

1. Publicação nº <i>INPE-2677-PRE/283</i>	2. Versão	3. Data <i>Mar., 1983</i>	5. Distribuição <input type="checkbox"/> Interna <input checked="" type="checkbox"/> Externa <input type="checkbox"/> Restrita
4. Origem <i>DTE/DPL</i>	Programa <i>PLASMA</i>		
6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) <i>TEORIA DE ÓRBITAS AGRUPAMENTO AZIMUTAL GIROTRONS</i>			
7. C.D.U.: <i>533.9</i>			
8. Título <i>CÁLCULO DA TRAJETÓRIA DE ELÉTRONS EM UMA CAVIDADE DE MICROONDAS</i>		10. Páginas: <i>18</i>	
		11. Última página: <i>16</i>	
9. Autoria <i>Joaquim José Barroso de Castro Antonio Montes Filho</i>		12. Revisada por <i>Ludwig</i> <i>Gerson Otto Ludwig</i>	
		13. Autorizada por <i>Parada</i> <i>Nelson de Jesus Parada</i> <i>Diretor</i>	
Assinatura responsável <i>J.J. Barroso de Castro.</i>			
14. Resumo/Notas <i>A equação relativística que descreve o movimento dos elétrons, de um feixe de secção anelar, no campo eletromagnético de um guia de onda cilíndrico que opera no modo TE_{021} é resolvida numericamente. Calculando a energia dos elétrons ao longo da cavidade, são investigados os processos de troca de energia entre o feixe e os campos de RF. Verifica-se que a energia extraída pelos campos eletromagnéticos da cavidade ressoadora provém da energia transversal de rotação dos elétrons.</i>			
15. Observações <i>Trabalho apresentado no 1º Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional - SBMAC, INPE, S.J. Campos, fev. 1983.</i>			

Abstract

The relativistic equation describing the motion of electrons of a beam with annular cross section in the electromagnetic field of a cylindrical guide operating at TE_{021} mode is solved numerically. Calculating the electrons energy along the cavity, the processes of energy exchange between the RF fields and the beam are investigated. It is verified that the energy extracted by the electromagnetic fields in the resonant cavity comes from the transverse rotational energy of the electrons.

CÁLCULO DA TRAJETÓRIA DE ELÉTRONS EM UMA CAVIDADE DE MICROONDAS

J.J. Barroso e A. Montes

Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq
12200 - São José dos Campos - SP

1. Introdução

Desde o final dos anos 50, foi constatada a existência de limites superiores de frequências de operação para as válvulas de microondas, porquanto as pequenas dimensões das partes do tubo acarretavam problemas tecnológicos no projeto e desenvolvimento de geradores de ondas milimétricas. À medida que a frequência de operação aumenta, as dimensões dos elementos que constituem o guia de onda tornam-se cada vez menores, uma vez que a periodicidade da estrutura de ondas lentas é menor que o comprimento de onda no espaço livre. Isto implica dificuldades tecnológicas de fabricação da cavidade de microondas, problemas de interceptação do feixe e dissipação de calor.

As estruturas de ondas lentas são circuitos especiais usados em tubos de microondas que reduzem a velocidade da onda eletromagnética em uma certa direção, de maneira que a velocidade de fase de onda torna-se similar à velocidade do feixe de elétrons (interação de onda lenta), permitindo a interação entre o feixe e o sinal. Devido às dificuldades de fabricação, tornou-se necessário, portanto, remover a periodicidade do guia e introduzi-la no feixe. Neste caso, a interação dos elétrons ocorre com uma onda que se propaga com uma velocidade de fase maior que a velocidade da luz (interação de onda rápida), podendo ser o circuito de microondas, por exemplo, um guia de ondas cilíndrico ou condutores plano-paralelos.

O modo alternativo de empregar a interação de ondas rápidas era bem conhecido [1-4], embora um dos principais problemas fosse a produção de um feixe periódico de pequeno comprimento de onda. Muitas configurações foram propostas, com várias geometrias e arranjos dos campos para encontrar a desejada periodicidade do feixe. Sugeriu-se, por exemplo, que se empregassem campos magnético e elétrico constantes para produzirem uma ondulação no feixe [1], embora isto não fosse prático para um comprimento de onda de 1mm.

Propuseram-se dispositivos em que a trajetória periódica era obtida usando somente campo magnético [2,3], nos quais o movimento ciclotrônico dos elétrons representa uma fonte natural de oscilações de alta frequência. Nestes dispositivos, os elétrons que giram em um campo magnético interagem com um campo de RF transversal, não havendo problemas de sincronismo entre a onda e o feixe; portanto, estruturas de ondas lentas não são necessárias.

Em 1959, Gapanov [5] estudou os vários modos de interação entre um feixe periódico de elétrons e ondas eletromagnéticas em guias de onda, mostrando, através das equações de dispersão para feixes trocoidais e helicoidais, que microondas podem ser geradas e amplificadas em sistemas que não possuem estruturas de ondas lentas. Em um dos métodos de modulação, as partículas do feixe seguem trajetórias curvas e são focalizadas por um campo magnético constante.

Estes trabalhos pioneiros culminaram, em 1973, com a construção, por um grupo de pesquisadores soviéticos [6], de um girotron que opera na banda centimétrica (2cm), com eficiência de 50%, parâmetros de feixe de 20kV - 300mA e potência de saída de 3kW em regime contínuo. Os girotrons [7] são dispositivos que geram radiação coerente na frequência ciclotrônica de elétrons. Basicamente eles são capazes de gerar alta potência na banda milimétrica, porque o comprimento de onda é fixado por um campo magnético externamente aplicado, e não pela escala da estrutura do circuito, como nos dispositivos convencionais de microondas. Os circuitos do girotron são de fácil fabricação, consistindo simplesmente em um guia de onda circular não-carregado. O processo de amplificação é atribuído ao agrupamento azimutal dos elétrons nas órbitas ciclotrônicas, e girotrons de alta potência CW, superiores a 200kW, com eficiência de 40% e comprimento de onda de 1cm, foram descritos por Jory et al. [8].

No presente trabalho são calculadas as trajetórias de elétrons relativísticos, focalizados magneticamente no campo eletromagnético de um guia de onda circular que opera no modo TE_{021} . Calculando a variação da energia dos elétrons ao longo da cavidade, são investigados os processos de interação entre o feixe e os campos de RF. Verifica-se que durante a interação ocorrem dois mecanismos competitivos: (i) o agrupamento axial, causado pela modulação da velocidade axial, que é devida ao campo magnético transversal de RF; (ii) o agrupamento azimutal, que é relativístico em origem, devido à variação da frequência ciclotrônica do elétron com a energia. Nos girotrons, o agrupamento azimutal é predominante e a energia extraída pelos campos de RF provém da energia transversal de rotação dos elétrons. Mostra-se também que uma não-homogeneidade no campo magnético acarreta maior eficiência no mecanismo de transferência da energia transversal dos elétrons para os campos da cavidade.

2. Equações Dinâmicas

Para o feixe de elétrons, supõe-se que colisões e efeitos de carga espacial são desprezíveis e não modificam a estrutura do campo eletromagnético na cavidade. Esta hipótese limita-se a feixes de baixas densidades eletrônicas.

Nestas condições, a dinâmica dos elétrons é descrita pela equação relativística de movimento

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -e(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}) , \quad (1)$$

onde $\vec{p} = \gamma m \vec{V}$, $\gamma = (1 - V^2/C^2)^{-1/2}$, $-e$ é a carga eletrônica e m é a massa de repouso do elétron; \vec{E} e \vec{B} são os campos elétrico e magnético que atuam sobre o elétron.

Em coordenadas cilíndricas (FIG. 1), a eq. (1) é reescrita como

$$\gamma^2 (1 - \beta_z^2 - \beta_\theta^2) \dot{V}_r + \gamma^2 \beta_r \beta_\theta \dot{V}_\theta + \gamma^2 \beta_r \beta_z \dot{V}_z = a_r, \quad (2a)$$

$$\gamma^2 \beta_r \beta_\theta \dot{V}_r + \gamma^2 (1 - \beta_r^2 - \beta_z^2) \dot{V}_\theta + \gamma^2 \beta_\theta \beta_z \dot{V}_z = a_\theta, \quad (2b)$$

$$\gamma^2 \beta_z \beta_r \dot{V}_r + \gamma^2 \beta_z \beta_\theta \dot{V}_\theta + \gamma^2 (1 - \beta_\theta^2 - \beta_r^2) \dot{V}_z = a_z, \quad (2c)$$

em que $\beta \equiv V/C$ e

$$a_r = - \frac{e}{\gamma m} \left[E_r + (B_\theta + B_z) V_\theta - V_z B_\theta \right] + \frac{V_\theta^2}{r}, \quad (3a)$$

$$a_\theta = - \frac{e}{\gamma m} \left[E_\theta - (B_\theta + B_z) V_r + V_z B_r \right] - \frac{V_r V_\theta}{r}, \quad (3b)$$

$$a_z = - \frac{e}{\gamma m} \left[V_r B_\theta - V_\theta B_r \right]. \quad (3c)$$

B_0 é o campo magnético DC externamente aplicado; (E_r, E_θ) e (B_r, B_θ, B_z) representam os campos do modo TE_{021} .

Resolvendo o sistema de eqs. (2a - 2c) para $\dot{V}_r, \dot{V}_\theta$ e \dot{V}_z obtêm-se

$$\dot{V}_r = a_r - \beta_r T, \quad (4a)$$

$$\dot{V}_\theta = a_\theta - \beta_\theta T, \quad (4b)$$

$$\dot{V}_z = a_z - \beta_z T, \quad (4c)$$

onde $T \equiv \beta_r a_r + \beta_\theta a_\theta + \beta_z a_z$.

Integrando numericamente o sistema de eqs. diferenciais não-lineares acopladas (4a - 4c), são determinadas as trajetórias dos elétrons. Utilizou-se o método de Adams implícito até ordem 12, com as seguintes condições iniciais:

$$t = 0 \begin{cases} \vec{r}_0 = (r_0, \theta_0, z) \\ \vec{V}_0 = (0, V_{\theta_0}, V_{z_0}) \end{cases} .$$

→ → Conhecidas as trajetórias, o termo de troca de energia $\vec{V} \cdot \vec{E}$ é calculado e integrado ao longo de cada trajetória. Ou então pode-se calcular a energia do feixe fazendo a média aritmética da energia de um conjunto de elétrons cujas fases estão uniformemente distribuídas sobre o círculo inicial de giração. O resultado final fornece a resposta do importante problema da troca de energia entre o campo eletromagnético e o feixe.

É instrutivo verificar a validade das eqs. (4a - 4c) de terminando a variação da energia total do elétron a partir da eq. (5),

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{d\epsilon}{d\gamma} \left(\frac{d\gamma}{d\beta_r} \frac{d\beta_r}{dt} + \frac{d\gamma}{d\beta_\theta} \frac{d\beta_\theta}{dt} + \frac{d\gamma}{d\beta_z} \frac{d\beta_z}{dt} \right), \quad (5)$$

onde $\gamma = (1 - V^2/C^2)^{-1/2} = 1 + \epsilon/\epsilon_0$, e $\epsilon_0 = 511\text{keV}$ é a energia de repouso do elétron.

Desenvolvendo a eq. (5) e usando as eqs. (4a - 4c) chega-se a

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{\epsilon_0 \gamma}{C^2} (V_r a_r + V_\theta a_\theta + V_z a_z). \quad (6)$$

Substituindo as eqs. (3a - 3c) em (6) tem-se,

$$\frac{d\epsilon}{dt} = -e(E_r V_r + E_\theta V_\theta) = -e \vec{V} \cdot \vec{E}, \quad (7)$$

que indica que a variação da energia do elétron resulta inteiramente da interação da velocidade transversal com o campo elétrico.

Combinando as eqs. (7) e (1) e utilizando as expressões dos campos do modo TE_{021} de uma cavidade circular, obtém-se a relação entre a energia e a velocidade axial do elétron:

$$\frac{d\epsilon}{\epsilon} = - \frac{dV_z}{V_z + \frac{\omega}{k} \frac{\tan \omega t}{\tan kz}}, \quad (8)$$

onde $\omega = (k_z^2 + k_n^2)^{1/2}$ é a frequência da onda, $k_z = \pi/L$ em que L é o comprimento da cavidade e $k_n = \nu_{02}/R$ onde ν_{02} é o segundo zero da função de Bessel $J_1(k_n R)$. A variável R acha-se definida na FIG. 1.

3. Resultados

As variáveis que aparecem nas eqs. (4a - 4c) foram normalizadas de acordo com as seguintes relações:

comprimento	$\bar{L} = L/R_w$,	
frequência	$\bar{\omega} = \omega/(c/R_w)$,	
velocidade	$\bar{V} = V/C$,	(9)
campo elétrico	$\bar{E} = E/(mc^2/eR_w)$,	
campo magnético	$\bar{B} = B/(mc/eR_w)$.	

Os cálculos se restringem ao caso da ressonância ciclo
trônica fundamental, e os respectivos dados de entrada são:

\bar{B}_0 : campo magnético constante aplicado externamente.

\bar{E}_{ϕ_0} : amplitude do campo elétrico na direção \hat{e}_ϕ (FIG. 1).

\bar{L} : comprimento da cavidade.

V_b : voltagem do feixe.

α : parâmetro definido por V_{θ_0}/V_{z_0} , o qual é a razão entre as velo
cidades iniciais transversal e axial.

A frequência normalizada da onda é $\bar{\omega} = (\bar{k}_z^2 + v_{02}^2)^{1/2}$, em que $\bar{k}_z = \pi/\bar{L}$ e $v_{02} = 7,01559$ é o 2º zero da função de Bessel $J_1(k_n R)$. O raio do feixe de secção anelar é escolhido de maneira a coincidir com o 1º máximo da função radial $J_1(k_n R)$, associado com o 1º máximo do campo elétrico do modo TE_{021} , propiciando um acoplamento ótimo entre o campo de RF e os elétrons do feixe. Assim $R_0/R_w = v_{11}'/v_{02}$, onde v_{11}' é definido por $J_1'(v_{11}') = 0$.

As FIGs. 2 e 3 foram obtidas com os seguintes parâmetros: $\bar{B} = 7,60$, $\bar{E}_{\phi_0} = 0,18$, $\bar{L} = 5,0$, $\alpha = 1,5$ e $V_b = 70\text{kV}$. A FIG. 2(a) mostra a trajetória de um elétron de fase inicial $\theta_0 = 2\pi/3$ (o intervalo entre dois pontos consecutivos equivale a um período de rotação). Observe-se a estreita correlação entre a trajetória (a) e a energia (b): o decréscimo da energia do elétron está associado com a diminuição do raio de giro; a partir da marca (1), por exemplo, a energia e o raio de giro passam a aumentar continuamente. Nota-se, também, que durante a fase na qual a energia do elétron diminui há um aumento na velocidade axial, como prevê a eq. (8). Sendo $\gamma = [1 - (\beta_1^2 + \beta_2^2)]^{-1/2}$, conclui-se que as variações das velocidades axial e transversal são competitivas, isto é, a energia diminui porque o decréscimo da velocidade transversal é maior que o correspondente aumento, dado pela eq. (8), na velocidade axial.

A FIG. 3(a) é a trajetória de um elétron de fase inicial $\theta_0 = 5\pi/3$; a marca (2) indica a energia máxima do elétron e sua respectiva posição na órbita. Nesta figura, observa-se mais um exemplo do mecanismo de competição discutido acima.

As oscilações que aparecem nas curvas das FIGS. 2 e 3 são explicadas pela FIG 4(c), onde é mostrada a componente angular do campo elétrico transversal que atua sobre o elétron da FIG. 4(a). Nota-se uma correspondência entre os picos de E_θ e as ondulações na curva da FIG. 4(b). Observa-se também que o mínimo da energia média corresponde exatamente ao valor nulo da componente média de E_θ , como indica a eq. (7).

Na região (II) da FIG. 4(c), onde a componente média de E_θ é positiva, o trabalho realizado pelo campo elétrico sobre o elétron é negativo, o que acarreta uma diminuição da energia e do raio de giro do elétron; no início da interação, localizada na região (I), a componente média de E_θ é pequena, não havendo variação sensível do raio de giro, enquanto na região (III) este passa a aumentar, uma vez que a componente média de E_θ é negativa.

A FIG. (5) mostra o comportamento dos elétrons próximos à ressonância ciclotrônica. No estágio final, os elétrons agrupados são desacelerados, transferindo energia para os campos de RF. Este agrupamento origina-se da variação relativística da frequência ciclotrônica com a energia. Elétrons cujas fases iniciais favorecem perda de energia avançam em fase, porque a giro-frequência aumenta devido ao decréscimo de massa, enquanto aqueles elétrons que ganham energia do campo de RF se atrasam nas suas fases. A tendência é a formação de um agrupamento azimutal de elétrons, como mostra a FIG. 5, para $\bar{\tau} \geq 9,0$.

Na FIG. 6 tem-se a energia média do feixe de elétrons ao longo da cavidade. No caso, é calculada a média aritmética da energia de um conjunto de 12 elétrons cujas fases iniciais estão uniformemente distribuídas sobre o círculo inicial de giração, como é mostrado na FIG. 5 para $\bar{\tau} = 0$. A eficiência do mecanismo de transferência da energia transversal dos elétrons para os campos de RF, com $\bar{B}_0 = 7,60$, $E_{\phi_0} = 0,18$, $L = 5$ e $\alpha = 1,5$, é $\eta = 39\%$.

Uma maneira de aumentar esta eficiência consiste no uso de um perfil não-uniforme para o campo magnético externo. Os cálculos anteriores, que se referem a um campo magnético constante, indicaram uma eficiência máxima de 39%, através da otimização dos parâmetros de entrada. Um campo magnético fracamente não-uniforme produz uma compressão adiabática no feixe, o que acarreta um aumento da energia transversal de rotação dos elétrons e permite melhor eficiência.

Para um campo magnético externo (FIG. 7(a)),

$$\vec{B}(r,z) = B_0 \left[(1+\delta z) \hat{e}_z - \frac{1}{2} \delta r \hat{e}_r \right], \quad (10)$$

onde δz é o termo de divergência. Fazendo $\bar{B}_0 = 7,37$ e $\delta = 0,45$ obtém-se $\eta = 77\%$, ocorrendo um sensível aumento na eficiência de saída, comparada com o caso da FIG. 6.

4. Conclusões

Através do método balístico em que se calculam, no contexto da dinâmica relativística, as trajetórias individuais de elétrons, foi estudada a interação entre um feixe tubular de elétrons relativísticos e os campos de RF de uma cavidade cilíndrica que opera no modo TE_{021} . Estes cálculos são bastante úteis em estágios iniciais de análise de girotrons, referentes a estimativas numéricas dos parâmetros de projeto. No entanto, um tratamento cinético ou uma teoria macroscópica de fluidos são mais convenientes para a descrição da estabilidade do feixe de elétrons, levando em consideração efeitos de carga especial.

Na FIG. 4(a) nota-se que o elétron, após atingir a posição $\bar{z} = 2,25$, passa a absorver energia dos campos de RF, ocorrendo uma reversão no processo de troca de energia com os campos da cavidade. Este aspecto inconveniente é devido à configuração do campo elétrico E_{θ} e à respectiva variação longitudinal, que no presente caso é senoidal. Uma distribuição longitudinal do campo de RF mais favorável, bem como uma consequente otimização da eficiência, pode ser realizada empregando, por exemplo, um ressoador de duas seções de guias de onda cilíndricas de raios diferentes [9].

Cálculos que envolvem cavidades cilíndricas de secção retilínea não-uniforme serão futuramente implementados, possibilitando o estudo da influência da geometria do ressoador no processo de geração de energia.

Títulos das Figuras

- FIG. 1 - Secção reta da cavidade que mostra a projeção das órbitas dos elétrons e o sistema de coordenadas usado no cálculo das trajetórias.
- FIG. 2 - Variação, ao longo da cavidade, da velocidade axial (c) e energia (b) normalizadas de um elétron (a) de fase inicial $\theta_0=2\pi/3$ e $\alpha=1,5$.
- FIG. 3 - Variação, ao longo da cavidade, da velocidade axial (c) e energia (b) normalizadas de um elétron (a) de fase inicial $\theta_0=5\pi/3$ e $\alpha=1,5$.
- FIG. 4 - Variação, ao longo da cavidade, da energia normalizada (b) de um elétron (a) de fase $\theta_0=5\pi/3$ e $\alpha=3,0$; (c) componente angular do campo elétrico transversal efetivo que atua sobre o elétron.
- FIG. 5 - Comportamento não-linear de elétrons relativísticos.
- FIG. 6 - Variação, ao longo da cavidade, da energia normalizada média de um feixe de elétrons de energia inicial de 70keV e $\alpha=1,5$.
- FIG. 7 - Variação (a) da energia normalizada média de um feixe de elétrons de energia inicial de 70keV e $\alpha=1,5$; o aumento na eficiência de saída, comparada com a FIG. 6, é devido a uma não-uniformidade no campo magnético externo; (b) perfil longitudinal do campo magnético não-uniforme, representado pela eq. (10).

Referências

- [1] R.M. Philips, "The ubitron, a high power travelling wave tube based on a periodic beam interaction in unloaded guide", *IRE Trans. Electron Devices*, vol. ED-7, pp. 231-241, Oct. 1960.
- [2] R.H. Pantell, "Electron beam interaction with fast waves", in *Proc. Symp. Millimeter Waves*, vol. 9, Brooklin, NY, Polytechnic Institute of Brooklin, pp. 301-312, 1959.
- [3] D.J. Swift-Hook and A. Reddish, "Cyclotron resonance and the generation of millimeter waves", in *Proc. Symp. Millimeter Waves*, vol. 9, Brooklin, NY, Polytechnic Institute of Brooklin, pp. 261-289, 1959.
- [4] D.L. Bobroff and H.A. Haus, "The cycloidotron, a proposed crossed-field, fast millimeter tube", *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. ED-10, pp. 235-242, July 1963.
- [5] A.V. Gaponov, "Interaction between electron fluxes and electromagnetic waves in waveguides", *Izv. VUZ. Radiofizika*, vol. 2, pp. 450-462, 1959.
- [6] A.V. Gaponov, A.L. Gol'denberg, D.P. Grigor'ev, T.B. Pankratova, M.J. Petelin and V.A. Flyagin, "Experimental investigation of centimeter band gyrotrons", *Radiophysics and Quantum Electronics*, vol. 18, nº 2, pp. 204-210, 1975.
- [7] J.J. Barroso e A. Montes, "Cálculo da eficiência de masers de ressonância ciclotrônica de elétrons (girotrons)", *2º Seminário de Intercâmbio entre os Institutos do CNPq*, INPE, S.J.Campos, Dez. 1982.
- [8] H.R. Jory, F. Friedlander, S.J. Hegji, J.F. Shivley and R.S. Symons, "Gyrotrons for high-power millimeter wave generation", *Dig. IEEE Int. Electron Devices Meet.*, pp. 234-273, 1977.
- [9] Yu. V. Bykov and A.L. Gol'denberg, "Influence of Resonator Profile on the Maximum Power of a Cyclotron-Resonance Maser", *Radiophysics and Quantum Electronics*, vol. 18, pp. 791-792, 1975.

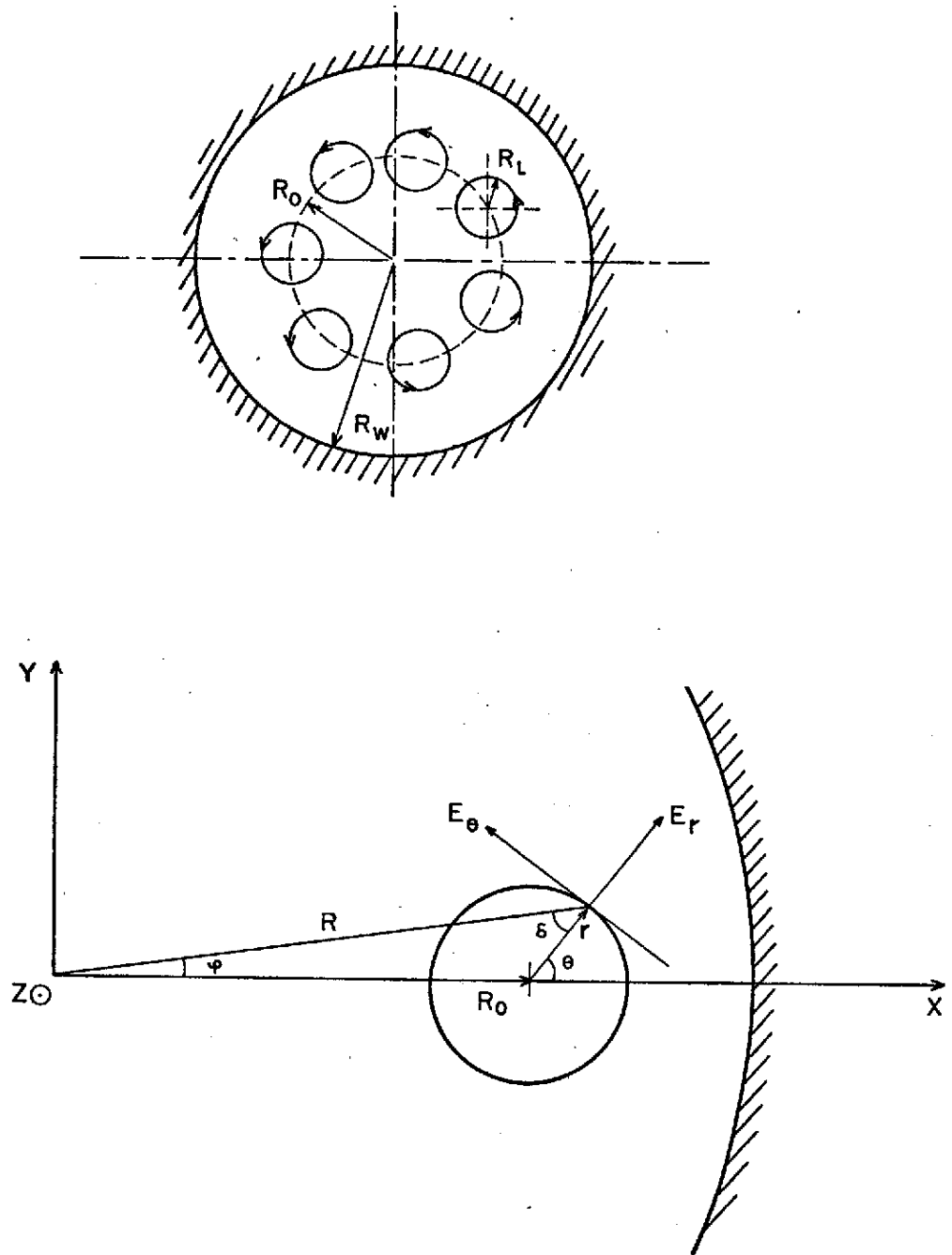


FIG. 1

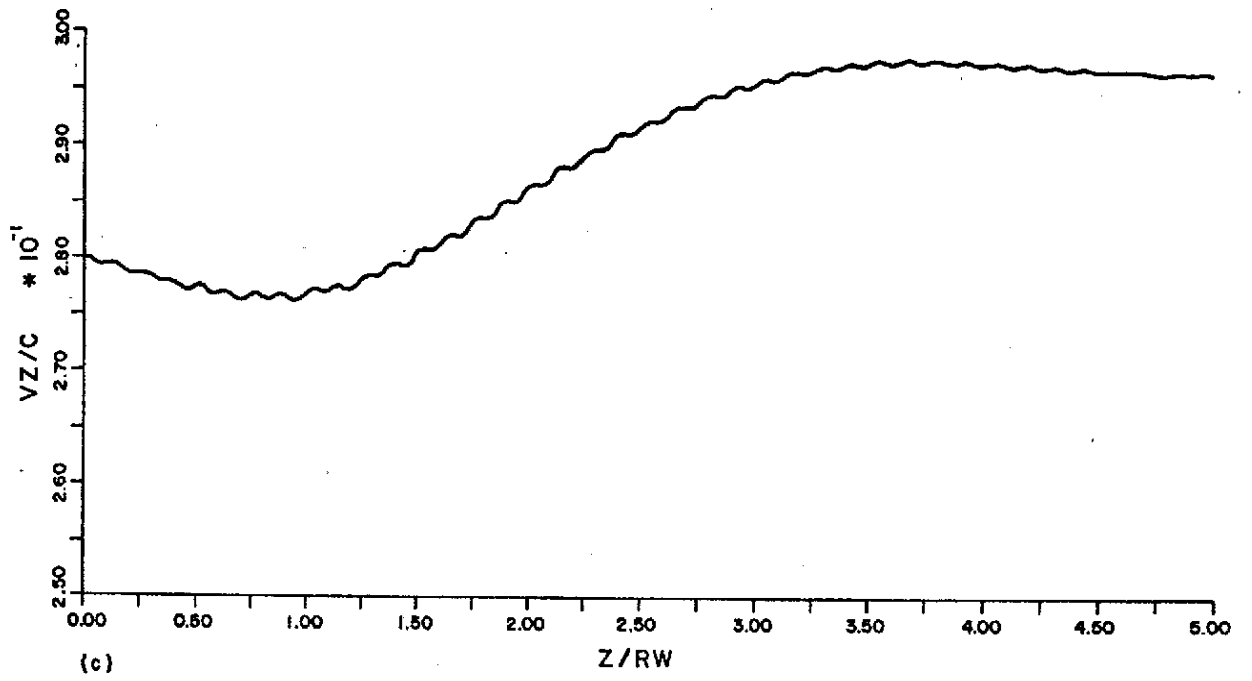
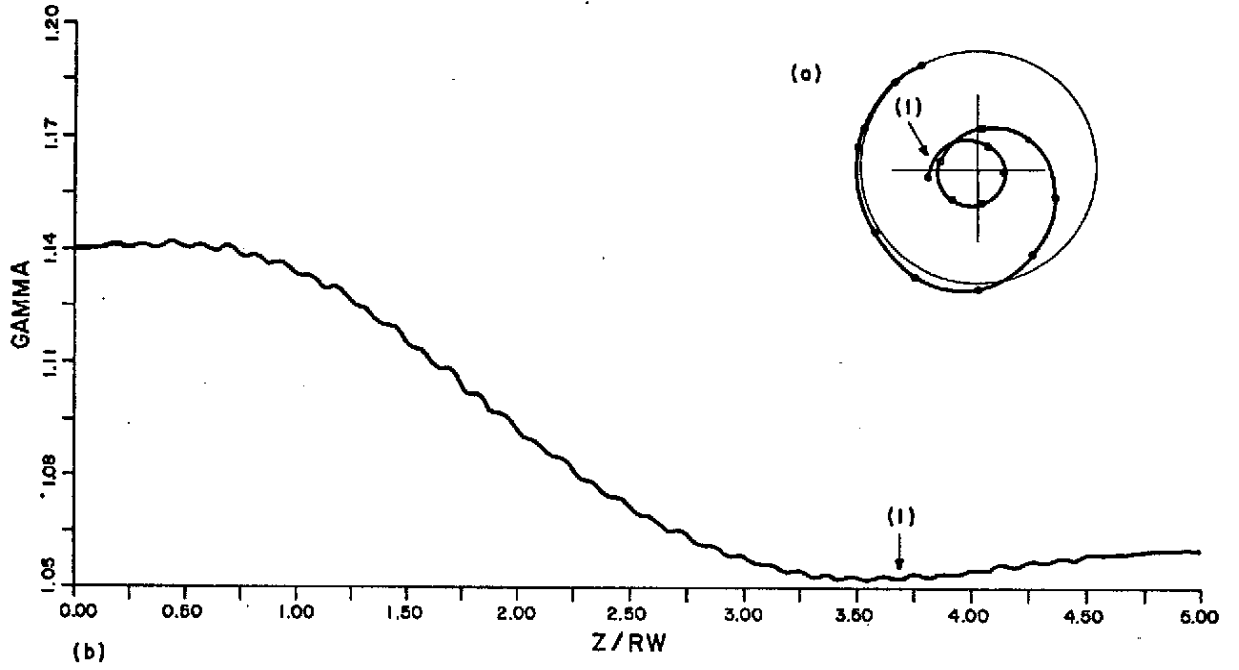


FIG. 2

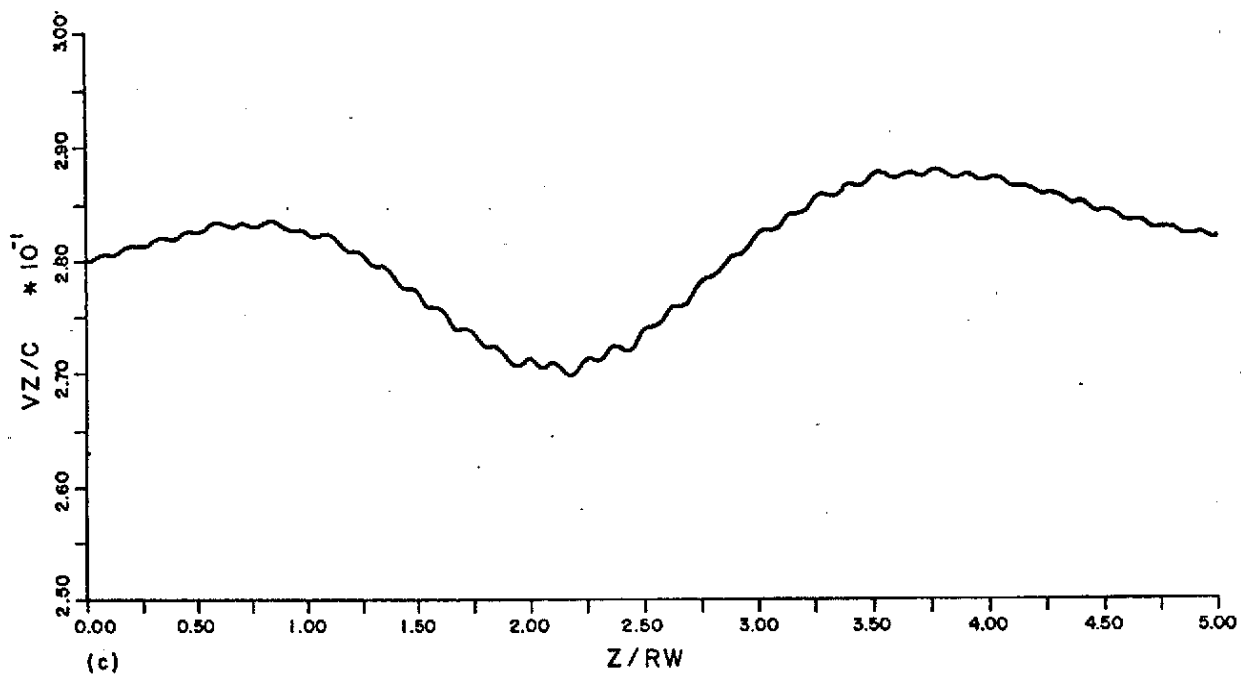
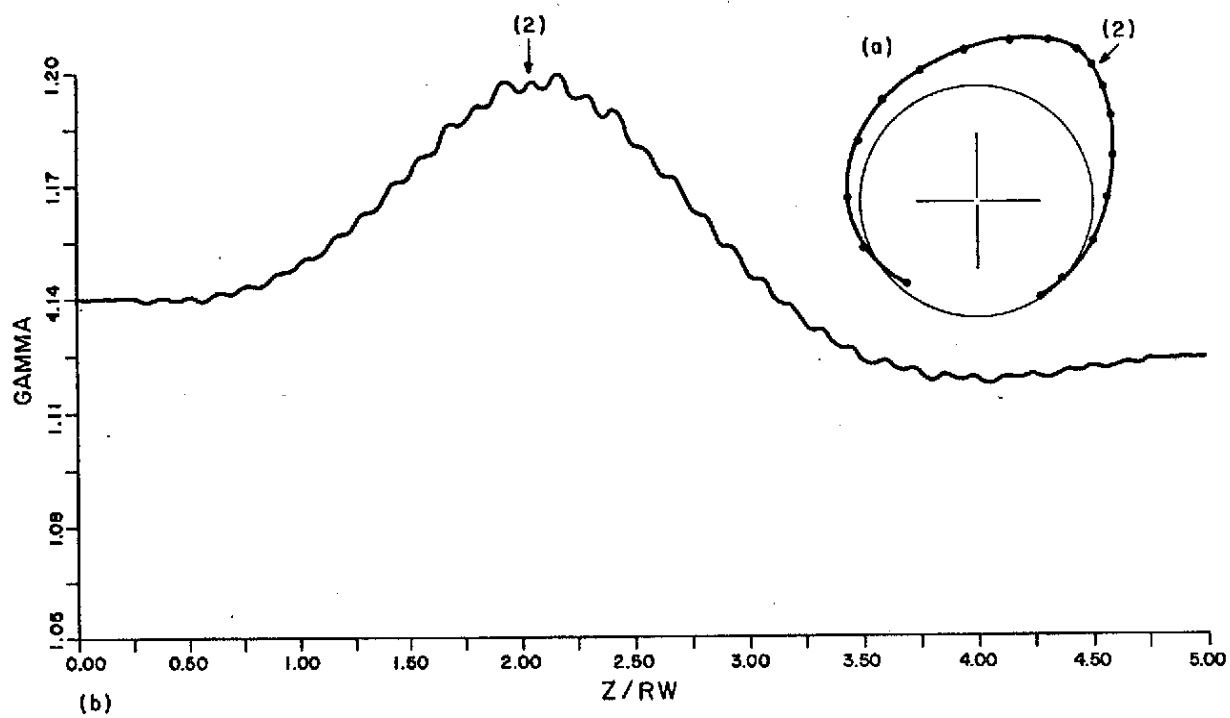


FIG. 3

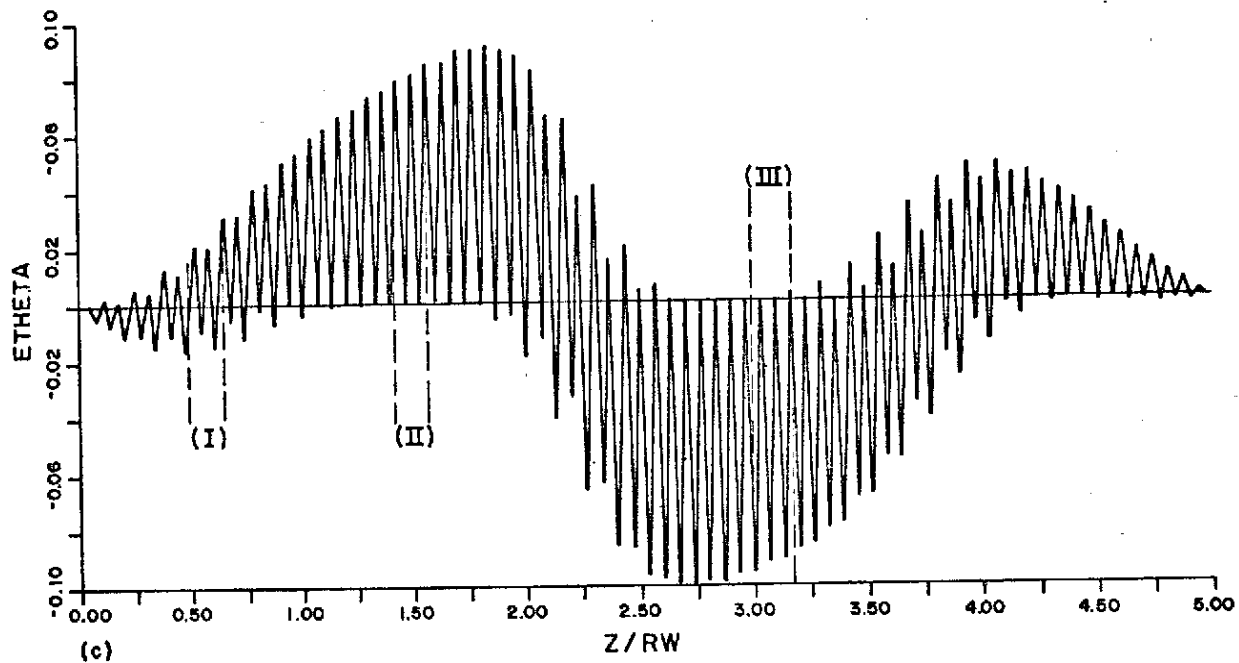
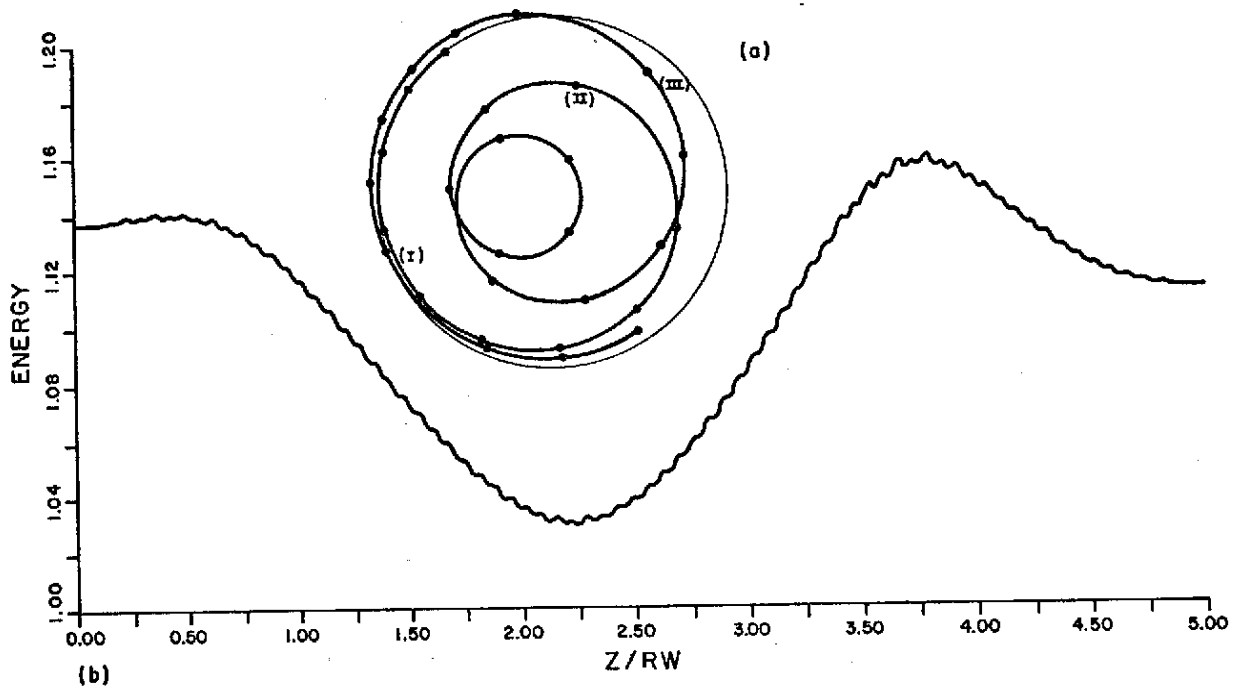


FIG. 4

COMPORTAMENTO NÃO LINEAR DE ELÉTRONS RELATIVÍSTICOS

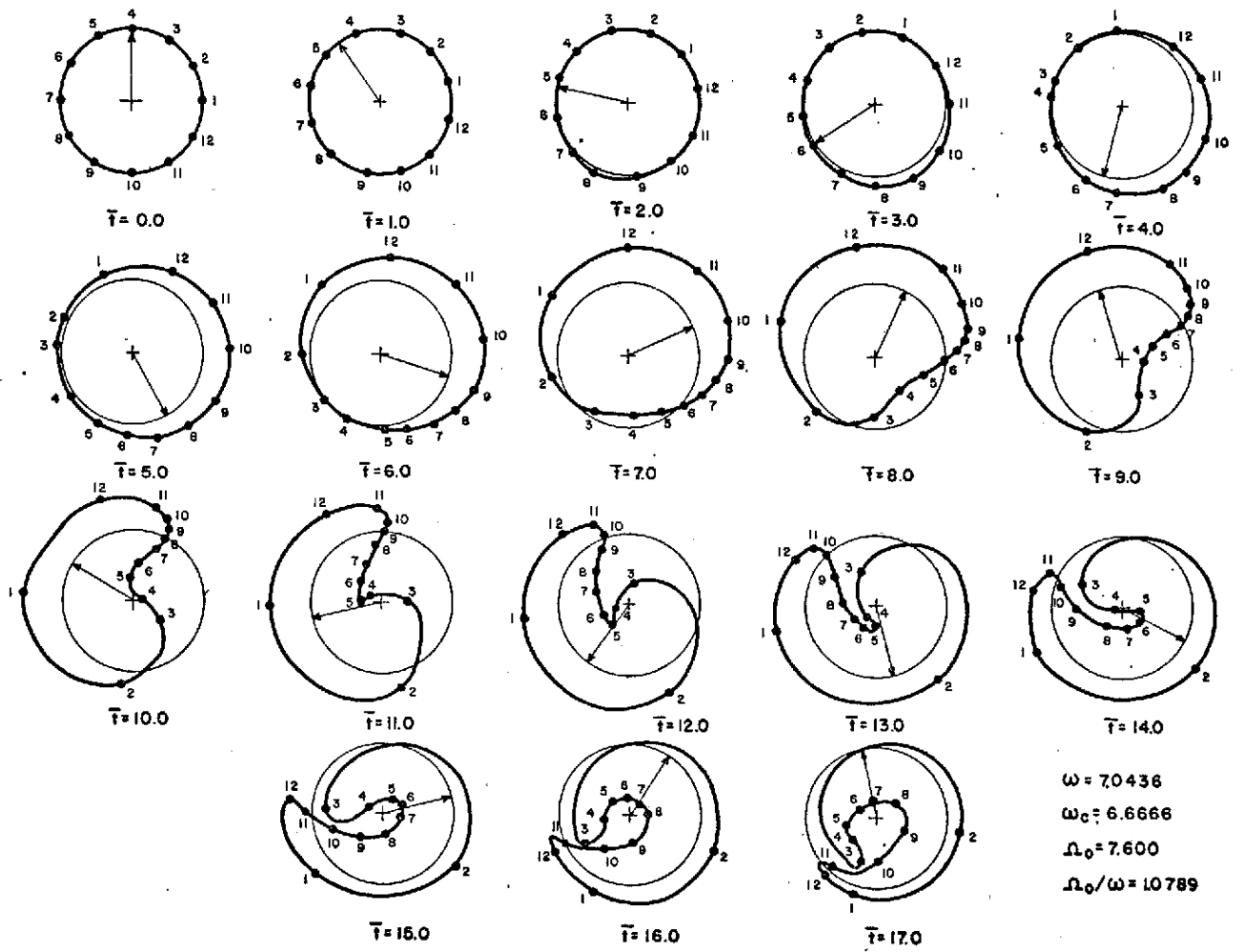


FIG. 5 .

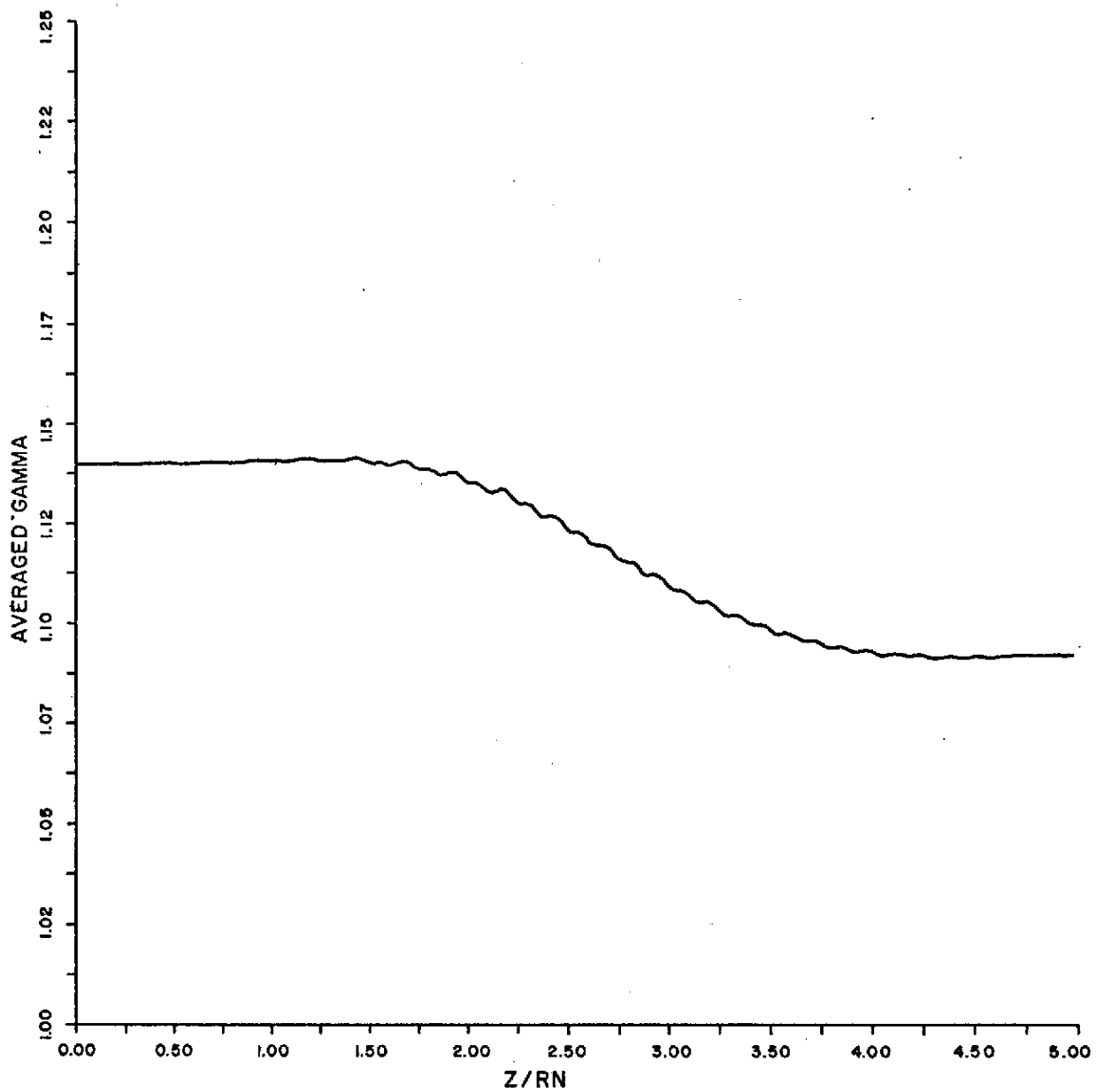


FIG. 6

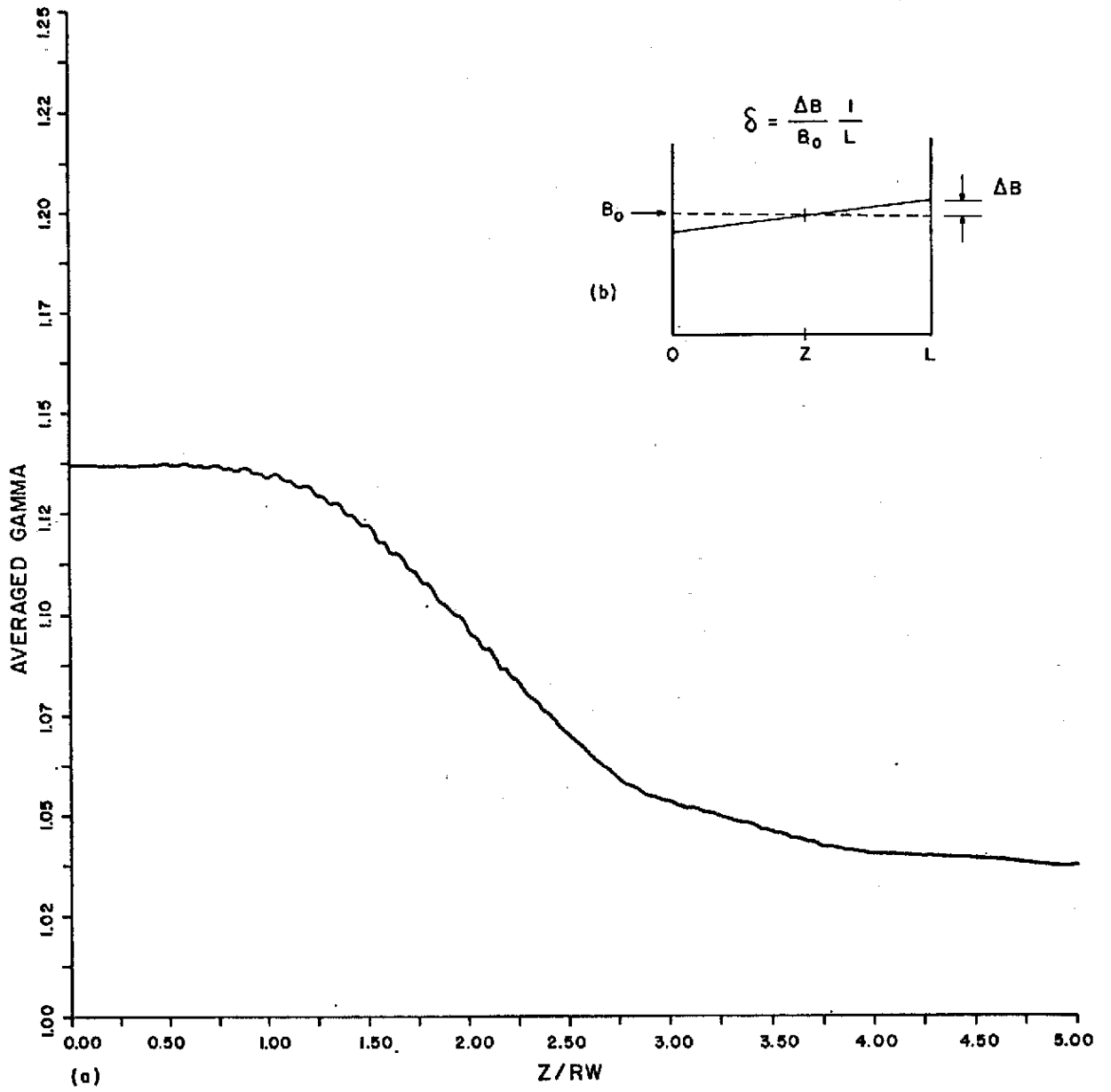


FIG. 7