Colorado State University, 1979. 203 p. (Atmospheric Science Paper nº 312).
- SOLANO PEREIRA, C.; SILVA DIAS, P. L.; KAGANO, M. T. *Aplicação da condição de radiação num modelo baroclínico*. São José dos Campos. INPE. No prelo.



TEMPERTON, C.; WILLIAMSON, D. L. Normal mode initialization for a multilevel grid-point model Part. I. Linear aspects. *Monthly Weather Review*, 109 (4): 729-743, Apr. 1981.

TOKIOKA, T. Some consideration on vertical differencing. *Journal of the Meteorological Society of Japan*, 56 (2): 98-111, Apr. 1978.