



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

**INPE – 5681 – TDI / 567**

**ANÁLISE DAS TROCAS DE ENERGIA ENTRE MODOS  
VERTICAIS E HORIZONTAIS, EM RESPOSTA À FONTES  
TROPICAIS DE CALOR DE GRANDE ESCALA.**

Cláudia Regina de Andrade

Dissertação de Mestrado em Meteorologia, orientada pela Dr. José Paulo Bonatti,  
aprovada em outubro de 1994.

INPE  
São José dos Campos  
1994

551.5(816.4)

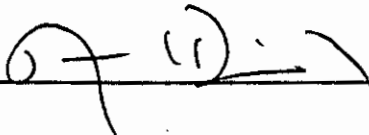
ANDRADE, C. R.

Análise das trocas de energia entre modos verticais e horizontais, em resposta à fontes tropicais de calor de grande escala / C.R. Andrade - São José dos campos : INPE, 1994. 366p. - (INPE-5681-TDI/567).

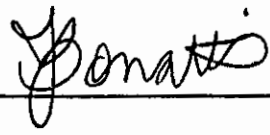
1. Funções de Hough. 2. Calor. 3. Meteorologia. I. Título

Aprovada pela Banca Examinadora  
em cumprimento a requisito exigido  
para a obtenção do Título de Mestre  
em Meteorologia

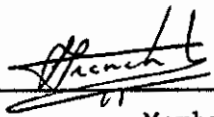
Dr. Antonio Divino Moura

  
\_\_\_\_\_  
Presidente

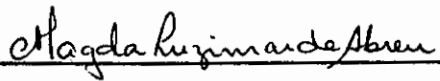
Dr. José Paulo Bonatti

  
\_\_\_\_\_  
Orientador

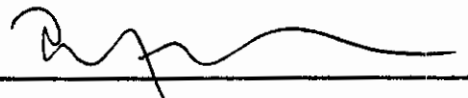
Dr. Sérgio Henrique Franchito

  
\_\_\_\_\_  
Membro da Banca

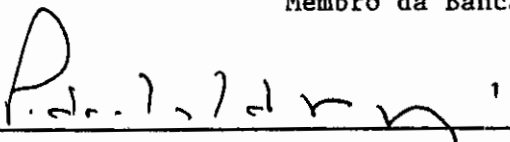
Dra. Magda Luzimar de Abreu

  
\_\_\_\_\_  
Membro da Banca

Dr. Prakki Satyamurty

  
\_\_\_\_\_  
Membro da Banca

Dr. Pedro Leite da Silva Dias

  
\_\_\_\_\_  
Membro da Banca  
- Convidado -

Candidata: Cláudia Regina de Andrade

São José dos Campos, 13 de outubro de 1994



Aos meus pais,  
Jucineide e Benedito,  
com carinho e gratidão.



## AGRADECIMENTOS

À minha família pelo incentivo e apoio em todos os momentos.

Ao Dr. José Paulo Bonatti pela orientação segura e organizada no desenvolvimento desse trabalho, bem como pelo seu exemplo de dedicação e competência.

Aos membros da banca examinadora pelas valiosas sugestões.

À todos os amigos do INPE pelo estímulo e ajuda.





## RESUMO

Desenvolveu-se um modelo global de equações primitivas em coordenada vertical sigma, espectral e não-linear, para estudar a resposta atmosférica a fontes tropicais de calor. Enfatizou-se a análise energética, tanto no que se refere às trocas verticais de energia como para as interferências entre os modos horizontais de oscilação (ondas de Rossby, Kelvin, mista e gravidade). Na solução da estrutura vertical da atmosfera utilizou-se a expansão em modos verticais normais obtendo um problema de autovalor-autovetor onde os autovalores são identificados como profundidade equivalente e os autovetores compõem a estrutura vertical associada com cada modo vertical normal. Para a solução da estrutura horizontal se fez uso das Funções Vetoriais de Hough como base para expansão das variáveis. O problema de autovalor-autovetor resultante tem como solução a frequência de oscilação de cada modo horizontal (autovalor) e os autovetores são os coeficientes de expansão das funções de Hough. As equações que compõem a estrutura horizontal da atmosfera foram escritas em forma espectral, com truncamento romboidal (R31), e os coeficientes de expansão para as forçantes e termos não-lineares foram obtidos através do método da transformada numérica. A integração no tempo utilizou o esquema semi-analítico. As fontes de calor foram dimensionadas com forma e posição comparáveis à convecção tropical e representadas por um campo tridimensional, com dependência temporal do tipo transiente ou estacionária. Mostrou-se que a partição de energia está associada com a forma geométrica e a posição latitudinal da forçante. Fontes de calor localizadas mais próximas do Equador e alongadas zonalmente excitaram muito mais a geração de modos gravitacionais do que as fontes mais circulares e relativamente mais distantes da faixa equatorial. Concluiu-se que a resposta atmosférica em latitudes médias foi mais intensa para a simulação realizada com um campo inicial diferente de zero, e mais intensa no Hemisfério Norte. A análise energética dos experimentos mostrou que ocorreram trocas de energia entre os modos verticais normais para o experimento com condição inicial observada, associadas ao cisalhamento vertical do escoamento zonal médio. A porcentagem da energia total relativa aos produtos cruzados (PX) permitiu avaliar as interferências entre as ondas. Concluiu-se que a atuação dos produtos cruzados foi dominante na faixa intertropical (entre 35°N e 30°S).



ANALYSIS OF ENERGY EXCHANGES AMONG VERTICAL AND HORIZONTAL  
MODES IN RESPONSE TO TROPICAL HEAT SOURCES OF LARGE-SCALE

ABSTRACT

A spectral non-linear global primitive equation model was developed, using sigma vertical coordinate to study the atmospheric response to tropical heat sources. This study focuses on energetic analysis concerning the vertical exchanges of energy and interferences among horizontal oscillation modes (Rossby, Kelvin, gravity and Rossby-gravity waves). For the vertical structure of the atmosphere it is done the expansion in vertical normal mode, which results in a eigenvalue-eigenfunction problem. The eigenvalues are known as equivalent heights and the eigenfunctions represent the vertical structure associated with each vertical normal mode. For the horizontal structure of the atmosphere, the variables expansion is based on the Hough functions. In this case the eigenvalue is the frequency of each horizontal mode and the eigenfunctions are expansion coefficients of the Hough functions. The equations for the horizontal structure were written in spectral notation and over rhomboidal truncation. The expansion coefficients of the forcing and the non-linear terms were evaluated by Eliassen transform method. Semi-analytic scheme was used to the time integration. Heat sources simulate tropical convection by means of a tridimensional field, with transient or stationary temporal dependence. It was found that energy partition depends on the the shape and latitude of the thermal forcing. Heat sources located near the equator and elongated zonally excited much more gravitational modes than rotational ones, if compared with circular sources centered at higher latitudes. The atmospheric response for the middle latitudes was more intense for simulations with non-zero initial condition and was stronger at North Hemisphere. Energy exchanges among vertical normal modes were also more sensitive to non-zero initial condition and were associated with the vertical shear of the zonal mean flow. The percentage of the total energy corresponding to cross products allowed to study interferences among horizontal modes. The terms including cross products were dominant in the intertropical band (between 35°N and 30°S).



## SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
LISTA DE FIGURAS.....	xvii
LISTA DE TABELAS.....	xxvii
LISTA DE SÍMBOLOS.....	xxix
<u>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO.....</u>	01
1.1 - Revisão bibliográfica.....	01
1.2 - Objetivos e estruturação do trabalho.....	05
<u>CAPÍTULO 2 - O MODELO GLOBAL DE EQUAÇÕES PRIMITIVAS..</u>	11
2.1 - Equações básicas.....	13
2.2 - A transformada vertical.....	21
<u>CAPÍTULO 3 - SOLUÇÃO DA ESTRUTURA VERTICAL.....</u>	27
3.1 - Introdução da coordenada vertical $\zeta$ .....	28
3.2 - Obtenção dos autovalores da estrutura vertical.	32
<u>CAPÍTULO 4 - SOLUÇÃO DA ESTRUTURA HORIZONTAL.....</u>	41
4.1 - Propriedades dos Harmônicos de Hough.....	46
4.2 - Obtenção da frequência e estrutura horizontal..	47
<u>CAPÍTULO 5 - FORMA ESPECTRAL DAS EQUAÇÕES DA ESTRU- TURA HORIZONTAL E ENERGÉTICA DO MODELO..</u>	69
5.1 - Desenvolvimento do método espectral.....	69
5.2 - Método numérico de solução.....	73
5.3 - Iniciação do modelo.....	74
5.4 - Energética do modelo.....	78
<u>CAPÍTULO 6 - METODOLOGIA E DESCRIÇÃO DOS EXPERIMENTOS</u>	81
6.1 - Experimentos que utilizam uma condição inicial de repouso.....	81

6.2 - Experimentos que utilizam uma condição inicial observada.....	81
6.3 - Especificação da forçante térmica.....	89
6.4 - Descrição dos experimentos.....	101
6.5 - Efeito da escala temporal e/ou espacial da forçante térmica na partição horizontal de energia	103

CAPÍTULO 7 - ANÁLISE DOS EXPERIMENTOS: CAMPOS PROG-NOSTICADOS.....

7.1 - Simulação com a fonte única da Amazônia.....	109
7.2 - Influência das fontes da África e Indonésia sobre a circulação troposférica na América do Sul	133
7.3 - Simulações com as 3 fontes de calor.....	138
7.3.1 - Comparação entre os experimentos com condição inicial de repouso (EX-4) e observada (EX-5).	138
7.3.2 - Comparação entre os experimentos utilizando fonte transiente (EX-4 e EX-5) e forçante estacionária (EX-6).....	173

CAPÍTULO 8 - ANÁLISE DOS EXPERIMENTOS: ENERGÉTICA....

8.1 - Médias globais e trocas verticais de energia para o experimento EX-5.....	187
8.2 - Médias zonais para os experimentos EX-4 e EX-5.	191
8.2.1 - Pressão à superfície.....	191
8.2.2 - Média zonal da energia total associada com cada modo vertical normal e da energia total integrada verticalmente para o experimento EX-4.....	191
8.2.3 - Média zonal da energia total associada com cada modo vertical normal e da energia total integrada verticalmente para o experimento EX-5.....	197
8.3 - Distribuição horizontal das energias cinética, potencial e total para os experimentos EX-4, EX-5 e EX-6.....	202

8.4 - Porcentagem da energia total associada com cada modo horizontal de oscilação e relativa aos produtos cruzados.....	218
8.4.1 - Experimentos EX-5 e EX-6.....	220
8.5 - Evolução temporal da energia total para cada modo horizontal de oscilação.....	237
8.5.1 - Experimento EX-4.....	237
8.5.1.1 - Energia total no ponto A ( $60^{\circ}$ W; $11,25^{\circ}$ S)...	238
8.5.1.2 - Energia total no ponto B ( $32,5^{\circ}$ W; $5^{\circ}$ S).....	239
8.5.1.3 - Energia total no ponto C ( $30^{\circ}$ W; $10^{\circ}$ S).....	240
8.5.1.4 - Energia total no ponto D ( $90^{\circ}$ W; $5^{\circ}$ N).....	242
8.5.1.5 - Energia total no ponto E ( $65^{\circ}$ W; $20^{\circ}$ S).....	243
8.5.2 - Experimento EX-5.....	245
8.5.2.1 - Energia total no ponto A ( $60^{\circ}$ W; $11,25^{\circ}$ S)...	245
8.5.2.2 - Energia total no ponto B ( $32,5^{\circ}$ W; $5^{\circ}$ S).....	246
8.5.2.3 - Energia total no ponto C ( $30^{\circ}$ W; $10^{\circ}$ S).....	247
8.5.2.4 - Energia total no ponto D ( $90^{\circ}$ W; $5^{\circ}$ N).....	249
8.5.2.5 - Energia total no ponto E ( $65^{\circ}$ W; $20^{\circ}$ S).....	250
8.5.3 - Experimento EX-6.....	252
8.5.3.1 - Energia total no ponto A ( $60^{\circ}$ W; $11,25^{\circ}$ S)...	252
8.5.3.2 - Energia total no ponto B ( $32,5^{\circ}$ W; $5^{\circ}$ S).....	253
8.5.3.3 - Energia total no ponto C ( $30^{\circ}$ W; $10^{\circ}$ S).....	254
8.5.3.4 - Energia total no ponto D ( $90^{\circ}$ W; $5^{\circ}$ N).....	256
8.5.3.5 - Energia total no ponto E ( $65^{\circ}$ W; $20^{\circ}$ S).....	257
<u>CAPÍTULO 9 - CONCLUSÕES</u> .....	261
9.1 - Resumo e discussão final.....	261
9.2 - Sugestões para trabalhos futuros.....	270
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	273
APÊNDICE A - EXPRESSÃO PARA OS TERMOS NÃO-LINEARES E FORÇANTES DAS EQUAÇÕES DA ESTRUTURA HORIZONTAL.....	281

APÊNDICE B - CAMPOS DERIVADOS: TEMPERATURA E GEOPO- TENCIAL.....	293
APÊNDICE C - EXPRESSÕES UTILIZADAS NO MODELO E CÁL- CULO DOS COEFICIENTES DE INTERAÇÃO ENTRE OS MODOS VERTICAIS NORMAIS.....	299
APÊNDICE D - FUNÇÕES ASSOCIADAS DE LEGENDRE NORMALI- ZADAS.....	329



## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1.1 - Radiação de onda longa climatológica (1974-1985) para os meses de dezembro a fevereiro.....	08
3.1 - Perfil vertical da temperatura (a) e da altura geopotencial (b) para o estado básico.....	30
3.2 - Perfil vertical dos autovalores ( $\psi_n$ ) da equação da estrutura vertical. (a) modos verticais 0, 1 e 2; (b) modos 3, 4 e 5 e (c) modos 6, 7 e 8...	39
4.1 - Diagrama de frequências das funções de Hough (autovalores da equação das marés de Laplace) em função do número de onda zonal (s).....	43
4.2 - Energia cinética zonal do modo de Rossby em função do harmônico zonal(s) e do índice meridional( $\ell$ ) para (a) $H_n \sim 10$ Km e (b) $H_n \sim 250$ m..	65
4.3 - Energia cinética meridional do modo de Rossby em função do harmônico zonal(s) e do índice meridional( $\ell$ ) para (a) $H_n \sim 10$ Km e (b) $H_n \sim 250$ m.	66
4.4 - Energia potencial disponível do modo de Rossby em função do harmônico zonal(s) e do índice meridional( $\ell$ ) para (a) $H_n \sim 10$ Km e (b) $H_n \sim 250$ m.	67
6.1 - Campo de velocidade zonal da condição inicial. (a) sem inicialização e (b) inicializado.....	82
6.2 - Campo de vento meridional da condição inicial. (a) sem inicialização e (b) inicializado.....	83
6.3 - Campo de vorticidade da condição inicial. inicialização e (b) inicializado.....	84
6.4 - Campo de divergência da condição inicial. (a) sem inicialização e (b) inicializado.....	85

6.5 - Velocidade vertical da condição inicial. (a) sem inicialização e (b) inicializado.....	87
6.6 - Campo de temperatura e estrutura meridional da pressão à superfície. (a) e (c) sem iniciali- zação; (b) e (d) inicializado.....	88
6.7 - Evolução temporal do campo de pressão à super- fície no ponto (15°W; 8°N), mostrando o efeito da inicialização não-linear por modos normais.	89
6.8 - Representação esquemática da inclinação da fonte de calor com a direção leste-oeste.....	90
6.9 - Distribuição horizontal de calor simulando a convecção sobre a Amazônia, África e Indonésia.	92
6.10 - Dependência temporal da forçante térmica. As curvas A e C representam fontes transientes e as curvas B e D indicam o caso estacionário...	95
6.11 - Perfil vertical do aquecimento diabático com máximos em 525, 850 e 350 hPa, indicados res- pectivamente pelas curvas A, B e C.....	97
6.12 - Dominância do aquecimento por modo vertical...	100
6.13 - Componente meridional do vento em 200 hPa mostrando o efeito da forma e latitude da fonte para a resposta atmosférica de grande escala.....	107
7.1 - Distribuição horizontal de calor para o expe- rimento EX-1.....	109
7.2 - Vetor vento em baixos níveis (850 hPa) às 24h, para o campo total (a) e modo de Rossby (b)...	111
7.3 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para o campo total, em 200 hPa e às 24h.....	112
7.4 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para o modo de Rossby, em 200 hPa e às 24h.....	113

7.5 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para o campo total, em 200 hPa e às 48h.....	114
7.6 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para o modo de Rossby, em 200 hPa e às 48h.....	115
7.7 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para o campo total, em 200 hPa e às 72h.....	116
7.8 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para o modo de Rossby, em 200 hPa e às 72h.....	117
7.9 - Vetor vento em baixos níveis (850 hPa) às 24h, para o modo de Kelvin (a) e onda mista (b)....	119
7.10 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para o modos de Kelvin, em 200 hPa e às 24h.....	120
7.11 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para a onda mista, em 200 hPa e às 24h.....	121
7.12 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para o modo de Kelvin, em 200 hPa e às 48h.....	122
7.13 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para a onda mista, em 200 hPa e às 48h.....	123
7.14 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para o modo de Kelvin, em 200 hPa e às 72h.....	124
7.15 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para a onda mista, em 200 hPa e às 72h.....	125
7.16 - Média meridional (entre 10°N e 20°S) da velocidade vertical para o campo total (a), onda de Kelvin (b) e onda de Rossby (c), às 48h....	127
7.17 - Campo de velocidade vertical em 500 hPa (a) e divergência horizontal em 200 hPa (b) para o campo total, às 72h.....	129

7.18 - Energia potencial disponível (48h) do campo total usando 5 modos verticais normais (a); somente o segundo modo vertical interno (b) e e somente o modo externo (c).....	131
7.19 - Distribuição horizontal de calor utilizada no experimento EX-2 (a) e EX-3 (b).....	133
7.20 - Experimento EX-2: altura geopotencial (a) e vetor vento (b) relativos ao campo total, em 200 hPa e às 60 h.....	135
7.21 - Experimento EX-3: altura geopotencial (a) e vetor vento (b) relativos ao campo total, em 200 hPa e às 60 h.....	137
7.22 - Altura geopotencial em 200 hPa e às 60 horas. (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição de repouso e (c) campo diferença: (a)-(b).....	139
7.23 - Altura geopotencial em 200 hPa e às 120 horas. (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição de repouso e (c) campo diferença: (a)-(b).....	141
7.24 - Altura geopotencial em 850 hPa e às 120 horas. (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição de repouso e (c) campo diferença: (a)-(b).....	143
7.25 - Representação esquemática do deslocamento da alta em geopotencial (linha cheia) e da baixa em 850 hPa (linha tracejada) durante o período de integração do experimento EX-5.....	144
7.26 - Campo de velocidade zonal em 200 hPa e às 60h. (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição de repouso e (c) campo diferença: (a)-(b).....	146

7.27 - Campo de velocidade zonal em 200 hPa e às 120h (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição de repouso e (c) campo diferença: (a)-(b).....	147
7.28 - Campo de velocidade zonal em 850 hPa e às 120h (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição de repouso e (c) campo diferença: (a)-(b).....	149
7.29 - Campo de vento meridional em 200 hPa e às 60h. (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição de repouso e (c) campo diferença: (a)-(b).....	152
7.30 - Campo de vento meridional em 200 hPa e às 120h (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição de repouso e (c) campo diferença: (a)-(b).....	153
7.31 - Campo de vento meridional em 850 hPa e às 120h (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição de repouso e (c) campo diferença: (a)-(b).....	155
7.32 - Campo de vorticidade em 200 hPa e às 60 h. (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição de repouso e (c) campo diferença: (a)-(b).....	158
7.33 - Campo de vorticidade em 200 hPa e às 120 h. (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição de repouso e (c) campo diferença: (a)-(b).....	160
7.34 - Campo de divergência em 200 hPa e às 60 h. (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição de repouso e (c) campo diferença: (a)-(b).....	162

7.35 - Campo de divergência em 200 hPa e às 120 h. (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição de repouso e (c) campo diferença: (a)-(b).....	164
7.36 - Campo de velocidade vertical (500 hPa e 60h). (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição de repouso e (c) campo diferença: (a)-(b).....	166
7.37 - Campo de velocidade vertical (500 hPa e 120h). (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição de repouso e (c) campo diferença: (a)-(b).....	168
7.38 - Campo de pressão à superfície, às 60 horas. (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição de repouso e (c) campo diferença: (a)-(b).....	170
7.39 - Campo de pressão à superfície, às 120 horas. (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição de repouso e (c) campo diferença: (a)-(b).....	171
7.40 - Desvio em relação à condição inicial para a altura geopotencial, em resposta à forçante estacionária. (a) 200 hPa e 60 h; (b) 200 hPa e 120 h e (c) 850 hPa e 120 h.....	174
7.41 - Desvio em relação à condição inicial para a velocidade zonal, em resposta à forçante estacionária. (a) 200 hPa e 60 h; (b) 200 hPa e 120 h e (c) 850 hPa e 120 h.....	176
7.42 - Desvio em relação à condição inicial para o vento meridional, em resposta à forçante estacionária. (a) 200 hPa e 60 h; (b) 200 hPa e 120 h e (c) 850 hPa e 120 h.....	178

7.43 - Desvio em relação à condição inicial para o campo de vorticidade em 200 hPa, em resposta à forçante estacionária. (a) 60 h; (b) 120 h....	180
7.44 - Desvio em relação à condição inicial para o campo de divergência em 200 hPa, em resposta à forçante estacionária. (a) 60 h; (b) 120 h....	182
7.45 - Desvio em relação à condição inicial para a velocidade vertical em 200 hPa, em resposta à forçante estacionária. (a) 60 h; (b) 120 h....	184
7.46 - Desvio em relação à condição inicial para o campo de pressão à superfície em resposta à forçante estacionária. (a) 60 h; (b) 120 h....	185
8.1 - Média global da energia total (linha cheia) e média global da pressão à superfície (linha tracejada) para o experimento EX-5.....	189
8.2 - Porcentagem da energia total (média global) associada com cada modo vertical normal relacionado ao experimento EX-5.....	190
8.3 - Média zonal da pressão à superfície (hPa) para os experimentos (a) EX-4 e (b) EX-5.....	193
8.4 - Média zonal da energia total ( $m^2/s^2$ ) integrada verticalmente(a), e da energia total associada com o modo externo (b) e com cada um dos modos internos: 1° (c), 2° (d), 3° (e) e 4° (f), para o experimento EX-4.....	194
8.5 - Média zonal da energia total ( $m^2/s^2$ ) integrada verticalmente(a), e da energia total associada com o modo externo (b) e com cada um dos modos internos: 1° (c), 2° (d), 3° (e) e 4° (f), para o experimento EX-5.....	199

8.6 - Distribuição horizontal de energia cinética total para os experimentos EX-4 (a), EX-5 (b) e EX-6 (c), às 60 h.....	203
8.7 - Distribuição horizontal de energia cinética total para os experimentos EX-4 (a), EX-5 (b) e EX-6 (c), às 120 h.....	205
8.8 - Distribuição horizontal de energia potencial disponível para os experimentos EX-4 (a), EX-5 (b) e EX-6 (c), às 60 h.....	207
8.9 - Distribuição horizontal de energia potencial disponível para os experimentos EX-4 (a), EX-5 (b) e EX-6 (c), às 120 h.....	209
8.10 - Distribuição horizontal de energia total para os experimentos EX-4 (a), EX-5 (b) e EX-6 (c), às 60 h. Os campos-diferença são: $(d)=(b)-(a)$ e $(e)=(c)-(a)$ .....	211
8.11 - Distribuição horizontal de energia total para os experimentos EX-4 (a), EX-5 (b) e EX-6 (c), às 120 h. Os campos-diferença são: $(d)=(b)-(a)$ e $(e)=(c)-(a)$ .....	216
8.12 - Porcentagem da energia total associada aos produtos cruzados para os experimentos EX-5 e EX-6, às 60 h.....	221
8.13 - Porcentagem da energia total associada ao modo de Rossby para os experimentos EX-5 e EX-6, às 60 h.....	222
8.14 - Porcentagem da energia total associada ao modo de Kelvin para os experimentos EX-5 e EX-6, às 60 h.....	225
8.15 - Porcentagem da energia total associada à onda mista para os experimentos EX-5 e EX-6, às 60 h.....	226



8.16 - Porcentagem da energia total associada ao modo de gravidade para os experimentos EX-5 e EX-6, às 60 h.....	228
8.17 - Porcentagem da energia total associada aos produtos cruzados para os experimentos EX-5 e EX-6, às 120 h.....	229
8.18 - Porcentagem da energia total associada ao modo de Rossby para os experimentos EX-5 e EX-6, às 120 h.....	231
8.19 - Porcentagem da energia total associada ao modo de Kelvin para os experimentos EX-5 e EX-6, às 120 h.....	232
8.20 - Porcentagem da energia total associada à onda mista para os experimentos EX-5 e EX-6, às 120 h.....	234
8.21 - Porcentagem da energia total associada ao modo de gravidade para os experimentos EX-5 e EX-6, às 120 h.....	235
8.22 - Localização dos pontos considerados para estudar a evolução temporal da energia total associada com cada modo horizontal.....	238
8.23 - Evolução temporal da energia total ( $m^2/s^2$ ) relativa ao experimento EX-4, para os pontos de grade A: $60^\circ W, 11.25^\circ S$ (a), B: $32.5^\circ W, 5^\circ S$ (b) e C: $30^\circ W, 10^\circ N$ (c).....	241
8.24 - Evolução temporal da energia total ( $m^2/s^2$ ) relativa ao experimento EX-4, para os pontos de grade D: $90^\circ W, 5^\circ N$ (a) e E: $65^\circ W, 20^\circ S$ (b).....	244
8.25 - Evolução temporal da energia total ( $m^2/s^2$ ) relativa ao experimento EX-5, para os pontos de grade A: $60^\circ W, 11.25^\circ S$ (a), B: $32.5^\circ W, 5^\circ S$ (b) e C: $30^\circ W, 10^\circ N$ (c).....	248

8.26 - Evolução temporal da energia total ( $m^2/s^2$ ) relativa ao experimento EX-5, para os pontos de grade D:90°W,5°N (a) e E:65°W,20°S (b).....	251
8.27 - Evolução temporal da energia total ( $m^2/s^2$ ) relativa ao experimento EX-6, para os pontos de grade A:60°W,11.25°S (a), B:32.5°W,5°S (b) e C:30°W,10°N (c).....	255
8.24 - Evolução temporal da energia total ( $m^2/s^2$ ) relativa ao experimento EX-4, para os pontos de grade D:90°W,5°N (a) e E:65°W,20°S (b).....	258

## LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
3.1 - Profundidade equivalente e velocidade de fase para os nove primeiros modos verticais normais mais da estrutura vertical.....	38
6.1 - Raio de decaimento, longitude e latitude dos centros das fontes de calor.....	92
6.2 - Efeito da escala temporal da forçante na partição horizontal de energia.....	99
6.3 - Descrição dos experimentos realizados.....	103
6.4 - EX-1: distribuição de energia entre os modos horizontais de oscilação.....	102
6.5 - EX-2: distribuição de energia entre os modos horizontais de oscilação.....	104
6.6 - EX-3: distribuição de energia entre os modos horizontais de oscilação.....	105
6.7 - EX-4: distribuição de energia entre os modos horizontais de oscilação.....	105
A.1 - Valores numéricos para o coeficiente de interação tripla $\alpha_{\ell m_1}$ .....	290
A.2 - Valores numéricos para o coeficiente de interação tripla $\alpha_{\ell m_2}$ .....	290
A.3 - Valores numéricos para o coeficiente de interação tripla $\alpha_{\ell m_3}$ .....	291
A.4 - Valores numéricos para o coeficiente de interação tripla $\alpha_{\ell m_4}$ .....	291
A.5 - Valores numéricos para o coeficiente de interação tripla $\alpha_{\ell m_5}$ .....	292

## LISTA DE SÍMBOLOS

- a - Raio médio da Terra ( $6.37 \times 10^6$  m)
- A, B - Parâmetros adimensionais obtidos na dependência vertical do aquecimento
- $\mathbf{A}$  - Vetor tridimensional das variáveis de estado (vento e geopotencial)
- $A'_0, B'_0 / A'_n, B'_n$  - Constantes de integração da solução da estrutura vertical  $Z_0(\zeta) / Z_n(\zeta)$
- $A_m^s, B_m^s, C_m^s$  - Coeficientes de expansão das funções de Hough
- $c = (gH)^{1/2}$  - Velocidade de fase da onda de gravidade pura ( $m s^{-1}$ )
- $c_p$  - Calor específico do ar seco à pressão constante ( $1005 m^2 s^{-2} K^{-1}$ )
- $C'_0, D'_0 / C'_n, D'_n$  - Constantes de integração da derivada primeira de  $Z_0(\zeta) / Z_n(\zeta)$
- $C_{r,n}^{s,\ell}(t)$  - Coeficiente de expansão no tempo de  $\mathbf{A}$
- $[DZ](\zeta)$  - Derivada primeira da função estrutura vertical  $Z(\zeta)$
- $[D^2Z](\zeta)$  - Derivada segunda da função estrutura vertical  $Z(\zeta)$
- $E_m^s$  - Parâmetro introduzido para simplificar a notação dos polinômios de Legendre
- ECZ/ECM - Energia cinética zonal/meridional
- EPD - Energia potencial disponível
- ECN/EPN/ETN - Energia cinética/ potencial disponível/ total associada com cada modo vertical n

EUNL/EVNL	- Energia cinética zonal/meridional associada a cada modo vertical n, relativa aos termos não-lineares
EPNL/ETNL	- Energia potencial disponível/total de cada modo vertical n relativa aos termos não-lineares
$E'_0, F'_0 / E'_n, F'_n$	- Constantes de integração da derivada segunda de $Z_0(\zeta) / Z_n(\zeta)$
$f = 2\Omega \sin\varphi$	- Parâmetro de Coriolis ( $s^{-1}$ )
$f^{s,\ell} (t)$	- Coeficiente de expansão no tempo de F
$F_{r,n}$	- Termos não-lineares e forçantes na equação da energia termodinâmica
$F_q$	
$F_\lambda$	- Forçante no momentum na direção zonal ( $m s^{-2}$ )
$F_\varphi$	- Forçante no momentum na direção meridional ( $m s^{-2}$ )
F	- Vetor tridimensional dos forçantes
g	- Aceleração da gravidade ( $9.81 m s^{-2}$ )
$G'_0, H'_0 / G'_n, H'_n$	- Constantes de integração da derivada segunda de $[IZ_0](\zeta) / [IZ_n](\zeta)$
$h_n$	- Coeficiente de expansão da variável P
$\hat{h}_n(\lambda, \varphi, t)$	- Coeficiente de expansão de $h_n$ para a frequência $\nu$
$H_n$	- Profundidade equivalente associada ao modo vertical n (m)
$H_{r,n}^{s,\ell}(\lambda, \varphi)$	- Harmônico de Hough

$i = (-1)^{1/2}$	- Número imaginário
$I$	- Número de pontos de grade zonais
$I_c(a,b), I_s(a,b)$ $I_0, I_1, I_2, I_3$	- Nomenclatura para expressões analíticas de integrais envolvendo funções trigonométricas e exponenciais
$[IZ](\zeta)$	- Integral da estrutura vertical $Z(\zeta)$ no domínio de 0 a $\zeta$
$J, j$	- Número de pontos de grade meridionais
$l$	- Índice para os modos meridionais
$L$	- Número de fontes de calor a serem simuladas pelo modelo
$\underline{L}$	- Operador linear matricial
$M$	- Truncamento da expansão em funções associadas de Legendre normalizadas
$m$	- Nível de tempo na integração numérica e índice para modo vertical
$n$	- Índice para os modos verticais
$N$	- Vetor tridimensional dos termos não-lineares
$p$	- Pressão local (hPa)
$p_s$	- Pressão à superfície (hPa)
$\bar{p}_s$	- Média global da pressão à superfície (hPa)
$P$	- Geopotencial generalizado ( $m^2 s^{-2}$ )
$P_m^s(\mu)$	- Funções associadas de Legendre normalizadas
$q$	- Logaritmo neperiano da razão ( $p_s/\bar{p}_s$ )
$\dot{Q}(\lambda, \varphi, \sigma, t)$	- Taxa de aquecimento convectivo ( $K s^{-1}$ )

$\dot{Q}_m(\lambda, \varphi, t)$	- Taxa de aquecimento convectivo associada com cada modo vertical $m$
$\hat{Q}_m$	- Forma adimensional de $\dot{Q}_m$
$\dot{\Theta}_n$	- Coeficiente que indica a expansão vertical da forçante térmica
$Q_0$	- Valor da taxa de aquecimento (K/dia)
$Q_H(\lambda, \varphi)$	- Distribuição horizontal de calor
$Q_\sigma(\sigma)$	- Perfil vertical do aquecimento
$Q_t(t)$	- Dependência temporal do aquecimento
$r$	- Índice para o tipo de onda de acordo com a frequência
$r_{\lambda\ell}$	- Raio de decaimento zonal da $\ell$ -ésima fonte de calor (rad)
$r_{\varphi\ell}$	- Raio de decaimento da $\ell$ -ésima fonte de calor na direção meridional (rad)
$R_d$	- Constante do gás para o ar seco (287.05 J Kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )
$\hat{R}_n^u, \hat{R}_n^v, \hat{R}_n^h$	- Parte não-linear do sistema de equações primitivas
$s$	- Número de onda zonal
$S_n$	- Matriz que adimensionaliza as variáveis de estado
$\bar{S}(\zeta)$	- Estabilidade estática do estado básico em coordenada vertical $\zeta$ (constante)
$t$	- Tempo (s)
$T$	- Campo de temperatura total (K)
$\bar{T}(\sigma)$	- Perfil de temperatura do escoamento básico (K)

$T'$	- Desvio de temperatura em relação à $\bar{T}$ (K)
$\bar{T}_T/\bar{T}_s$	- Temperatura do estado básico no topo/superfície da atmosfera
$T_m$	- Forma adimensional do perfil de temperatura $\bar{T}_m$ associado com o modo vertical $m$
$u(\lambda, \varphi, \sigma, t)$	- Componente zonal do vento ( $m s^{-1}$ )
$\hat{u}_n(\lambda, \varphi, t)$	- Coeficiente horizontal de expansão de $u$
$\hat{U}_n(\varphi)$	- Amplitude meridional adimensional de $u_n$
$v(\lambda, \varphi, \sigma, t)$	- Componente meridional do vento ( $m s^{-1}$ )
$\hat{v}_n(\lambda, \varphi, t)$	- Coeficiente horizontal de expansão de $v$
$\hat{V}_n$	- Amplitude meridional adimensional de $v_n$
$W(\lambda, \varphi, \sigma, t)$	- Vetor velocidade horizontal ( $m s^{-1}$ )
$W$	- Velocidade vertical generalizada ( $m s^{-1}$ )
$w_j$	- Pesos gaussianos
$Z(\lambda, \varphi, \sigma, t)$	- Altura geopotencial (m)
$\bar{Z}(\sigma)$	- Altura geopotencial do estado básico (m)
$Z'(\lambda, \varphi, \sigma, t)$	- Desvio da altura geopotencial em relação à $\bar{Z}(\sigma)$
$\hat{Z}_n(\varphi)$	- Amplitude adimensional de $h_n$
$Z_s(\lambda, \varphi)$	- Topografia (m)
$Z_n(\zeta)$	- Função estrutura horizontal em coordenada vertical $\zeta$
$\alpha_{\ell mn}$	- Coeficiente de interação entre os modos verticais $\ell, m, n$
$\beta_\ell(\sigma), \theta_\ell(\sigma)$	- Parâmetros que sintetizam expressões para integrais da função $\psi_\ell(\sigma)$



$\chi_{\ell m}$	- Coeficiente de interação entre os modos verticais $\ell$ e $m$
$\delta_{mn}$	- Delta de Kronecker
$\Delta$	- Intervalo de contorno nas isolinhas das figuras
$\Delta t$	- Incremento no tempo na integração numérica (s)
$\varepsilon_n$	- Parâmetro de Lamb (adimensional)
$\phi(\lambda, \varphi, \sigma, t)$	- Geopotencial ( $m^2 s^{-2}$ )
$\bar{\phi}(\sigma)$	- Geopotencial da atmosfera básica ( $m^2 s^{-2}$ )
$\Phi_n(\lambda, \varphi, t)$	- Velocidade potencial ( $m^2 s^{-1}$ )
$\hat{\Phi}_n(\varphi)$	- Amplitude meridional de $\Phi_n$
$\gamma$	- Constante de separação na solução analítica da estrutura vertical
$\bar{\Gamma}(\sigma)$	- Estabilidade estática do estado básico em coordenada vertical $\sigma$ (K/m)
$\eta_{\ell mn}$	- Coeficiente de interação entre os modos verticais
$\eta_{r,n}^{s,\ell}(t)$	- Coeficiente de expansão de N
$\psi_n(\sigma)$	- Função estrutura vertical
$\Psi_n(\lambda, \varphi, t)$	- Função de Corrente ( $m^2 s^{-1}$ )
$\hat{\Psi}_n(\varphi)$	- Amplitude meridional de $\Psi_n$
$\kappa$	- Constante dada pela razão $R_d/c_p$
$\lambda$	- Longitude ( $^\circ$ )
$\hat{\Lambda}_\ell^u, \hat{\Lambda}_\ell^v$	- Forma adimensional do coeficiente de dissipação de momentum

$\hat{\Lambda}_\ell^T$	- Forma adimensional do coeficiente de resfriamento
$\mu$	- Seno das latitudes (adimensional)
$\mu_j$	- Seno das latitudes (adimensional)
$\nu$	- Freqüência adimensional
$\pi$	- Número irracional (3.14159...)
$\rho_{\ell mn}$	- Coeficiente de interação entre os modos verticais
$\sigma$	- Coordenada vertical dada pela razão $p/p_s$
$\sigma_T/\sigma_s$	- Valor da variável $\sigma$ no topo/superfície da atmosfera
$\sigma_{max}$	- Valor de $\sigma$ correspondente ao máximo de aquecimento
$\dot{\sigma}$	- Velocidade vertical em coordenada $\sigma$
$\Sigma$	- Somatório
$\tau$	- Tempo total de integração
$\tau_{\ell mn}$	- Coeficiente de interação entre os modos verticais
$\varphi$	- Latitude ( $^\circ$ )
$\omega$	- Velocidade vertical em coordenada de pressão
$\omega_{\ell mn}$	- Coeficiente de interação entre os modos verticais
$\Omega$	- Velocidade angular da Terra ( $7.292 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ )
$\xi_{\ell mn}$	- Coeficiente de interação entre os modos verticais
$\vartheta_n$	- Parâmetro adimensional indicado por $\epsilon_n^2$

- $\zeta$  - Coordenada vertical indicada pelo logaritmo neperiano de  $\sigma^{-1}$
- $\zeta_T$  - Valor da variável  $\zeta$  no topo da atmosfera
- $\Theta_{r,n}^{s,\ell}$  - Função vetorial de Hough
- $\nabla$  - Operador nabla
- $\nabla^2$  - Laplaciano
- $( )'$  - Desvio da variável em relação ao estado básico
- $( )^*$  - Complexo conjugado
- $\langle , \rangle$  - Produto vetorial interno



## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

A atmosfera tropical é praticamente barotrópica na ausência do aquecimento diabático; no entanto, é justamente a liberação de calor latente de condensação que representa a principal fonte de energia para a circulação atmosférica nesta região (Kasahara, 1984). A atividade convectiva nos trópicos ocorre predominantemente na faixa equatorial dos continentes Africano, Sul-americano e sobre a região da Indonésia (Krishnamurti, 1971). Numa escala global e climatológica, a influência das fontes tropicais de calor é revelada pela presença da célula zonalmente simétrica de Hadley, e pela circulação de Walker na direção leste-oeste.

#### 1.1 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Diversos autores têm apresentado importantes contribuições para o conhecimento da resposta da atmosfera, induzida por fontes de calor tropicais, tanto em latitudes médias como na faixa equatorial. A seguir, são mencionados alguns estudos que exploram o efeito da liberação de calor latente na circulação atmosférica de grande escala.

O trabalho de Matsuno (1966), utilizando um modelo numérico simplificado no plano  $\beta$ -equatorial, mostrou que o escoamento na região tropical pode ser interpretado em termos de ondas longas termicamente induzidas e equatorialmente confinadas. Esses modos horizontais de oscilação foram identificados como onda de gravidade inercial, onda de Kelvin, onda de Rossby e onda mista (Rossby-gravidade).

O trabalho de Webster (1972) sugeriu que a circulação de Walker estava relacionada com os modos equatoriais de Kelvin. No entanto, ele não conseguiu explicar a assimetria leste-oeste observada em seus resultados. Mais tarde, Gill (1980) também estudou a resposta linear da atmosfera tropical à fontes de calor estacionárias utilizando um modelo similar ao de Matsuno: modelo de água-rasa no plano  $\beta$ -equatorial, linearizado em torno de um estado básico em repouso. Apesar do modelo linear e relativamente simples, o estudo de Gill mostrou que uma forçante térmica centrada próximo ao Equador provoca a excitação de modos de Kelvin, que se propagam rapidamente carregando a informação para leste. Outro efeito do aquecimento convectivo é a geração de ondas planetárias (ondas de Rossby), que se propagam para oeste da forçante, elucidando assim o problema da assimetria zonal na circulação tropical.

Na estrutura vertical da atmosfera, Gill utilizou um modo vertical único, com profundidade equivalente correspondente a 250 m, que é o modo vertical mais excitado pelo aquecimento tropical. A justificativa para a utilização dessa escala vertical característica foi posteriormente obtida, utilizando dados observacionais, por Silva Dias e Bonatti (1985). Os autores verificaram que não somente a circulação tropical em altos níveis sobre a América do Sul (alta da Bolívia e cavado na costa nordeste do Brasil), como também os ventos alíseos sobre o Oceano Pacífico podem ser reproduzidos pela decomposição de dados em modos verticais, uma vez que a partição vertical de energia na região equatorial concentrou-se no modo interno (ou baroclínico) com profundidade equivalente da ordem de 250 m. O modo externo ou barotrópico (profundidade equivalente ~ 10 Km) tornou-se dominante em latitudes mais altas. Kasahara e Silva Dias (1986) mostraram que esses dois modos podem interagir de forma que o modo interno,

excitado pelo aquecimento tropical, venha a transferir energia para o modo externo, na presença de cisalhamento vertical do vento zonal básico.

Haas (1993), utilizando um modelo de equações primitivas em coordenadas horizontais cartesianas e coordenada  $\ln(p_s/p)$  na vertical, estudou as trocas de energia entre os modos verticais normais. O sistema de equações foi linearizado sobre um estado básico com dependência vertical, desprezando a variação meridional, e os resultados obtidos mostraram a importância do cisalhamento do escoamento zonal básico para a transferência de energia entre os modos verticais.

A resposta troposférica em latitudes médias à forçantes térmicas estacionárias, localizadas na faixa tropical, foi investigada por diversos autores (Hoskins e Karoly, 1981; Simmons, 1982; Lau e Lim, 1982; Lim e Chang, 1983). Estes estudos mostraram que tanto o escoamento médio zonal como o cisalhamento vertical deste possuem um grande efeito para a resposta da atmosfera em latitudes médias. No entanto, trabalhos mais recentes (Sardeshmukh e Hoskins, 1988; Grimm, 1992; Hoerling et al., 1992) revelam que a resposta remota da atmosfera ao aquecimento convectivo tropical possui características complexas, que dependem não somente da configuração da fonte de calor como também do próprio campo básico tridimensional.

A resposta da atmosfera tropical induzida termicamente por fontes transientes também têm sido estudada em diversos trabalhos. Silva Dias et al. (1983) desenvolveram um modelo linear, para estudarem os efeitos da convecção local transiente sobre a América do Sul. Utilizou-se o sistema de equações de água-rasa, em um plano  $\beta$ -equatorial, e considerou-se a profundidade equivalente típica do modo vertical interno (~ 250 m). Os autores

analisaram a partição de energia entre os modos rotacionais e gravitacionais em função da latitude e das escalas horizontal e temporal da fonte de calor, e concluíram que os modos de alta frequência são favorecidos por uma forçante mais rápida, fechada para o equador e de pequena dimensão espacial.

Kasahara (1984) estudou a resposta linear da atmosfera tropical tanto para dependência temporal do tipo transiente como estacionária, utilizando o método de expansão em modos normais para o caso de uma geometria esférica. O sistema de equações primitivas foi linearizado com respeito a um estado básico em repouso, com as estruturas horizontal e vertical decompostas pelo método das transformadas, que equivale a uma separação de variáveis. A parte homogênea das equações da estrutura horizontal, correspondente às equações das marés de Laplace (Longuet-Higgins, 1968; Kasahara, 1976), foi expandida em modos normais utilizando como base as funções ou harmônicos de Hough (Hough, 1898; Kasahara, 1977 e 1978). O autor concluiu que para o caso transiente somente os modos gravitacionais (com exceção do modo de Kelvin) dependiam fortemente da variação temporal do aquecimento diabático.

O modelo de Silva Dias et al. (1983) foi estendido por DeMaria (1985). O autor simulou a convecção sobre a América do Sul, durante o verão austral, com experimentos para fontes de calor estacionárias e transientes. Apesar de utilizar um modelo linear de equações primitivas, em um plano- $\beta$  equatorial, o trabalho inclui uma estrutura vertical mais complexa, formada pelos treze primeiros modos verticais normais. Os resultados mostraram que o modelo reproduziu bem muitos aspectos da circulação troposférica sobre a América do Sul, inclusive a circulação anticiclônica da Alta da Bolívia. As diferenças entre os escoamentos observados e os simulados pelo modelo



(como a ausência do cavado na costa nordeste do Brasil) foram atribuídas por DeMaria aos possíveis efeitos das interações não-lineares e da orografia, não considerados no desenvolvimento de seu modelo numérico.

Gandú (1993) desenvolveu um modelo não-linear de equações primitivas com domínio regional, em coordenada vertical sigma, para estudar a resposta da atmosfera sobre a América do sul induzida por fontes de calor tropicais. Foram realizadas comparações entre experimentos utilizando o modelo não-linear e uma versão linear: os resultados revelam que a não-linearidade diminui a intensidade da alta da Bolívia e aumenta a do ciclone em baixos níveis. O autor também realizou simulações de escoamentos modificados pelo efeito da topografia. Os resultados foram similares aos obtidos por Kleeman (1989) e Gandú e Geisler (1991) e mostraram que a inclusão dos Andes é importante para se reproduzir mais realisticamente os escoamentos observados, principalmente em baixos níveis.

## 1.2 - OBJETIVO E ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO

A maioria dos trabalhos citados não enfatiza a análise energética dos escoamentos induzidos pelo aquecimento convectivo, principalmente no que se refere à partição de energia entre os modos horizontais de oscilação (ondas de Rossby, Kelvin, mista e inercio-gravitacionais). Deste modo, nessa dissertação desenvolveu-se um modelo global de equações primitivas em coordenada vertical sigma, espectral e não-linear, para estudar a resposta da atmosfera a forçantes térmicas tropicais, enfatizando os aspectos relativos à distribuição de energia. O modelo utiliza o método de expansão em modos normais e estruturas vertical e horizontal separadas pelo método das

transformadas. A estrutura vertical forma, juntamente com as condições de contorno, um problema de Stürm-Liouville, enquanto que na solução da estrutura horizontal faz-se uso das funções vetoriais de Hough (Hough, 1898).

As funções de Hough são soluções do sistema de equações da água-rasa linearizadas sobre a esfera, com um estado básico em repouso, referenciadas como equação da marés de Laplace. Elas são utilizadas como base em modelos espectrais de equações primitivas e como são autofunções das oscilações livres (modos normais) permitem que a parte linear do modelo seja precisamente reproduzida. Os harmônicos de Hough são mais eficazes que os harmônicos esféricos para um mesmo número de variáveis no modelo (Kasahara, 1977) e vantajosos no sentido de que, com a expansão dos campos em termos das funções vetoriais de Hough, pelo menos o caso homogêneo e linear do sistema de equações possui solução analítica.

As funções de Hough são também utilizadas na análise de dados tridimensionais observados (Kasahara e Puri, 1981). Silva Dias e Schubert (1979) estudaram o diagrama de frequência e a dispersão de energia das funções de Hough como um processo de reforço de ondas. Kasahara (1976) efetuou a decomposição de dados globais em termos de harmônicos de Hough, para estudar as ondas ultralongas. Segue-se naturalmente da expansão de dados em séries dessas funções, a aplicação no problema de inicialização por modos normais dos modelos de previsão numérica que utilizam componentes espectrais. Os grandes centros meteorológicos mundiais utilizam a técnica espectral operacionalmente nos seus modelos globais de previsão de tempo. Mais recentemente, os modelos espectrais (semi-lagrangeano) também têm sido utilizados na modelagem de área limitada ou de previsão regional onde, tradicionalmente, se aplicava o esquema de diferenças finitas (ponto de grade).

No presente trabalho, a abordagem utilizando os modos normais, para a solução da estrutura vertical, permite a partição de energia entre os modos verticais e a análise da energética correspondente a cada um deles separadamente. Na distribuição de energia entre os modos horizontais, os autovalores (modos normais) são classificados em modos gravitacionais (onda de Kelvin e de gravidade) e rotacionais (onda de Rossby e mista) com a análise energética podendo ser obtida em função das componentes espectrais ou em forma integrada.

Portanto, o objetivo geral do trabalho é analisar as trocas de energia entre os modos verticais bem como as interferências entre os modos horizontais de oscilação, em resposta ao aquecimento convectivo. Essas transferências de energia são resultantes do efeito direto da forçante térmica ou das interações entre o campo gerado pela fonte e a condição inicial observada.

Cabe ressaltar que o modelo é essencialmente dinâmico (não inclui parametrizações físicas como por exemplo, convecção e processos de superfície), sendo os escoamentos induzidos unicamente pela liberação de calor latente (termo referente ao aquecimento diabático na equação da energia termodinâmica).

As fontes de calor são dimensionadas com forma e posição comparáveis à convecção observada nas regiões tropicais (África, Indonésia e Amazônia), durante o verão no Hemisfério Sul, tomando-se por base regiões de intensa atividade convectiva referenciadas no trabalho de Kousky e Ropelewski (1989) e indicadas na Figura 1.1.

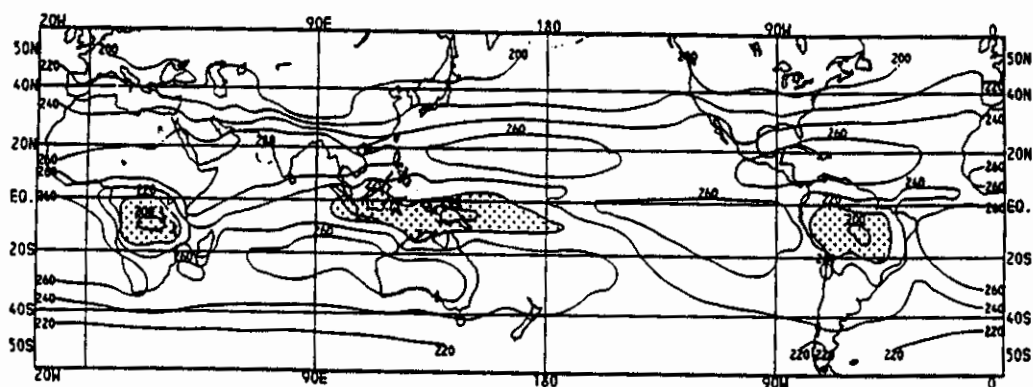


Fig. 1.1 - Radiação de onda longa climatológica (1974-1983) para os meses de dezembro a fevereiro.

O intervalo dos contornos é de  $20 \text{ W m}^{-2}$  e as regiões com valores menores que  $220 \text{ W m}^{-2}$  estão escurecidas para mostrar convecção nos trópicos.

FONTE: Kousky e Ropelewski (1989), p. 356.

No Capítulo 2 são apresentadas as equações básicas do modelo prognóstico desenvolvido nessa dissertação e utilizado em todas as simulações. A separação das estruturas horizontal e vertical é feita utilizando o método das transformadas, e o sistema de equações governantes fica expresso em termos dos coeficientes de expansão vertical dos campos de vento e geopotencial.

No Capítulo 3 desenvolve-se uma solução analítica para a equação que representa a estrutura vertical da atmosfera, com a introdução da coordenada vertical  $\zeta = \ln(p_g/p)$ . Obtém-se um problema clássico de autovalor-autovetor onde os autovalores são denominados de "profundidade equivalente" e os autovetores formam a estrutura vertical associada com cada modo vertical  $n$ . São apresentados também o perfil vertical dos campos de temperatura e altura geopotencial da atmosfera básica, utilizados na obtenção da solução da estrutura vertical.

A solução da estrutura horizontal, apresentada no Capítulo 4, utiliza as funções de Hough e suas derivadas. Através do uso do teorema de Helmholtz para o vento horizontal, as variáveis das equações da estrutura horizontal são modificadas e expandidas em funções associadas de Legendre. O sistema encontrado para os coeficientes de expansão é dividido em sua parte simétrica e anti-simétrica, através das propriedades das funções associadas de Legendre normalizadas e obtém-se um problema de autovalor-autovetor que possui como solução os coeficientes de expansão (autovetores) e as correspondentes frequências de oscilação (autovalores), que fornecem a estrutura horizontal e caracterizam os modos de propagação em ondas rotacionais ou gravitacionais.

No capítulo 5 é feito o desenvolvimento espectral das equações que compõem a estrutura horizontal da atmosfera. O sistema original de equações diferenciais parciais (apresentado no Capítulo 2) é transformado num sistema acoplado de equações diferenciais ordinárias, o qual governa a evolução temporal dos coeficientes de expansão das variáveis de estado (vento e geopotencial). A integração no tempo utiliza o esquema semi-analítico (Bonatti e Silva Dias, 1983). Ainda nesse capítulo são descritas as principais características do método de iniciação por modos normais bem como as equações desenvolvidas para o estudo da energética do modelo.

O Capítulo 6 fornece a especificação das fontes de calor e das condições iniciais utilizadas no modelo tanto para o caso de uma atmosfera inicial em repouso (em que é fornecido o perfil de temperatura da atmosfera básica) como para os experimentos onde se utilizou uma condição inicial observada. Ainda nesse capítulo é descrita a configuração relativa à forçante térmica nas diversas simulações e estuda-se o efeito das

escalas temporal e da forma geométrica da forçante térmica para a partição de energia entre os modos horizontais.

No Capítulo 7 são discutidas as características mais importantes dos campos prognosticados em cada experimento. Além disso, é feita uma análise comparativa da resposta atmosférica, entre os experimentos que utilizaram fontes de calor com dependência temporal do tipo transiente e estacionária.

A análise energética dos escoamentos induzidos pelo aquecimento diabático é feita no Capítulo 8: são analisadas as trocas de energia entre os modos verticais normais (para o experimento que utiliza condição inicial diferente de zero) e estuda-se a partição horizontal de energia em cada uma das simulações.

Uma discussão final do trabalho e as sugestões para estudos futuros compõem o Capítulo 9.

CAPÍTULO 2O MODELO GLOBAL DE EQUAÇÕES PRIMITIVAS

Neste capítulo apresenta-se um modelo global de equações primitivas em coordenada vertical sigma ( $\sigma$ ). Na horizontal, são utilizadas coordenadas esféricas ( $\lambda, \varphi$ ) onde  $\lambda$  indica a longitude e  $\varphi$  a latitude. A variável tempo é denotada por  $t$ .

O procedimento descrito a seguir é semelhante ao desenvolvido em Kasahara e Puri (1981), com exceção de que nesta dissertação não se faz uso da técnica da linearização, como na maioria dos trabalhos correlatos. Os termos não-lineares e forçantes são conservados durante a formulação das equações básicas e somente o campo de temperatura é desmembrado em escoamento básico + perturbação, a fim de permitir a separação das estruturas horizontal e vertical. Assim, tem-se :

$$T = \bar{T}(\sigma) + T'(\lambda, \varphi, \sigma, t), \quad (2.1)$$

onde:

$T'$  é o desvio de  $T$  em relação à temperatura  $\bar{T}(\sigma)$ ;

$\bar{T}$  é o perfil de temperatura da atmosfera básica, e é função somente da coordenada vertical sigma, expressa por:

$$\sigma = p / p_s, \quad (2.2)$$

sendo " $p$ " a pressão no nível considerado e  $p_s$  a pressão à superfície.

As estruturas horizontal e vertical são decompostas pelo método das transformadas. A estrutura vertical forma, juntamente com as condições de contorno, um problema de Sturm Liouville que tem os modos verticais normais como autovetores; os autovalores associados são proporcionais à velocidade de fase da onda de gravidade pura e são conhecidos como profundidade equivalente (Taylor, 1936). Estes autovalores fornecem a estrutura horizontal para cada modo vertical normal. Deste modo, cada equação da estrutura horizontal está associada a uma profundidade equivalente (autovalor) e a um modo vertical (autovetor).

A utilização de funções verticais ortogonais não somente simplifica a representação dos campos das diversas variáveis, como também permite a análise da energética para cada modo vertical separadamente (Temperton, 1984).

A utilização desse conjunto ortonormal e completo de funções permite a representação de uma grandeza arbitrária da atmosfera  $A(\lambda, \varphi, \sigma, t)$  como uma série de funções tal que :

$$A(\lambda, \varphi, \sigma, t) = \sum_{n, s, r, \ell} C_{r,n}^{s,\ell}(t) H_{r,n}^{s,\ell}(\lambda, \varphi) \psi_n(\sigma),$$

com :

$$C_{r,n}^{s,\ell} = \langle A_n(\lambda, \varphi, t), H_{r,n}^{s,\ell}(\lambda, \varphi) \rangle,$$

$$A_n(\lambda, \varphi, t) = \int A(\lambda, \varphi, \sigma, t) \psi_n(\sigma) d\sigma,$$



$$H_{r,n}^{s,\ell}(\lambda, \varphi) = \Theta_{r,n}^{s,\ell}(\varphi) \exp(i s \lambda), \quad (2.3)$$

onde:

$\psi_n(\sigma)$  é a estrutura vertical do conjunto de funções;

$H_{r,n}^{s,\ell}(\lambda, \varphi)$  é a estrutura horizontal do conjunto de funções;

$\Theta_{r,n}^{s,\ell}(\varphi)$  é a função Hough (a ser definida no capítulo 4);

s é o número de onda zonal;  $\ell$  é o índice para os modos meridionais; n é o índice para os modos verticais de oscilação;  $\langle, \rangle$  indica o produto interno e r é o índice para o modo de oscilação de acordo com a sua frequência característica, isto é :

r = 1 - onda de gravidade para oeste,

r = 2 - onda de gravidade para leste,

r = 3 - onda de Rossby.

## 2.1 - EQUAÇÕES BÁSICAS

Nas derivações subseqüentes faz-se uso de uma variável auxiliar P (Kasahara e Puri, 1981), aqui denominada geopotencial generalizado, e definida por:

$$P = \phi - \bar{\phi}(\sigma) + R_d \bar{T}(\sigma) q, \quad (2.4)$$

onde :

$\phi$  é o geopotencial e  $\bar{\phi}(\sigma)$  o geopotencial hidrostático em relação a  $\bar{T}(\sigma)$ ;

$R_d$  é a constante dos gases para o ar seco ;

$q = \ln(p_s/\bar{p}_s)$  ,  $p_s$  é a pressão à superfície e  $\bar{p}_s$  sua média global.

Considerando a condição de equilíbrio hidrostático e a derivada horizontal do geopotencial nas expressões seguintes:

$$\left( \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) = - RT/\sigma \quad , \quad (2.5)$$

e

$$\left( \frac{\partial \phi}{\partial \vartheta} \right)_p = \left( \frac{\partial \phi}{\partial \vartheta} \right)_\sigma - \sigma \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \left( \frac{\partial q}{\partial \vartheta} \right)_\sigma \quad , \quad \vartheta = \lambda, \varphi$$

pode-se escrever as componentes zonal e meridional da equação do movimento em função de P como :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - fv + \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial P}{\partial \lambda} = & - W \cdot \nabla u - \dot{\sigma} \frac{\partial u}{\partial \sigma} - \frac{RT'}{a \cos \varphi} \frac{\partial q}{\partial \lambda} \\ & + \frac{UV \tan \varphi}{a} + F_\lambda \equiv R_u, \quad (2.6) \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + fu + \frac{1}{a} \frac{\partial P}{\partial \varphi} = & - W \cdot \nabla v - \dot{\sigma} \frac{\partial v}{\partial \sigma} - \frac{RT'}{a} \frac{\partial q}{\partial \varphi} + \\ & - \frac{U^2 \tan \varphi}{a} + F_\varphi \equiv R_v, \quad (2.7) \end{aligned}$$

onde :

$$\mathbf{W} \cdot \nabla \equiv \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} \quad (2.8)$$

$\dot{\sigma} = d\sigma/dt$  é a componente vertical da velocidade em coordenada  $\sigma$ ;

$f = 2\Omega \sin \varphi$  é o parâmetro de Coriolis;

$a$  é o raio médio da Terra;

$u$  e  $v$  são as componentes zonal e meridional da velocidade horizontal  $\mathbf{W} = (u, v)$ , respectivamente;

$F_\lambda$  e  $F_\varphi$  são os forçantes (atrito) no momentum, nas direções  $\lambda$  e  $\varphi$ ;

$R_u$  e  $R_v$  são as resultantes que compõem a parte não-homogênea das equações do movimento zonal e meridional, respectivamente;

A expressão para o desvio de temperatura  $T'$  pode ser obtida diferenciando a Equação 2.4 com respeito à coordenada vertical  $\sigma$  e utilizando a condição de equilíbrio hidrostático (Equação 2.5) fornecendo :

$$T' = -\frac{\sigma}{R} \frac{\partial P}{\partial \sigma} + \sigma \alpha \frac{d\bar{T}}{d\sigma} \quad (2.9)$$

Definindo-se a média vertical da velocidade horizontal  $\mathbf{W}$  como

$$\tilde{\mathbf{W}} = \int_{\sigma_T}^1 \mathbf{W} \, d\sigma \quad (2.10)$$

as equações da continuidade de massa e da tendência de pressão à superfície ficam expressas por :

$$\frac{\dot{\partial\sigma}}{\partial\sigma} + \nabla \cdot ( \mathbf{W} - \tilde{\mathbf{W}} ) + ( \mathbf{W} - \tilde{\mathbf{W}} ) \cdot \nabla q = 0 , \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \tilde{\mathbf{W}} \cdot \nabla q + \nabla \cdot \tilde{\mathbf{W}} = 0 \quad (2.12)$$

onde:

$$\nabla \cdot \mathbf{W} = \frac{1}{a \cos \varphi} \left( \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial}{\partial \varphi} (V \cos \varphi) \right).$$

A conservação de energia termodinâmica em coordenada vertical  $\sigma$  fica denotada por:

$$\frac{dT}{dt} = \kappa T \left( \frac{\dot{\sigma}}{\sigma} + \frac{dq}{dt} \right) + \frac{\dot{Q}}{c_p} + F_T , \quad (2.13)$$

com:

$\kappa = R_d / c_p$  onde  $R_d$  é a constante do gás para o ar seco e  $c_p$  é o calor específico do ar à pressão constante;

$\dot{Q}$  é a taxa de calor (aquecimento diabático) e

$F_T$  é o termo relativo à dissipação de calor.

Definindo-se a estabilidade estática ( $\bar{\Gamma}$ ) da atmosfera básica por:

$$\bar{\Gamma}(\sigma) = \frac{k\bar{T}}{\sigma} - \frac{d\bar{T}}{d\sigma}, \quad (2.14)$$

a Equação 2.13 pode ser reescrita como :

$$\begin{aligned} \frac{\partial T'}{\partial t} - W\bar{\Gamma} &= \frac{\dot{Q}}{c_p} - \dot{\sigma} \frac{\partial T'}{\partial \sigma} + \sigma \frac{\partial q}{\partial t} \frac{d\bar{T}}{d\sigma} + \kappa T' \left( \frac{W}{\sigma} + W \cdot \nabla q \right) + \\ &+ F_T + \kappa \bar{T} W \cdot \nabla q - W \cdot \nabla T', \end{aligned} \quad (2.15)$$

onde  $W$  é a velocidade vertical generalizada indicada por:

$$W = \dot{\sigma} - \sigma (\nabla \cdot \tilde{W} - \tilde{W} \cdot \nabla q) = \dot{\sigma} + \sigma \frac{\partial q}{\partial t}. \quad (2.16)$$

Integrando-se a Equação 2.11 com relação à  $\sigma$  obtém-se uma expressão para  $\dot{\sigma}$  dada por:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= \nabla \cdot \left[ \int_{\sigma}^1 W d\sigma - (1-\sigma) \int_{\sigma_T}^1 W d\sigma \right] + \\ &\left[ \int_{\sigma}^1 W d\sigma - (1-\sigma) \int_{\sigma_T}^1 W d\sigma \right] \cdot \nabla q. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Substituindo a Equação 2.9 em 2.15, e utilizando a expressão para  $W$  (Equação 2.16), pode-se escrever:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\sigma}{R\bar{\Gamma}} \frac{\partial P}{\partial \sigma} \right) + W = F_q \quad (2.18)$$

onde:

$$F_q = T_1 + T_2 + T_3 + T_4, \text{ com :}$$

$$T_1 = -\sigma W \cdot \nabla q - W \cdot \nabla \left( \frac{\sigma}{R\bar{\Gamma}} \frac{\partial P}{\partial \sigma} \right); \quad (2.19)$$

$$T_2 = -\frac{\kappa}{\bar{\Gamma}} \left( \frac{W}{\sigma} + W \cdot \nabla q \right) \left( \frac{-\sigma}{R} \frac{\partial P}{\partial \sigma} + \sigma q \frac{d\bar{T}}{d\sigma} \right); \quad (2.20)$$

$$T_3 = \frac{\dot{\sigma}}{\bar{\Gamma}} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{-\sigma}{R} \frac{\partial P}{\partial \sigma} + \sigma q \frac{d\bar{T}}{d\sigma} \right); \quad (2.21)$$

$$T_4 = -\frac{1}{\bar{\Gamma}} \left( \frac{\dot{Q}}{c_p} + F_T \right). \quad (2.22)$$

Os termos não-lineares  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$  são explicitados no Apêndice A (Equação A.14) e o termo  $T_4$  engloba as forçantes: a dissipação de calor (Equação A.20) e a fonte de calor tropical (Equação A.22).

Diferenciando a Equação 2.18 com relação à  $\sigma$  e utilizando a Equação 2.11, obtém-se finalmente:

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\sigma}{R\bar{T}} \frac{\partial P}{\partial \sigma} \right) \right] - \nabla \cdot \mathbf{V} = \mathbf{W} \cdot \nabla \mathbf{q} + \frac{\partial F}{\partial \sigma} = R^h. \quad (2.23)$$

Em função da variável  $P$  as condições de contorno para o sistema formado pelas Equações 2.6, 2.7 e 2.23 podem ser obtidas escrevendo-se a expressão do geopotencial generalizado para a superfície e para o topo do modelo, lembrando que:

i)  $\sigma_T = p_T/p_s$ , sendo  $p_T$  a pressão no topo e  $p_s$  a pressão à superfície, com  $\sigma_T \leq \sigma \leq 1$ ;

ii)  $\sigma_s = 1 \Rightarrow \dot{\sigma}_s = 0$ ;

iii)  $\bar{T}(1) = \bar{T}_s$  e  $\bar{T}(\sigma_T) = \bar{T}_T$ .

Deste modo, fazendo  $\sigma = 1$  e  $\sigma = \sigma_T$  na Equação 2.4, resulta:

$$P_s = P(\lambda, \varphi, 1, t) = \phi(\lambda, \varphi, 1, t) - \bar{\phi}(1) + R\bar{T}_s q \Rightarrow$$

$$P_s = gZ'(\lambda, \varphi, 1, t) + R\bar{T}_s q = gZ_s(\lambda, \varphi) + R\bar{T}_s q, \quad (2.24)$$

e

$$P_T = P(\lambda, \varphi, \sigma_T, t) = \phi(\lambda, \varphi, \sigma_T, t) - \bar{\phi}(\sigma_T) + R\bar{T}_T q \Rightarrow$$

$$P_T = gZ'(\lambda, \varphi, \sigma_T, t) + R\bar{T}_T q = R\bar{T}_T q, \quad (2.25)$$

onde  $Z_s = Z_s(\lambda, \varphi)$  indica a topografia no modelo, uma vez que  $\bar{Z}(1) = 0$ . Considerou-se também  $Z'_T(\lambda, \varphi, \sigma, t) = 0$ , para o topo da atmosfera do modelo.

Utilizando a expressão para  $W$  indicada na Equação 2.16, e substituindo na Equação 2.18 obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\sigma}{R\bar{\Gamma}} \frac{\partial P}{\partial \sigma} + \frac{\sigma}{R\bar{\Gamma}} (P - gZ') \right] + \dot{\sigma} = F_q . \quad (2.26)$$

Finalmente, as condições de contorno inferior e superior do modelo são obtidas reescrevendo a Equação 2.26 (com  $F_q = 0$  implicando em ausência de fontes de calor no topo e na superfície) a partir das expressões para  $P_s$  e  $P_T$  indicadas nas Equações 2.24 e 2.25, respectivamente, resultando:

$$\frac{\partial P_s}{\partial \sigma} + \frac{\bar{\Gamma}_s}{\bar{T}_s} P_s = 0 , \quad \text{em } \sigma = 1 . \quad (2.27)$$

e

$$\frac{\partial P_T}{\partial \sigma} + \frac{\bar{\Gamma}_T}{\bar{T}_T} P_T = 0 , \quad \text{em } \sigma = \sigma_T , \quad (2.28)$$

onde a velocidade vertical no topo  $\dot{\sigma}_T$  foi considerada nula a fim de facilitar a obtenção de uma solução analítica para a estrutura vertical.



## 2.2 - A TRANSFORMADA VERTICAL

Definindo a transformada vertical finita da função genérica  $f(\lambda, \varphi, t)$  como:

$$f_n(\lambda, \varphi, t) = \int_{\sigma_T}^1 f(\lambda, \varphi, \sigma, t) \psi_n(\sigma) d\sigma, \quad (2.29)$$

onde  $\psi_n(\sigma)$  é o núcleo da transformada de peso unitário, tem-se a seguinte expressão para a transformada inversa :

$$f(\lambda, \varphi, \sigma, t) = \sum_n f_n(\lambda, \varphi, t) \psi_n(\sigma), \quad (2.30)$$

onde  $f_n$  é o coeficiente de expansão para a função  $f$  e a função  $\psi_n$  satisfaz a condição de ortonormalidade:

$$\int_{\sigma_T}^1 \psi_m(\sigma) \psi_n(\sigma) d\sigma = \delta_{mn} = \begin{cases} 1, & m = n \\ 0, & m \neq n \end{cases}. \quad (2.31)$$

com  $\delta_{mn}$  indicando o delta de Kronecker.

Neste caso a função  $f$  pode ser substituída por qualquer uma das variáveis ( $u$ ,  $v$  ou  $P$ ). A inversa da transformada vertical pode ser obtida provando-se que  $\psi_n(\sigma)$  é um conjunto ortonormal e completo, uma vez que a Equação 2.23 juntamente com as condições de contorno dadas em 2.27 e 2.28 formam um problema de Stürm-Liouville, como é demonstrado em Bonatti et al.(1983).

Assim, os campos das diversas variáveis envolvidas podem ser escritos como:

$$u(\lambda, \varphi, \sigma, t) = \sum_n u_n(\lambda, \varphi, t) \psi_n(\sigma) , \quad (2.32)$$

$$v(\lambda, \varphi, \sigma, t) = \sum_n v_n(\lambda, \varphi, t) \psi_n(\sigma) , \quad (2.33)$$

$$P(\lambda, \varphi, \sigma, t) = \sum_n gh_n(\lambda, \varphi, t) \psi_n(\sigma) , \quad (2.34)$$

onde:

$h_n$  é o coeficiente de expansão na vertical da função P e  $u_n$  e  $v_n$  são coeficientes de expansão na vertical das componentes horizontais da velocidade.

Desta forma, utilizando a transformada inversa (Equação 2.30) para a estrutura vertical (Equação 2.23) e para as condições de contorno (Equações 2.27 e 2.28), resulta:

$$\frac{d}{d\sigma} \left( \frac{\sigma g}{R\bar{\Gamma}} \frac{d\psi_n}{d\sigma} \right) + \frac{\psi_n}{H_n} = 0 , \quad (2.35)$$

com  $H_n = c_n^2 / g$  ( $c_n$  é a velocidade de fase da onda de gravidade pura) sendo a profundidade equivalente associada a cada modo vertical  $n$  e satisfazendo às seguintes condições de contorno:

$$\sigma \frac{d\psi_n}{d\sigma} + \sigma \frac{\bar{\Gamma}_T}{\bar{T}_T} \psi_n = 0 , \quad \sigma = \sigma_T \quad (2.36)$$

e

$$\sigma \frac{d\psi_n}{d\sigma} + \sigma \frac{\bar{\Gamma}_s}{\bar{T}_s} \psi_n = 0 , \quad \sigma = 1 . \quad (2.37)$$

De acordo com a Equação 2.35, para cada autovalor  $H_n$  (profundidade equivalente) existe um autovetor associado  $\psi_n(\sigma)$ , tal que  $\psi_n$  é ortonormal e forma uma base completa de autofunções (Abramowitz e Stegun, 1970).

Pode-se obter uma expressão para a variável  $q$  (em função do coeficiente de expansão  $h_n$ ) combinando as Equações 2.24 e 2.34, resultando:

$$q = \frac{g}{R_d \bar{T}_s} \left( \sum h_n \psi_n(1) - z_s \right) . \quad (2.38)$$

Substituindo as Equações 2.32 a 2.34 nas Equações originais 2.6, 2.7 e 2.23, multiplicando o resultado por  $\psi_m(\sigma)$  e integrando sobre o domínio em  $\sigma$  (de  $\sigma_T$  a 1) obtém-se o seguinte sistema de equações :

$$\frac{\partial \hat{u}_n}{\partial \hat{t}} - \text{sen} \varphi \hat{v}_n + \frac{\vartheta_n}{\text{cos} \varphi} \frac{\partial \hat{h}_n}{\partial \lambda} = \hat{R}_n^u , \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial \hat{v}_n}{\partial \hat{t}} + \text{sen} \varphi \hat{u}_n + \vartheta_n \frac{\partial \hat{h}_n}{\partial \varphi} = \hat{R}_n^v , \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial \hat{h}_n}{\partial \hat{t}} + \frac{\vartheta_n}{\text{cos} \varphi} \nabla \cdot \mathbf{W}_n = \hat{R}_n^h , \quad (2.41)$$

onde:

$$\nabla \cdot \mathbf{W}_n = \left( \frac{\partial \hat{u}_n}{\partial \lambda} + \frac{\partial (\hat{v}_n \text{cos} \varphi)}{\partial \varphi} \right) ;$$

a constante adimensional " $\vartheta_n$ " caracteriza a natureza do escoamento horizontal e pode ser expressa em função da profundidade equivalente, associada a cada modo vertical por:

$$\vartheta_n = \frac{(gH_n)^{1/2}}{2\Omega a}, \quad (2.42)$$

e representa a razão entre a velocidade de fase da onda de gravidade pura, para cada modo vertical, e a velocidade linear da superfície da Terra no equador;

as variáveis vento e geopotencial são adimensionadas em função da velocidade de fase da onda de gravidade pura e da profundidade equivalente, respectivamente, de modo que:

$$\begin{aligned} \hat{u}_n &= u_n / (gH_n)^{1/2}; & \hat{v}_n &= v_n / (gH_n)^{1/2} \\ \hat{h}_n &= h_n / H_n. \end{aligned} \quad (2.43)$$

a variável tempo é adimensionada por  $2\Omega$  e para os termos não-lineares e forçantes ( $2^\circ$  membro das Equações 2.39 a 2.41) tem-se, respectivamente:

$$\begin{aligned} \hat{R}_n^u &= R_n^u / 2\Omega, & \hat{R}_n^v &= R_n^v / 2\Omega \\ e \quad \hat{R}_n^h &= - R_n^h / 2\Omega. \end{aligned} \quad (2.44)$$

Para o caso homogêneo, o valor das resultantes (indicadas na Equação 2.44) é nulo, e o sistema de equações governantes torna-se idêntico ao conjunto de equações da água-rasa linearizadas sobre a esfera, com um estado básico em repouso. O sistema formado pelas Equações 2.39 a 2.41 mostra a evolução temporal dos coeficientes de expansão, enquanto as forçantes  $\hat{R}_n^u$ ,  $\hat{R}_n^v$  e  $\hat{R}_n^h$  (parte não-homogênea) são representadas pelos termos advectivos, métricos, bem como contribuições relativas às fontes (aquecimento diabático) e sumidouros (atrito e esfriamento) de energia. As expressões para estas forçantes e termos não-lineares são explicitadas no Apêndice A (Equações A.1, A.12 e A.14, respectivamente).



### CAPÍTULO 3

#### SOLUÇÃO DA ESTRUTURA VERTICAL

Neste capítulo são obtidos, analiticamente, os autovalores e autovetores associados à equação da estrutura vertical (Equação 2.35), satisfazendo às condições de contorno expressas pelas Equações 2.36 e 2.37.

A maioria dos trabalhos anteriores (como por exemplo, Kasahara e Shigehisa, 1983; Temperton, 1984) obtiveram os modos verticais normais através de uma solução numérica, onde as variáveis são discretizadas e definidas para os diversos níveis verticais em um esquema de diferenças finitas. Neste trabalho contudo, a solução analítica permitiu a obtenção de um espectro vertical contínuo.

Considerou-se uma atmosfera com um topo rígido, localizado no nível correspondente a 50 hPa. A distribuição de energia entre os modos horizontais de oscilação não se mostra significativamente afetada pela alocação do topo, ou pela resolução vertical para os modos verticais dominantes (Silva Dias e Bonatti, 1986). Já no estudo da distribuição de energia entre os modos verticais normais, deve-se atentar para o fenômeno da reflexão (Lindzen, 1968) e considerar que o rebaixamento do topo limita a dispersão vertical de energia. Este aspecto foi confirmado por Geisler e Stevens (1982), ao estudarem a resposta estacionária e linear da atmosfera tropical induzida por fontes de calor. No entanto, quando se utiliza uma escala temporal de poucos dias (como no caso dessa dissertação) a resposta da atmosfera à uma condição de contorno superior rígida é pouco sensível (Silva Dias et al., 1987).

### 3.1 - INTRODUÇÃO DA COORDENADA VERTICAL $\zeta$

Como foi mostrado no capítulo anterior, a equação que representa a estrutura vertical fica expressa por:

$$\frac{d}{d\sigma} \left( \frac{\sigma g}{R\bar{\Gamma}} \frac{d\psi_n}{d\sigma} \right) + \frac{\psi_n}{H_n} = 0 \quad , \quad (3.1)$$

sujeita às condições de contorno expressas nas Equações 2.36 e 2.37, onde a profundidade equivalente ( $H_n$ ), associada a cada modo vertical normal  $n$ , e a estrutura vertical ( $\psi_n$ ) formam um problema de autovalor-autovetor.

Para o caso em que  $n = 0$  tem-se o modo vertical externo ou barotrópico e para  $n \geq 1$  os modos são denominados baroclínicos ou internos.

Para se obter a solução analítica da Equação 3.1 procede-se a uma mudança de variável, introduzindo a coordenada vertical  $\zeta$  definida por:

$$\begin{aligned} \zeta &= -\ln(\sigma) = \ln(p_g/p) \quad \text{ou} \quad \sigma = \exp(-\zeta) \Rightarrow \\ \Rightarrow d\sigma &= -\exp(-\zeta)d\zeta \quad . \end{aligned} \quad (3.2)$$

Em função da nova coordenada vertical, pode-se reescrever a estabilidade estática da atmosfera básica (Equação 2.14) como:

$$\bar{\Gamma} = \frac{\kappa\bar{T}}{\sigma} - \frac{d\bar{T}}{d\sigma} = \frac{1}{\sigma} \left( \kappa\bar{T} - \frac{d\bar{T}}{d\ln\sigma} \right) \quad , \quad (3.3)$$



ou ainda,

$$\bar{\Gamma} = \frac{1}{\sigma} \left( \kappa \bar{T} + \frac{d\bar{T}}{d\zeta} \right) = \frac{\bar{S}}{\sigma}, \quad (3.4)$$

onde  $\bar{S}$  é a estabilidade estática do estado básico na coordenada  $\zeta = \ln(p_s/p)$  e será considerada constante (Fulton e Schubert, 1980). Esta aproximação é bastante realista em coordenada  $\zeta$  e permite o cálculo analítico dos autovalores e autovetores da estrutura vertical (Haas, 1993).

O perfil vertical de temperatura e da altura geopotencial da atmosfera básica são obtidos em função da estabilidade estática  $\bar{S}$ , conforme indicado no Apêndice B (Equações B.6 e B.8, respectivamente) e ficam expressos por:

$$\bar{T}(\zeta) = (\bar{T}_s - \bar{T}_T) \exp(-\kappa\zeta) + \bar{T}_T \quad (3.5)$$

e

$$\bar{h}(\zeta) = (R_d/g) \left\{ \kappa^{-1} (\bar{T}_s - \bar{T}_T) [1 - \exp(-\kappa\zeta)] + \bar{T}_T \zeta \right\}, \quad (3.6)$$

onde:

$$\bar{T}_T = \bar{S}/\kappa, \quad \kappa = R_d/c_p ;$$

$\bar{T}_s$  e  $\bar{T}_T$  indicam a temperatura do escoamento básico na superfície e no topo da atmosfera, respectivamente.

As Figuras 3.1a e 3.1b mostram o perfil de temperatura e altura geopotencial do estado básico em função da pressão, com os valores numéricos para os parâmetros das Equações 3.5 e 3.6, indicados por:  $\bar{S} = 36 \text{ K}$ ;  $\bar{T}_s = 287 \text{ K}$ ;  $c_p = 1005.0 \text{ J Kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ;  $R_d = 287.05 \text{ J Kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ;  $g = 9.80665 \text{ m s}^{-2}$ ;  $p_T = 50 \text{ hPa}$  e  $p_s = 1000 \text{ hPa}$ .

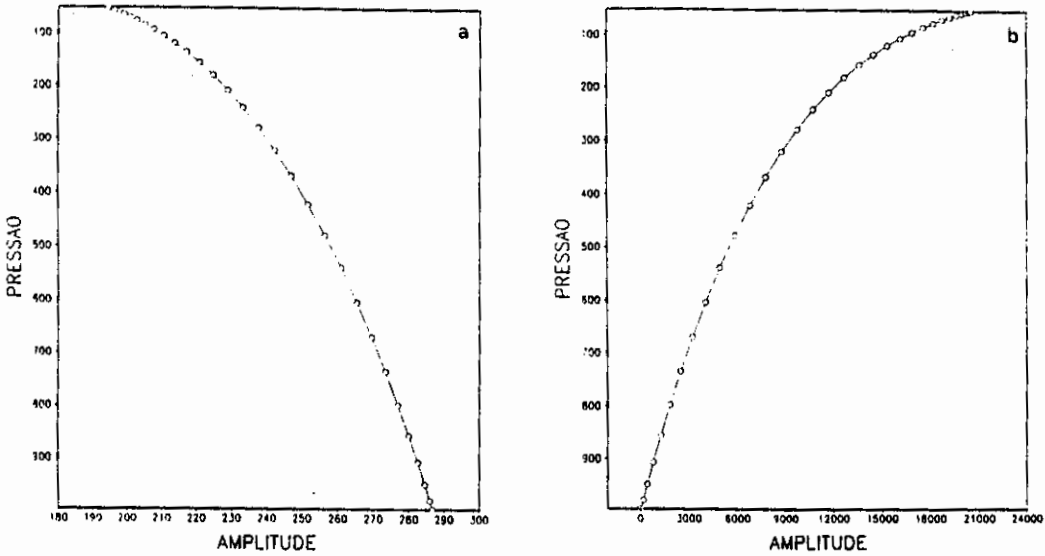


Fig. 3.1 - (a) Perfil vertical da temperatura (K) e (b) da altura geopotencial (m) para o estado básico.

Utilizando as relações indicadas na Equação 3.2, pode-se reescrever a estrutura vertical (Equação 3.1) em função da estabilidade estática  $\bar{S}$ , como:

$$\exp(\zeta) \frac{d}{d\zeta} \left[ \exp(-\zeta) \frac{d\psi_n}{d\zeta} \right] + \frac{R\bar{S}}{gH_n} \psi_n = 0 . \quad (3.7)$$

Expressando a estrutura vertical  $\psi_n(\sigma)$  em termos da estrutura vertical  $Z_n(\zeta)$ , pode-se obter as seguintes relações:

$$\psi_n = Z_n \exp(\zeta/2), \quad (3.8)$$

ou ainda,

$$\frac{d\psi_n}{d\zeta} = \exp(\zeta/2) \left( \frac{dZ_n}{d\zeta} + \frac{Z_n}{2} \right). \quad (3.9)$$

Em função de  $Z_n(\zeta)$  a Equação da estrutura vertical (Equação 2.35) e as condições de contorno (Equações 2.36 e 2.37) ficam expressas, respectivamente, por:

$$\frac{d^2 Z_n}{d\zeta^2} + \left( \frac{R\bar{S}}{gH_n} - \frac{1}{4} \right) Z_n = 0, \quad (3.10)$$

com:

$$\frac{dZ_n}{d\zeta} = -S_s Z_n, \text{ em } \zeta = 0 \quad (3.11)$$

e

$$\frac{dZ_n}{d\zeta} = -S_T Z_n, \text{ em } \zeta = \zeta_T, \quad (3.12)$$

onde:

$$S_s = \left( \frac{\bar{S}}{\bar{T}_s} - \frac{1}{2} \right) \quad \text{e} \quad S_T = \left( \frac{\bar{S}}{\bar{T}_T} - \frac{1}{2} \right). \quad (3.13)$$

### 3.2 - OBTENÇÃO DOS AUTOVETORES DA ESTRUTURA VERTICAL

A estrutura vertical  $Z_n(\zeta)$  será obtida como autovetor do sistema formado pelas Equações 3.10 a 3.12. A obtenção da solução deste sistema será expressa em função do autovalor  $H_n$  (profundidade equivalente). Deste modo, tem-se:

a) Para  $H_n = 4R\bar{S}/g$ , a estrutura vertical é do tipo:

$$Z_n = A_0 + B_0 \zeta \Rightarrow \frac{dZ_n}{d\zeta} = B_0 . \quad (3.14)$$

Substituindo a Equação 3.14 nas Equações 3.11 e 3.12 obtém-se o sistema:

$$S_s A_0 + B_0 = 0 , \quad (3.15)$$

e

$$S_T A_0 + B_0 (1 + S_T \zeta_T) = 0 . \quad (3.16)$$

Resolvendo as Equações 3.15 e 3.16 para  $\zeta_T$  resulta:

$$\zeta_T = \frac{1}{S_T} - \frac{1}{S_s} = \frac{4\bar{S} (\bar{T}_T - \bar{T}_s)}{(\bar{T}_s - 2\bar{S})(\bar{T}_T - 2\bar{S})} . \quad (3.17)$$

Como o valor da temperatura no topo ( $\bar{T}_T$ ) é menor que a temperatura na superfície ( $\bar{T}_s$ ), conforme indicado na Figura 3.1a, e desde que a magnitude da

estabilidade estática do estado básico ( $\bar{S}$ ) é menor que o valor numérico de  $\bar{T}_T$  (Equação B.5), tem-se  $\zeta_T < 0$ , o que não se constitui resultado físico possível. Logo, tem-se que a solução para a estrutura vertical implica em  $H_n \neq 4R\bar{S}/g$ .

ii) Para  $H_n > 4R\bar{S}/g$  tem-se a solução para o modo externo ( $n = 0$ ) e a Equação 3.10 fica reescrita como:

$$\frac{d^2 Z_0}{d\zeta^2} - \gamma_0^2 Z_0 = 0, \quad \text{onde} \quad \gamma_0^2 = \frac{1}{4} - \frac{R\bar{S}}{gH_0}, \quad (3.18)$$

com solução da forma:

$$Z_0 = A_0 \cosh(\gamma_0 \zeta) + B_0 \sinh(\gamma_0 \zeta). \quad (3.19)$$

Para se determinar a constante  $B_0$  basta substituir a expressão para  $dZ_0/d\zeta$  no sistema formado pelas Equações 3.11 e 3.12 obtendo-se, respectivamente:

$$i) \quad \zeta = 0 \Rightarrow B_0 = \left( -S_s / \gamma_0 \right) A_0 \quad (3.20)$$

e

$$ii) \quad \zeta = \zeta_T \Rightarrow \tanh(\gamma_0 \zeta_T) = \frac{(S_s - S_T) \gamma_0}{\gamma_0^2 - S_s S_T}, \quad (3.21)$$

onde  $S_s$  e  $S_T$  seguem a expressão indicada pela Equação 3.13.

Deste modo, a função estrutura vertical para o modo externo fica dada por:

$$Z_0 = A_0 \left[ \cosh(\gamma_0 \zeta) - (S_s/\gamma_0) \sinh(\gamma_0 \zeta) \right] . \quad (3.22)$$

A constante  $A_0$  será obtida aplicando a condição de ortogonalidade da função estrutura vertical  $Z_n$  (que será demonstrada no final deste capítulo) na Equação 3.22, resultando:

$$\int_0^{\zeta_T} Z_0^2 d\zeta = 1 \Rightarrow A_0 = \left\{ \left[ \frac{\zeta_T}{2} + \frac{\sinh(2\gamma_0 \zeta_T)}{4\gamma_0} - S_s \left[ \frac{\cosh(2\gamma_0 \zeta_T) - 1}{2\gamma_0^2} \right] + S_s^2 \left[ \frac{\sinh(2\gamma_0 \zeta_T)/\gamma_0 - 2\zeta_T}{4\gamma_0^2} \right] \right]^{-1/2} \right. . \quad (3.23)$$

c) Para  $H_n < 4R\bar{S}/g$  tem-se a solução para os modos internos ( $n \geq 1$ ) e a Equação 3.10 fica expressa por:

$$\frac{d^2 Z_n}{d\zeta^2} + \gamma_n^2 Z_n = 0 , \quad \text{onde} \quad \gamma_n^2 = \frac{1}{4} - \frac{R\bar{S}}{gH_n} , \quad (3.24)$$

com solução da forma:

$$Z_n = A_n \cos(\gamma_n \zeta) + B_n \sin(\gamma_n \zeta) . \quad (3.25)$$

Para se determinar a constante  $B_n$  basta substituir a expressão para  $dZ_n/d\zeta$  no sistema formado pelas Equações 3.11 e 3.12 obtendo-se, respectivamente:

$$i) \text{ para } \zeta = 0 \Rightarrow B_n = \left( -S_s / \gamma_n \right) A_n \quad (3.26)$$

e

$$ii) \text{ para } \zeta = \zeta_T \Rightarrow \tan(\gamma_n \zeta_T) = \frac{-(S_s - S_T) \gamma_n}{\gamma_n^2 + S_s S_T} \quad (3.27)$$

Assim, a função estrutura vertical para os modos internos fica dada por:

$$Z_n = A_n \left[ \cos(\gamma_n \zeta) - (S_s / \gamma_n) \operatorname{sen}(\gamma_n \zeta) \right] \quad (3.28)$$

A constante  $A_n$  será obtida aplicando novamente a condição de ortogonalidade da função estrutura vertical  $Z_n$  na equação anterior, resultando:

$$\int_0^{\zeta_T} Z_n^2 d\zeta = 1 \Rightarrow A_n = \left\{ \left[ \frac{\zeta_T}{2} + \frac{\operatorname{sen}(2\gamma_n \zeta_T)}{4\gamma_n} + S_s \left[ \frac{\cos(2\gamma_n \zeta_T) - 1}{2\gamma_n^2} \right] - S_s^2 \left[ \frac{\operatorname{sen}(2\gamma_n \zeta_T) / \gamma_n - 2\zeta_T}{4\gamma_n^2} \right] \right\}^{-1/2} \quad (3.29)$$

Nas Equações 3.23 e 3.29 utilizou-se o fato dos autovetores  $Z_n$  (com  $n \geq 0$ ) serem ortogonais. Essa con-

dição de ortogonalidade, que será demonstrada a seguir, está ligada às considerações energéticas, já que permite a partição de energia entre os modos verticais normais e a análise correspondente a cada um deles separadamente.

Multiplicando a Equação 3.10 pela estrutura vertical  $Z_m^*$  (onde o asterisco denota o conjugado complexo), subtraindo a forma conjugado-complexo da Equação 3.10 multiplicada pela estrutura  $Z_n$ , e integrando no domínio de 0 a  $\zeta_T$  resulta:

$$\int_0^{\zeta_T} \left[ Z_m^* \frac{d^2 Z_n}{d\zeta^2} + \left( \frac{R\bar{S}}{gH_n} - \frac{1}{4} \right) Z_m^* Z_n - Z_n \frac{d^2 Z_m^*}{d\zeta^2} - \left( \frac{R\bar{S}}{gH_m^*} - \frac{1}{4} \right) Z_n Z_m^* \right] d\zeta = 0,$$

ou ainda,

$$\left( Z_m^* \frac{dZ_n}{d\zeta} - Z_n \frac{dZ_m^*}{d\zeta} \right) \Big|_0^{\zeta_T} + \left( \frac{R\bar{S}}{gH_n} - \frac{R\bar{S}}{gH_m^*} \right) \int_0^{\zeta_T} Z_n Z_m^* d\zeta = 0.$$

(3.30)

Substituindo as condições de contorno indicadas nas Equações 3.11 e 3.12 na Equação 3.30, obtém-se:



$$\left[ Z_{mT}^* \left( -S_T Z_{nT} \right) - Z_{nT} \left( -S_T Z_{mT}^* \right) - Z_{ms}^* \left( -S_s Z_{ns} \right) + Z_{ns} \left( -S_s Z_{ms}^* \right) \right] = 0,$$

e

$$\left( \frac{R\bar{S}}{gH_n} - \frac{R\bar{S}}{gH_m^*} \right) \int_0^{\zeta_T} Z_n Z_m^* d\zeta = 0. \quad (3.31)$$

Analisando a Equação 3.31 em função dos modos verticais  $n$  e  $m$ , tem-se:

i) Para  $n = m$ , tem-se :

$$H_n = H_n^* \Rightarrow H_n \in \mathbb{R}, \text{ pois } \int Z_n^2 d\zeta \neq 0;$$

ii) Para  $n \neq m$ , o termo entre parênteses é diferente de zero e portanto,  $\int Z_n Z_m d\zeta = 0$ .

Utilizando o resultado obtido nas condições i) e ii) pode-se escrever a relação de ortogonalidade para a estrutura vertical como:

$$\int_0^{\zeta_T} Z_m Z_n d\zeta = \int_{\sigma_T}^1 \psi_m \psi_n d\sigma = \delta_{mn}, \quad (3.32)$$

onde  $\delta_{mn}$  é o delta de Kronecker (Equação 2.31).

Os valores da profundidade equivalente são obtidos resolvendo as Equações 3.21 (para o modo vertical externo,  $n = 0$ ) e 3.27 (para os modos verticais internos,

$n \geq 1$ ) através de uma solução iterativa, utilizando o método de Newton-Raphson, uma vez que as funções são bem comportadas. Cabe lembrar que nas Equações 3.21 e 3.28, os parâmetros  $S_s$  e  $S_T$  seguem a expressão indicada pela Equação 3.13.

A profundidade equivalente ( $H_n$ ) e a velocidade de fase da onda de gravidade pura ( $c_n$ ), para o modo externo e para os 8 primeiros modos verticais internos, estão indicadas na Tabela 3.1 e estão relacionadas por:

$$H_n = c_n^2 / g , \quad (3.32)$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade.

TABELA 3.1: PROFUNDIDADE EQUIVALENTE E VELOCIDADE DE FASE PARA OS NOVE PRIMEIROS MODOS NORMAIS DA ESTRUTURA VERTICAL

modo	$H_n$ (m)	$C_n$ (m/s)
0	10121.28	315.10
1	802.19	88.69
2	228.57	47.34
3	104.25	31.97
4	59.18	24.09
5	38.03	19.31
6	26.47	16.11
7	19.48	13.82
8	14.93	12.10

O perfil vertical dos autovalores da equação da estrutura vertical  $Z_n$  (referenciado nas Equações 3.19 e 3.25), correspondente aos modos verticais normais indicados na Tabela 3.1, é mostrado na Figura 3.2.

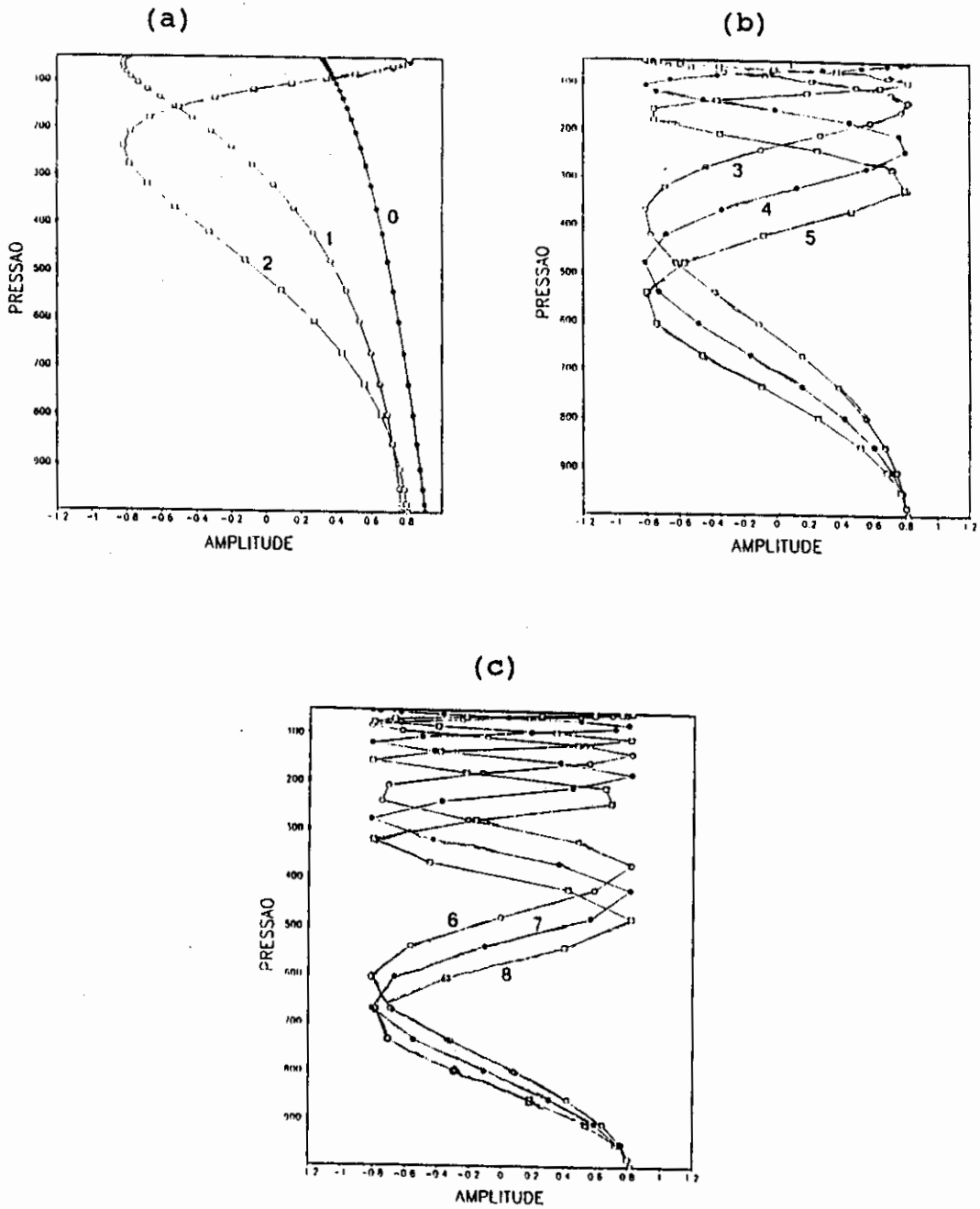


Fig. 3.2 - Perfil vertical dos autovetores ( $\psi_n$ ) da equação da estrutura vertical. (a) modos verticais 0, 1 e 2; (b) modos 3, 4 e 5 e (c) modos 6, 7 e 8.

Verifica-se que a configuração das autofunções torna-se mais complexa para os modos verticais mais internos (valores mais altos de  $n$ ). Além disso, os modos baroclínicos mudam de sinal, com o número de zeros exatamente igual ao índice que os define (1 a 8). No entanto, como o perfil vertical dos autovetores nos baixos níveis é muito semelhante, necessita-se de uma grande número de modos normais para representar estruturas da baixa troposfera tais como fontes de calor com máximos em baixos níveis ou os processos de superfície.

Os termos não-lineares do sistema de equações governantes (Equações 2.39 a 2.41) englobam coeficientes que avaliam a interação entre os modos verticais normais. As expressões para esses coeficientes de interação indicados por  $\alpha_{lmn}$ ,  $\chi_{mn}$ ,  $\tau_{lmn}$ ,  $\xi_{lmn}$ ,  $\eta_{lmn}$  e  $\omega_{lmn}$  foram explicitadas no Apêndice A (Equações A.4, A.8, A.10, A.16, A.17 e A.18, respectivamente). Além disso, utilizando a estrutura vertical  $Z_n(\zeta)$  desenvolvida neste Capítulo (Equações 3.19 e 3.25), obteve-se a solução analítica para cada um desses coeficientes de interação entre os modos verticais  $l$ ,  $m$  e  $n$ , indicada no Apêndice C (Equações C.31, C.36, C.41, C.56, C.63 e C.72, respectivamente).

CAPÍTULO 4SOLUÇÃO DA ESTRUTURA HORIZONTAL

Para a solução das equações que compõem a estrutura horizontal desenvolveu-se uma versão atualizada do modelo espectral barotrópico de Bonatti e Silva Dias (1983). Trata-se de um modelo baroclínico global de equações primitivas, espectral e não-linear, que utiliza as funções de Hough (modos normais da versão linearizada) como base para a expansão das variáveis envolvidas.

Os modelos espectrais normalmente utilizam a expansão dos campos das variáveis em harmônicos esféricos, que são autofunções da equação da vorticidade barotrópica não-divergente. A partir da década de 70, diversos autores (Machenhauer e Daley, 1972; Bourke, 1974; Daley et al., 1976) trabalharam em desenvolvimentos mais complexos utilizando a técnica espectral, com modelos baroclínicos e introduzindo parametrizações físicas (convecção, umidade, radiação e processos de superfície).

No entanto, o caso não-linear e divergente oferece melhores resultados através da expansão em harmônicos de Hough. A utilização das Funções de Hough como base para resolver as equações da água-rasa sobre a esfera ganhou impulso devido às suas aplicações na iniciação de modelos numéricos (Flattery, 1970; Leith, 1980; Daley, 1981) e na análise de dados tridimensionais (Kasahara e Puri, 1981). Além de tornar viável o tratamento analítico da parte linear do sistema, a utilização dos modos normais permite o ajuste dos campos iniciais de vento e massa (inicialização), evitando o aparecimento de ondas de gravidade com amplitudes não realistas.

As funções de Hough são as autofunções do sistema de equações da água-rasa linearizado na esfera, em torno de um estado básico em repouso e com altura de referência especificada, e sendo fornecido o perfil de temperatura da atmosfera básica (Equação 3.5).

Essas autofunções são dependentes do número de onda zonal ( $s$ ), do índice meridional ( $\ell$ ), conforme indicado na Equação 2.3. Para cada par ( $s, \ell$ ) existem ondas com frequências características:

i) quando  $\ell = 0$  tem-se a onda de Kelvin que se propaga para leste e a onda mista (Rossby-gravidade) que se dispersam para leste ou para oeste;

ii) se  $\ell \geq 1$  têm-se, para cada número de onda zonal, três modos de oscilação no tempo permitidos: dois de alta frequência, correspondentes às ondas de gravidade inerciais que se propagam para leste e para oeste e um modo de baixa frequência para oeste, representado pela onda rotacional de Rossby (Longuet-Higgins, 1968; Silva Dias e Schubert, 1979).

A Figura 4.1 (Moura, 1974) mostra o espectro de frequências das Funções de Hough (autovalores da equação das marés de Laplace) para alguns modos meridionais ( $\ell$ ) selecionados e uma profundidade equivalente da ordem de 800 metros. Neste diagrama, os valores positivos de  $s$  (número de onda zonal) indicam propagação das ondas para leste e os valores negativos representam modos que se propagam para oeste.

O modelo utilizado nessa dissertação faz uso das Equações 2.39, 2.40 e 2.41 para a obtenção desses modos livres de oscilação. Para tanto, utilizam-se as variáveis  $u_n$ ,  $v_n$ , e  $h_n$  em sua forma adimensional (Equação 2.43) sintetizadas através da matriz abaixo:

$$S_n = \begin{bmatrix} (gH_n)^{1/2} & 0 & 0 \\ 0 & (gH_n)^{1/2} & 0 \\ 0 & 0 & H_n \end{bmatrix}, \quad (4.1)$$

onde  $(gH_n)^{1/2}$  representa a velocidade de fase da onda de gravidade pura com altura equivalente  $H_n$ .

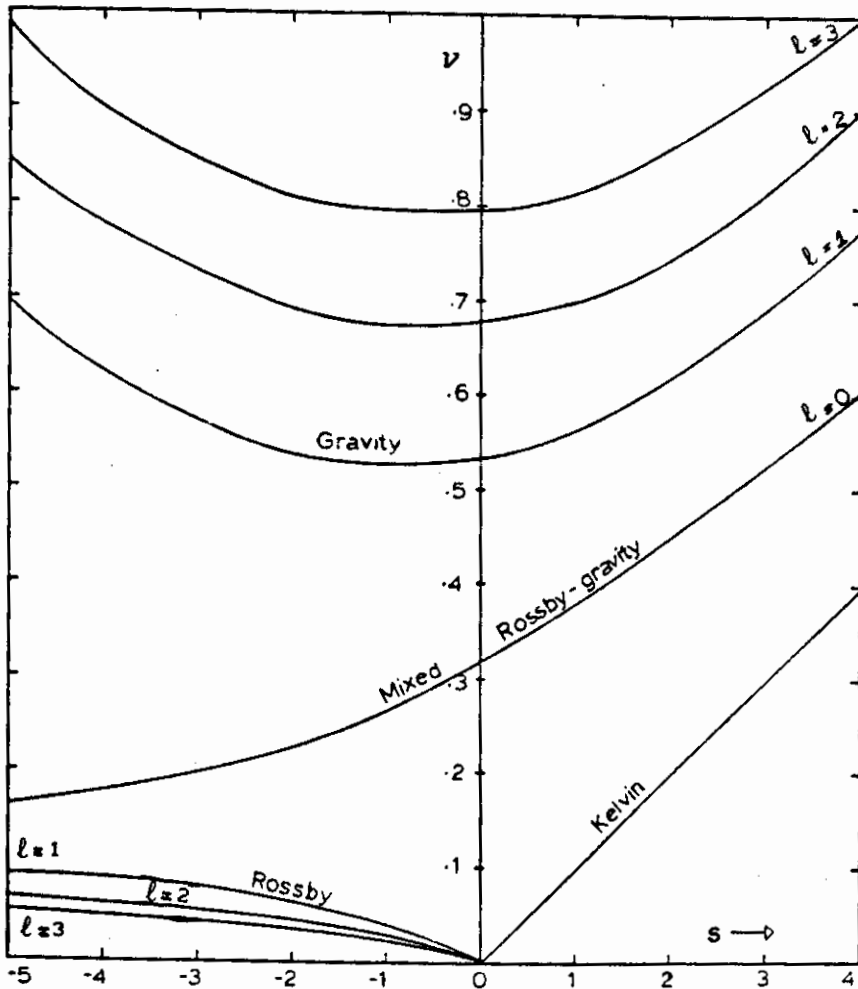


Fig. 4.1 - Diagrama de frequências das funções de Hough (autovalores da equação das marés de Laplace) em função do número de onda zonal ( $s$ ).

FONTE: Moura (1974), p.28.

Assim, admitindo que as oscilações livres possuem dependência temporal da forma  $\exp [i\nu t]$ , tem-se:

$$\begin{bmatrix} u_n \\ v_n \\ h_n \end{bmatrix} = S_n \begin{bmatrix} \hat{u}_n \\ \hat{v}_n \\ \hat{h}_n \end{bmatrix} \exp [i\nu t], \quad (4.2)$$

onde o símbolo  $\hat{\phantom{x}}$  denota as amplitudes dimensionais de oscilação. A frequência para cada modo horizontal de oscilação é representada por  $\nu$  e adimensionada por um fator de escala  $2\Omega$ ;  $t$  é o tempo em forma adimensional, indicado na Equação 2.43 (e por simplicidade de notação será indicado sem o acento circunflexo).

Uma vez que o termo  $i\nu$  é um número imaginário puro, então as oscilações serão senoidais no tempo e os modos horizontais de oscilação ( $\hat{u}_n$ ,  $\hat{v}_n$  e  $\hat{h}_n$ ) são ortogonais, como é mostrado em Kasahara (1976).

O sistema formado pelas Equações 2.39 a 2.41 em sua forma vetorial e adimensional fica expresso por :

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A} + \underline{\mathbf{L}} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{N} + \mathbf{F} \quad (4.3)$$

com :

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_n(\lambda, \varphi, t) = \begin{bmatrix} \hat{u}_n(\lambda, \varphi, t) \\ \hat{v}_n(\lambda, \varphi, t) \\ \hat{h}_n(\lambda, \varphi, t) \end{bmatrix} \quad (4.4)$$



e

$$\underline{L} = \begin{bmatrix} 0 & -\text{sen}\varphi & \frac{\vartheta_n}{\cos\varphi} \frac{\partial}{\partial\lambda} \\ \text{sen}\varphi & 0 & \vartheta_n \frac{\partial}{\partial\varphi} \\ \frac{\vartheta_n}{\cos\varphi} \frac{\partial}{\partial\lambda} & \frac{\vartheta_n}{\cos\varphi} \frac{\partial}{\partial\varphi} [(\ ) \cos\varphi] & 0 \end{bmatrix} . \quad (4.5)$$

A constante não-dimensional " $\vartheta_n$ " segue a definição dada na Equação 2.42.

O vetor N indicado na Equação 4.3 engloba os termos relativos à advecção e termos métricos. Já o vetor forçante F representa as fontes e sumidouros de energia, ou seja, os termos da dissipação de momentum horizontal (atrito), esfriamento e do aquecimento diabático (fonte de calor tropical). O caso homogêneo ocorre para  $N = F = 0$  (referenciado como Equações das marés de Laplace), cuja solução analítica pode ser obtida através da utilização dos harmônicos de Hough.

#### 4.1 - PROPRIEDADES DOS HARMÔNICOS DE HOUGH

O operador diferencial linear  $\underline{L}$  em (4.3) e a estrutura horizontal (harmônicos de Hough) satisfazem a relação :

$$(\underline{L} - i\|\nu_j) H_j = 0 , \quad (4.7)$$

onde:

$\mathbb{I}$  representa a matriz identidade;

$\nu_j$  é a autofreqüência adimensional e real (pela natureza do operador matricial  $\mathbb{L}$ ) e  $H_j$  é harmônico de Hough correspondente ao  $j$ -ésimo modo horizontal de oscilação e com a seguinte condição de ortogonalidade :

$$(\nu_j - \nu_k) \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 H_j H_k^* d\lambda d\mu = 0, \quad j \neq k, \quad (4.8)$$

onde utilizou-se somente o índice  $j$  para simplificar a notação. Contudo, a estrutura horizontal  $H_j$  corresponde a  $H_{r,n}^{s,l}$  como dado na Equação 2.3.

Na Equação 4.8, o asterisco indica o complexo conjugado e  $\mu = \text{sen}\varphi$ , onde  $\varphi$  é a latitude. Esta expressão também mostra que o harmônico  $H_j$  associado com  $\nu_j$  deve ser ortogonal a  $H_k$  associado com  $\nu_k$ . O caso em que  $\nu_j = \nu_k = 0$  (degeneração) leva a necessidade de se construir um conjunto ortonormal e completo (Holl, 1970) de modos geostróficos (Kasahara, 1978). Este caso particular será analisado posteriormente.

Desde que a magnitude de  $H_j$  é arbitrária, a ortonormalidade dos harmônicos de Hough fica definida por:

$$(1/2\pi) \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 H_{r,n}^{s,l} \cdot \left[ H_{r,n}^{s',l'} \right]^* d\mu d\lambda = \delta_{ll'} \delta_{rr'} \delta_{ss'}, \quad (4.9)$$

onde  $\delta_{ll'} = 1$ , se  $l = l'$  e zero se  $l \neq l'$ . Analogamente ocorre para  $\delta_{rr'}$  e  $\delta_{ss'}$ .

Pode-se também utilizar a Equação 2.3 na expressão anterior, obtendo-se:

$$\int_{-1}^1 \Theta_{r,n}^{s,\ell}(\varphi) \cdot \left[ \Theta_{r,n}^{s',\ell'} \right]^* d\mu = \delta_{\ell\ell'} \delta_{rr'} \quad , \quad (4.10)$$

que representa a condição de ortonormalidade para a função vetorial de Hough, válida para qualquer  $s$ .

A dependência meridional da função vetorial de Hough fica expressa por:

$$\Theta_{r,n}^{s,\ell}(\varphi) = \begin{pmatrix} \hat{U}_n \\ -i\hat{V}_n \\ \hat{Z}_n \end{pmatrix}(\varphi) \quad , \quad (4.11)$$

onde as três componentes: velocidade meridional ( $\hat{V}_n$ ), velocidade zonal ( $\hat{U}_n$ ) e altura geopotencial ( $\hat{Z}_n$ ) são funções da latitude somente e estão associadas aos índices  $s, n, \ell$  e  $r$ . O fator  $i$  introduzido na expressão da velocidade meridional incorpora a diferença de fase ( $\pi/2$ ) entre esta e as demais componentes, facilitando a álgebra uma vez que torna as equações finais reais, como será visto posteriormente.

#### 4.2 - OBTENÇÃO DA FREQUÊNCIA E ESTRUTURA HORIZONTAL

A obtenção dos modos normais (oscilações livres) do sistema linearizado ( $N = F = 0$ , na Equação 4.3) é feita expressando os campos das variáveis  $u$  e  $v$  em termos

da função de corrente e da velocidade potencial (relações de Helmholtz em Longuet-Higgins, 1968 e Kasahara, 1978). As variáveis das equações da estrutura horizontal, assim modificadas, são expandidas em funções associadas de Legendre normalizadas e o sistema encontrado para os coeficientes de expansão é dividido em sua parte simétrica e anti-simétrica.

Deste modo, utilizando-se o teorema de Helmholtz tem-se :

$$u_n = \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial \Phi_n}{\partial \lambda} - \frac{\partial \Psi_n}{a \partial \varphi} \quad (4.12)$$

e

$$v_n = \frac{\partial \Phi_n}{a \partial \varphi} + \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial \Psi_n}{\partial \lambda}, \quad (4.13)$$

onde  $u_n$  e  $v_n$  são expressos em termos da função de corrente  $\Psi_n$  e da velocidade potencial  $\Phi_n$ .

Em forma adimensional tem-se a seguinte representação para as variáveis  $\Phi_n$ ,  $\Psi_n$  e  $Z_n$  :

$$\begin{bmatrix} \Phi_n \\ \Psi_n \\ Z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left( \frac{gH_n}{2\Omega} \right) \hat{\Phi}_n \\ \left( \frac{gH_n}{2\Omega} \right) \hat{\Psi}_n \\ \left( H_n \right) \hat{Z}_n \end{bmatrix} \exp[i(s\lambda - \nu t)], \quad (4.14)$$

onde as variáveis não-adimensionais (com chapéus) são funções somente da latitude ( $\varphi$ ).

Substituindo a Equação 4.14 em 4.12 e 4.13 e introduzindo este resultado nas Equações 2.39 a 2.41 obtém-se um novo sistema de três equações para cada  $n$ , que representa a estrutura horizontal na forma divergência-vorticidade (Kasahara, 1978), indicada por:

$$(\nu \nabla^2 - s)(i\hat{\Phi}_n) + (\mu \nabla^2 + D)\hat{\Psi}_n = \nabla^2 \hat{Z}_n, \quad (4.15)$$

$$(\nu \nabla^2 - s)\hat{\Psi}_n + (\mu \nabla^2 + D)(i\hat{\Phi}_n) = 0, \quad (4.16)$$

e

$$\nu \hat{Z}_n = -\vartheta_n^2 \nabla^2 (i\hat{\Phi}_n); \quad (4.17)$$

onde :

$\nu$  indica a frequência adimensional e

$s$  o número de onda zonal;

$\vartheta_n$  segue a expressão dada na Equação 2.42;

$\mu = \text{sen}\varphi$  ,  $\varphi$  é a latitude;

$D = (1 - \mu^2) \frac{d}{d\mu}$  e

$$\nabla^2 \equiv \frac{d}{d\mu} \left[ (1 - \mu^2) \frac{d}{d\mu} \right] - \frac{s^2}{1 - \mu^2}. \quad (4.18)$$

Não há funções simples que satisfaçam diretamente o sistema formado pelas Equações 4.15 a 4.17. Por isso, sua solução deve ser construída em termos de uma série ortonormal de funções conhecidas, como por exemplo as funções associadas de Legendre normalizadas  $[P_m^s(\mu)]$ , apresentadas no Apêndice D. Essas funções satisfazem o operador Laplaciano, permitindo o seguinte desenvolvimento:

$$\begin{bmatrix} \hat{\Phi}_n \\ \hat{\Psi}_n \\ \hat{Z}_n \end{bmatrix} = \sum_{m=s}^{s+M} \begin{bmatrix} iA_m^{s,n} \\ B_m^{s,n} \\ C_m^{s,n} \end{bmatrix} P_m^s(\mu) \quad , \quad (4.19)$$

onde M representa o truncamento romboidal da série e  $A_m^{s,n}$ ,  $B_m^{s,n}$  e  $C_m^{s,n}$  são os coeficientes de expansão das funções de Hough.

Logo, ao substituir a Equação 4.19 em 4.15 a 4.17 e igualar a zero, convenientemente, os coeficientes de  $P_m^s(\mu)$ , obtém-se um problema de autovalor em  $\nu$  (frequência adimensional) com dois casos independentes :

i) o primeiro consiste em  $A_m^{s,n}$  e  $C_m^{s,n}$  para  $m = s, s+2, \dots$ , e  $B_m^{s,n}$  para  $m = s+1, s+3, \dots$ ; a altura geopotencial  $\hat{Z}_n$  e a velocidade zonal são simétricas em relação ao Equador (funções pares da latitude  $\varphi$ ) enquanto a velocidade meridional é anti-simétrica (função ímpar de  $\varphi$ ): este caso é chamado de simétrico ;

ii) para o caso anti-simétrico tem-se  $A_m^{s,n}$  e  $C_m^{s,n}$  se  $m = s+1, s+3, \dots$ , e  $B_m^{s,n}$  para  $m = s, s+2, \dots$ ; a velocidade meridional é simétrica em relação ao Equador , e a altura geopotencial e a velocidade zonal são anti-simétricas.

Deste modo, para cada número de onda zonal  $s$  e um dado truncamento  $M$ , há uma matriz para cada um dos casos (simétrico e anti-simétrico) bem como  $3M$  autovetores (coeficientes de expansão) e  $3M$  autovalores (frequência), dos quais  $2M$  correspondem a modos de gravidade inerciais e um número  $M$  representa a frequência característica dos modos normais rotacionais (Longuet-Higgins, 1968; Haltiner e Williams, 1980).

O resultado da substituição da Equação 4.19 em 4.15, e ainda utilizando algumas propriedades das funções associadas de Legendre (Apêndice D), fornece :

$$\sum_{m=s}^{s+M} \left\{ [m(m+1)\nu + s] A_m^s P_m^s + m(m+1) C_m^s P_m^s + \right. \\ \left. \left[ -m(m-1)(m+1) E_m^s P_{m-1}^s - m(m+2) E_{m+1}^s P_{m+1}^s \right] B_m^s \right\} = 0,$$

ou ainda,

$$- [m(m+1)\nu + s] A_m^s - m(m+1) C_m^s + (m-1)(m+1) E_m^s B_{m-1}^s + \\ m(m+2) E_{m+1}^s B_{m+1}^s = 0, \quad (4.20)$$

$$\text{com } E_m^s = [(m^2 - s^2)/(4m^2 - 1)]^{1/2}.$$

Analogamente, para a substituição da Equação 4.19 em 4.16 e 4.17 tem-se, respectivamente:

$$\begin{aligned}
& \sum_{m=s}^{s+M} \left\{ \left[ [-m(m+1) \nu - s] B_m^s P_m^s + [-(m-1)(m+1) E_m^s P_{m-1}^s - \right. \right. \\
& \quad \left. \left. m(m+2) E_{m+1}^s P_{m+1}^s (-A_m^s) \right] = 0 \Rightarrow -[m(m+1)\nu + s] B_m^s + \right. \\
& \quad \left. (m-1)(m+1) E_m^s A_{m-1}^s + m(m+2) E_{m+1}^s A_{m+1}^s = 0 ; \right. \quad (4.21)
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
& \sum_{m=s}^{s+M} \left[ -\nu C_m^s P_m^s - \frac{m(m+1)}{\varepsilon_n} A_m^s P_m^s \right] = 0 \Rightarrow \\
& \nu C_m^s + \frac{m(m+1)}{\varepsilon_n} A_m^s = 0 , \quad (4.22)
\end{aligned}$$

onde  $\varepsilon_n$  relaciona-se com a constante adimensional  $\vartheta_n$  (Equação 2.42) por:

$$\varepsilon_n = \vartheta_n^{-2} = \frac{4\Omega^2 a^2}{gH_n} . \quad (4.23)$$

sendo a constante  $\varepsilon_n$  conhecida como parâmetro de Lamb.

Para o caso em que  $s = 0$  as somatórias indicadas nas Equações 4.20 a 4.22 começam em  $m = 0$ , ocorrendo a degeneração de alguns modos. Esses modos, denominados geostróficos, são estacionários ( $\nu = 0$ ). No entanto, quando se tem  $s \geq 1$  ocorrem dois movimentos ondulatórios com frequências distintas: ondas de gravidade inercial (primeiro tipo) que se propagam para leste ( $\nu > 0$ ) e para



oeste ( $\nu < 0$ ) e ondas rotacionais que se propagam para oeste (segundo tipo).

\* O caso  $s = 0$  é o único em que a frequência dos modos de gravidade aparece com valores simétricos em torno de zero e os modos rotacionais possuem frequências todas nulas. Ao se fazer  $s = 0$  e  $\nu = 0$  nas Equações 4.15 a 4.17, estas se reduzem à :

$$D ( i \hat{\Phi}_n ) = 0 , \quad (4.24)$$

e

$$( \mu \nabla^2 + D ) \hat{\Psi}_n = \nabla^2 \hat{Z}_n . \quad (4.25)$$

As equações descritas acima representam, respectivamente, a condição de movimento meridional nulo e balanço geostrófico linear para um fluxo zonalmente simétrico sobre a esfera.

Ao se usar a Equação 4.19 em 4.24 e 4.25 obtém-se as seguintes condições para os coeficientes de expansão (Kasahara, 1978):

$$A_m^{0,n} = 0, \text{ para } m \neq 0 \quad (4.26)$$

e

$$C_m^{0,n} = 0, \text{ para } m \neq 0. \quad (4.27)$$

Kasahara (1978) obteve os modos geostróficos ( $s = 0, \nu = 0$ ), mas sem uma clara relação com a parte não-zonal. Shigehisa (1983) construiu um conjunto desses modos sobre a esfera, mantendo a continuidade energética. Contudo, seu método predominantemente gráfico dificultava uma aplicação prática. Bonatti e Silva Dias (1991) propõem uma solução alternativa usando harmônicos esféricos para os modos geostróficos, calculados como um limite analítico quando o número de onda zonal e a frequência tendem a zero. Esse método, descrito a seguir, assegura a consistência energética através dos número de ondas e modos, com uma solução analítica de fácil obtenção.

$$\text{Considere a expressão: } c = \lim_{s, \nu \rightarrow 0} (s/\nu), \quad (4.28)$$

onde  $c$  corresponde aproximadamente à inclinação da curva de frequências e  $c^{-1}$  está relacionado com a velocidade de grupo dos modos zonais geostróficos, uma vez que  $\nu$  é função de  $s$ . Utilizando a definição de  $c$  expressa na Equação 4.28 e fazendo  $m = s$  na Equação 4.22, obtém-se:

$$\varepsilon_n C_s^s + (s/\nu) (s+1) A_s^s = 0 \Rightarrow \varepsilon_n C_0^0 + c A_0^0 = 0, \quad (4.29)$$

onde tanto  $A_0^0$  como  $C_0^0$  devem ser diferentes de zero. Contudo, qualquer outro valor de  $A_m^0$  deve ser zero para os modos geostróficos (Equação 4.26). Como  $C_m^0$  precisa ser diferente de zero (Equação 4.27) isto implica que a razão  $A_{m \neq 0}^0 / \nu$  deve ser diferente de zero.

Analogamente, fazendo  $m = s = 0$  nas Equações 4.20 e 4.21, as expressões para o modo geostrófico ficam indicadas por:

$$-[s(s+1) + (s/\nu)] B_s^s + s(s+2) E_{s+1}^s (A_{s+1}^s/\nu) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c B_0^0 = 0 . \quad (4.30)$$

e

$$-[s(s+1) + (s/\nu)] A_s^s - (s/\nu)(s+1) C_s^s + (s/\nu)(s+2) \cdot$$

$$E_{s+1}^s E_{s+1}^s = 0 \Rightarrow \varepsilon_n C_0^0 - c C_0^0 + 2c C_1^0 E_1^0 = 0 . \quad (4.31)$$

Considerando  $m \geq s+1$  na Equação 4.20 resulta uma expressão para o coeficiente de expansão  $C_m^0$  dada por :

$$C_m^0 = \frac{(m-1)}{m} E_m^0 B_{m-1}^0 + \frac{(m+2)}{(m+1)} E_{m+1}^0 B_{m+1}^0 . \quad (4.32)$$

Fazendo  $m \geq s+1$  na Equação 4.21 e combinando com  $m = 2$  na Equação 4.32, vem :

$$\begin{aligned} & (-2\varepsilon_n E_1^0) C_0^0 - [2 + (\varepsilon_n/4) (E_2^0)^2] B_1^0 - \\ & [(2\varepsilon_n/3) E_2^0 E_3^0] B_3^0 - c B_1^0 = 0 . \end{aligned} \quad (4.33)$$

Substituindo a Equação 4.33 em 4.31 pode-se escrever  $C_1^0$  em função de  $C_0^0$  :

$$\begin{aligned} & [(1 - 4\varepsilon_n (E_1^0)^2) C_0^0 + [-4E_1^0 - (\varepsilon_n/2) E_1^0 (E_2^0)^2] B_1^0 + \\ & [-(4\varepsilon_n/3) E_1^0 E_2^0 E_3^0] B_3^0 - c C_0^0 = 0 . \end{aligned} \quad (4.34)$$

Fazendo  $m \geq 2$  na Equação 4.22, com  $s$  e  $\nu$  tendendo a zero resulta :

$$\left( \frac{A_m^0}{\nu \rightarrow 0} \right) = - \frac{\epsilon_n C_m^0}{m(m+1)} \quad (4.35)$$

Analogamente, para  $m \geq 2$  na Equação 4.21 e utilizando as Equações 4.32 e 4.35, obtém-se :

$$\begin{aligned} & \left[ - \frac{(m-2)(m+1)}{m(m-1)} \epsilon_n E_m^0 E_{m-1}^0 \right] B_{m-2}^0 + \left[ m^{-2}(m+1)^2 \epsilon_n (E_m^0)^2 - \right. \\ & \left. m^2(m+1)^{-2} \epsilon_n (E_{m+1}^0)^2 - m(m+1) - c \right] B_m^0 + \\ & \left[ - \frac{m(m+3)}{(m+1)(m+2)} \epsilon_n E_{m+1}^0 E_{m+2}^0 \right] B_{m+2}^0 = 0. \end{aligned} \quad (4.36)$$

Com base nas expressões anteriores pode-se obter os casos simétrico e anti-simétrico, para os coeficientes de expansão (autovetores), em função dos valores de  $m$ . Logo, para o modo geostrófico ( $s = \nu = 0$ ) vem:

i) Caso simétrico

- para  $m$  par na Equação 4.32 obtém-se o coeficiente de expansão  $C_m^s$  do tipo  $C_{2m}^0$  com  $m=1,2,3,\dots$

- para  $m$  nulo na Equação 4.29 tem-se  $A_0^0 = 0$  e  $A_{2m}^0 = 0$  para  $m=1,2,3,\dots$

- para  $m$  ímpar nas Equações 4.34, 4.33 e 4.36 implica que o coeficiente  $C_0^0 = 0$  e  $B_m^s$  é da forma  $B_{2m-1}^0$  com  $m=1,2,3,\dots$ ;

ii) Caso anti-simétrico

- para  $m$  par na Equação 4.36 obtém-se  $B_m^s$  do tipo  $B_{2m}^0$ , com  $m=1,2,3,\dots$ .

- para  $m$  nulo na Equação 4.30 implica em  $B_0^0 = 0$  e  $A_{2m-1}^0 = 0$ , onde  $m=1,2,3,\dots$ .

- para  $m$  ímpar na Equação 4.32 tem-se o coeficiente de expansão das funções de Hough  $C_m^s$  da forma  $C_{2m-1}^0$  com  $m=1,2,3,\dots$ .

Pode ainda ocorrer de se ter o número de onda zonal  $s$  nulo, mas a frequência  $\nu$  ser diferente de zero (modos de gravidade). Neste caso, os coeficientes de expansão ficam explicitados fazendo  $s = 0$  nas Equações 4.20 a 4.22 obtendo-se, respectivamente:

$$-[m(m+1)\nu] A_m^0 - m(m+1) C_m^0 + (m-1)(m+1) E_m^0 B_{m-1}^0 + m(m+2) E_{m+1}^0 B_{m+1}^0 = 0 ; \quad (4.37)$$

$$-[m(m+1)\nu] B_m^0 + (m-1)(m+1) E_m^0 A_{m-1}^0 + m(m+2) E_{m+1}^0 A_{m+1}^0 = 0; \quad (4.38)$$

$$e \quad (\nu \varepsilon_n) C_m^0 + m(m+1) A_m^0 = 0 \quad \xrightarrow{m > 0} \quad A_m^0 = \frac{-\nu \varepsilon_n}{m(m+1)} C_m^0 . \quad (4.39)$$

Considerando  $m = 0$  nas Equações 4.37 e 4.38 conclui-se que os coeficientes  $A_0^0$  e  $B_0^0$  podem assumir qualquer valor inteiro, por exemplo, zero. Analogamente, para a Equação 4.39 obtém-se  $C_0^0$  também nulo. Logo, pode-se escrever :

$$A_0^0 \equiv B_0^0 \equiv C_0^0 = 0 . \quad (4.40)$$

Substituindo a Equação 4.39 em 4.38 resulta uma expressão para o coeficiente  $B_m^0$  expressa por:

$$B_m^0 = - \frac{\varepsilon_n E_m^0}{m^2} C_{m-1}^0 - \frac{\varepsilon_n E_{m+1}^0}{(m+1)^{m+1}} C_{m+1}^0 . \quad (4.41)$$

Finalmente, introduzindo as Equações 4.39 e 4.41 em 4.37 resulta :

$$\left[ \frac{(m+1)}{(m-1)} E_m^0 E_{m-1}^0 \right] C_{m-2}^0 + \left[ \frac{m(m+1)}{\varepsilon_n} + \frac{(m-1)(m+1)}{m^2} (E_m^0)^2 + \frac{m(m+2)}{(m+1)^2} (E_{m+1}^0)^2 - \nu^2 \right] C_m^0 + \left[ \frac{m}{(m+2)} E_{m+1}^0 E_{m+2}^0 \right] C_{m+2}^0 = 0 . \quad (4.42)$$

A Equação 4.42 tem  $\nu^2$  como seu autovalor, o que implica na frequência  $\nu$  possuir seus valores simétricos em torno de zero. Desta forma, com base nas Equações 4.40 a 4.42 pode-se escrever os casos simétrico e anti-simétrico (quando  $s = 0$  mas  $\nu \neq 0$ ) em função dos valores de  $m$ . Assim, vem :

i) Caso simétrico

- para  $m$  ímpar na Equação 4.41 obtém-se o coeficiente de expansão  $B_m^s$  do tipo  $B_{2m-1}^0$ ,  $m=1,2,3,\dots$

- para  $m$  nulo (Equação 4.40) tem-se  $A_0^0 = 0$  e  $C_0^0 = 0$  .

- para  $m$  par nas Equações 4.39 e 4.42 resulta nos coeficientes  $A_m^s$  e  $C_m^s$  da forma  $A_{2m}^0$  e  $C_{2m}^0$  onde  $m=1,2,3,\dots$ .

ii) Caso anti-simétrico

- para  $m$  par nas Equação 4.41 obtém-se o coeficiente  $B_m^s$  do tipo  $B_{2m}^0$ , com  $m=1,2,3,\dots$ .

- para  $m$  nulo (Equação 4.40) resulta  $B_0^0 \equiv 0$ .

- para  $m$  ímpar nas Equações 4.39 e 4.42 implica que os coeficientes de expansão das funções de Hough  $A_m^s$  e  $C_m^s$  são indicados por  $A_{2m-1}^0$  e  $C_{2m-1}^0$  onde  $m=1,2,3,\dots$ .

Finalmente, para o caso em que  $s > 0$  e  $\nu \neq 0$ , as Equações 4.20 a 4.22 podem ser reescritas como:

$$\left[ \frac{-s}{m(m+1)} \right] A_m^s - C_m^s + \frac{(m-1)}{m} E_m^s B_{m-1}^s + \frac{(m+2)}{(m+1)} E_{m+1}^s B_{m+1}^s -$$

$$\nu A_m^s = 0 ; \quad (4.43)$$

$$\left[ \frac{-s}{m(m+1)} \right] B_m^s + \frac{(m-1)}{m} E_m^s A_{m-1}^s + \frac{(m+2)}{(m+1)} E_{m+1}^s A_{m+1}^s -$$

$$\nu B_m^s = 0 , \quad (4.44)$$

e

$$\left[ \frac{-m(m+1)}{\varepsilon_n} \right] A_m^s - \nu C_m^s = 0 . \quad (4.45)$$

Com base nas expressões indicadas pelas Equações 4.43 a 4.45 e de acordo com os valores de  $m$ , os coeficientes de expansão das funções de Hough (autovetores) associados com a frequência  $\nu \neq 0$  (autovalor) ficam descritos por :

i) Caso simétrico

- para  $m$  par na Equação 4.43 tem-se o coeficiente  $A_m^s$  expresso por  $A_{2m-2}^s$ , onde  $m=1,2,3,\dots$ .

- para  $m$  ímpar na Equação 4.44 resulta em  $B_m^s$  do tipo  $B_{2m-1}^s$  com  $m=1,2,3,\dots$ .

- para  $m$  par na Equação 4.45 tem-se o coeficiente de expansão das funções de Hough  $C_m^s$  da forma  $C_{2m-2}^s$ , onde  $m=1,2,3,\dots$ .

ii) Caso anti-simétrico

-para  $m$  ímpar na Equação 4.43, o coeficiente  $A_m^s$  fica indicado por  $A_{2m-1}^s$  onde  $m=1,2,3,\dots$ .

- para  $m$  par na Equação 4.44 tem-se  $B_m^s$  do tipo  $B_{2m-2}^s$  com  $m=1,2,3,\dots$ .

-para  $m$  ímpar na Equação 4.45 o coeficiente de expansão  $C_m^s$  é da forma  $C_{2m-1}^s$ , onde  $m=1,2,3,\dots$ .

As ondas de Kelvin e mista (Rossby-gravidade) estão devidamente incluídas nos casos anteriores e correspondem ao primeiro modo de gravidade simétrico e ao primeiro modo de Rossby anti-simétrico, respectivamente.

Para determinar as componentes da velocidade horizontal em função dos coeficientes  $A_m^{s,n}$  e  $B_m^{s,n}$  basta expressá-las em termos da função de corrente e da velocidade potencial. Deste modo, tem-se :



$$\hat{U}_n = (is\hat{\Phi}_n - D\hat{\Psi}_n) / [\epsilon_n(1 - \mu^2)^{1/2}] , \quad (4.46)$$

e

$$\hat{V}_n = (-s\hat{\Psi}_n + D\hat{\Phi}_n) / [\epsilon_n(1 - \mu^2)^{1/2}] , \quad (4.47)$$

onde o operador D foi definido na Equação 4.18 e  $\epsilon_n$  segue a expressão dada na Equação 4.23.

Substituindo a Equação 4.11 na condição de ortogonalidade das funções de Hough indicada na Equação 4.10, resulta:

$$\int_{-1}^1 \Theta_\ell \cdot \Theta_{\ell'}^* d\mu = \int_{-1}^1 \left( \hat{U}_\ell \cdot \hat{U}_{\ell'} + \hat{V}_\ell \cdot \hat{V}_{\ell'} + \hat{Z}_\ell \cdot \hat{Z}_{\ell'} \right) d\mu = K\delta_{\ell\ell'} . \quad (4.48)$$

onde os índices s, n e r das componentes  $\hat{U}$ ,  $\hat{V}$  e  $\hat{Z}$  e da função  $\Theta(\varphi)$  foram omitidos para simplificação de notação e os índices  $\ell$  e  $\ell'$  se referem a dois modos horizontais distintos para o mesmo s e n. A constante K surge pois se considera que a função vetorial de Hough não está ainda normalizada.

Substituindo as definições dadas na Equação 4.19 em 4.46 e 4.47 e usando as propriedades das funções normalizadas de Legendre descritas no Apêndice D (Equação D.2), as expressões para o campo de vento, em termos dos

coeficientes de expansão das funções de Hough, ficam indicadas respectivamente por:

$$\hat{U}_n = [\epsilon_n (1-\mu^2)]^{-1/2} \sum_{m=s}^{s+M} \left\{ -s A_m^{s,n} P_m^s - [(m+1) E_m^s B_m^{s,n}] \right.$$

$$\left. P_{m-1}^s + \left[ m E_{m+1}^s B_m^{s,n} \right] P_{m+1}^s \right\}; \quad (4.49)$$

e

$$\hat{V}_n = [\epsilon_n (1-\mu^2)]^{-1/2} \sum_{m=s}^{s+M} \left\{ -s B_m^{s,n} P_m^s - [(m+1) E_m^s B_m^{s,n}] \right.$$

$$\left. P_{m-1}^s + \left[ m E_{m+1}^s B_m^{s,n} \right] P_{m+1}^s \right\}. \quad (4.50)$$

Utilizando as Equações 4.19 e recorrendo ao Apêndice D (Equação D.2), as expressões que indicam a energética das funções de Hough, em termos dos coeficientes de expansão, ficam descritas por:

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 \hat{Z}_\ell \cdot \hat{Z}_\ell \, d\mu &= \sum_{m=s}^{s+M} \sum_{j=s}^{s+M} c_{m,\ell}^s c_{j,\ell}^s \int_{-1}^1 P_m^s(\mu) P_j^s(\mu) \, d\mu = \\ &= \sum_{m=s}^{s+M} c_{m,\ell}^s c_{m,\ell}^s; \end{aligned} \quad (4.51)$$

$$\int_{-1}^1 \left( \hat{U}_\ell \cdot \hat{U}_{\ell'} + \hat{V}_\ell \cdot \hat{V}_{\ell'} \right) d\mu = \sum_{m=s}^{s+M} \frac{m(m+1)}{\epsilon_n} \left( A_{m,\ell}^{s,n} A_{m,\ell'}^{s,n} + B_{m,\ell}^{s,n} B_{m,\ell'}^{s,n} \right). \quad (4.52)$$

Assim, em termos dos coeficientes de expansão (Equações 4.51 e 4.52) a condição de ortogonalidade das funções de Hough (Equação 4.48) para  $\ell = \ell'$  fica expressa por :

$$\int_{-1}^1 \left( \hat{U}_n^2 + \hat{V}_n^2 + \hat{Z}_n^2 \right) d\mu = \sum_{m=s}^{s+M} \left\{ \left[ (A_m^{s,n})^2 + (B_m^{s,n})^2 \right] \left[ \frac{m(m+1)}{\epsilon_n} \right] + (C_m^{s,n})^2 \right\} = K. \quad (4.53)$$

Para se efetuar a normalização das autofunções resolve-se, em primeiro lugar, o problema de autovalor( $\nu$ )-autovetor( $A_m^s, B_m^s, C_m^s$ ). A seguir, calcula-se  $K$  através da somatória na Equação 4.53 e divide-se os coeficientes  $A_m^s, B_m^s$  e  $C_m^s$  pela raiz quadrada de  $K$ . Desse modo, a integral na Equação 4.53 deve ser igual a 1. É feito esse teste através da quadratura de Gauss, após o cálculo de  $\hat{U}_n, \hat{V}_n$  e  $\hat{Z}_n$  usando as Equações 4.19, 4.49 e 4.50. Neste procedimento, tolera-se um erro de  $10^{-9}$  em 1.

Para testar erros de arredondamento devido ao truncamento nos valores numéricos (por ocasião da representação no computador), é procedido um teste de ortogonalidade após a normalização ( $K=1$ ) usando a Equação 4.48.

Para atingir tolerância da mesma ordem que a da normalização concluiu-se que o uso das funções de Legendre normalizadas era essencial. Para funções de Hough de alta ordem ocorrem problemas no processo de ortogonalização, devido aos fatoriais que surgem nas relações de ortogonalidade, quando não são usadas as funções associadas de Legendre em sua versão normalizada (Apêndice D). Esse é o motivo de nesse trabalho se fazer uso dessa formulação ao invés das funções de Legendre não-normalizadas como em outros trabalhos (Longuet-Higgins, 1968; Kasahara, 1976; Bonatti et al., 1983).

A Equação 4.53 também se relaciona com a energia associada com cada modo vertical  $n$ ; a energia total foi normalizada de modo que a soma energia cinética + energia potencial disponível totalize  $1/2$  (Bonatti e Silva Dias, 1986). Assim, a energia cinética zonal (ECZ), energia cinética meridional (ECM) e a energia potencial disponível (EPD) para o modo de Rossby são indicadas nas Figuras 4.2, 4.3 e 4.4, respectivamente. As configurações estão em função do harmônico zonal ( $s$ ) e do índice meridional ( $\ell$ ), tanto para o modo externo (profundidade equivalente da ordem de 10 km) como para o modo interno ( $H_n \sim 250$  m) que representa o modo vertical mais excitado pelo aquecimento, na região tropical. Nota-se a continuidade energética entre os modos geostróficos zonais ( $s = 0$ ) e os modos não-zonais ( $s \geq 1$ ), com os modos zonais mais dependentes da profundidade equivalente, com exceção da energia cinética meridional, que é nula em ambos os casos (Figuras 4.3a e 4.3b). A análise das Figuras 4.2 e 4.4 mostra que quando  $s = 0$  e  $H_n \sim 10$  Km tem-se a ECZ tendendo a 0.5 para  $\ell$  crescente (Figura 4.2a), e EPD tendendo a zero para valores grandes de  $\ell$  (Figura 4.4a); já para  $H_n$  pequeno ocorre uma equipartição de energia cinética e energia potencial disponível para o modo de Rossby, conforme indicado nas Figuras 4.2b e 4.4b.

Nota-se também que para Para  $H_n$  grande, a ECZ cresce com  $l$  e decresce com  $s$  (Figura 4.2a) enquanto que para ECM ocorre o oposto (Figura 4.3a), com uma variação praticamente linear no plano  $s$  versus  $l$  para ECM e ECZ. Quanto à energia potencial disponível, os máximos ocorrem para valores pequenos de  $s$ , e com  $l$  em torno de 1 (Figura 4.4a).

Para  $H_n \sim 250$  m, a ECZ permanece mais concentrada para  $s$  pequeno e  $l$  em torno de 10 (Figura 4.2b) e a ECM continua crescendo com  $s$  e decrescendo com  $l$  (Figura 4.3b), porém a variação não é mais linear como no caso do modo externo e os máximos aparecem mais confinados. A EPD do modo de Rossby (Figura 4.4b) sofre maiores alterações em comparação com  $H_n \sim 10$  Km (Figura 4.4a): os valores máximos ocorrem para  $s$  pequeno, e  $l$  em torno de 10.

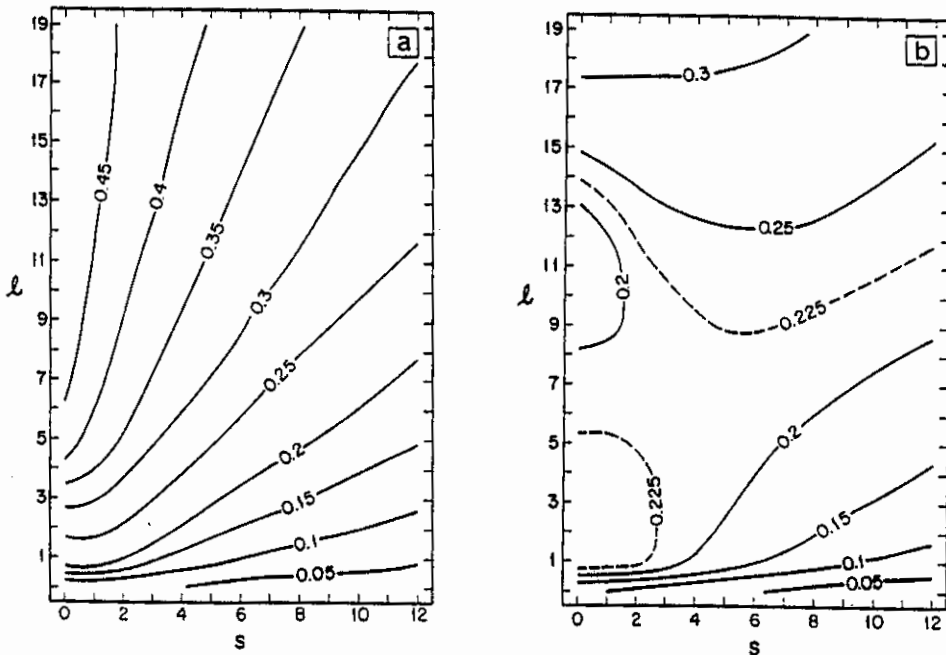


Fig. 4.2 - Energia cinética zonal do modo de Rossby em função do harmônico zonal ( $s$ ) e do índice meridional ( $l$ ) para (a)  $H_n \sim 10$  Km e (b)  $H_n \sim 250$  m.

FONTE: Bonatti e Silva Dias (1986), p. 331.

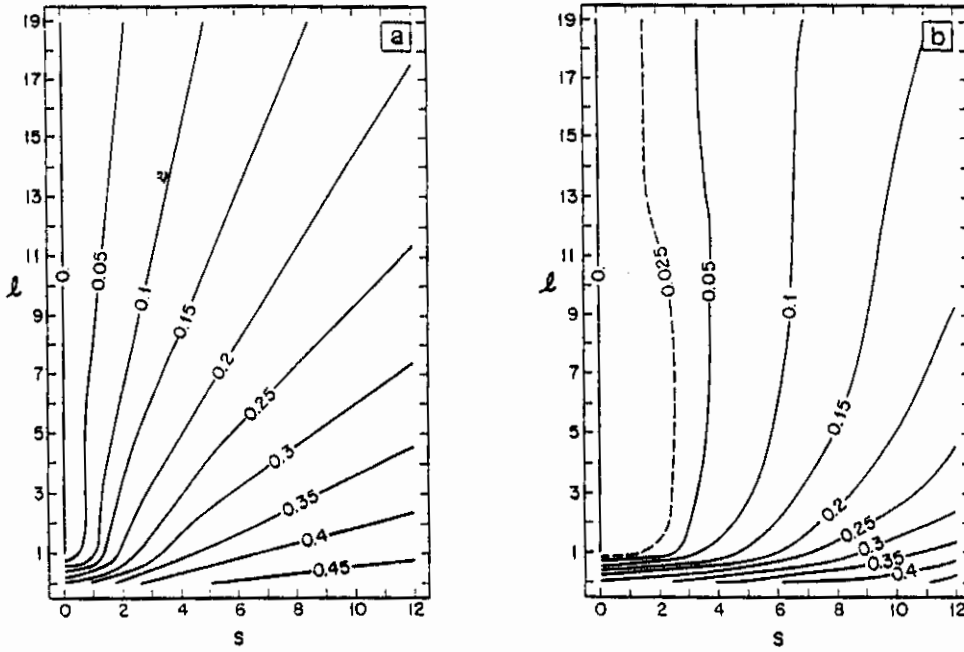


Fig. 4.3 - Energia cinética meridional do modo de Rossby, em função do harmônico zonal ( $s$ ) e do índice meridional ( $l$ ) para (a)  $H_n \sim 10$  Km e (b)  $H_n \sim 250$  m.

FONTE: Bonatti e Silva Dias (1986), p. 331.

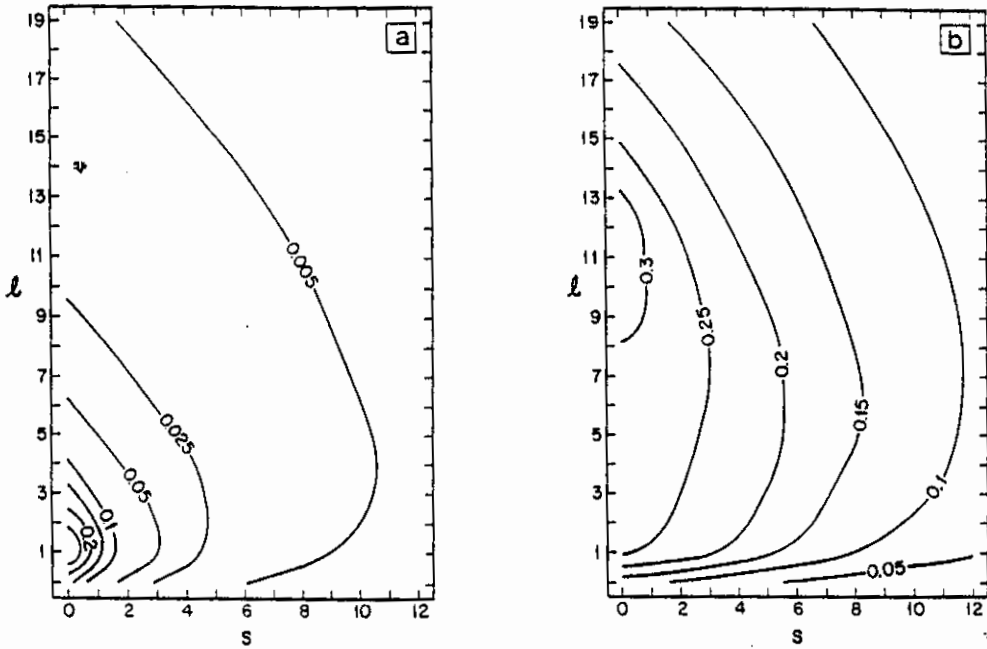


Fig. 4.4 - Energia potencial disponível do modo de Rossby em função do harmônico zonal (s) e do índice meridional (l) para (a)  $H_n \sim 10$  Km e (b)  $H_n \sim 250$  m.

FONTE: Bonatti e Silva Dias (1986), p.331.

Neste trabalho, como se faz uso de um modelo espectral não-linear há ainda a necessidade de se determinar as derivadas espaciais das funções de Hough para o cálculo dos termos não-lineares. Assim, para as derivadas espaciais associadas com cada modo vertical, tem-se:

$$\delta \hat{U}_n = \frac{d}{d\varphi} (\hat{U}_n \cos\varphi), \quad (4.54)$$

$$\delta \hat{V}_n = \frac{d}{d\varphi} (\hat{V}_n \cos\varphi), \quad (4.55)$$

$$e \quad \delta \hat{Z}_n = \frac{d}{d\varphi} (\hat{Z}_n \cos\varphi) \quad . \quad (4.56)$$

Em função dos coeficientes de expansão, as derivadas anteriores das funções de Hough ficam determinadas utilizando as definições dadas nas Equações 4.46 e 4.47, e combinando com a Equação 4.19, obtendo-se:

$$\delta \hat{U}_n = s \hat{V}_n + [(1-\mu^2)/\epsilon_n]^{1/2} \sum_{m=s}^{s+M} m(m+1) B_m^{s,n} P_m^s(\mu),$$

(4.57)

$$\delta \hat{V}_n = s \hat{U}_n + [(1-\mu^2)/\epsilon_n]^{1/2} \sum_{m=s}^{s+M} m(m+1) A_m^{s,n} P_m^s(\mu),$$

(4.58)

e

$$\delta \hat{Z}_n = (1-\mu^2)^{-1/2} \sum_{m=s}^{s+M} C_m^{s,n} [(m+1) E_m^s P_{m-1}^s(\mu) - m E_{m+1}^s P_{m+1}^s(\mu)].$$

(4.59)



CAPÍTULO 5FORMA ESPECTRAL DAS EQUAÇÕES DA ESTRUTURA HORIZONTALE ENERGÉTICA DO MODELO5.1 - UTILIZAÇÃO DO MÉTODO ESPECTRAL

A implementação da técnica espectral nos centros de previsão numérica do tempo teve início em 1976 na Austrália e Canadá. Já em 1980 o centro norte-americano (NMC) incorporou o modelo espectral na sua rotina operacional, e a partir de 1983 também o Japão e o ECMWF o fizeram. O grande impulso para essas mudanças foram os trabalhos Eliassen et al. (1970) e Orzag (1970) que desenvolveram, independentemente, o método da transformada numérica, no qual os termos não-lineares são decompostos do espaço de fase para o espaço real, onde são calculados como num modelo clássico de ponto de grade, e a seguir é feita a reconstituição para o espaço espectral, a cada passo de tempo. Deste modo, consegue-se minimizar a necessidade de armazenamento computacional dos coeficientes de interação horizontais, independente da expansão ser feita em termos dos harmônicos esféricos ou harmônicos de Hough.

No modelo desenvolvido nessa dissertação, o desenvolvimento da técnica espectral utiliza como base de expansão as Funções de Hough. Deste modo, o método de solução proposto para resolver as equações da estrutura horizontal (Equação 4.3) consiste em expandir a variável de estado  $A(\lambda, \varphi, t)$  em uma série convergente de autofunções (harmônicos de Hough), com truncamento romboidal  $M$ , de modo que :

$$A_n(\lambda, \varphi, t) = \sum_{\ell, s, r} C_{r,n}^{s,\ell}(t) \Theta_{r,n}^{s,\ell}(\varphi) \exp [is\lambda], \quad (5.1)$$

com  $-M \leq s \leq M$ ,  $\ell = 0, 1, 2, \dots$ ;  $r = 1, 2, 3$  e onde as funções de Hough  $\Theta_{r,n}^{s,\ell}(\varphi)$  seguem a expressão dada na Equação 2.3. O coeficiente de expansão  $C_{r,n}^{s,\ell}$  é função somente do tempo, está associado a cada modo vertical  $n$  e satisfaz a expressão :

$$C_{r,n}^{s,\ell}(t) = \int_{-1}^1 A_s(\mu, t) \cdot (\Theta_{r,n}^{s,\ell})^* d\mu, \quad (5.2)$$

$$\text{onde } A_s = (1/2\pi) \int_0^{2\pi} A_n(\lambda, \varphi, t) \exp [-is\lambda] d\lambda. \quad (5.3)$$

A Equação 5.2 denota a transformada de Hough e a Equação 5.3 indica o coeficiente de Fourier correspondente à expansão zonal da variável  $A_n(\lambda, \varphi, t)$ .

A expansão indicada pela Equação 5.1 permite escrever os termos do membro direito da Equação 4.3 como :

a) Termo não-linear  $N_n$  :

$$N_n(\lambda, \varphi, t) = \sum_{\ell, s, r} \eta_{r,n}^{s,\ell}(t) \Theta_{r,n}^{s,\ell}(\varphi) \exp [is\lambda], \quad (5.4)$$

b) Termo forçante  $F_n$  :

$$F_n(\lambda, \varphi, t) = \sum_{\ell, s, r} f_{r,n}^{s,\ell}(t) \Theta_{r,n}^{s,\ell}(\varphi) \exp [is\lambda], \quad (5.5)$$

onde os coeficientes  $\eta_{r,n}^{s,\ell}$  e  $f_{r,n}^{s,\ell}$  seguem uma definição análoga à do coeficiente  $C_{r,n}^{s,\ell}$  dada na Equação 5.2.

Substituindo as Equações 5.1, 5.4 e 5.5 na Equação 4.3, multiplicando pelo complexo conjugado do harmônico de Hough e integrando no domínio  $0 \leq \lambda \leq 2\pi$  e  $-1 \leq \mu \leq 1$ , obtém-se :

$$\frac{d}{dt} C_{r,n}^{s,\ell}(t) + i \nu_{r,n}^{s,\ell} C_{r,n}^{s,\ell}(t) = \eta_{r,n}^{s,\ell}(t) + f_{r,n}^{s,\ell}(t), \quad (5.6)$$

onde o sistema original (Equações 2.39 a 2.41) de equações diferenciais parciais foi transformado num sistema acoplado de equações diferenciais ordinárias, o qual governa a evolução dos coeficientes de expansão e tem a forma de um oscilador harmônico forçado (Silva Dias e Schubert, 1979).

Assim, a Equação 5.6 governa a variação temporal dos coeficientes de expansão  $C_{r,n}^{s,\ell}(t)$  relativos à variável de estado  $A_n(\lambda, \varphi, t)$  com uma solução numérica não-elementar, já que os coeficientes do membro direito da equação 5.6 acoplam todos os modos (zonais, meridionais, rotacionais e gravitacionais) para cada modo vertical  $n$ . Assim, o termo não-linear  $\eta_{r,n}^{s,\ell}(t)$  é função de todos os coeficientes  $C_{r,n}^{s,\ell}(t)$ , conforme indicado no desenvolvimento das expressões para os termos não-lineares no Apêndice A (Equações A.1, A.12 e A.14).

O coeficiente  $\eta_{r,n}^{s,\ell}$  contém informação sobre os termos não-lineares do sistema original (advecção, termos métricos) e o coeficiente  $f_{r,n}^{s,\ell}$  corresponde ao termo forçante, ou seja, dissipação por atrito e a fonte de calor tropical (aquecimento diabático). Uma vez que esses dois

coeficientes são obtidos, a solução tridimensional para os campos de vento e geopotencial (Equação 4.3), indicados matricialmente por  $A(\lambda, \varphi, \sigma, t)$ , fica expressa por:

$$A(\lambda, \varphi, \sigma, t) = \sum_n S_n \sum_{\ell, s, r} C_{r,n}^{s,\ell}(t) \otimes_{r,n}^{s,\ell}(\varphi) \exp [is\lambda] \psi_n(\sigma), \quad (5.7)$$

onde  $S_n$  segue a definição da Equação 4.1 e  $\psi_n$  são os autovetores da equação da estrutura vertical (Equações 2.32 a 2.34).

O cálculo dos coeficientes de expansão em modos normais para os termos não-lineares e forçantes é feito pelo método da transformada numérica (Eliassen et al., 1970; Orszag, 1970) referenciada no início deste capítulo. Assim, as funções  $N_n(\lambda, \varphi, t)$  e  $F_n(\lambda, \varphi, t)$  são representadas numa grade bidimensional tal que as integrais nas Equações 5.2 e 5.3 possam ser calculadas precisamente através de uma quadratura numérica (gaussiana) e por transformada rápida de Fourier, respectivamente.

A grade no sentido zonal é regular, enquanto no sentido meridional tem suas latitudes fornecidas pelos zeros do polinômio de Legendre (latitudes gaussianas). Neste caso, a ordem do polinômio de Legendre é obtida tomando por base a ordem do maior polinômio do integrando da Equação 5.2 que permita o cálculo exato da integral dentro do truncamento escolhido. Portanto, a resolução horizontal do modelo depende do truncamento espectral escolhido; neste trabalho será usado o truncamento romboidal (Daley e Bourassa, 1978), conforme indicado na Equação 4.19. O número de pontos zonais (I) e meridionais (J) são tais que  $I \geq 3(M+1)$  e  $J \geq 5(M+1)/2$ , onde M indica o truncamento. Para  $M = 31$ , como no caso dessa disser-

tação, o truncamento romboidal (R31) corresponde a uma grade horizontal (I x J) de 96 x 80 pontos.

## 5.2 - MÉTODO NUMÉRICO DE SOLUÇÃO

A evolução no tempo da Equação 5.6 pode ser obtida através de vários esquemas numéricos. Daley (1981) considera vários métodos eficientes para a integração das equações da água-rasa, utilizando a expansão em modos normais; o autor desenvolveu técnicas aplicáveis a modelos espectrais cuja base era constituída por funções associadas de Legendre. No caso de modelos como o utilizado nesta dissertação, que faz uso dos próprios modos normais como base de expansão (funções de Hough), a implementação do método semi-analítico é mais eficiente (Bonatti e Silva Dias, 1983). Este método de integração consiste na utilização da solução exata da parte linear do modelo e considera os termos não-lineares e forçantes constantes durante o dobro de intervalo de tempo utilizado na integração; isto permanece razoável desde que o intervalo de tempo usado seja bem menor em comparação com a escala de variação temporal típica destes termos. Assim, tem-se :

$$C^{m+1} = C^{m-1} \exp[-i\nu 2\Delta t] + (\eta^m + f^m) \left[ \frac{1 - \exp[-i\nu 2\Delta t]}{i\nu} \right], \quad (5.8)$$

onde  $\Delta t$  é o intervalo de tempo,  $m$  é o nível de tempo na integração numérica e  $t = m\Delta t$ ; os índices  $s, l, r, e$  e  $n$  dos coeficientes  $C, \eta, f$  e da frequência  $\nu$  foram omitidos para simplificar a notação.

Os novos coeficientes de expansão em  $t+\Delta t$  são usados para a reconstituição dos campos prognosticados de vento (zonal e meridional) e geopotencial, em uma grade

gaussiana. Também podem ser analisadas as saídas relativas aos campos derivados como divergência e vorticidade.

Quanto ao movimento vertical, no Apêndice B (Equação B.15) é mostrado o desenvolvimento das expressões utilizadas para a obtenção das saídas do campo de velocidade vertical, em coordenada vertical de pressão ( $\omega$ ). O modelo também permite o estudo da energética relativa aos escoamentos induzidos pelas fontes de calor tropicais. Este aspecto será detalhado no item 5.4 deste capítulo.

Para os modos geostróficos ( $s = 0$  e  $\nu = 0$ ) a indeterminação na Equação 5.8 é removida utilizando a regra de L'Hospital. Assim, para esse caso em particular tem-se:

$$c^{m+1} = c^{m-1} + (\eta^m + f^m) 2\Delta t, \quad (5.9)$$

O esquema semi-analítico tem a vantagem de tratar analiticamente as ondas lineares de alta frequência, reproduzindo assim o processo de ajuste dos campos de massa e do vento, efetuado pela propagação das ondas de gravidade. O intervalo de tempo ( $\Delta t$ ) usado no modelo é de 30 minutos e somente para o primeiro passo foi utilizado esquema previsão-correção (com um passo de metade do  $\Delta t$ ), já que o avanço no tempo é feito com um esquema de três níveis.

### 5.3 - INICIAÇÃO DO MODELO

A solução completa da Equação 5.6 exige uma condição inicial, fornecida pelos coeficientes de expansão das variáveis em  $t=0$ , para todos os  $s$ ,  $l$ ,  $r$  associados com cada nível vertical  $n$  do modelo.

Uma condição inicial arbitrária pode projetar-se sobre todos os modos, fazendo com que a evolução futura da solução dependa da partição de energia. Como a magnitude da velocidade de grupo das ondas de gravidade é bem maior que a dos modos rotacionais, uma configuração inicial que, por exemplo, tenha sua energia concentrada nas ondas rotacionais, apresentará uma escala de tempo característica da dispersão lenta (Bonatti e Silva Dias, 1983).

No caso linear e sem forçante ( $N = F = 0$ , na Equação 4.3) o caráter dispersivo das ondas não altera a distribuição inicial de energia. No entanto, no caso não-linear pode ocorrer uma transferência de energia dos modos rotacionais para as ondas de gravidade, mesmo que não haja componente gravitacional na condição inicial. Assim, o esquema de iniciação utilizado no modelo deverá manter a condição inicial o mais próximo possível da informação observacional, mas também deve suprimir o surgimento de ondas de gravidade de alta frequência (ruídos).

O procedimento de iniciação por modos normais têm sido utilizado, operacionalmente, em vários centros de previsão meteorológica. Esta técnica utiliza a expansão das variáveis em modos normais (Equação 5.1) e separa as oscilações livres em modos rápidos e lentos, de acordo com a sua frequência (Daley, 1981).

O modelo utilizado nesta dissertação permite fazer uso do método de iniciação por modos normais linear ou não-linear e diabática ou adiabática, cujas características principais são descritas a seguir.

a) Iniciação linear: neste caso, as componentes gravitacionais são excluídas do campo de entrada do

modelo. Assim, a condição inicial  $A_n(\lambda, \varphi, 0)$  fica projetada sobre os modos rotacionais de baixa frequência (identificados por  $r = 3$ , nas Equações 2.3 e 5.1) e denotada por:

$$A_n^R(\lambda, \varphi, 0) = \sum_{\ell, s} C_{n,3}^{s,\ell} H_{n,3}^{s,\ell}(\lambda, \varphi). \quad (5.9)$$

No entanto, este método não é capaz de impedir a geração das ondas de gravidade quando aplicado ao conjunto de equações da estrutura horizontal, em sua forma não-linear, uma vez que os modos rápidos (gravitacionais) podem ser excitados pelos termos não-lineares durante a integração numérica (Equação 5.6).

b) Iniciação não-linear : neste procedimento se determina uma componente gravitacional que anule a tendência inicial de geração de modos de gravidade pelas forçantes e termos não-lineares e, juntamente com a parte rotacional indicada por  $A_n^R(\lambda, \varphi, 0)$ , compõe a condição inicial do modelo expressa por:

$$A_n(\lambda, \varphi, 0) = A_n^R(\lambda, \varphi, 0) + A_n^G(\lambda, \varphi, 0), \quad (5.10)$$

onde:

$A_n^R$  fica definido pela Equação 5.9 e para  $A_n^G$  tem-se :

$$A_n^G(\lambda, \varphi, 0) = \sum_{\ell, s} \left[ C_{n,r}^{s,\ell} H_{n,r}^{s,\ell}(\lambda, \varphi) \right], \quad (5.11)$$

onde  $r = 1$  e  $r = 2$  identificam modos de gravidade que se propagam para oeste e para leste, respectivamente.



O método de iniciação por modos normais não-linear implica em se recalcular a componente gravitacional  $A_n^G$  de modo a satisfazer uma tendência inicial nula de geração de modos de gravidade, expressa por:

$$\frac{\partial}{\partial t} A_n^G = 0. \quad (5.12)$$

Assim, a iniciação não-linear por modos normais torna-se mais eficiente no sentido de evitar que a componente gravitacional interfira negativamente na evolução temporal dos campos integrados no modelo, e permite reescrever a Equação 4.3 como:

$$\underline{L} \cdot A_n^G = N + F. \quad (5.13)$$

A relação entre a condição de equilíbrio descrita na equação 5.13 e os coeficientes de expansão dos modos de gravidade pode ser obtida multiplicando a Equação 5.13 pelo complexo conjugado dos harmônicos de Hough (Equação 5.11), e integrando o resultado no domínio  $0 \leq \lambda \leq 2\pi$  e  $-1 \leq \mu \leq 1$ , obtendo-se:

$$C_{n,r}^{s,\ell} = -i \left( \frac{\eta_{n,r}^{s,\ell} + f_{n,r}^{s,\ell}}{\nu_{r,n}^{s,\ell}} \right), \quad r = 1, 2 \quad (5.14)$$

para todos os  $s, \ell$  e  $r$  associados com cada nível vertical  $n$  do modelo. A Equação 5.14 é transcendental, uma vez que os coeficientes da componente gravitacional relativos aos termos não-lineares (expressos por  $\eta_{n,r}^{s,\ell}$  na Equação 5.14)

dependem implicitamente dos coeficientes  $C_{n,r}^{s,\ell}$  (indicados na Equação 5.11), o que exige um método iterativo de solução.

Se a iniciação não-linear é feita de acordo com a Equação 5.14 é denominada diabática; caso o termo  $f_{r,n}^{s,\ell}$  seja desprezado, então a iniciação é dita adiabática.

Daley (1981) descreve, detalhadamente, o esquema de iniciação não-linear por modos normais com base nos trabalhos de Baer e Tribbia (1977) e Machenhauer (1977).

#### 5.4 - ENERGÉTICA DO MODELO

As expressões para o cálculo da energia cinética (ECN), energia potencial disponível (EPN) e energia total (ETN) associada com cada modo vertical n, em forma adimensional, ficam definidas por:

$$ECN = \frac{1}{2} \left( \hat{u}_n^2 + \hat{v}_n^2 \right); \quad (5.15)$$

$$EPN = \frac{1}{2} \left( \hat{h}_n^2 \right); \quad (5.16)$$

$$ETN = \frac{1}{2} \left( \hat{u}_n^2 + \hat{v}_n^2 + \hat{h}_n^2 \right); \quad (5.17)$$

onde o somatório em n, uma vez aplicado nas Equações 5.15 a 5.17, fornece a magnitude da energia integrada verticalmente (EIV) para cada caso.

A geração de energia cinética (ECN) pode ser obtida somando-se o resultado da multiplicação das Equações 2.39 e 2.40 por  $\hat{u}_n$  e  $\hat{v}_n$ , respectivamente, obtendo-se:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\text{ECN}) + \frac{\vartheta_n}{\cos\varphi} \left( \hat{u}_n \frac{\partial \hat{h}_n}{\partial \lambda} + (\hat{v}_n \cos\varphi) \frac{\partial \hat{h}_n}{\partial \varphi} \right) = \hat{u}_n \hat{R}_n^u + \hat{v}_n \hat{R}_n^v, \quad (5.18)$$

Para o cálculo da geração de energia potencial disponível basta multiplicar a Equação 2.41 por  $\hat{h}_n$ , fornecendo:

$$\frac{\partial}{\partial t} \text{EPN} + \frac{\vartheta_n}{\cos\varphi} \hat{h}_n \left( \frac{\partial \hat{u}_n}{\partial \lambda} + \frac{\partial (\hat{v}_n \cos\varphi)}{\partial \varphi} \right) = \hat{h}_n \hat{R}_n^h, \quad (5.19)$$

A tendência de energia total (ETN) calculada pelo modelo fica então expressa pela soma das Equações 5.18 e 5.19, resultando:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \text{ETN} + \frac{\vartheta_n}{\cos\varphi} \left( \frac{\partial (\hat{h}_n \hat{u}_n)}{\partial \lambda} + \frac{\partial (\hat{h}_n \hat{v}_n \cos\varphi)}{\partial \varphi} \right) = \\ = \hat{u}_n \hat{R}_n^u + \hat{v}_n \hat{R}_n^v + \hat{h}_n \hat{R}_n^h. \end{aligned} \quad (5.20)$$

onde:

i) a constante adimensional  $\vartheta_n$  segue a definição dada na Equação 2.42;

ii) os termos do membro direito da equação 5.20 indicam a contribuição total dos termos não-lineares e forçantes na evolução temporal da energia cinética zonal, cinética meridional e potencial disponível. As resultantes  $\hat{R}_n^u$ ,  $\hat{R}_n^v$  e  $\hat{R}_n^h$  são explicitadas no Apêndice A (Equações A.1, A.12 e A.14, respectivamente).

Os termos relativos à dissipação de momentum (atrito) nas direções zonal e meridional são expressos conforme a Equação A.11. Para a Equação da Energia Termodinâmica, o esfriamento na temperatura é expresso na Equação A.20 e o termo referente ao aquecimento diabático é desenvolvido na Equação A.22.

O somatório em  $n$ , aplicado nas Equações 5.18 a 5.20, fornece a geração de energia (cinética zonal, cinética meridional ou potencial disponível) integrada na vertical. É importante lembrar que a integral global horizontal anula o 2º termo do lado esquerdo da Equação 5.20 (satisfazendo à condição de ortogonalidade das funções de Hough, expressa na Equação 4.48). Além disso, se o membro direito da Equação 5.20 for nulo tem-se a conservação da energia total integrada globalmente.

## CAPÍTULO 6

### METODOLOGIA E DESCRIÇÃO DOS EXPERIMENTOS

#### 6.1 - EXPERIMENTOS QUE UTILIZAM UMA CONDIÇÃO INICIAL DE REPOUSO

Nas simulações com o modelo prognóstico, onde não se incluiu um campo inicial observado, utilizou-se como condição inicial uma atmosfera em repouso com os campos das variáveis de estado (vento e geopotencial) satisfazendo a condição:  $\hat{u}_n(\lambda, \varphi, 0) = \hat{v}_n(\lambda, \varphi, 0) = \hat{h}_n(\lambda, \varphi, 0) = 0$ , e sendo fornecido o perfil vertical de temperatura do estado básico (Equação 3.5) conforme indicado na Figura 3.1a. Assim, para os experimentos que utilizam essa condição inicial, a configuração dos escoamentos obtidos deve-se unicamente ao efeito direto da forçante térmica.

#### 6.2 - EXPERIMENTOS QUE UTILIZAM UMA CONDIÇÃO INICIAL OBSERVADA

Para os experimentos onde se incluiu um campo inicial observado utilizou-se como condição inicial a média zonal dos campos das diversas variáveis para as 00 UTC do dia 4 de fevereiro de 1989 e, a seguir, o modelo foi integrado por um período de 5 dias. Utilizando a técnica de iniciação não-linear por modos normais (descrito no Capítulo 5), esses dados de entrada foram inicializados, de modo a suprimir a tendência inicial de geração dos modos de gravidade. As Figuras 6.1 a 6.6 referem-se à média zonal dos campos de velocidade zonal, velocidade meridional, vorticidade, divergência, movimento vertical e temperatura tanto para o caso da condição inicial onde se aplicou o

procedimento de inicialização (Figuras 6.1b a 6.6b) como para os campos não-inicializados (Figuras 6.1a a 6.6a). A estrutura meridional do campo de pressão à superfície utilizado como condição inicial é indicada nas Figuras 6.6c e 6.6d, para os casos sem e com inicialização, respectivamente.

Através da análise relativa à componente zonal do vento não-inicializada e inicializada (Figuras 6.1a e 6.1b, respectivamente) verifica-se que os efeitos da inicialização são pouco sensíveis no campo de vento zonal, principalmente em baixos níveis onde permanece uma fraca componente zonal de leste no Hemisfério Norte ( $10^{\circ}\text{N}$ ) e vento de oeste no Hemisfério Sul. Em altos níveis predominam os ventos de oeste como no campo sem inicialização (Figura 6.1a), mas ocorre uma intensificação do jato subtropical próximo a  $50^{\circ}\text{S}$  (Figura 6.1b), embora com valores absolutos menores que o núcleo de máxima velocidade zonal no Hemisfério Norte ( $30^{\circ}\text{N}$ ).

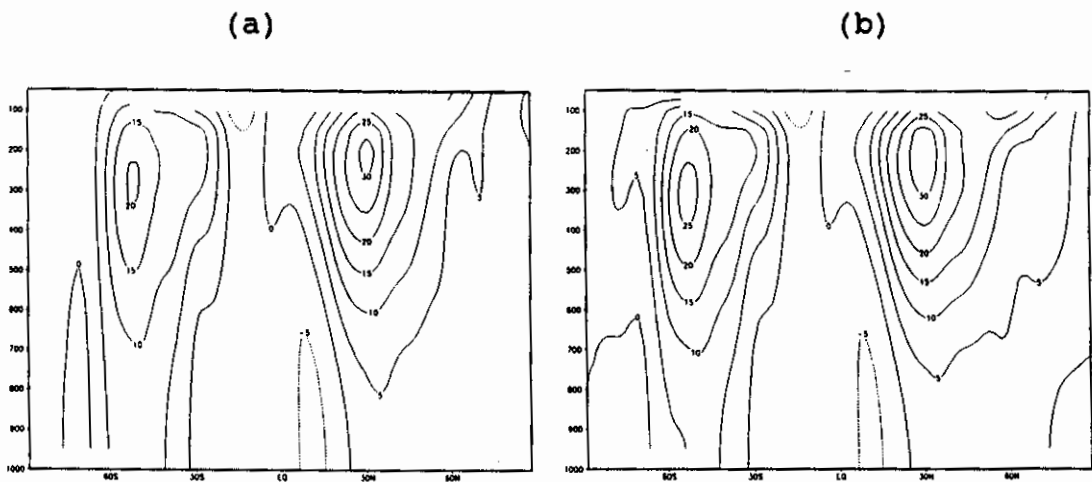


Fig. 6.1 - Campo de velocidade zonal da condição inicial.

(a) sem inicialização e (b) inicializado.

(a) e (b) os contornos são de -5 a 30 ( $\Delta=5$  m/s).

As diferenças entre a condição inicial com e sem inicialização são mais perceptíveis no campo de vento meridional do que zonal. Em baixos níveis, a velocidade meridional não-inicializada (Figura 6.2a) apresenta componente de norte concentrada na faixa tropical (entre  $10^{\circ}\text{S}$  e  $30^{\circ}\text{N}$ ) e ventos de sul que atingem latitudes mais altas. Já o campo inicializado (Figura 6.2b) revela apenas os ventos de norte em baixos níveis, restritos entre  $20^{\circ}\text{S}$  e  $20^{\circ}\text{N}$ . Em altos níveis, a velocidade meridional inicializada apresenta ventos de sul localizados entre  $30^{\circ}\text{S}$  e  $30^{\circ}\text{N}$ , enquanto que no campo sem inicialização da Figura 6.2a além dos núcleos de máximo positivo da faixa equatorial, ocorrem também ventos de norte, principalmente no Hemisfério Norte.

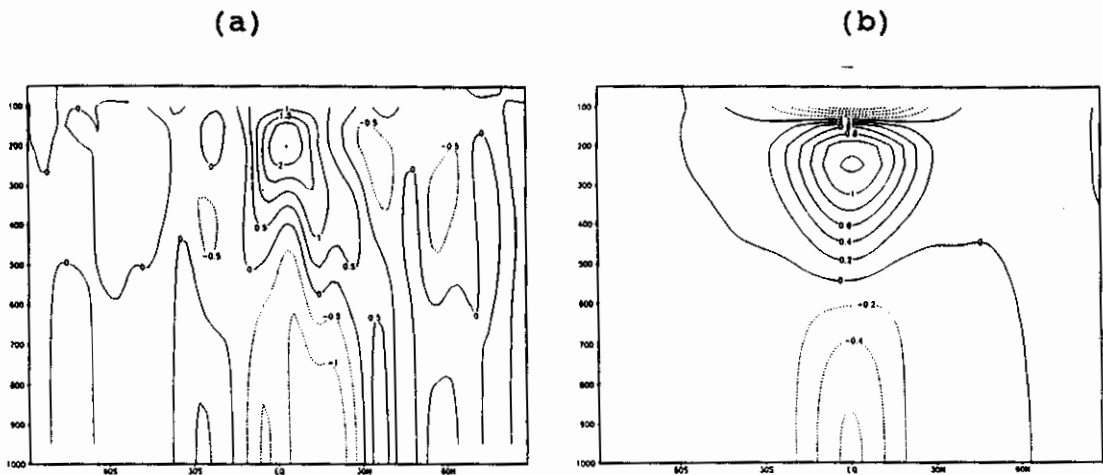


Fig. 6.2 - Campo de vento meridional da condição inicial.

(a) sem inicialização e (b) inicializado.

(a) os contornos são de  $-0,5$  a  $2,0$  ( $\Delta=0,5$  m/s);

(b) os contornos são de  $-0,6$  a  $1,2$  ( $\Delta=0,2$  m/s).

Quanto ao campo de vorticidade referente à condição inicial, as configurações com e sem inicialização permanecem praticamente inalteradas na baixa troposfera. Em altos níveis, o campo de vorticidade para a condição inicial inicializada (Figura 6.3b) apresenta um aumento no

valor dos centros de máxima vorticidade negativa em ambos os hemisférios (próximos a  $60^{\circ}\text{S}$  e  $20^{\circ}\text{N}$ ), em comparação com o campo sem inicialização (Figura 6.3a). Comparando as as Figuras 6.1b e 6.3b nota-se que como esses campos referem-se à média zonal (independem da longitude  $\lambda$ ), a configuração do campo de vorticidade é dada apenas pela variação latitudinal da componente zonal do vento. Assim, para as regiões em que essa variação da velocidade zonal é positiva (negativa) tem-se valores negativos (positivos) para o campo de vorticidade. Por exemplo, para a faixa entre  $20^{\circ}\text{N}$  e  $30^{\circ}\text{N}$  enquanto o vento zonal em altos níveis aumenta com a latitude (Figura 6.1b), o campo de vorticidade indica um centro de máximo negativo (Figura 6.3b).

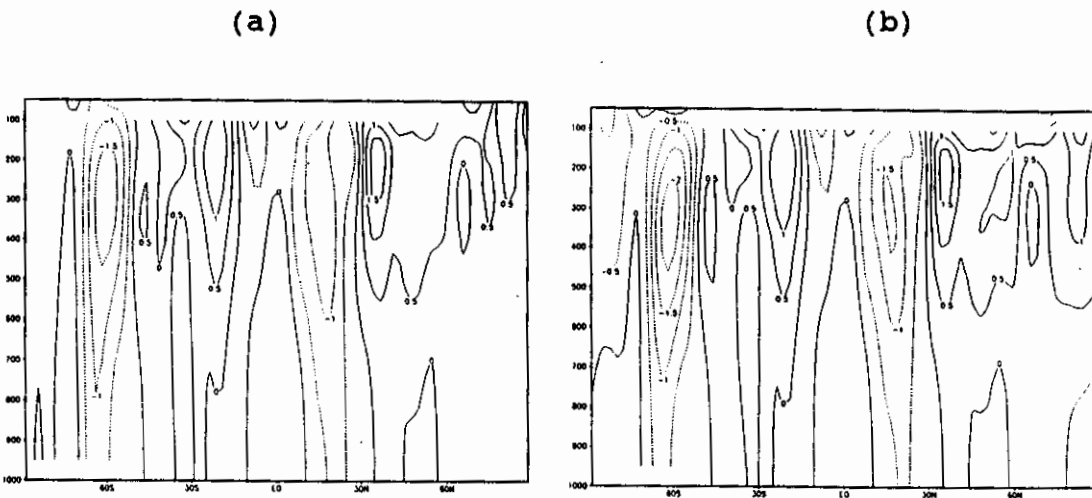


Fig. 6.3 - Campo de vorticidade da condição inicial.

(a) sem inicialização e inicializado (b).

(a) contornos são de  $-1,5$  a  $1,5$  ( $\Delta=0,5 \cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$ );

(b) contornos são de  $-2,0$  a  $1,5$  ( $\Delta=0,5 \cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$ ).

Para o campo de divergência horizontal, a condição inicial onde não se aplicou a inicialização (Figura 6.4a) apresenta núcleos de máximos positivos e



negativos distribuídos tanto na faixa equatorial como em latitudes mais altas, com uma estrutura vertical baroclínica e com os valores positivos bem maiores em comparação com o campo onde se utilizou a iniciação não-linear por modos normais (Figura 6.4b). Verifica-se ainda que, com a inicialização, tanto a convergência (divergência) em baixos (altos) níveis como a divergência (convergência) em altos (baixos) níveis ficam mais concentradas na faixa tropical (entre  $30^{\circ}\text{N}$  e  $30^{\circ}\text{S}$ ). Além disso, a média zonal da divergência para o campo inicializado (Figura 6.4b) revela uma estrutura com forma simétrica em relação ao Equador, e uma maior intensidade para a configuração do campo em altos níveis.

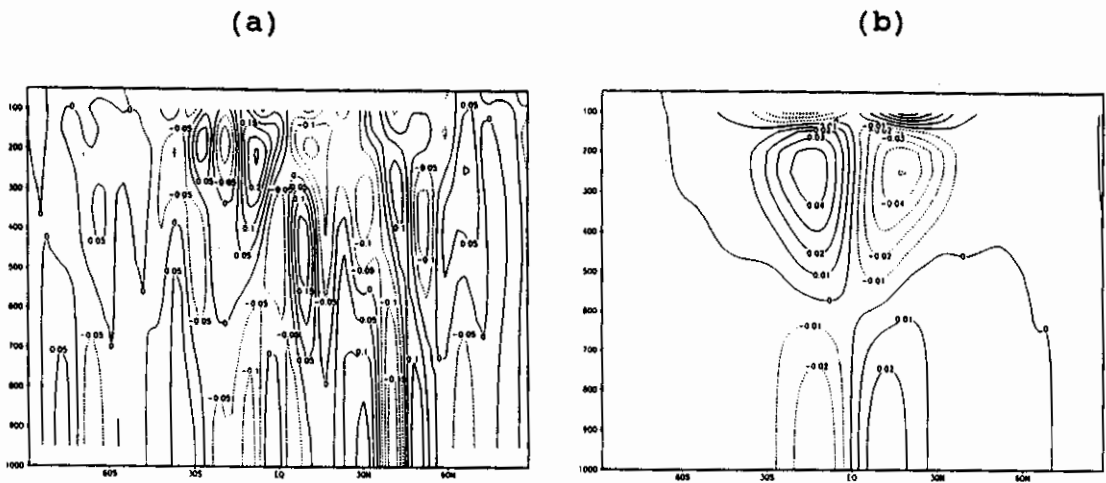


Fig. 6.4 - Campo de divergência da condição inicial.

(a) sem inicialização e (b) inicializado.

(a) contornos de  $-0,05$  a  $0,25$  ( $\Delta=0,05 \cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$ );

(b) contornos de  $-0,04$  a  $0,04$  ( $\Delta=0,05 \cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$ ).

Comparando as Figuras 6.2b e 6.4b relativas à média zonal (independente de  $\lambda$ ) para a velocidade meridional e divergência, respectivamente, verifica-se que a configuração do campo de divergência é proporcional à variação latitudinal da componente meridional do vento.

Assim, na Figura 6.4b os centros de máximo positivo (negativo) próximo a  $20^{\circ}\text{N}$ , em baixos (altos) níveis, indicam regiões em que a magnitude do vento meridional aumenta (diminui) com a latitude (Figura 6.2b). Portanto, o fato da inicialização ser mais sensível para o campo de velocidade meridional do que para o vento zonal teve uma implicação: o campo de divergência também mostrou-se mais afetado pela inicialização do que o campo de vorticidade. Isto ocorreu em função dos dados serem representados por médias zonais.

No campo de velocidade vertical, para o caso da condição inicial não-inicializada (Figura 6.5a), verificam-se células alternadas de movimento vertical ascendente e subsidente em toda a extensão norte-sul, alcançando as latitudes extratropicais em ambos os hemisférios. Em contrapartida, quando o procedimento de inicialização é aplicado (Figura 6.5b) as diferenças tornam-se mais marcantes: o campo de movimento vertical restringe-se à faixa tropical, com movimento ascendente no Hemisfério Sul e subsidente no Hemisfério Norte, até aproximadamente o nível de 300 hPa. A partir de então, o campo de velocidade vertical muda de sinal, com o núcleo negativo ocorrendo no Hemisfério Norte e o movimento vertical subsidente concentrado no Hemisfério Sul.

Analisando a Figura 6.5b também se verifica que para o campo inicializado ocorre uma diminuição nos valores absolutos dos máximos (positivo e negativo) de aproximadamente sete vezes, em relação à condição inicial indicada na Figura 6.5a. Deste modo, comparando-se as Figuras 6.4b e 6.5b nota-se que o efeito da inicialização para o campo de velocidade vertical é bastante semelhante ao verificado durante a análise da divergência horizontal, como era esperado pela continuidade de massa.

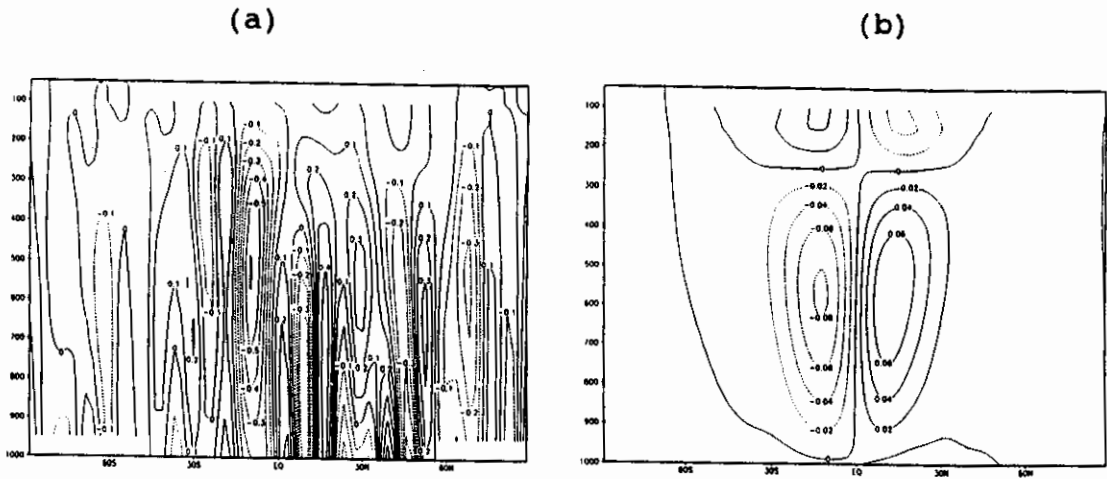


Fig. 6.5 - Velocidade vertical da condição inicial.  
 (a) sem inicialização e (b) inicializada.

(a) contornos de  $-0,6$  a  $0,4$  ( $\Delta=0,1 \cdot 10^{-3}$  hPa/s)

(b) contornos de  $-0,08$  a  $0,06$  ( $\Delta=0,02 \cdot 10^{-3}$  hPa/s)

A média zonal do campo de temperatura referente à condição inicial apresenta pouca influência com a aplicação da iniciação não-linear por modos normais. Tanto o campo inicializado (Figura 6.6b) como o não-inicializado (Figura 6.6a) apresentam uma variação de temperatura com amplitude de 80 K. A configuração das isotermas confirmam uma maior espessura das camadas para a região de maior aquecimento, que ocorre na faixa equatorial, até cerca de 600 hPa.

No campo que indica a estrutura meridional da pressão à superfície, o efeito do procedimento de inicialização é bastante sensível. Com a utilização de uma condição inicial inicializada ocorre uma queda na magnitude do intervalo entre os pontos de máximo e mínimo, de 40 hPa (Figura 6.6c) para cerca de 20 hPa (Figura 6.6d).

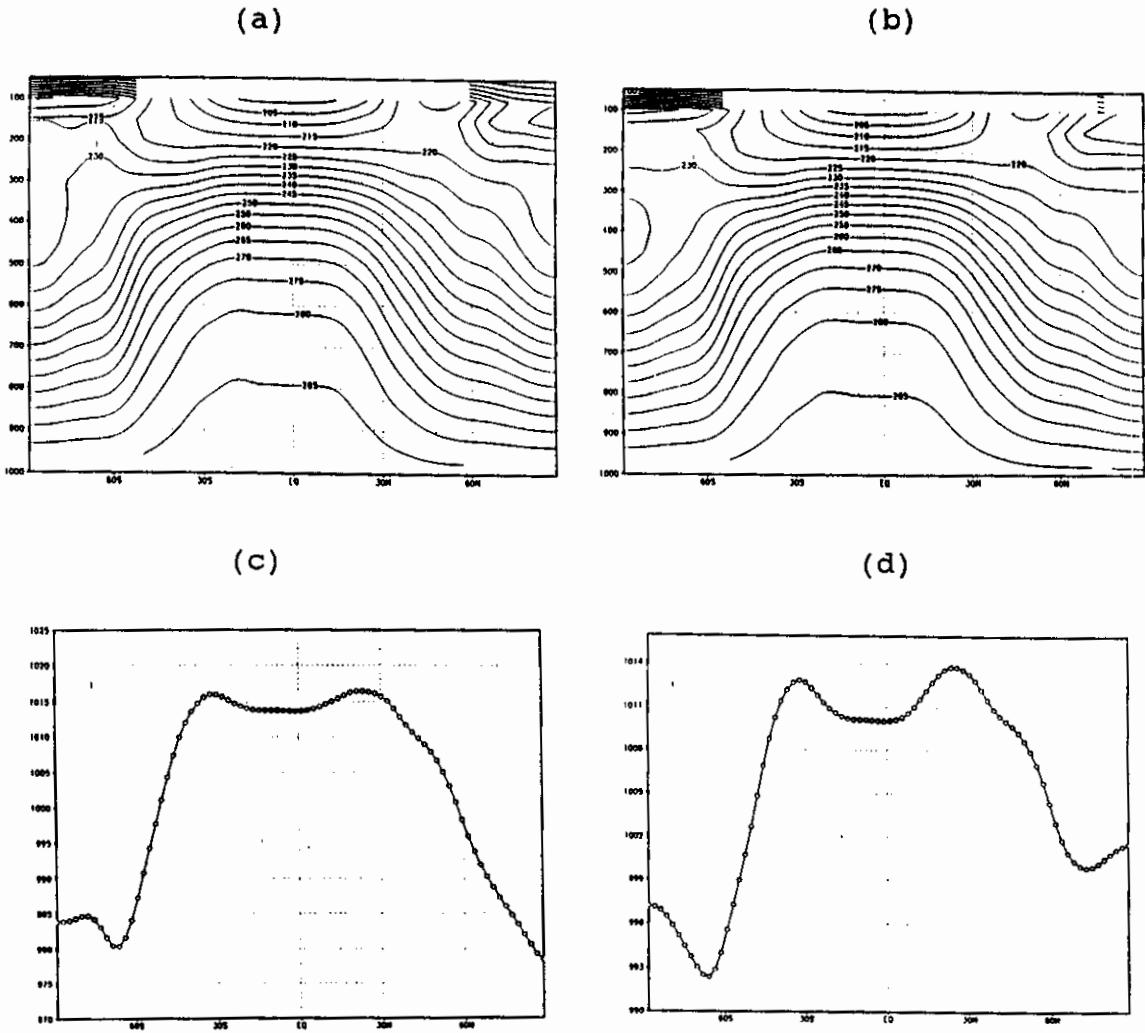


Fig. 6.6 - Campo de temperatura e estrutura meridional da pressão à superfície da condição inicial. (a) e (c) sem inicialização; (b) e (d) inicializado.

(a) e (b) contornos são de 200 a 285 ( $\Delta=5$  K).

O efeito de suavização na variação do campo de pressão, advinda da utilização do método de inicialização não-linear por modos normais, torna-se nítido analisando-se a Figura 6.7 que mostra a evolução da pressão à superfície, durante os 5 dias de integração, para o campo sem inicialização (linha traço e ponto e inicializado (linha cheia e espessa)).

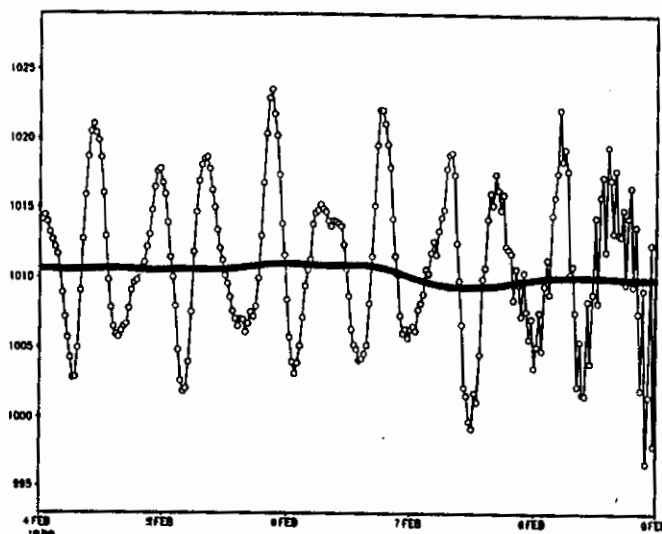


Fig. 6.7 - Evolução temporal do campo de pressão à superfície no ponto (15°W; 8°N), mostrando o efeito da inicialização não-linear por modos normais.

### 6.3 - ESPECIFICAÇÃO DA FORÇANTE TÉRMICA

Neste trabalho, a taxa de aquecimento diabático (Equação 2.22) na atmosfera é atribuída somente à liberação de calor latente de condensação, decorrente da atividade convectiva nos trópicos. Deste modo, considera-se um aquecimento idealizado, mas com características espaciais (posição e forma) e temporais que simulem a convecção tropical de grande escala. De maneira análoga a outros estudos que utilizam fontes tropicais de calor, a forçante térmica é representada por um campo tridimensional e dependência temporal com escala de poucos dias. Assim, o aquecimento fica desmembrado em termos de funções que especificam as distribuições horizontal ( $Q_H$ ), vertical ( $Q_\sigma$ ) e temporal ( $Q_t$ ) de calor, indicadas por:

$$\dot{Q}(\lambda, \varphi, \sigma, t) = (Q_0/c_p) Q_H(\lambda, \varphi) Q_\sigma(\sigma) Q_t(t), \quad (6.1)$$

onde:

$Q_0/c_p$  corresponde a uma taxa de aquecimento da ordem de 15K/dia e é o valor adotado como sendo representativo do calor integrado espacial e temporalmente numa coluna atmosférica.

A estrutura horizontal do aquecimento segue a expressão de Silva Dias et al. (1983) adaptada para um sistema de equações em geometria esférica, descrita por:

$$Q_H(\lambda, \varphi) = \delta \sum_{\ell=1}^L \exp \left\{ - \left[ \frac{(\lambda - \lambda_\ell) \cos \gamma_\ell + (\varphi - \varphi_\ell) \operatorname{sen} \gamma_\ell}{r_{\lambda\ell}} \right]^2 - \left[ \frac{(\lambda - \lambda_\ell) \operatorname{sen} \gamma_\ell + (\varphi - \varphi_\ell) \cos \gamma_\ell}{r_{\varphi\ell}} \right]^2 \right\} = \delta S_H(\lambda, \varphi), \quad (6.2)$$

onde :

$L$  é o número de fontes a ser simulado pelo modelo;

$(\lambda_\ell ; \varphi_\ell)$  indica a longitude e latitude do centro da  $\ell$ -ésima fonte de calor;

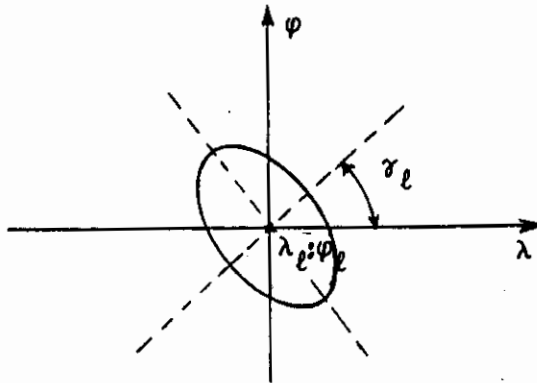


Fig. 6.8 - Representação esquemática da inclinação da fonte de calor com a direção leste-oeste.

$r_{\lambda\ell}$  é o raio de decaimento em radianos na direção zonal;  
 $r_{\varphi\ell}$  é o raio de decaimento em radianos na direção meridional;

$\gamma_\ell$  é o ângulo da fonte com a direção leste-oeste, conforme esquematizado na Figura 6.8.

O valor do parâmetro  $\delta$  na Equação 6.2 é obtido através da condição de normalização da distribuição horizontal de calor  $Q_H(\lambda, \varphi)$ , expressa por:

$$(1/4\pi) \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} Q_H(\lambda, \varphi) \cos\varphi \, d\lambda \, d\varphi = 1. \quad (6.3)$$

A integral anterior é calculada numericamente utilizando quadratura gaussiana em  $\varphi$  e diferenças finitas centradas em  $\lambda$ , de modo que:

$$\bar{S}_H(\mu_j) = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I S_H(\lambda_i, \mu_j)$$

e

$$\delta = \frac{1}{S_H}, \quad \text{com } S_H = (1/2) \sum_{j=1}^J \bar{S}_H(\mu_j) w_j, \quad (6.4)$$

onde:

- $i$  - número de pontos de grade na direção zonal;
- $j$  - número de pontos de grade na direção meridional;
- $\delta$  - parâmetro introduzido para garantir uma taxa de aquecimento  $Q_0/c_p$  (Equação 6.1), através da normalização da distribuição horizontal de calor  $Q_H(\lambda, \varphi)$ ;
- $\mu_j = \text{sen}\varphi_j$  - seno das latitudes gaussianas;
- $w_j$  - pesos gaussianos.

Para os experimentos considerados nessa dissertação, as fontes de calor foram dispostas numa posição e formato comparáveis à convecção observada sobre a região da Amazônia, África e Indonésia, conforme mostra a Figura 6.9.

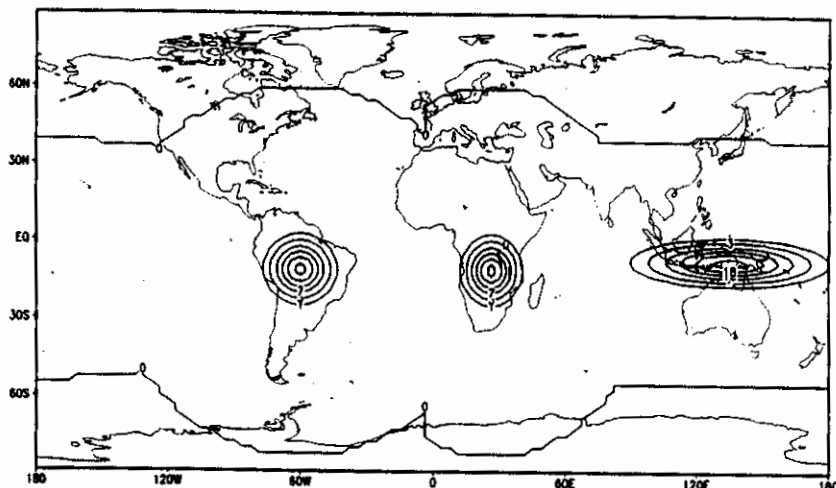


Fig. 6.9 - Distribuição horizontal de calor simulando a convecção sobre a Amazônia, África e Indonésia.

Os parâmetros característicos de cada fonte de calor são apresentados na Tabela 6.1, a seguir:

TABELA 6.1 - RAIOS DE DECAIMENTO, LONGITUDE E LATITUDE DOS CENTROS DAS FONTES DE CALOR

Fonte de Calor	AMAZÔNIA	INDONÉSIA	ÁFRICA
LONGITUDE	60,00° W	135,00° E	26,25° E
LATITUDE	11,25° S	7,50° S	11,25° S
RAIO E-W (rad)	7,50	25,00	9,00
RAIO N-S (rad)	7,50	5,00	7,50



A evolução temporal do aquecimento convectivo permite a representação de fontes estacionárias ou transientes. Para o caso transiente, tem-se a seguinte função no tempo:

$$Q_1(t) = \beta t^2 \exp[-\alpha t], \quad (6.5)$$

com  $\alpha$  sendo determinado através da condição de máximo ( $dQ_1(t)/dt = 0$ ) de modo que  $\alpha = 2/t_m$ , onde  $t_m$  indica o tempo (adimensional) onde ocorre o pico de aquecimento da fonte transiente.

O parâmetro  $\beta$  é obtido através da condição de normalização, expressa por:

$$\int_0^{\tau} Q_1(t) dt = 1, \quad (6.6)$$

onde  $\tau$  indica o tempo total de integração (em forma adimensional), resultando:

$$\beta = \frac{\alpha^3}{[2 - (\alpha^2 \tau^2 + 2\alpha\tau + 2) \exp(-\alpha\tau)]}.$$

Pode-se ainda utilizar a Equação 6.5 para simular uma fonte estacionária com crescimento suave até o ponto de máximo, de modo que:

$$Q_2(t) = \begin{cases} \beta t^2 \exp[-\alpha t], & t \leq t_m \\ \beta t_m^2 \exp[-\alpha t_m], & t \geq t_m \end{cases}, \quad (6.7)$$

De maneira análoga à Equação 6.6, as condições de máximo e de normalização fornecem os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  expressos por:

$$\beta = \frac{\alpha^3}{\{2 - [\alpha^2 t_m^2 + 2\alpha t_m + 2 - \alpha^3 t_m^2 (\tau - t_m)] \exp(-\alpha t_m)\}}$$

e 
$$\alpha = \frac{2}{t_m} \quad (6.8)$$

As forçantes térmicas com dependência temporal indicada pelas Equações 6.5 e 6.7 são representadas, respectivamente, pelas curvas A e B na Figura 6.10. Elas são tais que  $Q_1(0) = Q_2(0) = 0$ , não se fazendo necessário o uso iniciação por modos normais, quando se estiver utilizando como condição inicial uma atmosfera em repouso.

Para o caso em que  $Q_t(0) \neq 0$  pode-se utilizar as fontes  $Q_3(t)$  e  $Q_4(t)$  ilustradas pelas curvas C e D na Figura 6.10 e indicadas pelas expressões a seguir:

$$Q_3(t) = \beta \operatorname{sech}(\alpha t), \quad (6.9)$$

onde  $\alpha = 1/t_d$ ,  $t_d$  é o tempo de decaimento da fonte e  $\beta$  também é obtido da condição de normalização, resultando:

$$\beta = \frac{\alpha}{2\{\tan^{-1}[\exp(\alpha t_d)] - \pi/4\}} \quad (6.10)$$

A função representada na Equação 6.10 indica uma fonte transiente com valor inicial e decaimento exponencial.

Para o caso de uma fonte estacionária, mas com condição inicial diferente de zero, pode-se escrever:

$$Q_4(t) = \beta, \text{ com } \beta = 1/\tau. \quad (6.11)$$

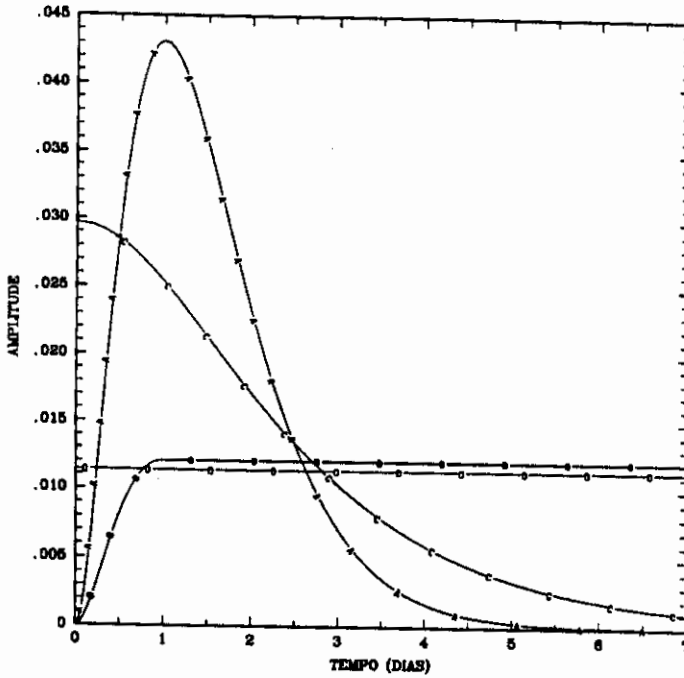


Fig. 6.10 - Dependência temporal da forçante térmica. As curvas A e C representam fontes transientes e as curvas B e D indicam o caso estacionário.

A dependência temporal das fontes de calor especificadas pelas Equações 6.5, 6.7, 6.9 e 6.11 são tais que:

$$\int_0^{\tau} Q_t(t) dt = 1. \quad (6.12)$$

A condição de normalização para  $Q_t(t)$ , indicada acima, garante que a forçante térmica  $\dot{Q}(\lambda, \varphi, \sigma, t)$

expressa pela Equação 6.1 fique expandida de tal forma que a energia integrada espacial e temporalmente mantenha uma taxa de aquecimento igual a  $Q_0/c_p$ , uma vez que a distribuição horizontal  $Q_H(\lambda, \varphi)$  e o perfil vertical do aquecimento  $Q_\sigma(\sigma)$  também satisfazem à esta condição de normalização.

A dependência vertical do aquecimento  $Q_\sigma(\sigma)$  segue o perfil apresentado no trabalho de DeMaria (1985), e fica expresso por:

$$Q_\sigma(\sigma) = A \operatorname{sen}(\pi\sigma) \exp[-B\sigma], \quad (6.13)$$

onde os parâmetros A e B são determinados a partir do ponto de máximo ( $dQ_\sigma/d\sigma = 0$ ) e satisfazendo à seguinte condição de normalização:

$$\int_{\sigma_T}^1 Q_\sigma(\sigma) d\sigma = 1, \quad (6.14)$$

fornecendo  $A = \frac{(B^2 + \pi^2)}{\pi(1 + \exp[-B])}$  e  $B = \pi \cotan(\pi\sigma_{\max})$ , com  $\sigma_{\max}$  indicando o valor de  $\sigma$  onde ocorre o máximo aquecimento vertical. Em função da pressão no nível de máximo aquecimento vertical ( $p_{\max}$ ) tem-se:

$$\sigma_{\max} = p_{\max}/p_s, \text{ onde } p_s \text{ indica a pressão à superfície.}$$

Em todas as simulações efetuadas neste trabalho, utilizou-se uma estrutura vertical com máximo em altos níveis (~ 350 hPa), que representa de forma mais realista a distribuição vertical do aquecimento convectivo

na região tropical (DeMaria, 1985). Este perfil é ilustrado pela curva C da Figura 6.11.

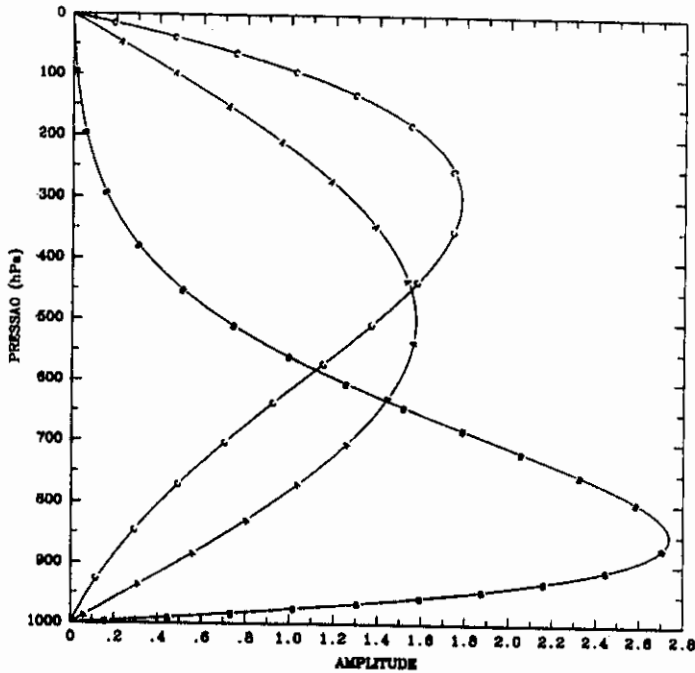


Fig. 6.11 - Perfil vertical do aquecimento diabático com máximos em 525, 850 e 350 hPa, indicados respectivamente pelas curvas A, B e C.

No Capítulo 2 desta dissertação, os campos de vento e geopotencial foram expandidos verticalmente, utilizando o método das transformadas. Da mesma forma, aqui também a taxa de aquecimento convectivo, indicada na Equação 2.22, será expandida em função dos modos verticais normais da atmosfera. Assim, o termo relativo ao aquecimento associado com cada modo vertical  $n$ , fica indicado por:

$$\dot{Q}_n = - \int_{\sigma_T}^1 \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{\dot{Q}(\lambda, \varphi, \sigma, t)}{c_p \bar{\Gamma}} \right) \psi_n d\sigma, \quad (6.15)$$

Utilizando a expansão vertical indicada na Equação 2.30 e lembrando que  $\bar{\Gamma} = \bar{S}/\sigma$  (Equação 3.4), a Equação 6.15 pode ser expressa por:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{Q}}_n &= -\frac{1}{c_p \bar{S}} \int_{\sigma_T}^1 \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \sigma \sum_m \dot{Q}_m(\lambda, \varphi, t) \psi_m \right) \psi_n d\sigma, \\ &= -\frac{1}{c_p \bar{S}} \sum_m \dot{Q}_m(\lambda, \varphi, t) \int_{\sigma_T}^1 \frac{d}{d\sigma} \left( \sigma \psi_m \right) \psi_n d\sigma. \quad (6.16)\end{aligned}$$

Em forma adimensional a Equação 6.16 pode ser reescrita como:

$$\dot{\hat{Q}}_n = \sum_m \hat{Q}_m (\chi_{mn} + \delta_{mn}) = \sum_m \hat{Q}_m \rho_{mn} \quad (6.17)$$

onde:

$$\hat{Q}_m = -\dot{Q}_m / 2\Omega c_p \bar{S};$$

$$\chi_{mn} = \int_{\sigma_T}^1 \sigma \frac{d\psi_m}{d\sigma} \psi_n d\sigma$$

$$e \delta_{mn} = \int_{\sigma_T}^1 \psi_m \psi_n d\sigma = \begin{cases} 1, & \text{para } m = n, \\ 0, & \text{para } m \neq n. \end{cases}$$

A solução analítica para o coeficiente de interação entre os modos verticais  $\rho_{mn} = (\chi_{mn} + \delta_{mn})$  foi

obtida escrevendo esse coeficiente em termos da estrutura vertical  $Z_n(\zeta)$  conforme explicitado no Apêndice C (Equação C.76).

TABELA 6.2 - DOMINÂNCIA DO AQUECIMENTO POR MODO VERTICAL

AQUECIMENTO ASSOCIADO A CADA MODO VERTICAL ( $\Theta'_n$ )								
N=0	N=1	N=2	N=3	N=4	N=5	N=6	N=7	N=8
0,35	-	-	-	-	-	-	-	-
0,49	0,07	-	-	-	-	-	-	-
0,40	-0,24	-0,16	-	-	-	-	-	-
0,11	-0,24	-0,86	0,05	-	-	-	-	-
0,05	-0,42	-0,86	-0,35	0,43	-	-	-	-
0,07	-0,42	-0,82	-0,35	0,52	0,37	-	-	-
0,08	-0,39	-0,82	-0,31	0,52	0,48	0,06	-	-
0,05	-0,39	-0,87	-0,31	0,46	0,48	-0,10	0,005	-
0,04	-0,42	-0,87	-0,35	0,46	0,42	-0,10	-0,13	0,17

De acordo com a estrutura vertical da fonte de calor, alguns modos verticais são mais favoravelmente excitados que outros. Para o experimento com máximo aquecimento em altos níveis (curva C da Figura 6.11), a Tabela 6.2 mostra a evolução na amplitude do aquecimento (Equação 6.17) utilizando somente o modo externo (N=0) e acrescentando, gradativamente, os 8 primeiros modos internos. Comparando a linha 5 (modo externo + 4 internos) da Tabela 6.2 com a linha 9 (modo externo + 8 internos) verifica-se que a amplitude associada com os 5 primeiros modos verticais permanece praticamente a mesma, nesses dois casos. Além disso observa-se uma projeção muito pequena sobre os modos mais internos (6, 7 e 8), quando são utili-

zados 9 modos verticais, como pode ser confirmado na Figura 6.12.

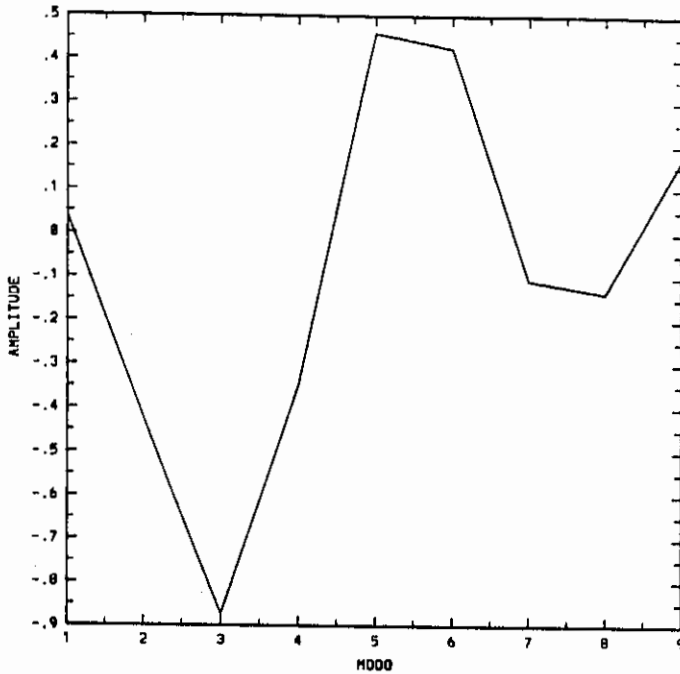


Fig. 6.12 Dominância do aquecimento por modo vertical.

A análise da Tabela 6.2 também mostra que tanto para 5 como para 9 modos verticais normais a maior parte da energia é projetada nos primeiros modos verticais internos. Em ambos os casos, ocorre um pico para o modo vertical baroclínico de profundidade equivalente da ordem de 230 m, em concordância com os trabalhos de Fulton e Schubert (1985), Silva Dias e Bonatti (1986). Assim, optou-se por utilizar 5 modos verticais, levando-se em conta a menor necessidade de tempo e armazenamento computacional, mas sem comprometer a veracidade dos resultados obtidos.



#### 6.4 - DESCRIÇÃO DOS EXPERIMENTOS

Foram realizadas diversas simulações com o modelo prognóstico descrito nos Capítulos 3, 4 e 5 deste trabalho e indicadas na Tabela 6.3. Em cada uma delas, a forçante térmica possui distribuição espacial esquematizada segundo a Tabela 6.1 e estrutura vertical com máximo em altos níveis. A dependência temporal é do tipo transiente (Equação 6.5) nos experimentos EX-1 a EX-5 com máximo aquecimento ocorrendo às 12 horas (EX-1 A EX3) e às 24 horas (EX-4 e EX-5). Na simulação EX-6 a forçante é estacionária (Equação 6.7). A condição inicial observada, discutido no início deste Capítulo, foi incluída nos experimentos EX-5 e EX-6, nos quais também se utilizou a técnica de iniciação não-linear por modos normais. Em todas as simulações, o modelo é integrado por um período de 5 dias, com os valores das diversas variáveis sendo armazenados a cada 6 horas de integração numérica. Para efeito de análise dos experimentos (Capítulo 7) escolheu-se os níveis verticais correspondentes a 850, 500 e 200 hPa para a saída dos campos prognosticados (geopotencial, vento, vorticidade, divergência, velocidade vertical).

A integração do modelo por 5 dias levou aproximadamente 5 horas, nas estações de trabalho da HP (modelo 300/33). Somente nos últimos dois meses de trabalho, com o "upgrade" de algumas máquinas (São José dos Campos) e com o acesso a novos equipamentos (Cachoeira Paulista), conseguiu-se reduzir o tempo de máquina para cerca de 1 hora, nas estações de trabalho da HP (modelo 715/50), e 38 minutos nas máquinas da Digital (modelo 3000/400).

TABELA 6.3 - DESCRIÇÃO DOS EXPERIMENTOS REALIZADOS

EXPERIMENTO	FONTE/DEPENDÊNCIA TEMP./COND.INICIAL
EX-1	Amazônia/Transiente/Repouso
EX-2	Amazônia+Indonésia/Transiente/Repouso
EX-3	Amazônia+África/Transiente/Repouso
EX-4	3 Fontes/Transiente/Repouso
EX-5	3 Fontes/Transiente/Média Zonal
EX-6	3 Fontes/Estacionária/Média Zonal

A realização de um experimento com a forçante centrada somente sobre a Amazônia, seguida de outras simulações utilizando as demais fontes de calor climatológicas, permitiu obter uma análise comparativa entre os experimentos. Deste modo, a interação entre os escoamentos induzidos por essas fontes de calor revelou aspectos importantes da influência que a atividade convectiva na região da África e da Indonésia exerce sobre a circulação troposférica na América do Sul. De uma maneira geral, a resposta atmosférica à fontes tropicais de calor pode ser interpretada como um processo de dispersão das ondas de Rossby. No entanto, o estudo da partição de energia entre os modos horizontais de oscilação (onda de Rossby, onda de Kelvin, onda mista e onda de gravidade inercial) mostrou que diversos fatores influenciam a distribuição de energia, e caracterizam o fenômeno de dispersão das ondas excitadas pelo aquecimento diabático.

6.5 - EFEITO DA ESCALA TEMPORAL E/OU ESPACIAL DA FORÇANTE  
TÉRMICA NA PARTIÇÃO DE ENERGIA

Com a utilização de um modelo no plano  $\beta$ -equatorial, linearizado em torno de um estado básico em repouso, Silva Dias et al. (1983) mostraram que variações nas escalas temporal e/ou espacial da forçante térmica, afetam a partição de energia entre os modos horizontais de oscilação. Em linhas gerais, fontes de calor transientes com picos de aquecimento ocorrendo em curta escala de tempo, favorecem a excitação de modos de gravidade. Isto pode ser confirmado analisando-se a Tabela 6.4 que mostra a distribuição de energia entre os modos horizontais rotacionais (MR) e gravitacionais (MG), para o caso da forçante localizada sobre a Amazônia, mas com máximos no aquecimento ocorrendo em diferentes escalas de tempo. É importante ressaltar que os experimentos foram realizados com as fontes mantendo o mesmo perfil vertical de aquecimento e a mesma estrutura horizontal tanto para o experimento com pico em 3 horas como para máximo aquecimento após 12 horas de integração.

TABELA 6.4 - EFEITO DA ESCALA TEMPORAL DA FORCANTE NA  
PARTIÇÃO DE ENERGIA ENTRE OS MODOS HORIZONTAIS

PICO	03 HORAS		12 HORAS	
	MR (%)	MG (%)	MR (%)	MG (%)
012 h	32	68	34	66
048 h	45	55	64	36
120 h	43	57	79	21

Uma análise mais detalhada sobre a distribuição de energia entre os modos de Rossby (RB), misto (MX), Kelvin (KV), ondas de gravidade que se propagam para oeste (GW) e para leste (GE) para os experimentos EX-1 a EX-4, às 12, 24, 48 e 120 horas de integração, é mostrada nas Tabelas 6.5 a 6.8.

TABELA 6.5 - EX-1: DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ENTRE OS MODOS HORIZONTAIS DE OSCILAÇÃO

EX-1: FONTE DA AMAZÔNIA					
SAÍDAS	RB (%)	MX (%)	KV (%)	GW (%)	GE (%)
012h	26,6	7,4	21,3	21,3	23,4
024h	42,8	10,6	25,5	7,3	13,8
048h	63,0	11,1	22,7	0,5	2,7
120h	71,5	7,4	19,8	0,2	1,1

TABELA 6.6 - EX-2: DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ENTRE OS MODOS HORIZONTAIS DE OSCILAÇÃO

EX-2: FONTE AMAZÔNIA + INDONÉSIA					
SAÍDAS	RB (%)	MX (%)	KV (%)	GW (%)	GE (%)
012h	20,5	6,4	24,3	24,0	24,8
024h	34,0	9,1	33,5	9,2	14,2
048h	54,0	8,2	34,8	0,6	2,4
120h	65,8	4,5	28,4	0,2	1,1

TABELA 6.7 - EX-3: DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ENTRE OS MODOS HORIZONTAIS DE OSCILAÇÃO

EX-3: FONTE AMAZÔNIA + ÁFRICA					
SAÍDAS	RB (%)	MX (%)	KV (%)	GW (%)	GE (%)
012h	25,8	7,1	21,1	22,4	23,6
024h	43,6	10,7	24,5	7,5	13,7
048h	66,8	11,1	19,2	0,5	2,4
120h	76,0	7,2	15,8	0,1	0,9

TABELA 6.8 - EX-4: DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ENTRE OS MODOS HORIZONTAIS DE OSCILAÇÃO

EX-4: FONTE AMAZÔNIA + ÁFRICA + INDONÉSIA					
SAÍDAS	RB (%)	MX (%)	KV (%)	GW (%)	GE (%)
012h	21,0	6,1	23,2	24,8	24,9
024h	36,5	9,4	30,7	9,4	14,0
048h	59,5	9,6	28,2	1,1	1,6
120h	72,0	5,8	21,0	0,2	1,0

A análise da partição de energia entre os modos horizontais de oscilação em resposta à forçante térmica mostra que, durante as primeiras horas de integração, cerca de 45% da energia integrada verticalmente (somatório nos cinco modos verticais normais) se concentra nos modos inercio-gravitacionais. No entanto, as ondas de gravidade chegam às 120 horas com menos de 2% da energia total. Às 48 horas, nota-se um crescente aumento tanto na

porcentagem de energia correspondente aos modos rotacionais (ondas de Rossby e mista) como também para a onda de Kelvin. As ondas de Rossby passam de 26% (12 horas) para 76% (120 horas), no caso da simulação com as fontes de calor localizadas na Amazônia e na África (Tabela 6.7). As ondas de Kelvin chegam a atingir 35% (48 horas) da energia total, para simulação com a forçante da Indonésia (Tabela 6.6). Apesar de atingir percentuais máximos às 48 horas (Tabelas 6.5 e 6.7) a onda mista de Rossby-gravidade mantém valores inferiores à 12% da energia total, durante todo o tempo de integração. Nota-se ainda que, a partir das 48 horas, a partição de energia entre os modos horizontais indica queda na porcentagem concentrada nos modos de Kelvin e misto, enquanto que a energia correspondente à onda de Rossby apresenta um crescente aumento em todas as simulações. É importante ressaltar que esse padrão na distribuição de energia representa um efeito da resposta atmosférica às fontes de calor, e não um resultado advindo da inclusão dos termos não-lineares na formulação do modelo.

A análise das Tabelas 6.5 a 6.8 também mostra que existe uma partição diferencial de energia entre as simulações realizadas. Nota-se que a configuração geométrica da forçante térmica e, principalmente, a sua posição latitudinal afetam a dispersão das ondas geradas pelo aquecimento. Fontes de calor zonalmente alongadas e mais próximas do equador, como é o caso da fonte da Indonésia (Figura 6.9), excitam muito mais a geração de ondas de Kelvin do que as outras forçantes que são mais circulares. Isto pode ser confirmado através da Tabela 6.6, que indica uma maior porcentagem da energia total projetada sobre os modos de Kelvin (às 48 h, cerca de 35%) durante a simulação com as fontes da Indonésia + Amazônia, do que nos demais experimentos. No entanto, este tipo de fonte também possui um menor percentual da energia total concentrado nos modos

rotacionais (Rossby e mista) em comparação com as forçantes da Amazônia e África (Tabelas 6.5 e 6.7). Outra característica ligada à forma e posição latitudinal da forçante térmica pode ser verificada na componente meridional do vento em 200 hPa (Figura 6.13a), para o experimento com as três fontes de calor (EX-4), após 24 horas de integração. Para as fontes da África e Amazônia, a região de máxima velocidade meridional concentra-se à leste e nordeste dos fontes; já para a fonte da Indonésia, os ventos de sul estão localizados principalmente ao norte do centro da fonte. Isto porque o vetor vento sofre uma menor deflexão em resposta à força de Coriolis nessa região equatorial, em comparação com o escoamento divergente das fontes mais circulares e mais distantes do equador.

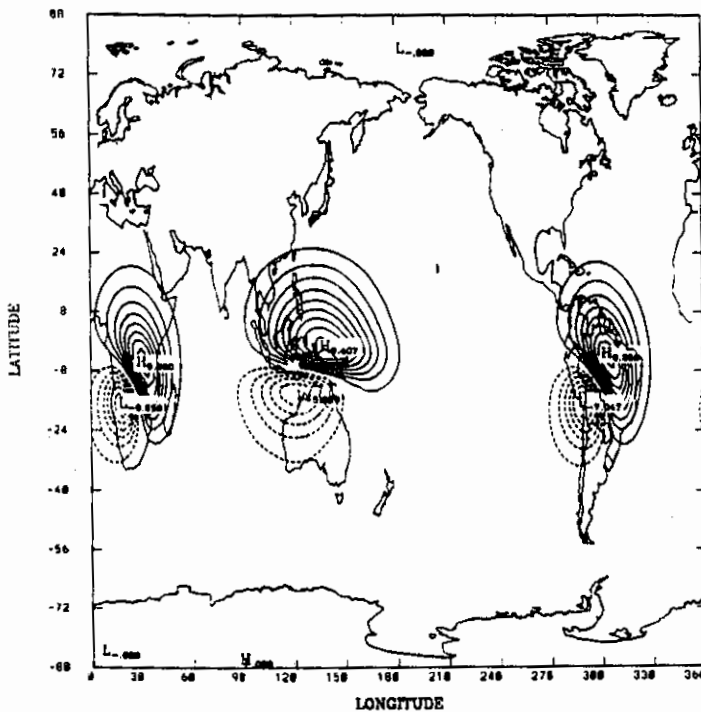


Fig. 6.13 - Componente meridional do vento em 200 hPa mostrando o efeito da forma e latitude da fonte para a resposta atmosférica de grande escala.

(a) contornos são de -7 a 9 ( $\Delta=1$  m/s).

a linha tracejada indica valores negativos.





CAPÍTULO 7ANÁLISE DOS EXPERIMENTOS: CAMPOS PROGNOSTICADOS7.1 - SIMULAÇÃO COM A FONTE ÚNICA DA AMAZÔNIA

No experimento EX-5 utiliza-se uma fonte de calor simulando a convecção transiente sobre a América do Sul, com a distribuição espacial indicada na Figura 7.1, para o estudo da resposta atmosférica de grande escala à forçante térmica tropical.

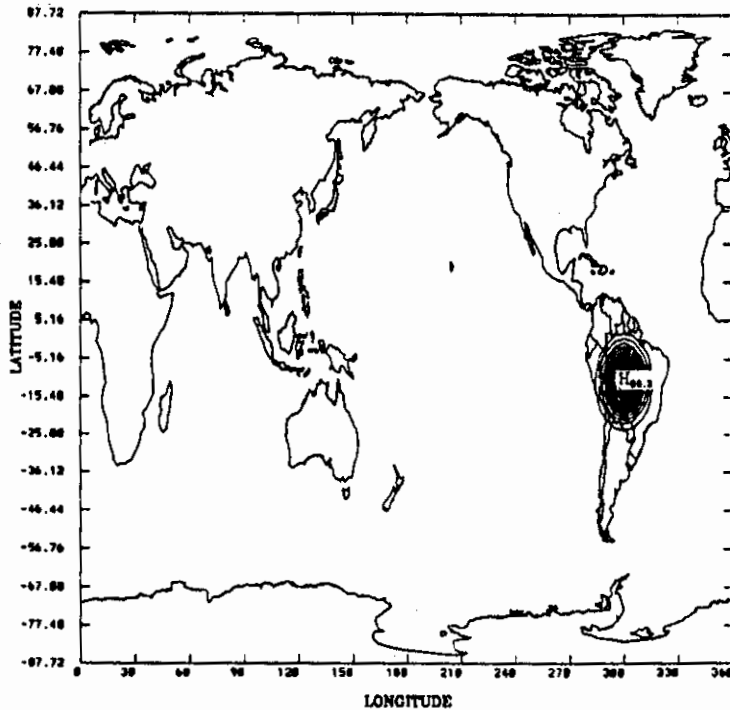


Fig. 7.1 - Distribuição horizontal de calor para o experimento EX-1.

A Figura 7.2 mostra o campo de vento em 850 hPa tanto para o campo total como para o modo de Rossby, às 24 horas. Já a evolução temporal da resposta atmosférica em altos níveis, pode ser verificada através dos campos de

vento e geopotencial para às 24 h (Figuras 7.3 e 7.4, respectivamente), 48 h (Figuras 7.5 e 7.6, respectivamente e 72 h (Figuras 7.7 e 7.8, respectivamente).

Os resultados para a simulação com a fonte na Amazônia mostrou características de uma estrutura vertical baroclínica: uma circulação ciclônica em baixos níveis e uma circulação anticiclônica em altos níveis (referenciada como Alta da Bolívia), localizada à sudoeste do centro da forçante, como pode ser verificado pela análise do vetor velocidade nas Figuras 7.2a e 7.3b, respectivamente. Esta configuração deve-se principalmente aos modos de Rossby. Isto pode ser confirmado analisando-se as Figuras 7.2b e 7.4b que mostram a contribuição particular do modo de Rossby para o campo de vento total às 24 h, com os ventos de oeste (leste) em baixos (altos) níveis, localizados ao norte do centro da forçante.

A análise comparativa do campo de altura geopotencial em altos níveis também evidencia que tanto a formação do anticiclone no campo total às 24 h (Figuras 7.3a e 7.4a), como sua propagação para oeste às 72 h (Figuras 7.7a e 7.8a) estão associadas com as características dispersivas do modo de Rossby.

No campo total das 24 horas (Fig. 7.3b), observa-se que o escoamento divergente já sofre o efeito da força de Coriolis, principalmente em seu ramo inferior. Outra característica da circulação troposférica média de verão que foi simulada pelo modelo refere-se ao cavado na costa leste da América do Sul, visível no campo de geopotencial a partir das 48 horas de integração (Fig. 7.7a) e que não foi reproduzido pelo modelo linear de DeMaria (1985), apesar da utilização de uma estrutura vertical com 13 modos normais.

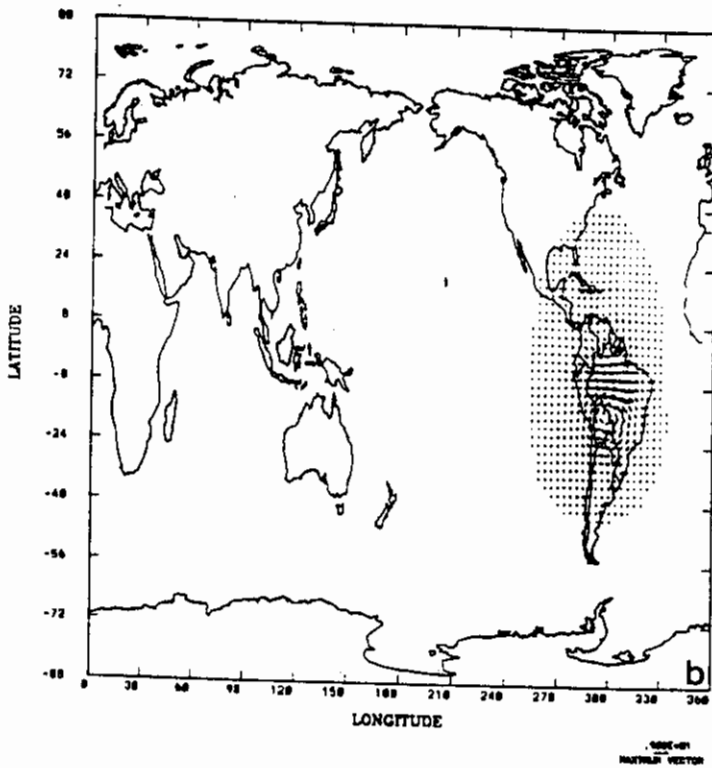
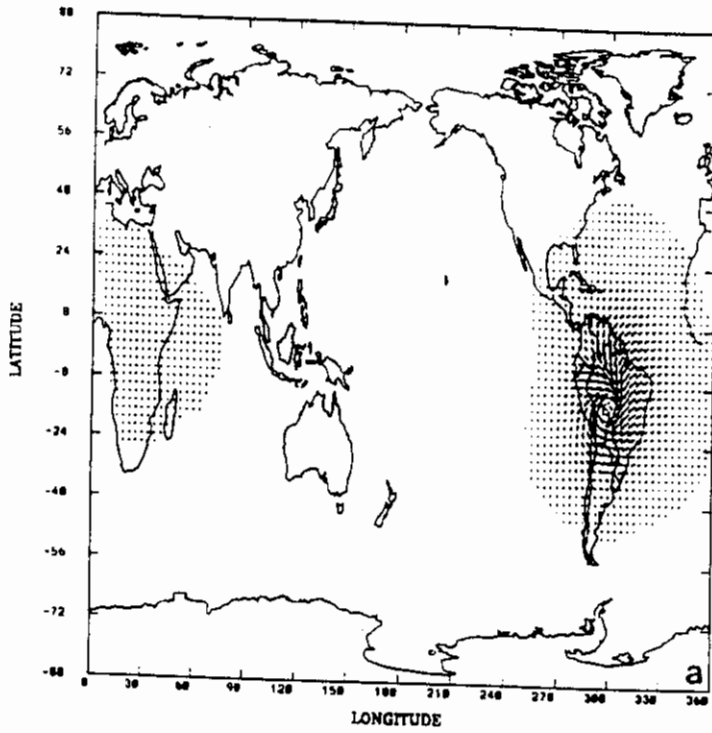


Fig. 7.2 - Vetor vento em baixos níveis (850 hPa) e às 24h, para o campo total (a) e modo de Rossby (b).

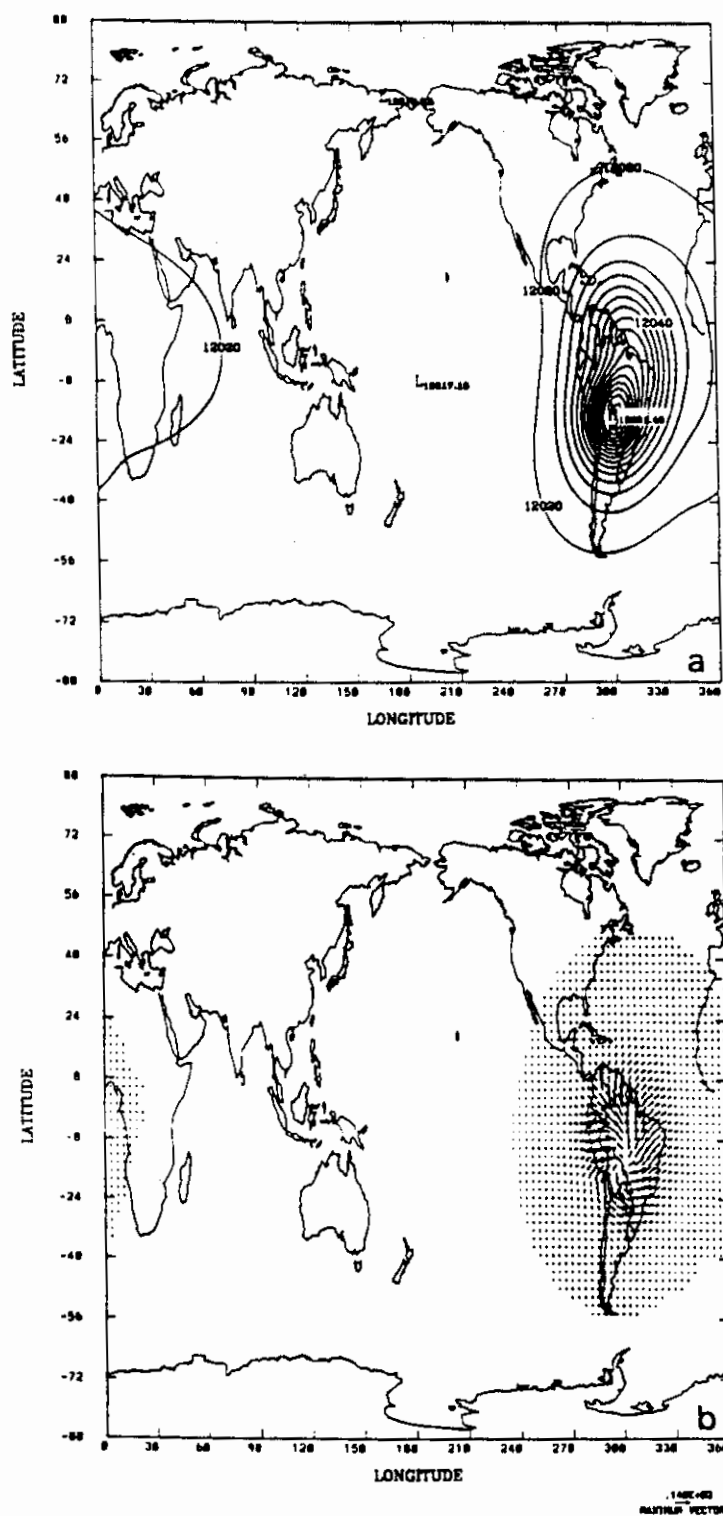


Fig. 7.3 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para o campo total, em 200 hPa e às 24h.

(a) contornos são de 12.020 a 12.080 ( $\Delta=4$  m).

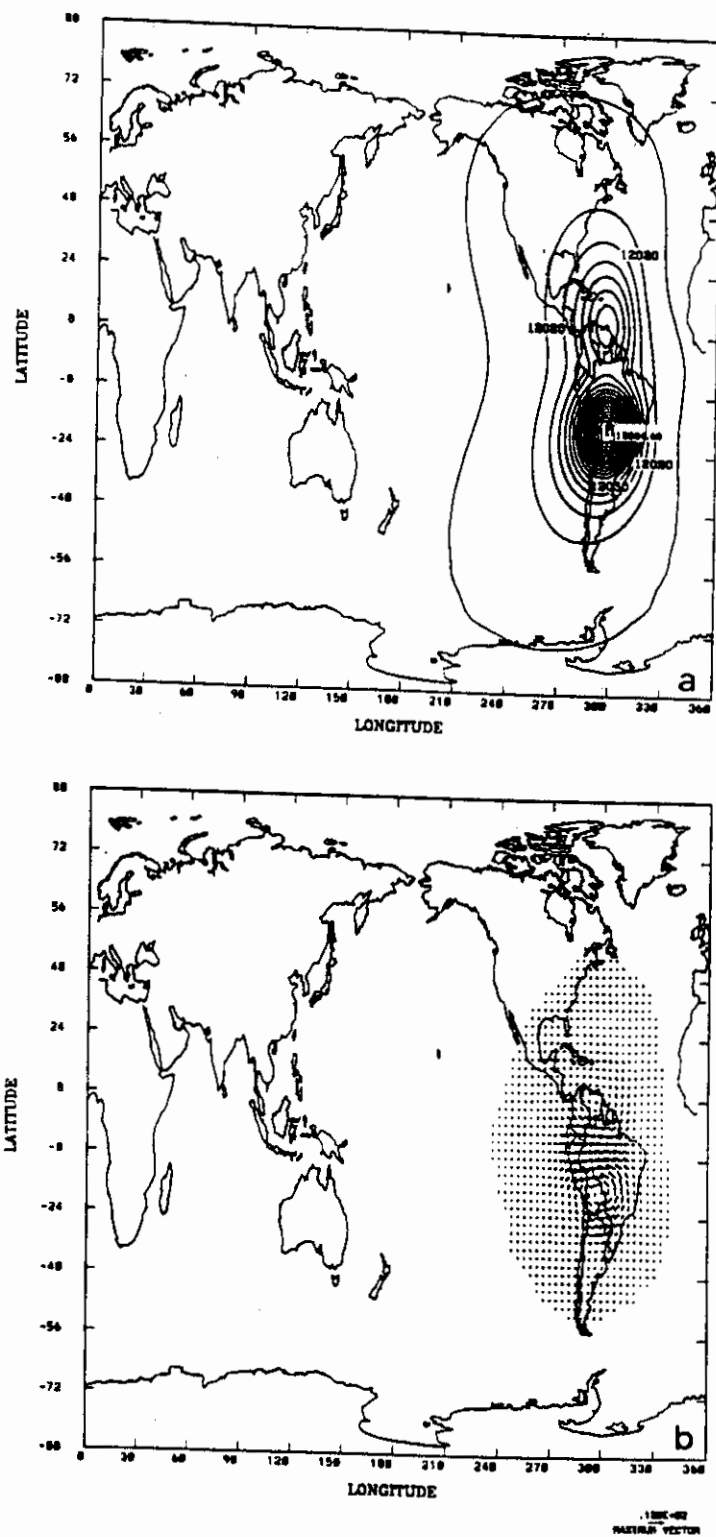


Fig. 7.4 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para o modo de Rossby, em 200 hPa e às 24h.

(a) contornos de 12.017,5 a 12.062,5 ( $\Delta=2,5$  m).

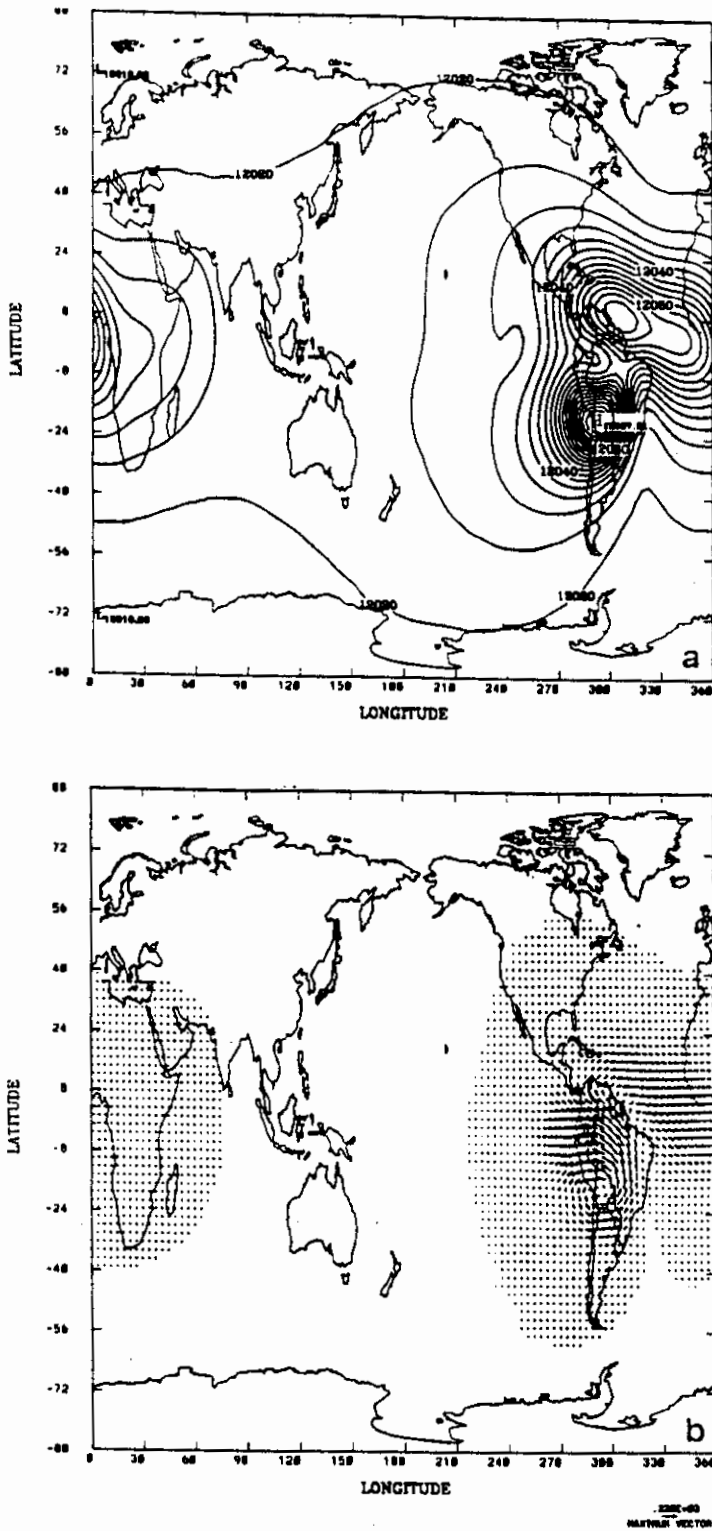


Fig. 7.5 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para o campo total, em 200 hPa e às 48h.

(a) contornos são de 12.020 a 12.096 ( $\Delta=4$  m).

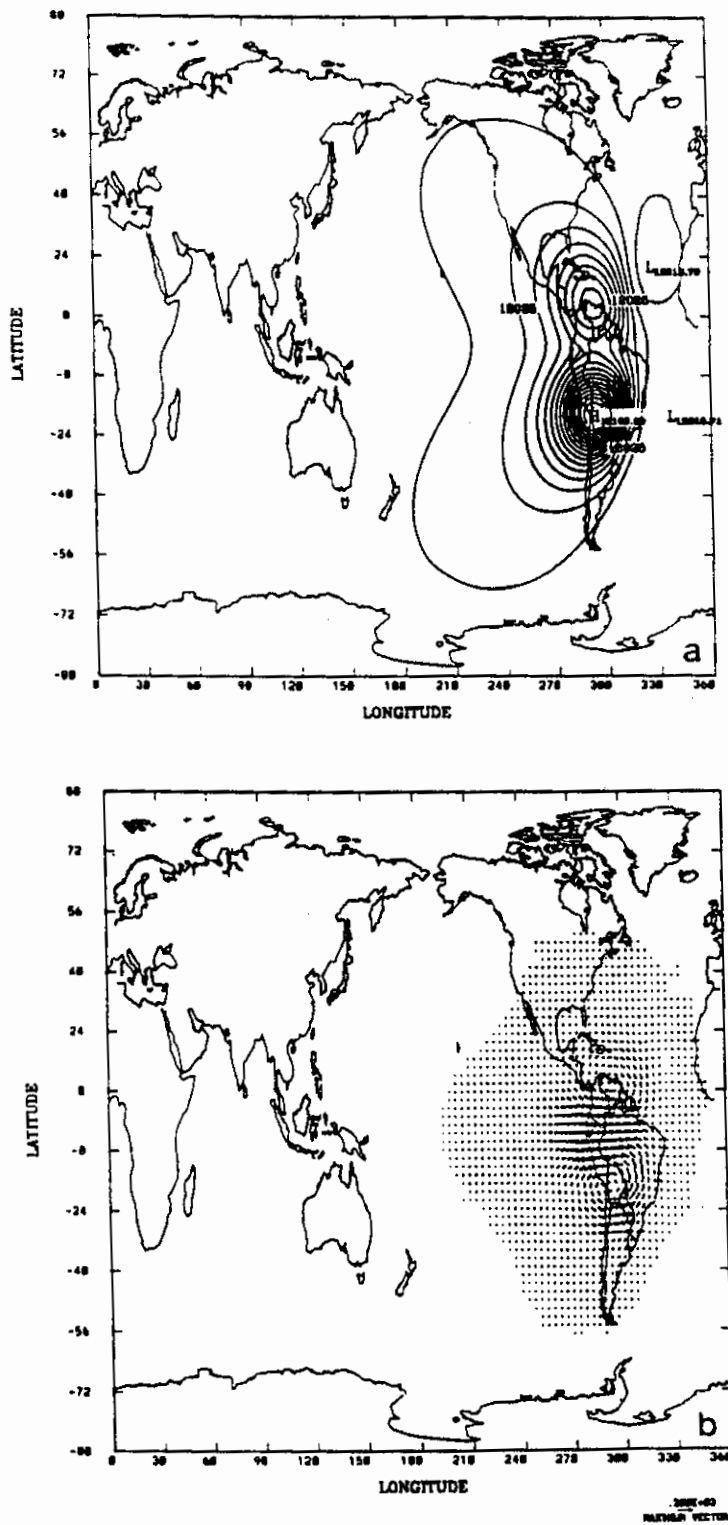


Fig. 7.6 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para o modo de Rossby, em 200 hPa e às 48h.

(a) contornos são de 12.015 a 12.100 ( $\Delta=5$  m).

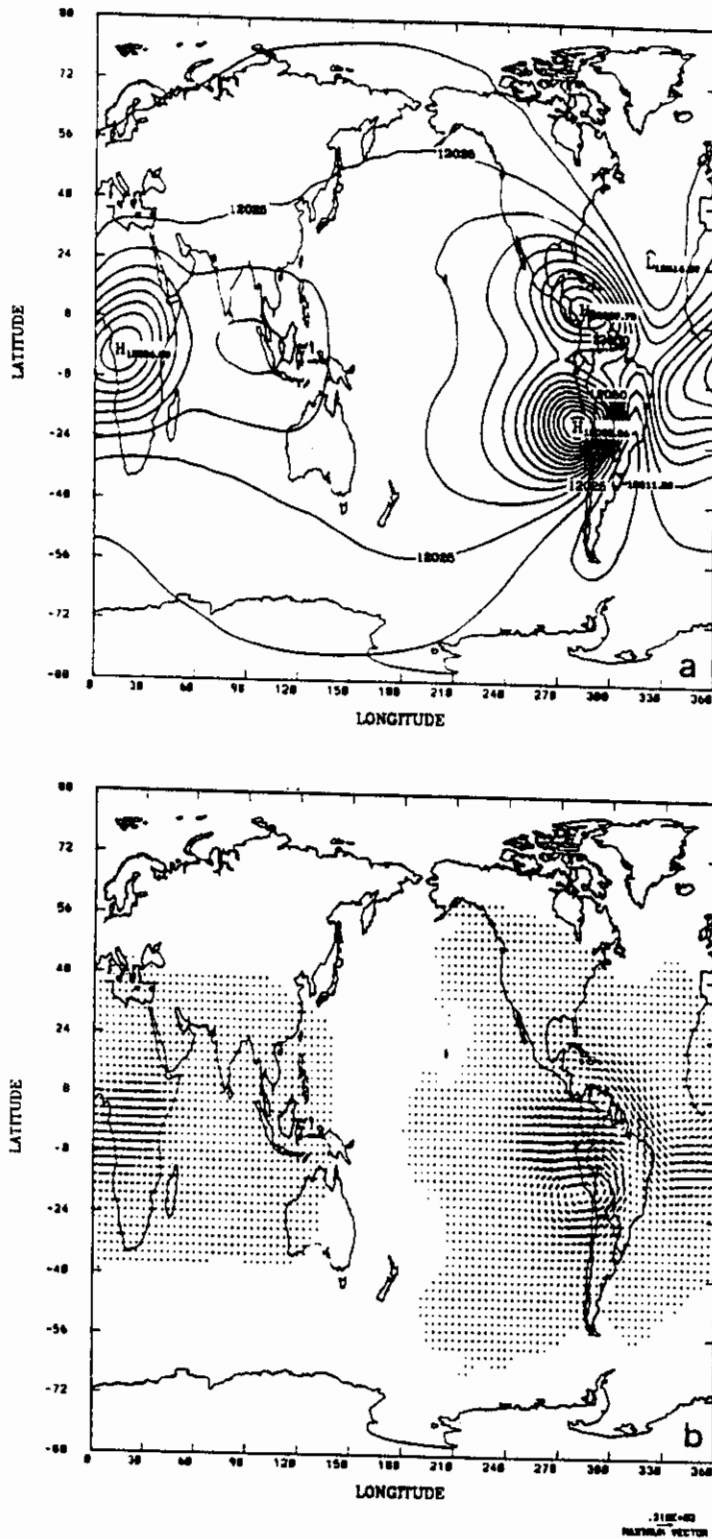


Fig. 7.7 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para o campo total, em 200 hPa e às 72h.

(a) contornos são de 12.015 a 12.090 ( $\Delta=5$  m).



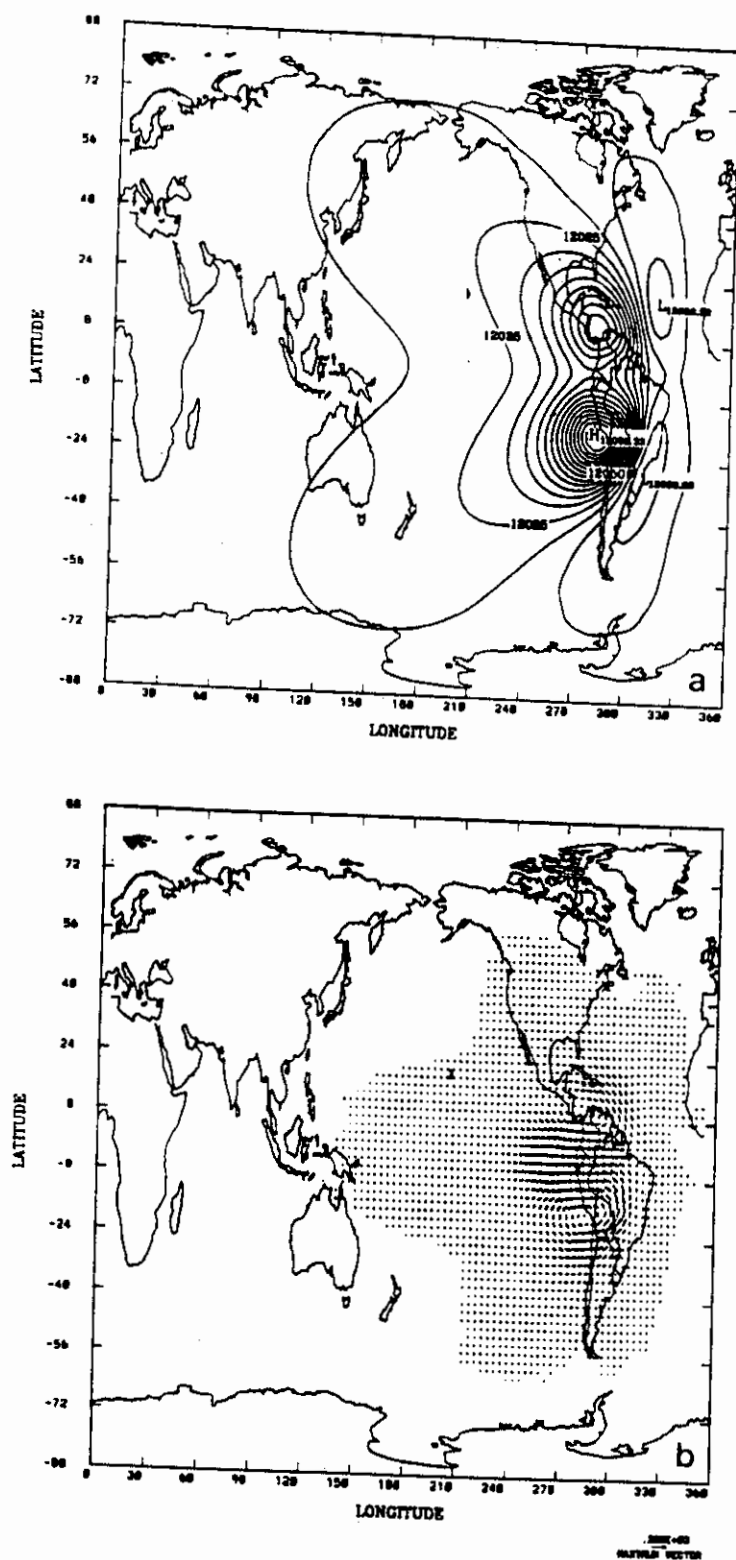


Fig. 7.8 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para o modo de Rossby, em 200 hPa e às 72h.

(a) contornos são de 12.010 a 12.095 ( $\Delta=5$  m).

A evolução temporal da resposta atmosférica em altos níveis, relativa às ondas de Kelvin e mista, pode ser verificada através dos campos de vento e geopotencial para 24 horas (Figuras 7.10 e 7.11, respectivamente), 48 horas (Figuras 7.12 e 7.13, respectivamente) e 72 horas (Figuras 7.14 e 7.15, respectivamente).

Verifica-se a formação de um escoamento de leste em baixos níveis (conforme indicado na Figura 7.9a) e ventos de oeste em altos níveis, (Figura 7.10b), associados com a propagação das ondas de Kelvin. Os campos de altura geopotencial em altos níveis, relativos ao modo de Kelvin, mostram que essas ondas induzidas pela forçante térmica se deslocam rapidamente para leste da fonte de calor, atingindo a costa oeste da África depois de 48 h de integração (Figuras 7.10a e 7.12a). Nota-se que às 72 horas as ondas de Kelvin já alcançam o continente africano (Figura 7.14a): isto indica que haverá interação entre a propagação do modo de Kelvin (excitado pela fonte da Amazônia) e as ondas de Rossby (que se propagam para oeste) quando for introduzida a fonte de calor na África.

Outras diferenças entre os escoamentos simulados nesta dissertação, com o uso de um modelo não-linear, e nos trabalhos que utilizaram simulações lineares, deve-se à uma maior projeção de energia para o modo de Rossby-gravidade, que tem velocidade de fase para oeste, mas propaga energia para leste, como pode ser verificado na análise das Figuras 7.11a e 7.15a, através do deslocamento para leste de cerca de  $30^\circ$  do centro inicial de alta (baixa) na altura geopotencial, localizado próximo a  $16^\circ\text{S}$  ( $16^\circ\text{N}$ ).

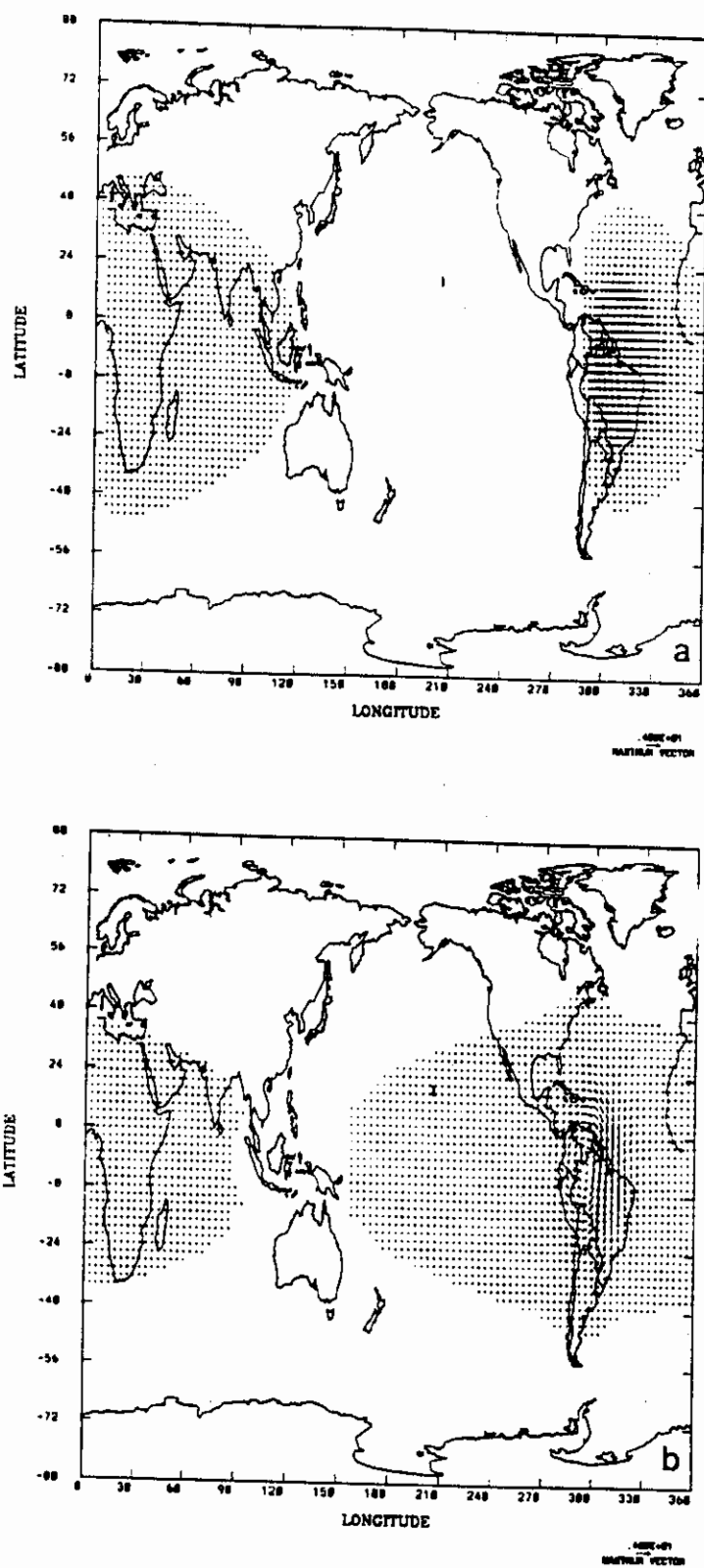


Fig. 7.9 - Vetor vento em baixos níveis (850 hPa) às 24h, para o modo de Kelvin (a) e onda mista (b).

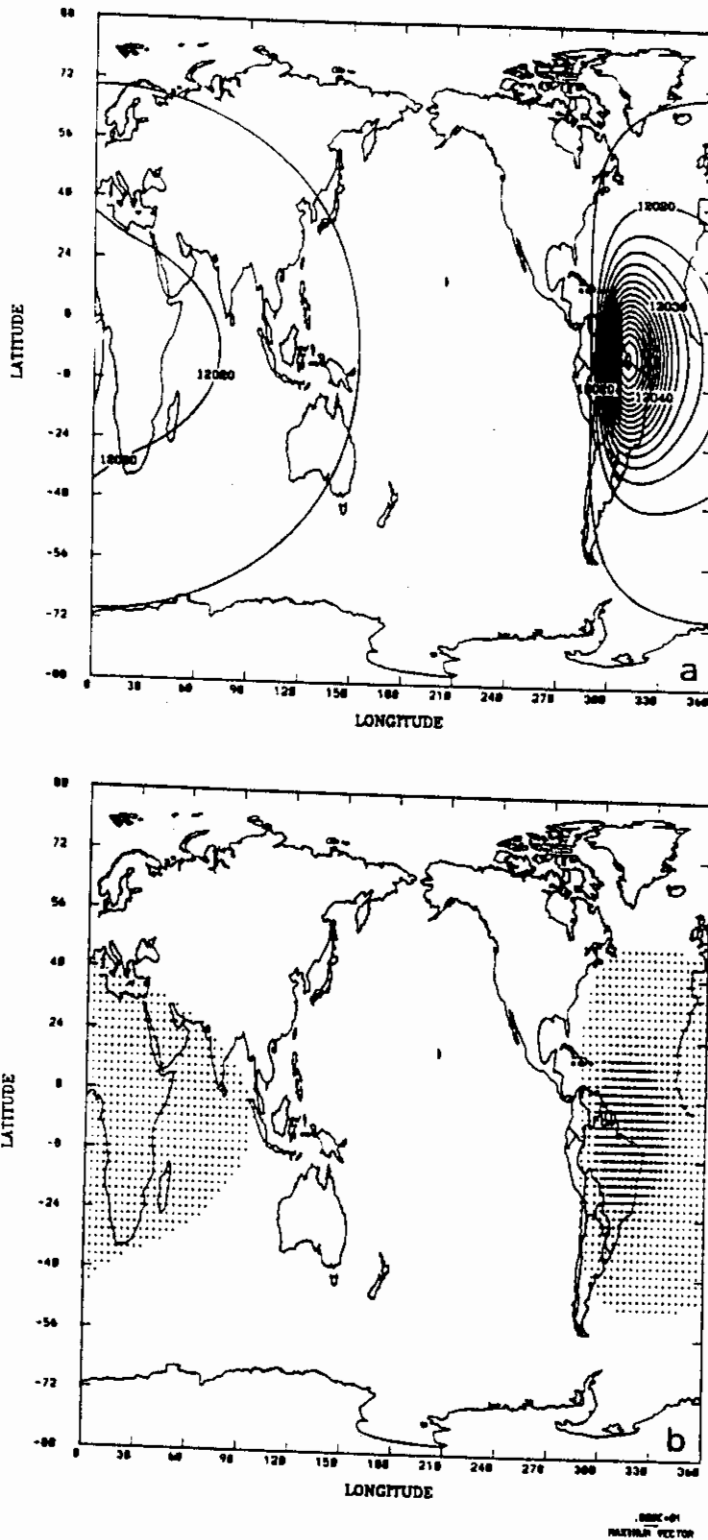


Fig. 7.10 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para o modo de Kelvin, em 200 hPa e às 24h.

(a) contornos de 12.017,5 a 12.060 ( $\Delta=2,5$  m).

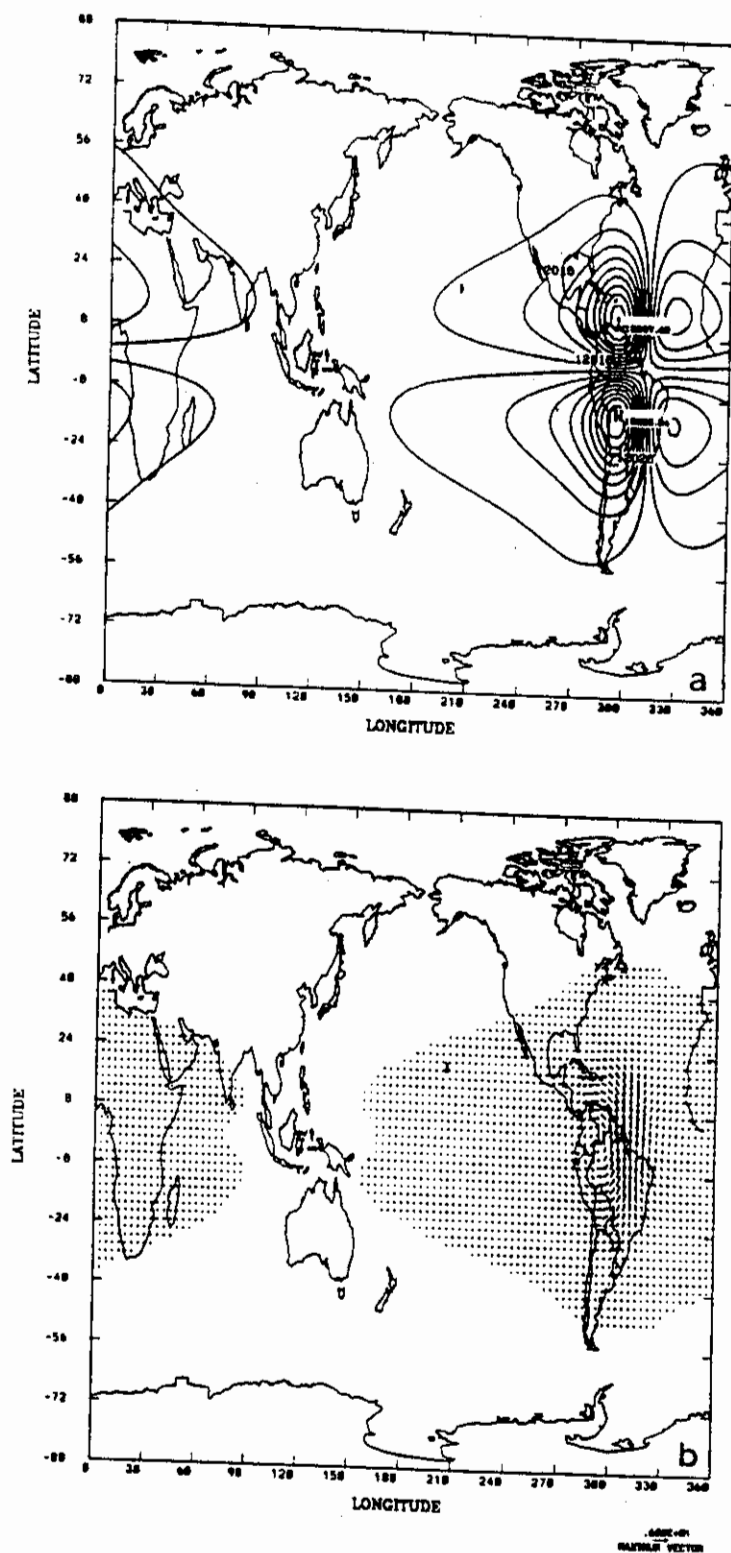


Fig. 7.11 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para a onda mista, em 200 hPa e às 24h.

(a) contornos são de 12.008 a 12.025 ( $\Delta=1$  m).

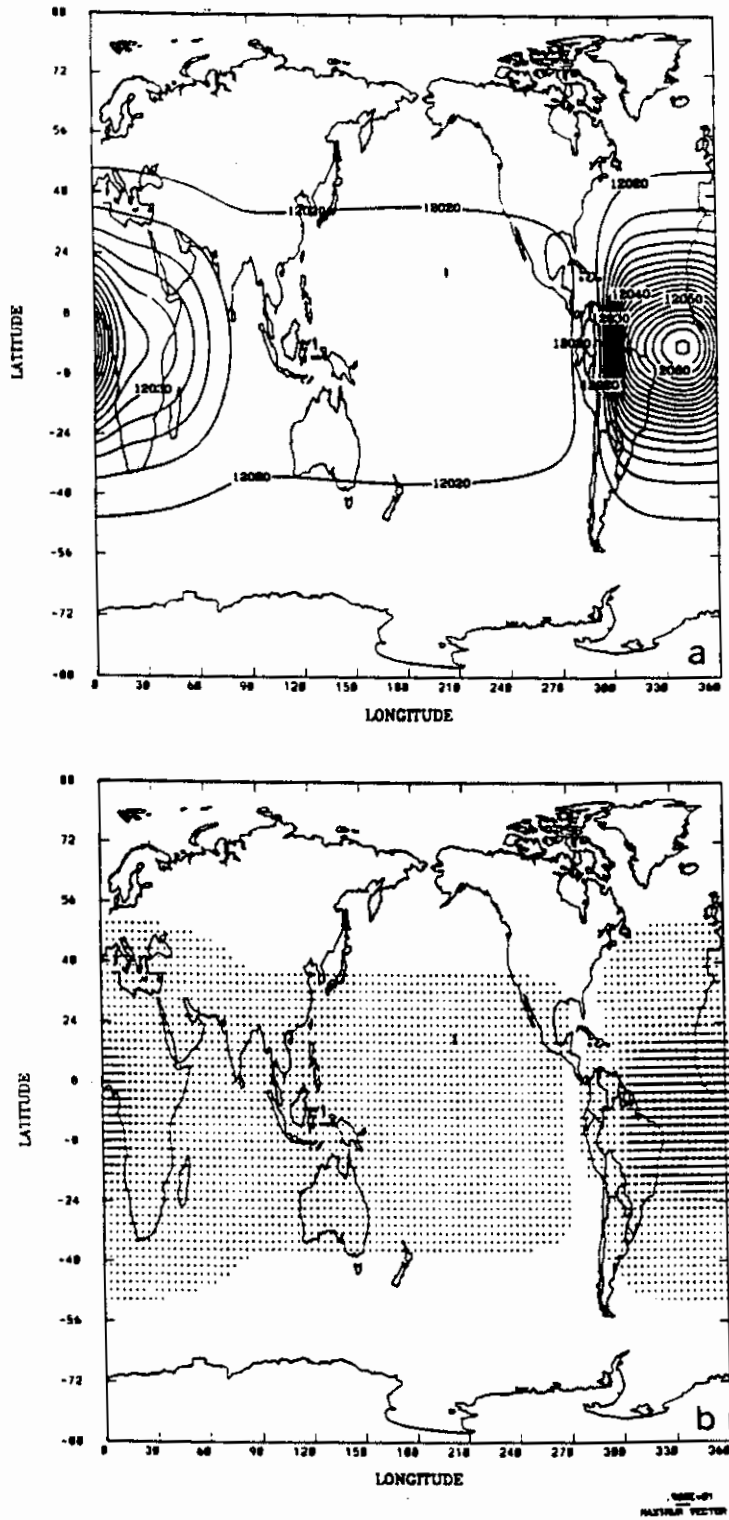


Fig. 7.12 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para o modo de Kelvin, em 200 hPa e às 48h.

(a) contornos de 12.017,5 a 12.065 ( $\Delta=2,5$  m).

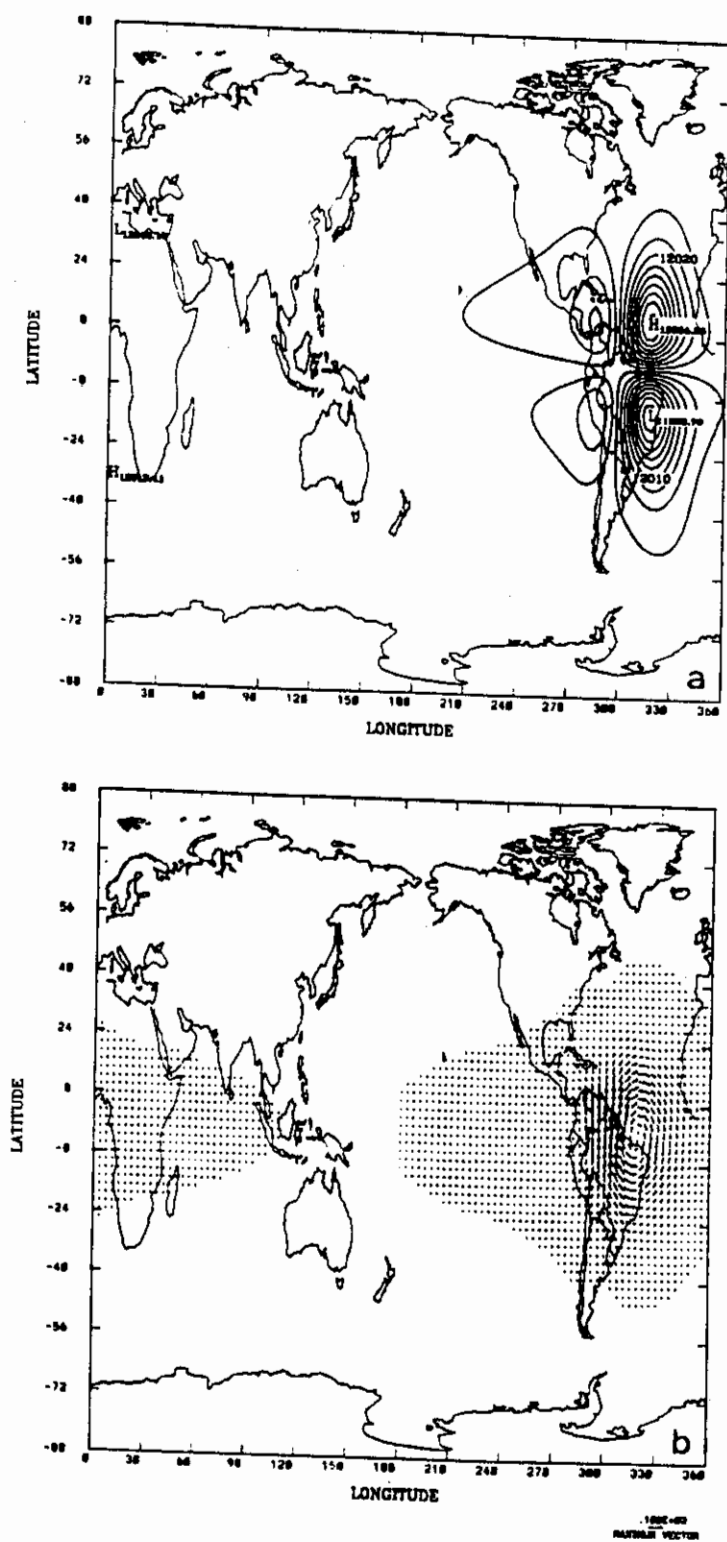


Fig. 7.13 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para a onda mista, em 200 hPa e às 48h.

(a) contornos são de 12.000 a 12.034 ( $\Delta=2$  m).

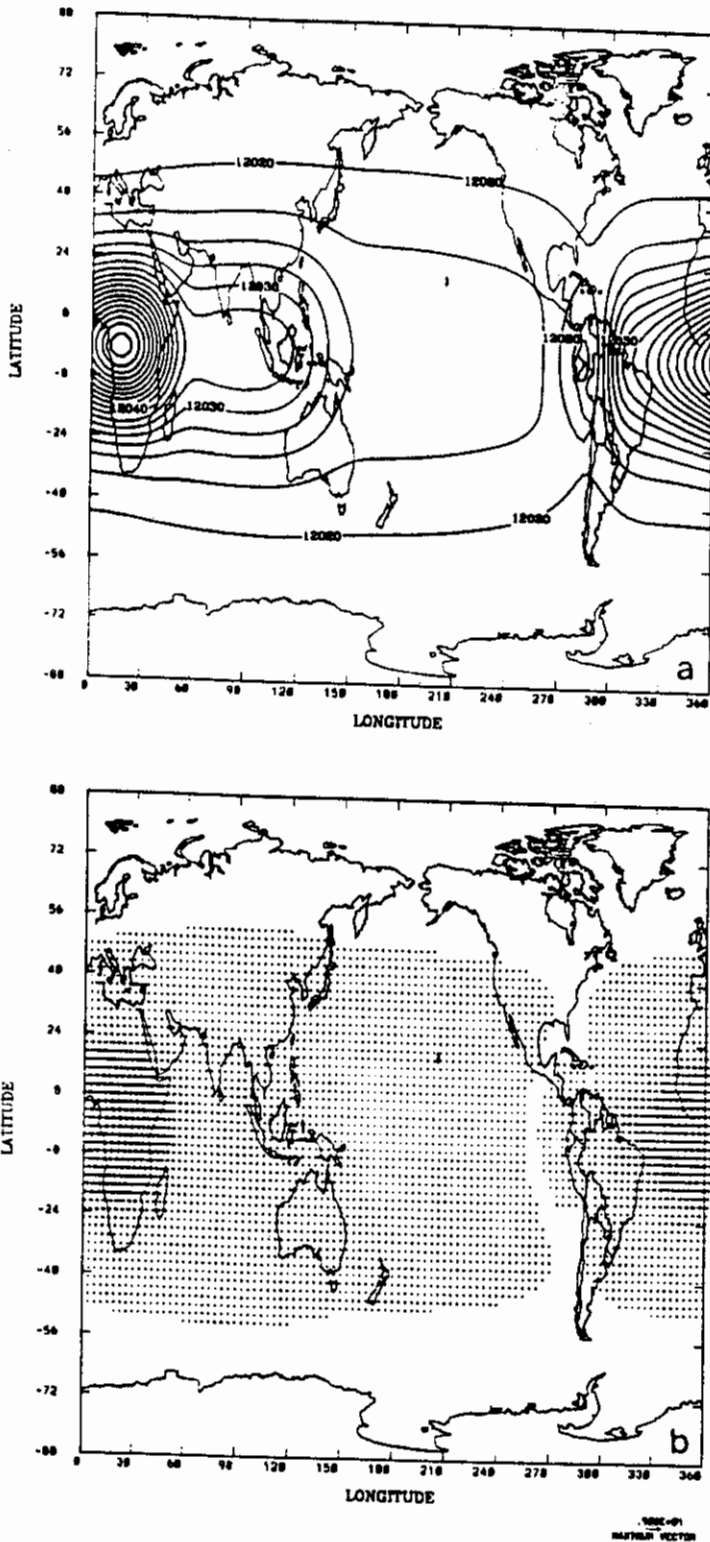


Fig. 7.14 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para o modo de Kelvin, em 200 hPa e às 72h.

(a) contornos de 12.017,5 a 12.062,5 ( $\Delta=2,5$  m).



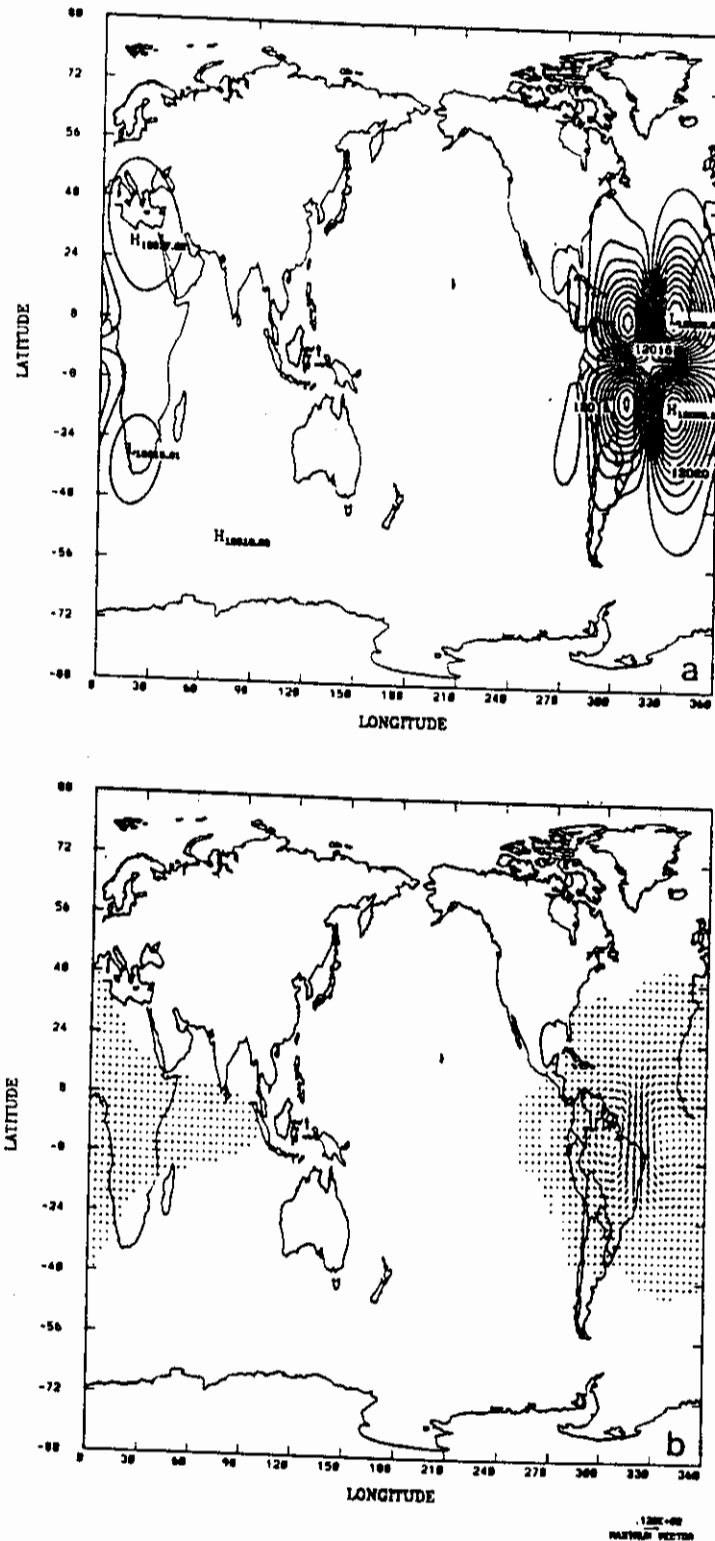


Fig. 7.15 - Altura geopotencial (a) e vetor vento (b) para a onda mista, em 200 hPa e às 72h.

(a) contornos são de 12.006 a 12.028 ( $\Delta=1$  m).

A melhor caracterização na formação dos núcleos de baixa na altura geopotencial, centrados em  $30^{\circ}\text{N}$  e  $30^{\circ}\text{S}$  (Cavado na costa leste da América do Sul, visível no campo total às 48 h, Figura 7.5a), também está associada com a dispersão da onda mista (conforme indicado no campo de altura geopotencial da Figura 7.13a), somada à contribuição dos modos de Rossby mais curtos, que propagam energia para leste (Figura 7.6a). Além disso, nota-se que o modo misto atua na troca inter-hemisférica de energia: o escoamento de sul que cruza o equador à leste do centro da forçante às 24 h (Figura 7.3b), resultado da excitação da onda mista (Figura 7.11b), é substituído por ventos de norte depois de 3 dias de integração, como pode ser verificado pela análise das Figuras 7.7b e 7.15b, que mostram o campo de velocidade total às 72 horas e a contribuição da onda mista, respectivamente.

É importante ressaltar que os ventos de leste em baixos níveis, associados com a propagação dos modos de Kelvin (Figura 7.9a), fornecem um afluxo de ar para a região do aquecimento, formando uma Circulação do tipo Walker, com ar quente subindo na região do aquecimento e descendo à leste da fonte. Isto pode ser verificado analisando-se a média meridional do movimento vertical às 48 h, induzido pela forçante térmica: comparando-se as Figuras 7.16a e 7.16b, nota-se que cerca de 50% do movimento vertical ascendente na região da fonte deve-se a excitação das ondas de Kelvin. Já o pequeno movimento subsidente compensador, localizado à oeste da fonte da Amazônia, está associado com a dispersão das ondas longas de Rossby (Figura 7.16c).

Além disso, a análise do movimento vertical em 500 hPa (Figura 7.17a) mostra que devido à rápida propagação das ondas de Kelvin, às 72 h o movimento subsidente compensador (localizado na região equatorial à

leste do centro da forçante) já atinge o continente africano, indicando que este escoamento deverá interagir com as ondas excitadas por ocasião da introdução da fonte de calor simulando a convecção na África. Comparando os campos de velocidade vertical em 500 hPa (Figura 7.17a) e a divergência em altos níveis (Figura 7.17b) verifica-se que nas proximidades do centro da fonte de calor e ao norte e nordeste desta, onde ocorre movimento vertical ascendente em 500 hPa, tem-se a correspondente divergência em 200 hPa. Já as regiões de subsidência compensadora em 500 hPa (localizada à sudoeste e noroeste do centro da forçante, e sobre o continente africano) são caracterizadas pela convergência em altos níveis (Figura 7.17b).

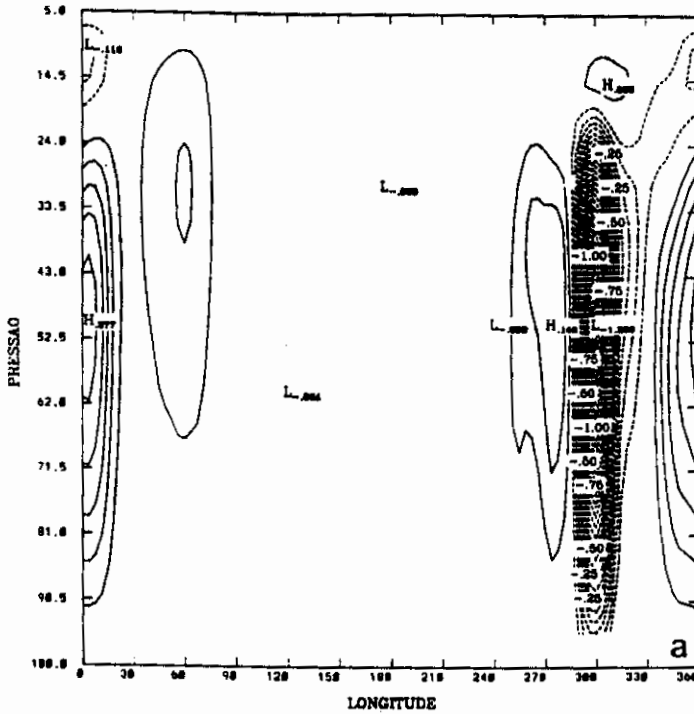


Fig. 7.16 - Média meridional (entre  $10^{\circ}\text{N}$  e  $20^{\circ}\text{S}$ ) da velocidade vertical para o campo total (a), onda de Kelvin (b) e onda de Rossby (c), às 48h.

(continua)

(a) contornos:  $-1,25$  a  $0,25$  ( $\Delta=0,05 \cdot 10^{-3}$  hPa/s)

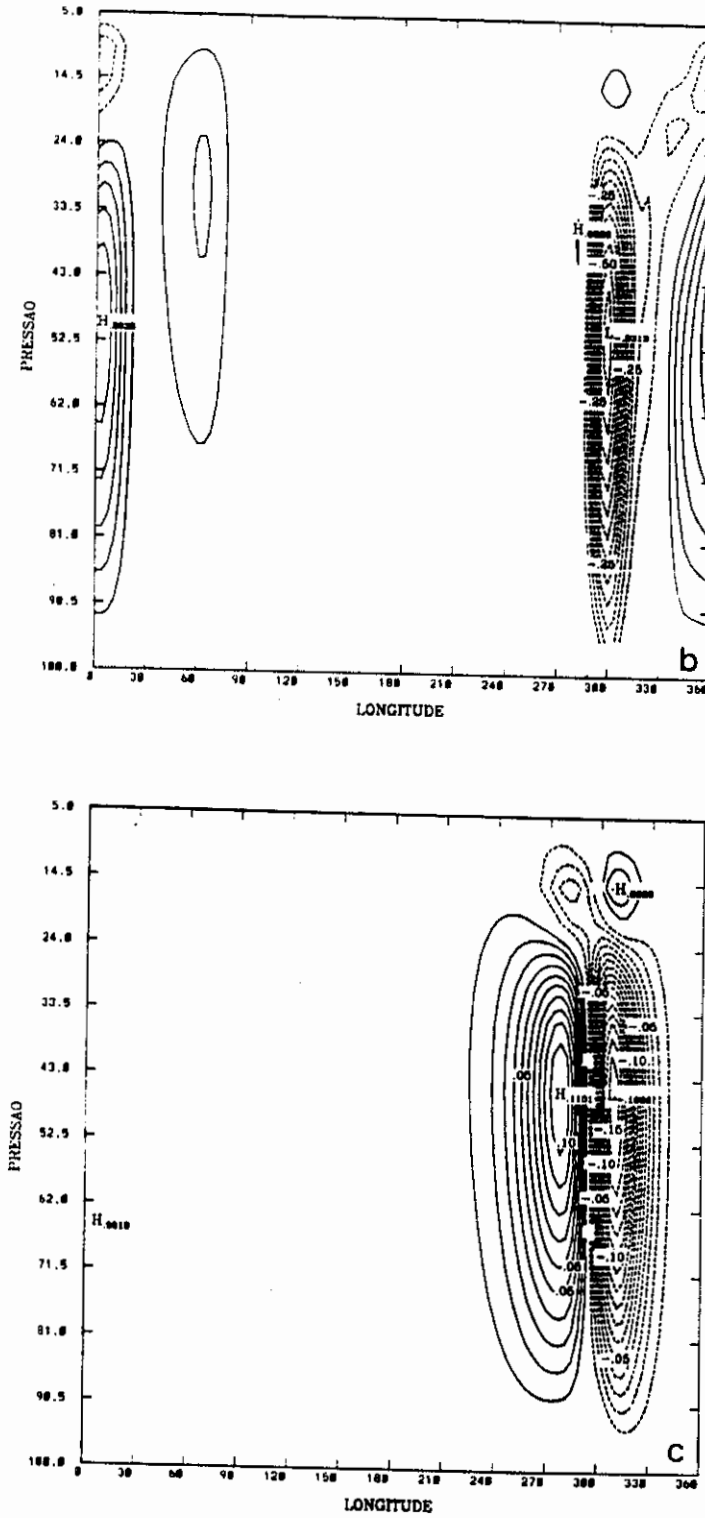


Fig. 7.16 - Conclusão.

(b) contornos:  $-0,60$  a  $0,25$  ( $\Delta=0,05 \cdot 10^{-3}$  hPa/s)

(c) contornos:  $-0,16$  a  $0,10$  ( $\Delta=0,01 \cdot 10^{-3}$  hPa/s)

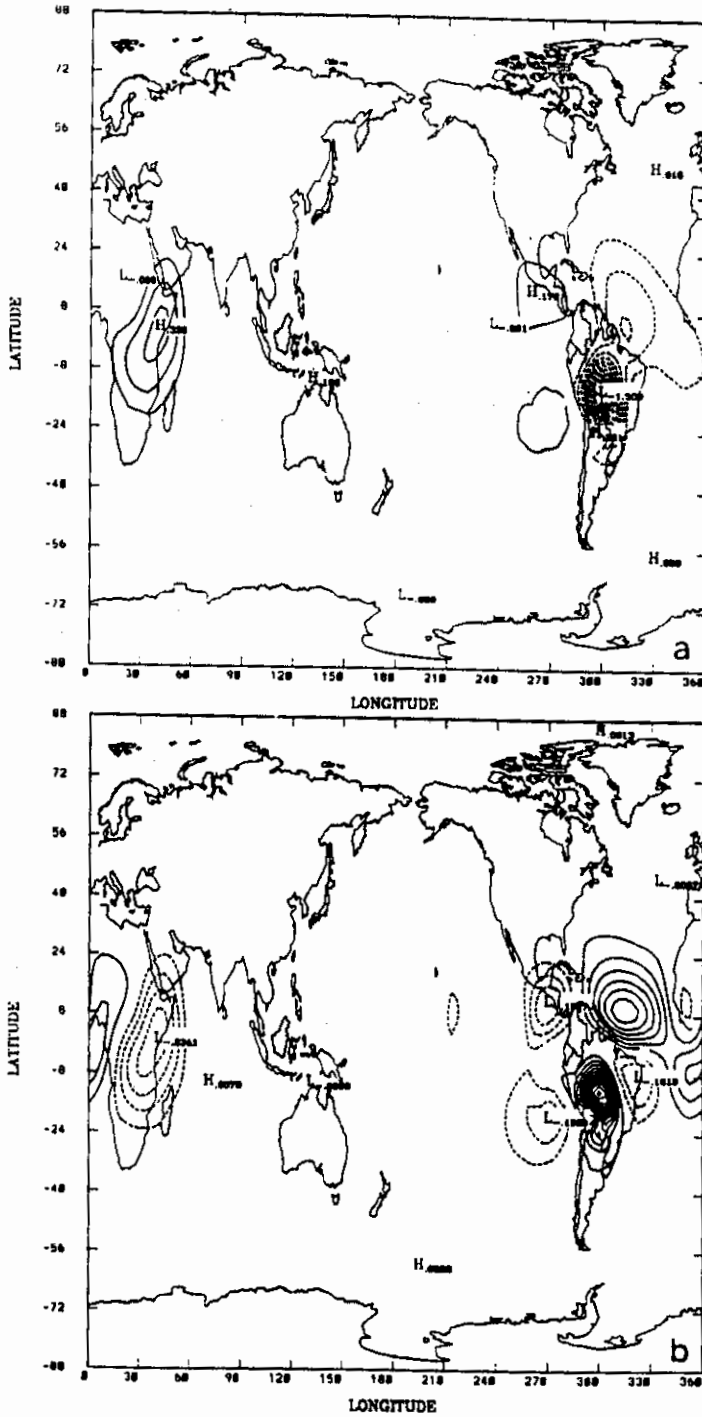


Fig. 7.17 - Campo de velocidade vertical em 500 hPa (a) e divergência horizontal em 200 hPa (b) para o campo total, às 72h.

(a) contornos:  $-1,5$  a  $0,3$  ( $\Delta=0,1 \cdot 10^{-3} \text{ hPa s}^{-1}$ )

(b) contornos:  $-0,2$  a  $0,6$  ( $\Delta=0,05 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ )

Em linhas gerais, os campos simulados com a utilização desse modelo prognóstico possuem características muito similares ao trabalho de Silva Dias et al. (1983), que utilizaram uma estrutura com modo vertical único (profundidade equivalente da ordem de 230 m). Isto se deve ao fato da forçante considerada nesta dissertação apresentar uma estrutura vertical que favorece a concentração de energia no segundo modo vertical interno (como foi visto na Figura 6.12). No entanto, a utilização de um maior número de modos verticais normais permitiu representar a inclinação para oeste da estrutura vertical baroclínica, como será visto nos campos de altura geopotencial relativos ao item 7.3.

A energia potencial disponível (referente ao campo total das 48 horas, para o experimento EX-1) é mostrada na Figura 7.18a. Verifica-se que a configuração relativa ao segundo modo vertical interno ( $H_n \sim 230$  m), indicada pela Figura 7.18b é bastante representativa da energia total, computada com a utilização de 5 modos verticais normais (Figura 7.18a). No entanto, apesar da energia potencial associada com o modo externo ou barotrópico (Figura 7.18c) ser de pequena magnitude em comparação com a energia associada ao segundo modo interno, nota-se que este modo (com profundidade da ordem de 10 Km) tem um importante papel na propagação de energia para latitudes médias. Isto pode ser confirmado comparando-se a maior abrangência norte-sul do campo de energia potencial relativa ao modo barotrópico (Figura 7.18c) com a configuração resultante para o campo de altura geopotencial, indicada na Figura 7.7a.

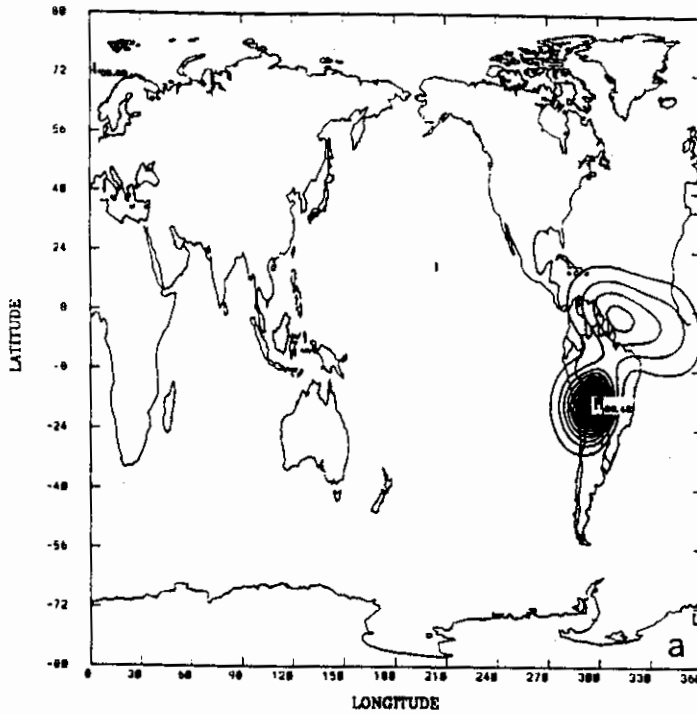


Fig. 7.18 - Energia potencial disponível (48 h) do campo total utilizando 5 modos verticais normais (a); somente o segundo modo vertical interno (b) e somente o modo externo (c).

(continua)

- (a) contorno de 4 a 68 ( $\Delta=4 \text{ m}^2/\text{s}^2$ )
- (b) contorno de 2 a 36 ( $\Delta=2 \text{ m}^2/\text{s}^2$ )
- (c) contorno de 0,01 a 0,23 ( $\Delta=0,01 \text{ m}^2/\text{s}^2$ )

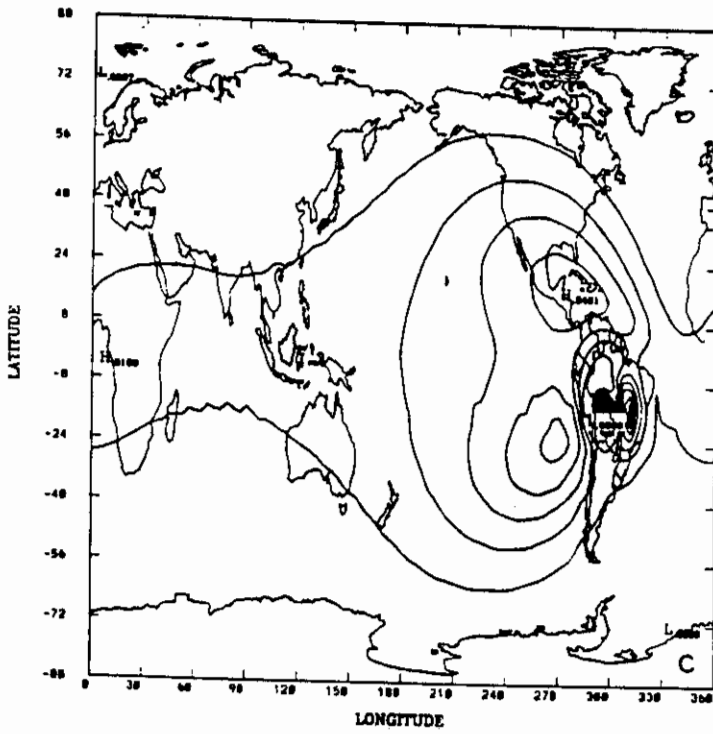
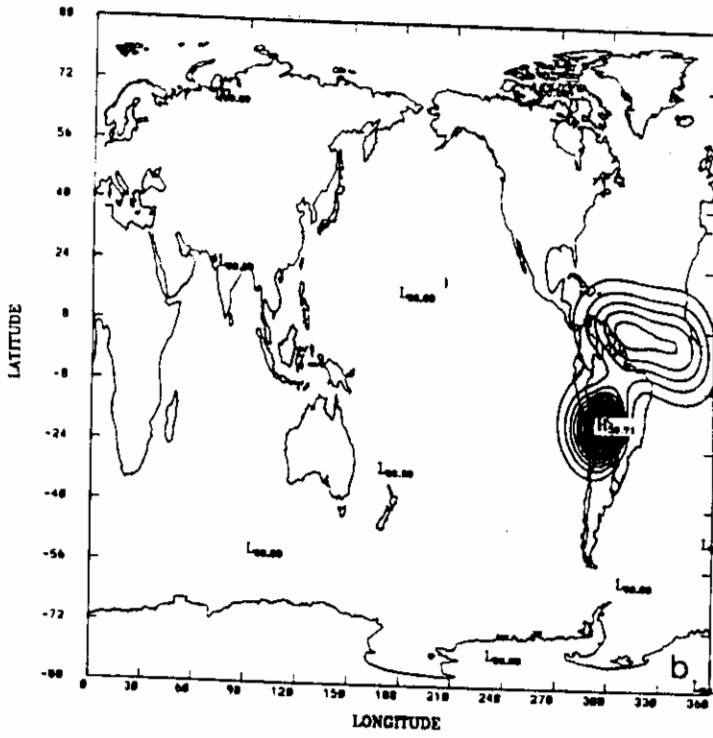


Fig. 7.18 - Conclusão



## 7.2 - INFLUÊNCIA DAS FONTES DA ÁFRICA E INDONÉSIA SOBRE A CIRCULAÇÃO TROPOSFÉRICA NA AMÉRICA DO SUL

Nos experimentos realizados com as fontes de calor localizadas nas regiões da Amazônia e Indonésia (EX-2) e da Amazônia e África (EX-3), a distribuição horizontal de calor segue a configuração indicada nas Figuras 7.19a e 7.19b (respectivamente) com os parâmetros para cada forçante definidos conforme a Tabela 6.1. Estas duas simulações têm por objetivo estudar a influência remota das fontes da África e da Indonésia na resposta troposférica sobre a América do Sul. Os principais resultados relativos à interação entre os escoamentos gerados pela forçante térmica confirmam as indicações de Gandú (1993).

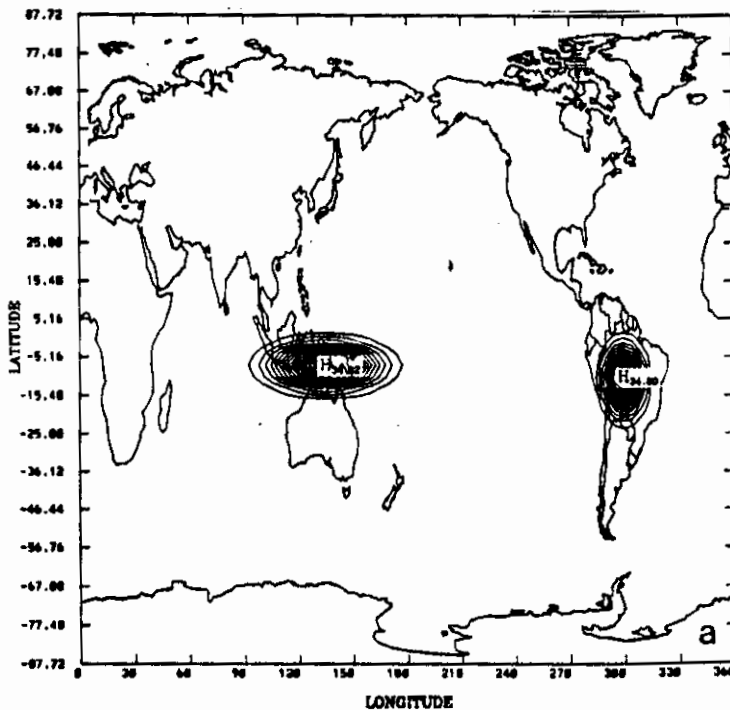


Fig. 7.19 - Distribuição horizontal de calor utilizada nas simulações EX-2 (a) e EX-3 (b).

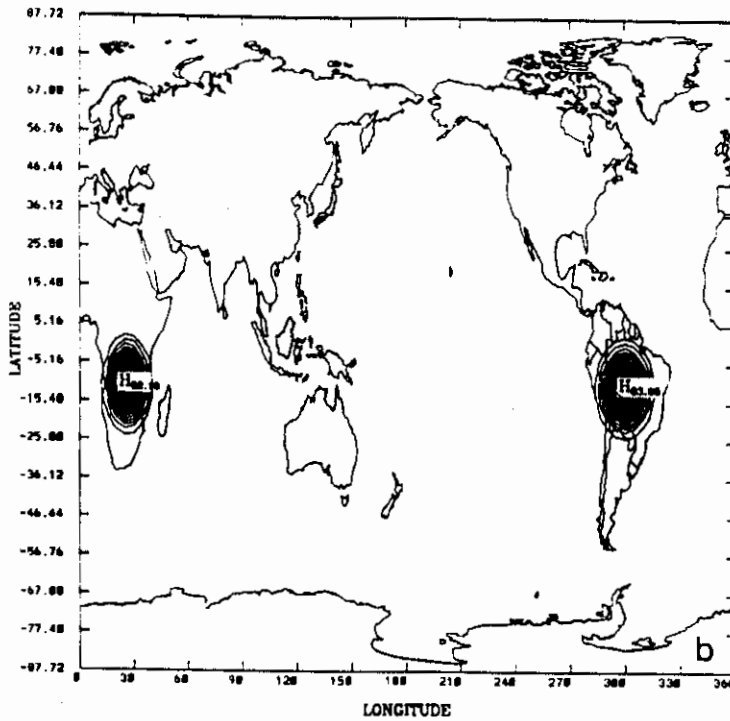


Fig. 7.19 - Conclusão

A Figura 7.20a refere-se ao campo de altura geopotencial (60 h) para a simulação com as fontes da Amazônia e da Indonésia: nota-se que o escoamento difluente em altos níveis, próximo à costa oeste da América do Sul e verificado nos estudos observacionais (Silva Dias e Bonatti, 1985), está associado com as ondas excitadas pela introdução da forçante térmica na Indonésia. Esta difluência em altitude, não simulada com a fonte única da Amazônia, ocorre devido à interação entre os ventos de leste (gerados pela dispersão das ondas de Rossby) emergentes da fonte na Amazônia e os ventos de oeste, associados com a propagação de ondas de Kelvin na fonte da Indonésia, como pode ser visto na análise da Figura 7.20a.

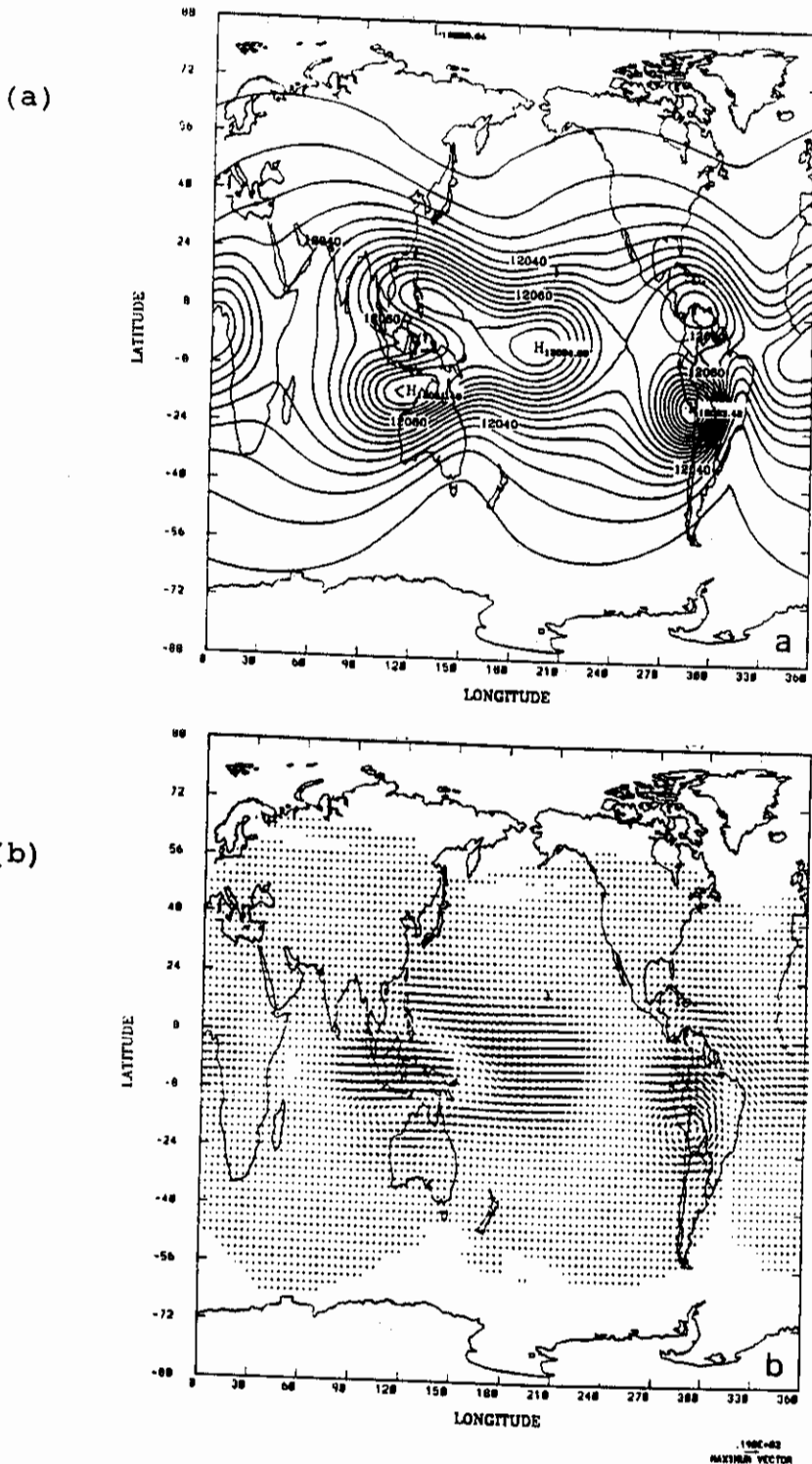


Fig. 7.20 - Experimento EX-2: altura geopotencial (a) e vetor vento (b) relativos ao campo total, em 200 hPa e às 60 h.

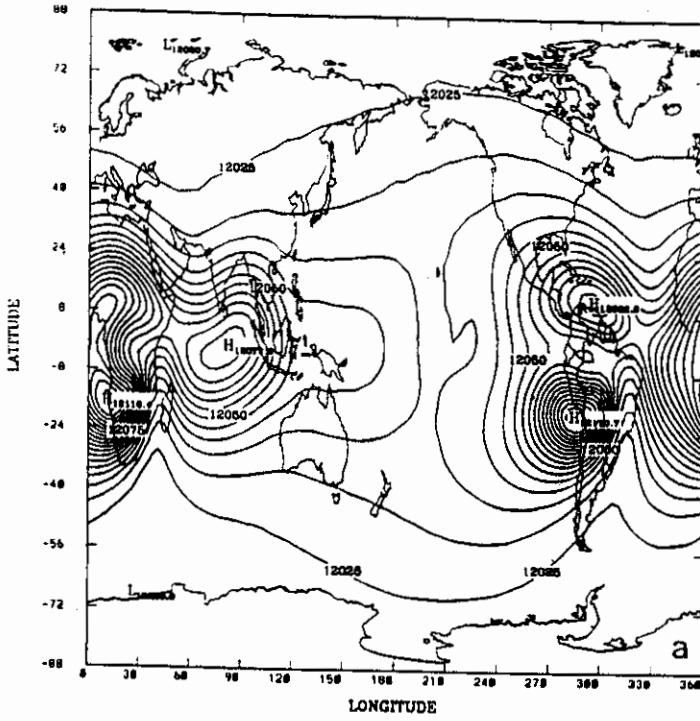
(a) contornos são de 12.024 a 12.092 ( $\Delta=4$  m).

Já a fonte de calor centrada no sul do continente africano interage com o escoamento de altos níveis sobre a América do Sul, fornecendo ao cavado na costa nordeste do Brasil uma orientação norte-sul melhor definida e mais condizente com os campos observacionais (Silva Dias e Bonatti, 1985). Isto pode ser verificado comparando os campos de altura geopotencial e vento para a simulação com a fonte única da Amazônia (Figuras 7.7a e 7.7b) com as saídas relativas ao experimento incluindo a fonte da África, indicadas nas Figuras 7.21a e 7.21b, respectivamente.

A análise das Tabelas 6.6 e 6.7, que mostram a partição de energia entre os modos horizontais de oscilação relativa às simulações EX-2 e EX-3 (respectivamente), revela que existe uma menor geração de ondas de Rossby (e maior geração de ondas de Kelvin) para o experimento que inclui a fonte alongada da Indonésia. Como conseqüência, a circulação anticiclônica em altos níveis, que representa uma resposta atmosférica associada com o modo de Rossby, apresenta-se menos intensa no experimento EX-2, em comparação com a simulação incluindo a fonte da África (EX-3), como pode ser verificado comparando as Figuras 7.20a e 7.21a, que indicam a intensidade do campo de altura geopotencial para os dois experimentos.

Além disso, no caso da forçante centralizada na Indonésia, a circulação anticiclônica em altos níveis encontra-se ligeiramente ao norte do centro da fonte de calor, ao contrário dos escoamentos induzidos pelas fontes da Amazônia (Alta da Bolívia) e da África (Alta da Angola), que apresentam uma circulação anticiclônica situada à sudoeste do centro da forçante e melhor definida, como pode ser verificado comparando-se as Figuras 7.20b e 7.21b. Isto confirma que a fonte da Indonésia excita modos de Rossby para valores pequenos de  $l$  (Silva Dias e Schubert, 1979).

(a)



(b)

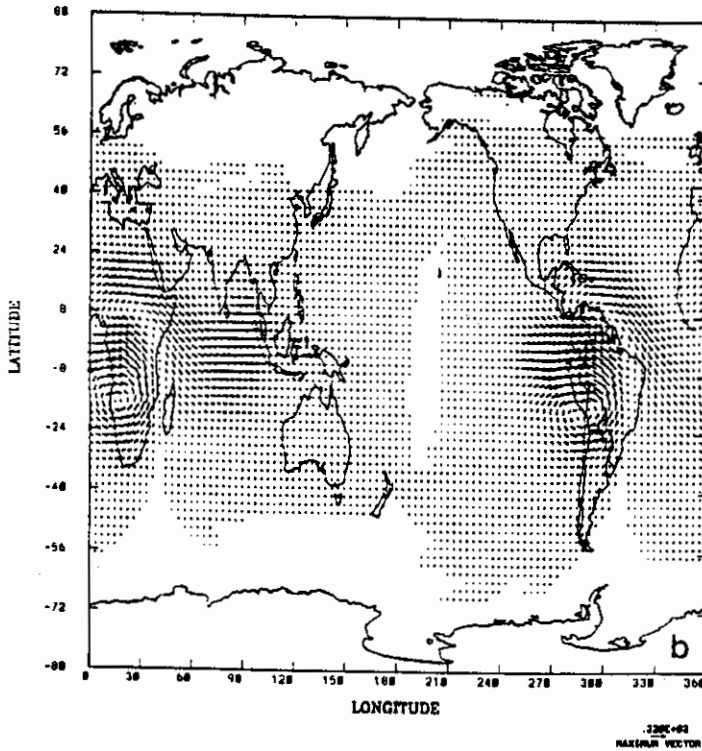


Fig. 7.21 - Experimento EX-3: altura geopotencial (a) e vetor vento (b) relativos ao campo total, em 200 hPa e às 60 h.

(a) contornos são de 12.025 a 12.115 ( $\Delta=5$  m).

### 7.3 - SIMULAÇÕES COM AS 3 FONTES DE CALOR

#### 7.3.1 - COMPARAÇÃO ENTRE OS EXPERIMENTOS COM CONDIÇÃO INICIAL DE REPOUSO (EX-4) E OBSERVADA (EX-5)

A resposta atmosférica à forçante térmica tropical é estudada nos experimentos EX-4 e EX-5 (conforme Tabela 6.3), utilizando fontes de calor que simulem a convecção transiente de grande escala na região da Amazônia, África e Indonésia, com a distribuição horizontal indicada na Figura 6.9. No experimento EX-4 considera-se o caso de uma condição inicial com a atmosfera em repouso e o experimento EX-5 engloba uma condição inicial observada (média zonal do dia 4/2/89, 00 UTC), conforme discutido no Capítulo 6 (item 6.2).

O desvio em relação à condição inicial para o campo de altura geopotencial em altos níveis referente aos experimentos EX-5 e EX-4 é indicado nas Figuras 7.22 e 7.23 (para às 60 e 120 horas, respectivamente). Em baixos níveis, a altura geopotencial é mostrada na Figura 7.24 (120 h). No campo de 200 hPa, e após 60 horas de integração, verifica-se que com a introdução da condição inicial observada (Figura 7.22a) ocorre um deslocamento para oeste e uma desintensificação dos máximos localizados próximos aos centros das 3 forçantes térmicas em relação à altura geopotencial com a atmosfera partindo da condição inicial de repouso (Figura 7.22b). Isto pode ser evidenciado pela análise da Figuras 7.22c, obtida a partir da diferença entre a altura geopotencial para as simulações EX-5 e EX-4. A Figura 7.22c também mostra uma maior elevação na altura geopotencial, em latitudes extra-tropicais, para o experimento onde se incluiu a condição inicial observada. Este fato confirma a existência de uma resposta remota da atmosfera mais intensa para os experimentos realizados com a presença de um campo inicial

diferente de zero. Em altos níveis e às 120 h, a diferença entre o campo de altura geopotencial para as simulações EX-5 e EX-4 é indicada na Figura 7.23c. Nota-se uma maior propagação das ondas para latitudes mais altas e ainda ocorrendo com mais intensidade no Hemisfério Norte do que no Hemisfério Sul, como mostra o máximo positivo no campo-diferença da Figura 7.23c ( $30^{\circ}\text{N};70^{\circ}\text{E}$ ). Isto ocorre porque o campo inicial (Figura 6.1b) apresenta um jato mais intenso no Hemisfério Norte em comparação com o Hemisfério Sul. Assim, a presença de um maior cisalhamento do vento zonal básico no Hemisfério Norte implica também numa maior transferência de energia da região tropical para as latitudes médias neste hemisfério (Kasahara e Silva Dias, 1986). Os núcleos de alta em geopotencial, associados com cada fonte de calor, permanecem menos intensos para o experimento incluindo a média zonal observada (Figura 7.23a) em comparação com o experimento EX-4 (Figura 7.23b), e agora bastante deslocados para noroeste.

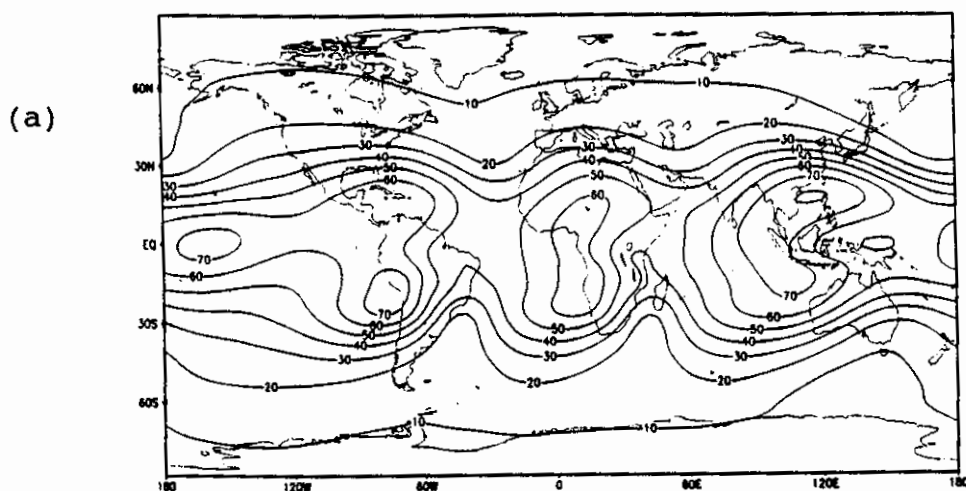


Fig. 7.22 - Altura geopotencial em 200 hPa e às 60 h.  
 (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição inicial de repouso e (c) campo-diferença:(a)-(b).

(continua)

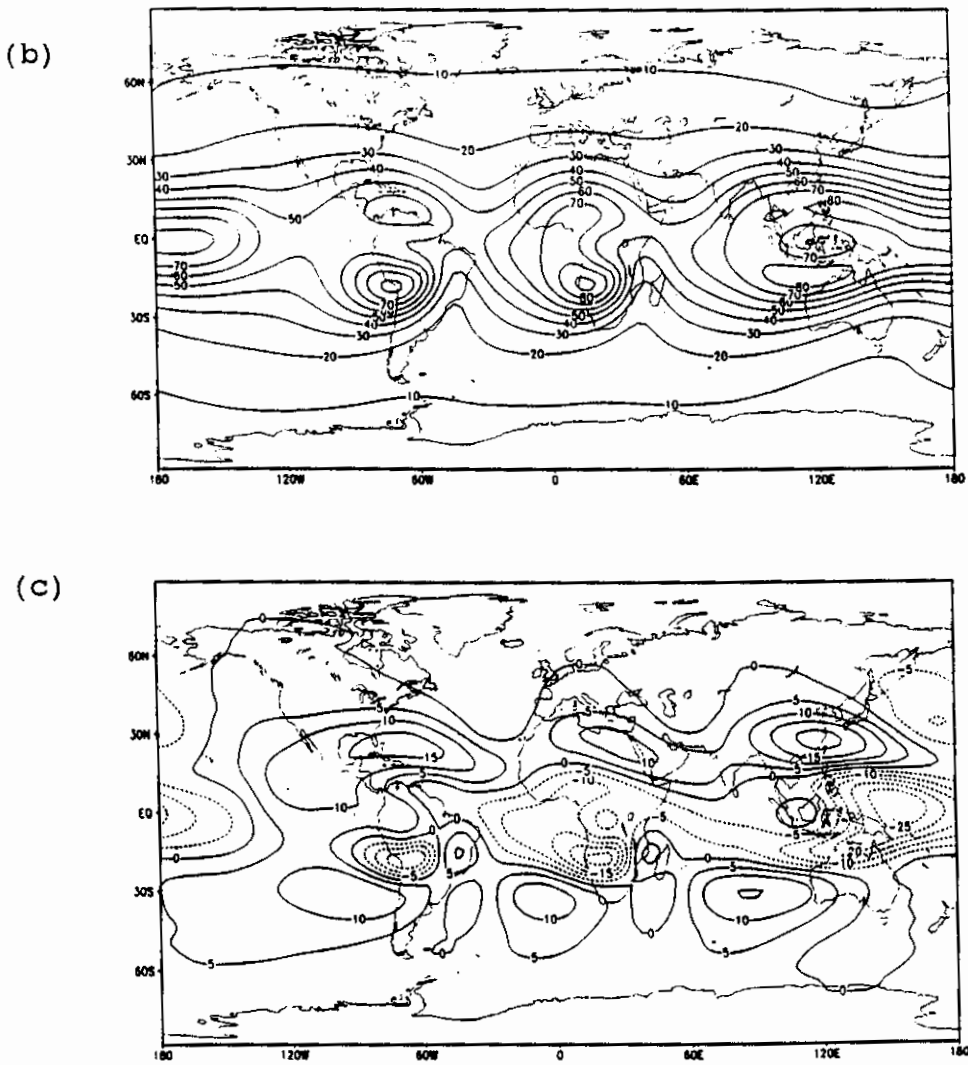


Fig. 7.22 - Conclusão.

(a) contornos são de 10 a 70 ( $\Delta=10$  m)

(b) contornos são de 10 a 80 ( $\Delta=10$  m)

(c) contornos são de -25 a 15 ( $\Delta=5$  m)



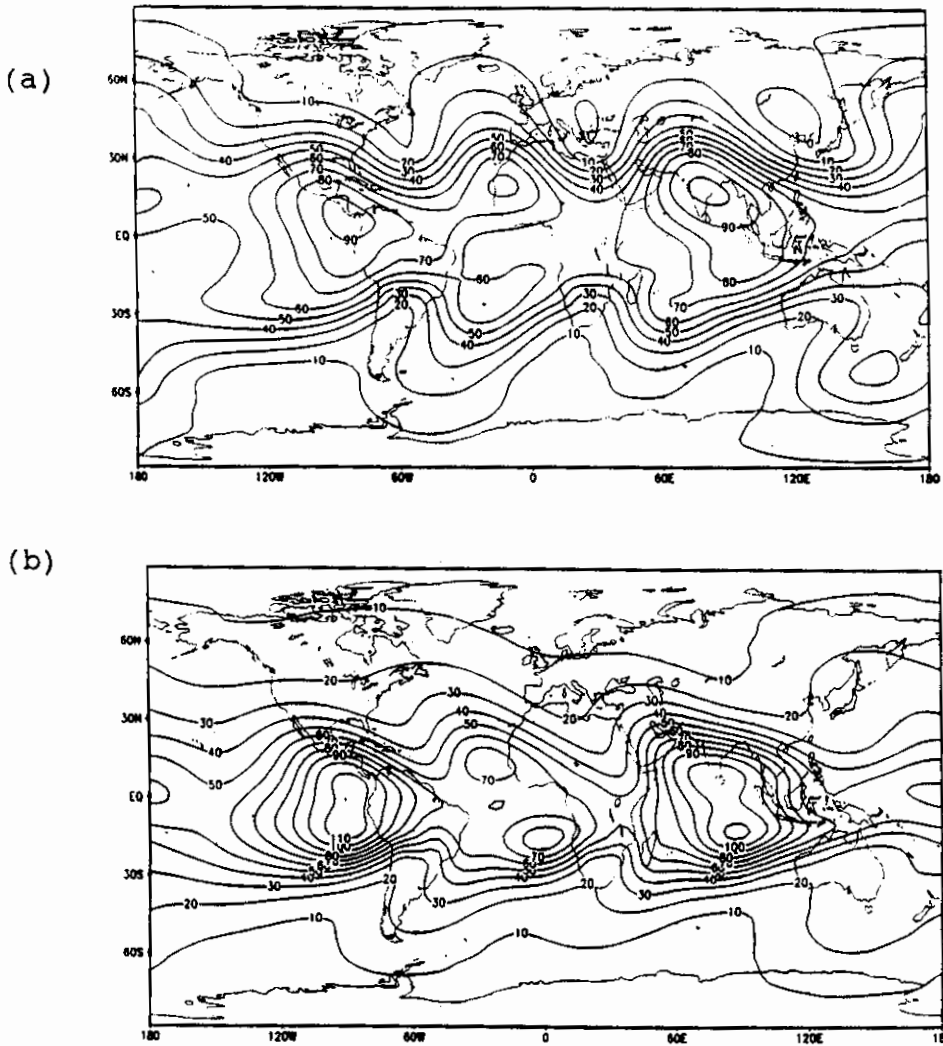


Fig. 7.23 - Altura geopotencial em 200 hPa e às 120 h.  
 (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição inicial de repouso e (c) campo-diferença: (a)-(b).

(continua)

- (a) contornos são de 10 a 100 ( $\Delta=10$  m)
- (b) contornos são de 10 a 110 ( $\Delta=10$  m)
- (c) contornos são de -30 a 45 ( $\Delta=5$  m)

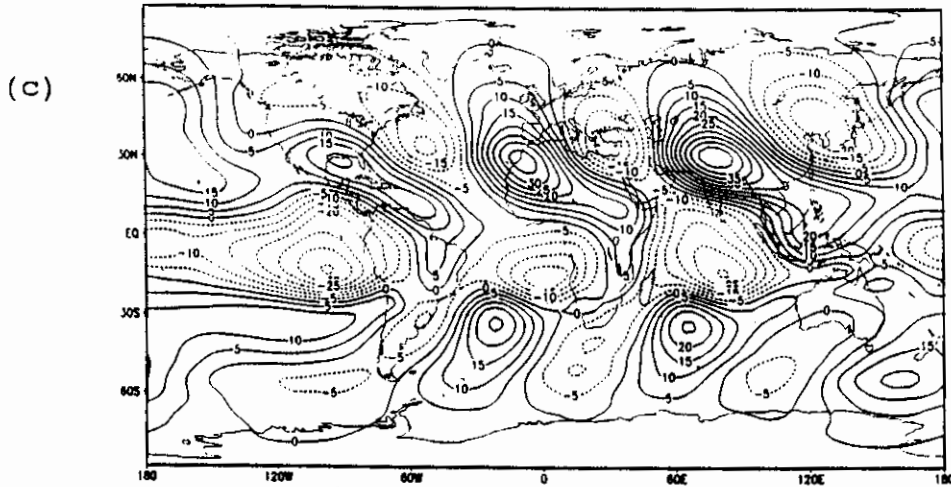


Fig. 7.23 - Conclusão.

Para o campo de altura geopotencial em baixos níveis e às 120 h, o desvio em relação à condição inicial observada e para a atmosfera inicial em repouso são indicados nas Figuras 7.24a e 7.24b, respectivamente. Em ambos os casos, os centros de baixa em geopotencial estão centrados ligeiramente à oeste do centro de cada uma das 3 fontes de calor, porém com um deslocamento bem menor em comparação com os correspondentes centros de alta em geopotencial em 200 hPa, indicados nas Figuras 7.23a e 7.23b. A inclinação para oeste dessa estrutura vertical baroclínica representa uma importante contribuição deste trabalho, uma vez que não foi representada em estudos correlatos (como por exemplo, Silva Dias et al., 1983). Comparando-se as Figuras 7.23c e 7.24c nota-se que as diferenças entre os experimentos EX-5 e EX-4 são mais sensíveis para o campo de altura geopotencial em altos níveis. Mesmo assim, a introdução da condição inicial observada indica uma propagação de ondas para latitudes extratropicais no campo em 850 hPa (Figura 7.24c), com alguns núcleos localizados no Hemisfério Norte (Sul) próximo à latitude de  $40^{\circ}\text{N}$  ( $40^{\circ}\text{S}$ ), à nordeste (sudeste) dos

centros das forçantes térmicas. De maneira similar ao campo de altura geopotencial em altos níveis, observa-se que as perturbações são mais intensas no Hemisfério Norte do que no Hemisfério Sul, uma vez que a média zonal utilizada como condição inicial (Figura 6.1b) impõe maiores diferenças no Hemisfério Norte.

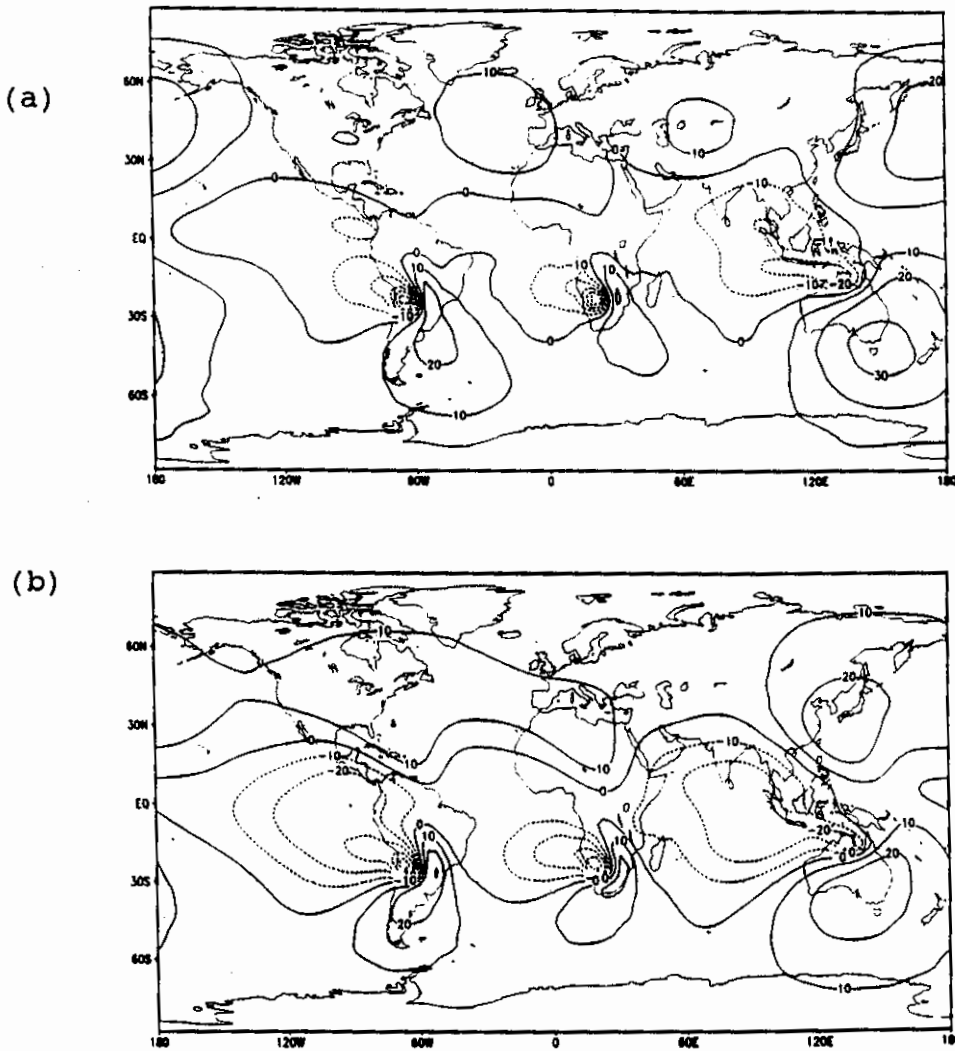


Fig. 7.24 - Altura geopotencial em 850 hPa e às 120 h. (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição inicial de repouso e (c) campo-diferença:(a)-(b).

(continua)

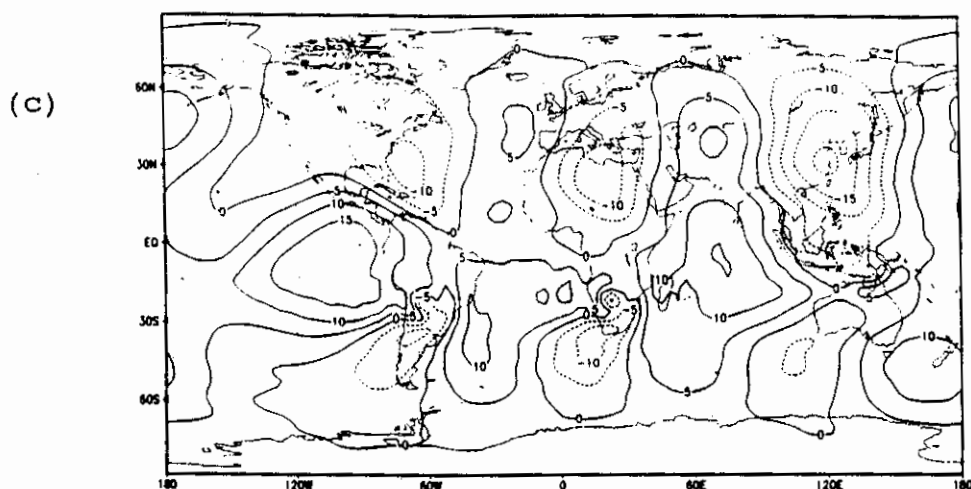


Fig. 7.24 - Conclusão.

- (a) contornos são de -50 a 30 ( $\Delta=10$  m)
- (b) contornos são de -50 a 20 ( $\Delta=10$  m)
- (c) contornos são de -20 a 15 ( $\Delta=5$  m)

Analisando a evolução temporal (figuras não apresentadas) do centro de baixa em 850 hPa, relativo à simulação EX-5, verifica-se que sua localização permanece próxima da posição observada durante o período de integração. No entanto, acompanhando o núcleo de alta na altura geopotencial (200 hPa) observa-se um deslocamento tipo U com o tempo: partindo inicialmente da região próxima ao centro da fonte, segue para sudoeste, depois para oeste e finalmente para norte, encontrando as ondas de Kelvin que se propagam para leste, emergindo da fonte da Indonésia. A Figura 7.25 fornece uma representação esquemática do deslocamento do centro de alta em geopotencial em 200 hPa, durante os 5 dias de integração, para o experimento EX-5 e da trajetória seguida pelo centro de baixa em 850 hPa. Notar que KV e RB indicam os modos de Kelvin e Rossby, respectivamente.

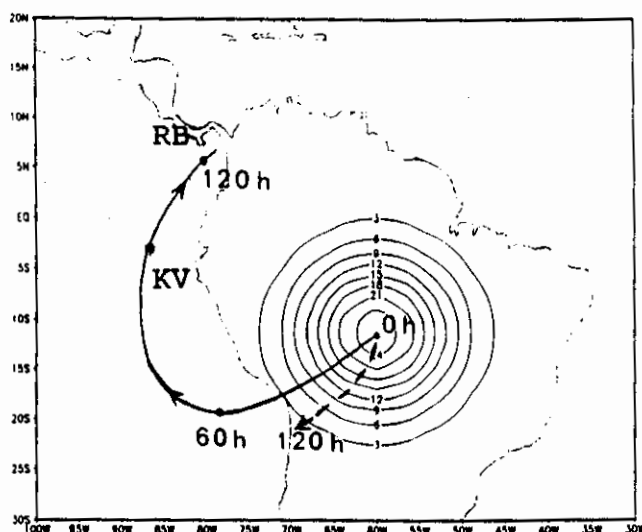


Fig. 7.25 - Representação esquemática do deslocamento da da alta em geopotencial (linha cheia) e da baixa em 850 hPa (linha tracejada), durante o período de integração do experimento EX-5.

Para o campo de velocidade zonal em 200 hPa, a diferença entre os experimentos EX-5 e EX-4, em 60 h horas é indicada na Figura 7.26c. Nota-se que com a inclusão do escoamento observado (Figura 7.26a) tanto os ventos de leste, na região das forçantes, como os ventos de oeste, localizados a nordeste e sudoeste das 3 fontes de calor, tornam-se menos intensos em relação à simulação considerando uma atmosfera inicial em repouso (Figura 7.26b). Para o campo de vento zonal em altos níveis e às 120 horas, verifica-se que os centros de máxima velocidade negativa (ventos de leste) estão deslocados em comparação com a saída para às 60 horas, tanto para a simulação EX-5 (Figuras 7.26a e 7.27a) como para o experimento EX-4 (Figuras 7.26b e 7.27b). Esta propagação dos ventos para oeste está associada com a dispersão das ondas longas de Rossby (como foi visto na Figura 7.8).

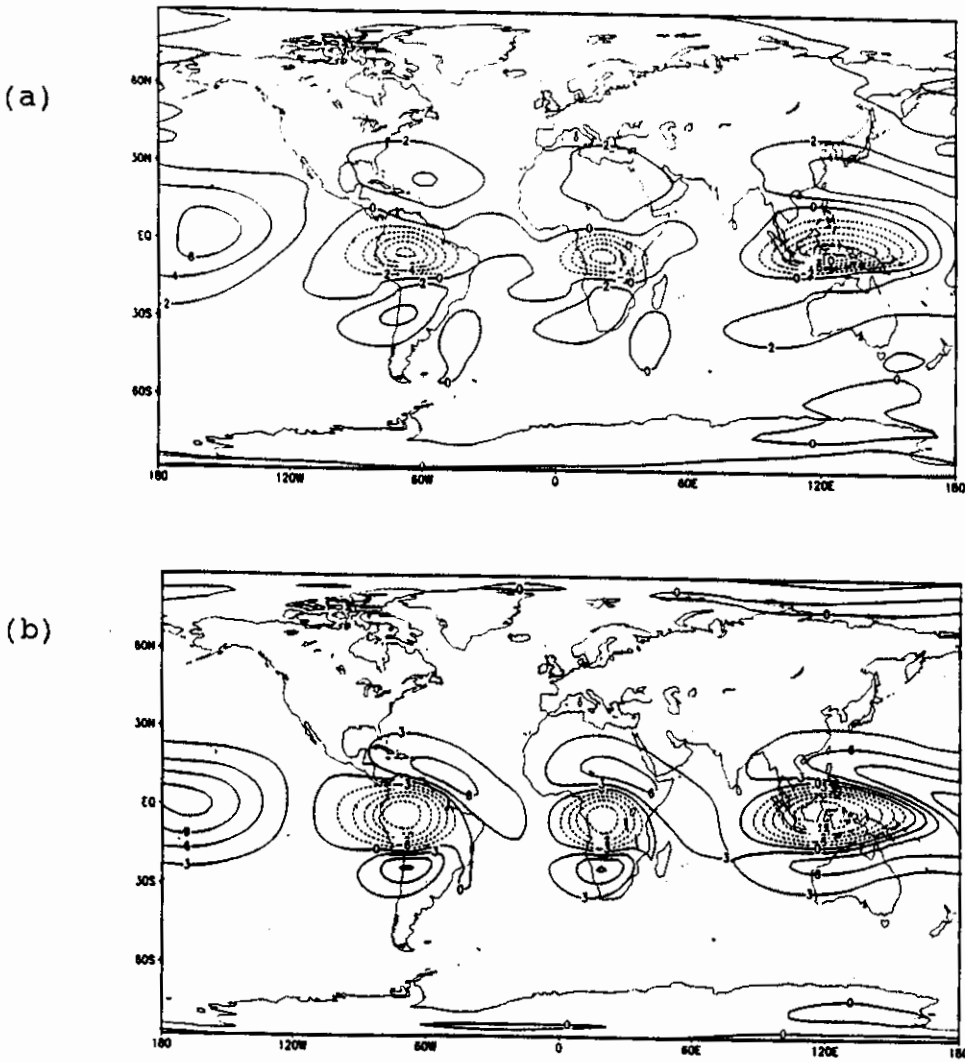


Fig. 7.26 - Campo de velocidade zonal em 200 hPa e às 60 h.  
 (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição inicial de repouso e (c) campo-diferença: (a)-(b).

(continua)

- (a) contornos são de -10 a 6 ( $\Delta=2$  m/s)
- (b) contornos são de -15 a 12 ( $\Delta=3$  m/s)
- (c) contornos são de -10 a 8 ( $\Delta=2$  m/s)

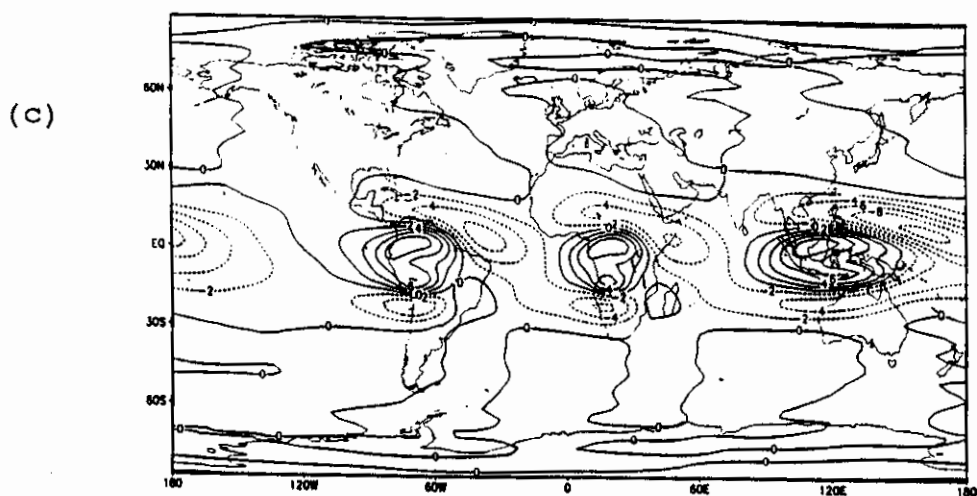


Fig. 7.26 - Conclusão.

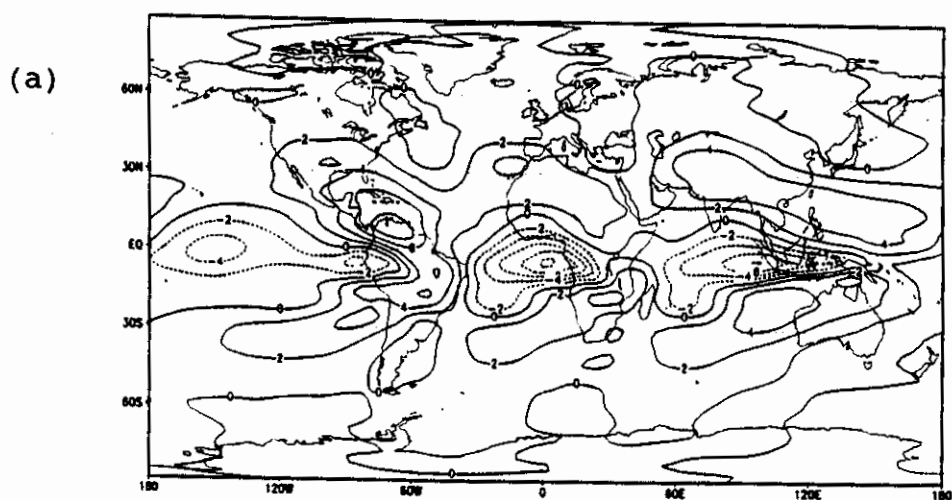


Fig. 7.27 - Campo de velocidade zonal em 200 hPa e às 120h.  
 (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição inicial de repouso e (c) campo-diferença: (a)-(b).

(continua)

- (a) contornos são de -8 a 8 ( $\Delta=2$  m/s)
- (b) contornos são de -9 a 12 ( $\Delta=3$  m/s)
- (c) contornos são de -6 a 2 ( $\Delta=2$  m/s)

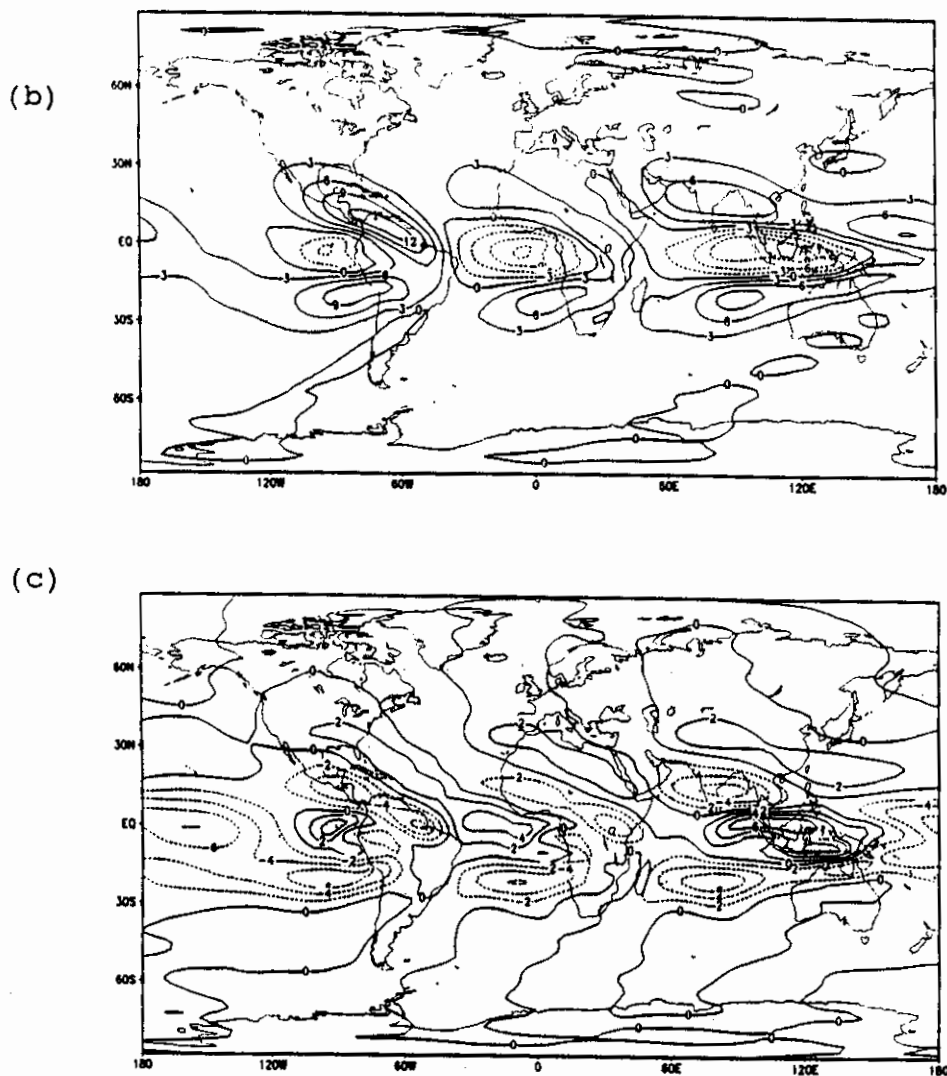


Fig. 7.27 - Conclusão.

Além disso, no campo-diferença para às 120 horas, indicado na Figura 7.27c, nota-se que o efeito da diminuição no valor absoluto da componente zonal do vento é menos sensível que às 60 horas (Figura 7.26c), porém a resposta troposférica em latitudes médias torna-se mais perceptível, principalmente no Hemisfério Norte ( $30^{\circ}\text{N}$ ), à nordeste do centro das fontes de calor.



Para o campo de velocidade zonal em 850 hPa e às 120 h, o desvio em relação à condição inicial observada e para a atmosfera inicial em repouso são indicados nas Figuras 7.28a e 7.28b, respectivamente. Em ambos os casos tem-se ventos de leste, localizados próximo aos centros das fontes de calor, e ventos de oeste ao sul e nordeste das forçantes térmicas. O campo-diferença entre as simulações EX-5 e EX-4 é indicado na Figura 7.28c. Para as fontes localizadas na Amazônia e África verifica-se que o efeito da inclusão de uma condição inicial observada não é tão sensível para a velocidade zonal em baixos níveis, quanto para o vento zonal em 200 hPa. No entanto, para a forçante da Indonésia a análise da Figura 7.28a mostra que os ventos de leste estão localizados mais ao norte, em comparação com a simulação utilizando uma atmosfera inicial em repouso (Figura 7.28b). Isto pode ser confirmado através do centro de máximo negativo na fonte da Indonésia, indicado na Figura 7.28c.

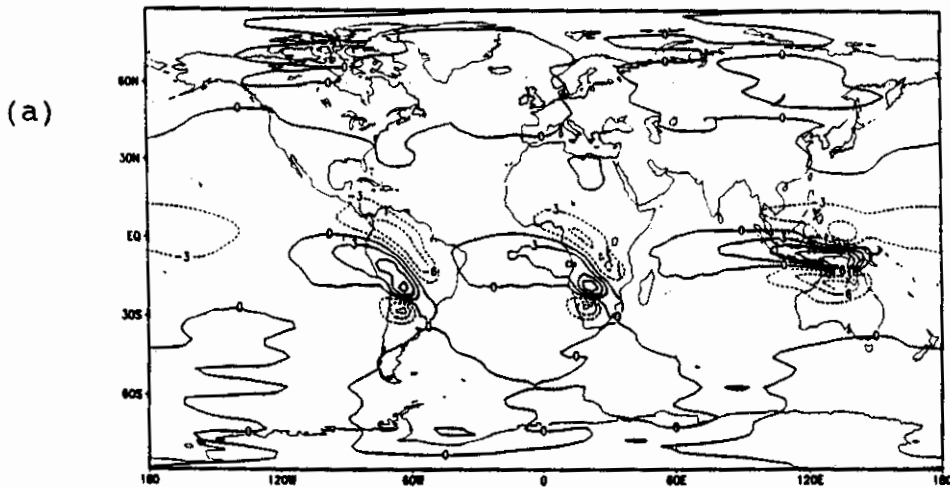


Fig. 7.28 - Campo de velocidade zonal em 850 hPa e às 120h.  
 (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição inicial de repouso e (c) campo-diferença: (a)-(b).

(continua)

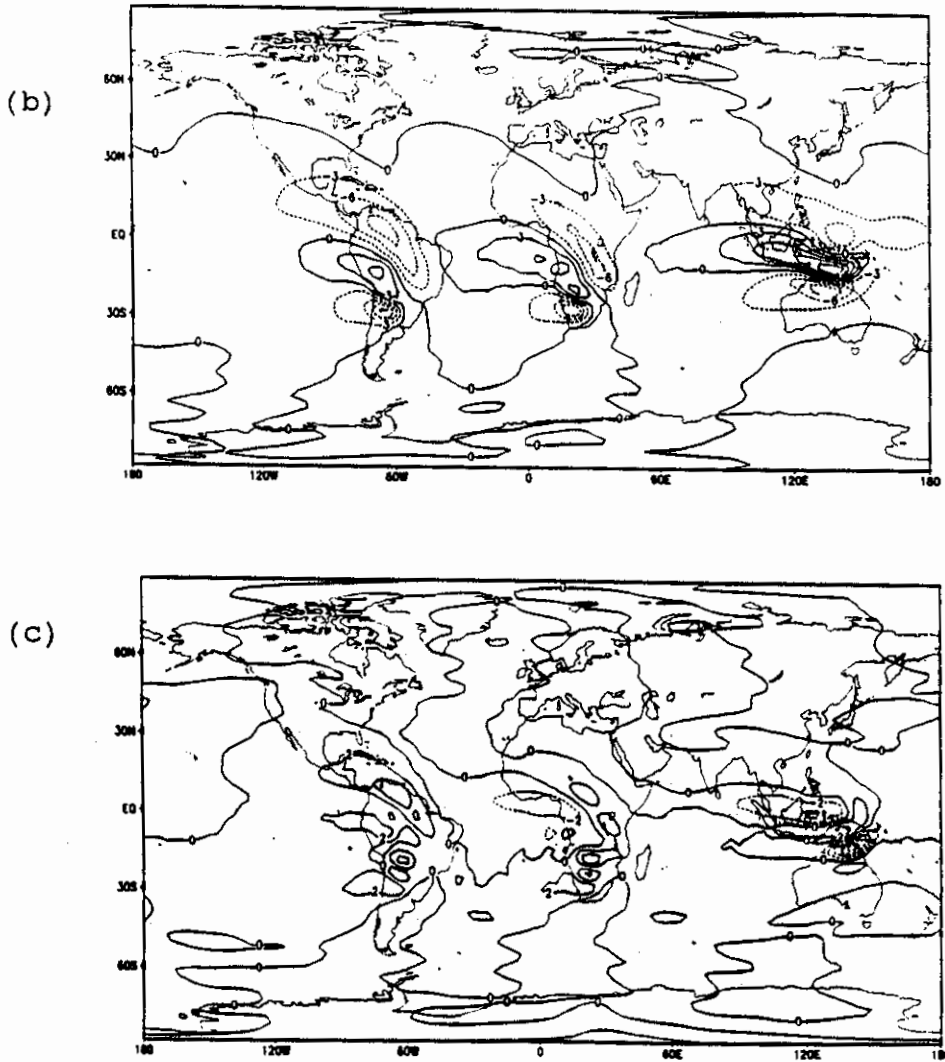


Fig. 7.28 - Conclusão.

- (a) contornos são de -9 a 12 ( $\Delta=3$  m/s)
- (b) contornos são de -9 a 12 ( $\Delta=3$  m/s)
- (c) contornos são de -8 a 4 ( $\Delta=2$  m/s)

Para a componente meridional da velocidade em altos níveis e às 60 h, o desvio em relação à condição inicial para as simulações EX-5 e EX-4 são mostrados nas Figuras 7.29a e 7.29b, respectivamente. Nos dois experimentos tem-se os ventos de norte localizados na região

oceânica (entre as fontes de calor) e os ventos de sul estão concentrados na região próxima ao centro das forçantes térmicas, embora sejam muito mais intensos no caso das duas fontes mais circulares do que na região da Indonésia. Isto ocorre porque o formato zonalmente alongado desta fonte excita muito mais a geração de modos gravitacionais do que as fontes da Amazônia e África e, decorridas 60 horas, a porcentagem de energia total projetada sobre as ondas de gravidade é muito pequena (conforme Tabela 6.8, relativa à distribuição horizontal de energia). Além disso, como a velocidade meridional da onda de Kelvin é praticamente nula, a componente meridional do vento observada na fonte de calor da Indonésia é resultado quase que exclusivamente da dispersão dos modos de Rossby, que são excitados em menor porcentagem devido à configuração zonalmente alongada desta fonte (comparar a energia associada com as ondas de Rossby nas Tabelas 6.6 e 6.7), o que explica a menor intensidade dos centros de velocidade meridional positiva para a forçante da Indonésia, conforme indicam as Figuras 7.29b e 7.30b.

Analisando o campo-diferença (Figura 7.29c) relativo à velocidade meridional entre os experimentos EX-5 e EX-4, verifica-se que ocorre uma desintensificação dos ventos meridionais, tanto dos núcleos positivos localizados na região das forçantes térmicas como dos ventos de norte concentrados à leste e sudoeste das fontes de calor. Além disso, a Figura 7.29c também apresenta, próximo a  $50^{\circ}\text{W}$  e  $60^{\circ}\text{E}$  (em ambos os hemisférios), a formação de pequenos núcleos que indicam a penetração dos ventos meridionais em latitudes médias. A intensificação desses núcleos é mais visível no campo-diferença em 200 hPa e às 120 horas (Figura 7.30c), e indicam que a resposta remota da atmosfera é mais intensa com relação ao experimento onde se utilizou uma condição inicial diferente de zero (Figura 7.30a).

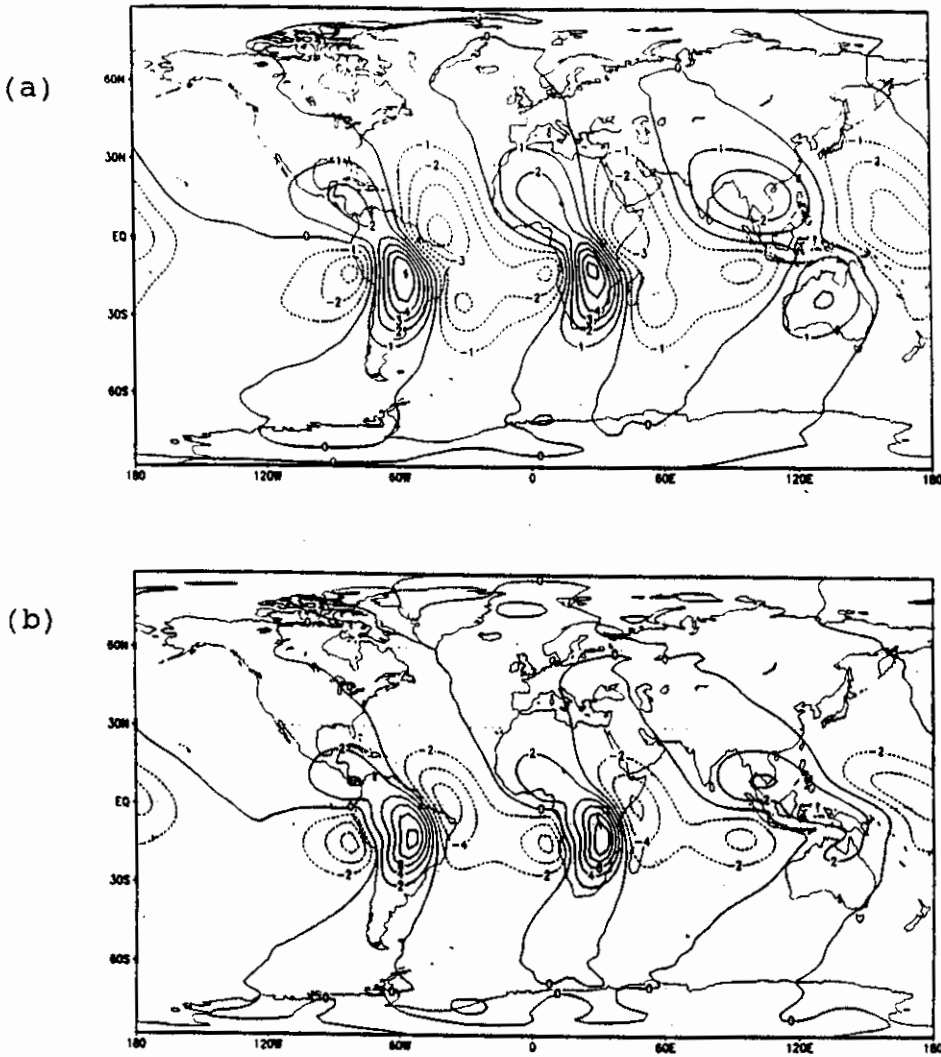


Fig. 7.29 - Campo de vento meridional em 200 hPa e às 60 h. (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição inicial de repouso e (c) campo-diferença: (a)-(b).

(continua)

- (a) contornos são de -4 a 6 ( $\Delta=1$  m/s)
- (b) contornos são de -6 a 10 ( $\Delta=2$  m/s)
- (c) contornos são de -6 a 2 ( $\Delta=1$  m/s)

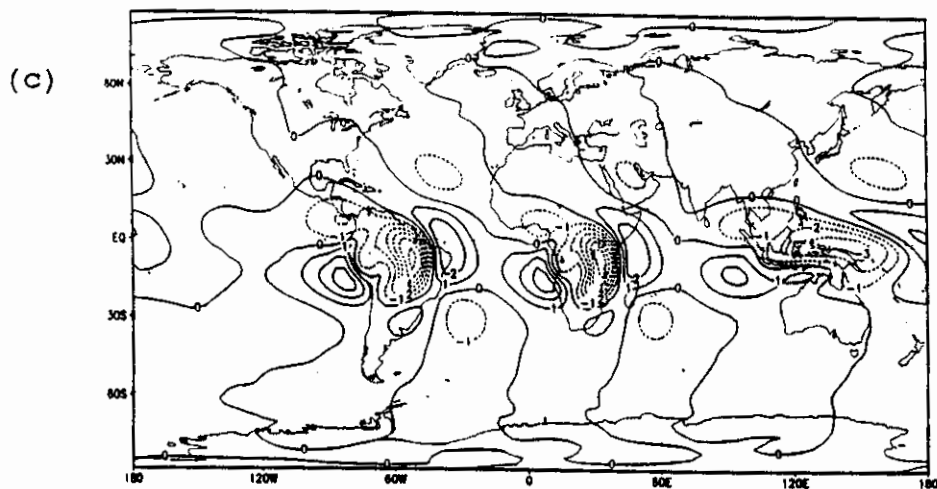


Fig. 7.29 - Conclusão.

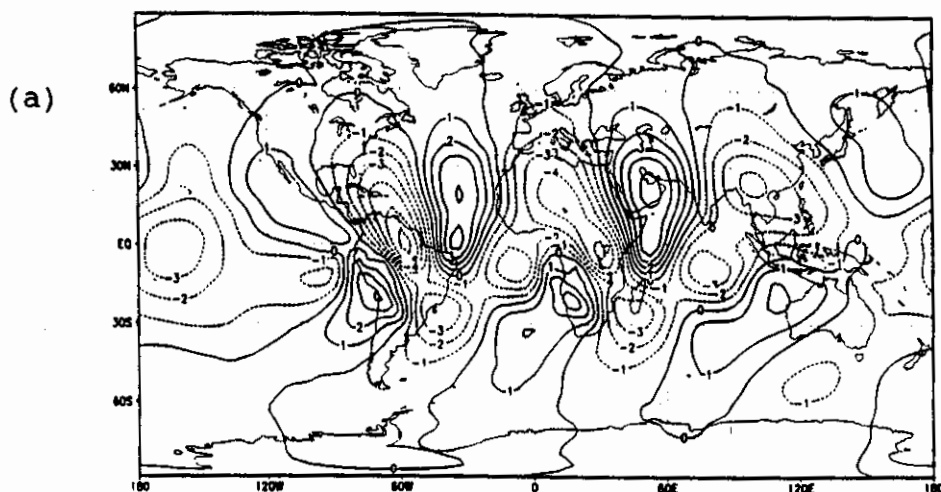


Fig. 7.30 - Campo de vento meridional em 200 hPa e às 120h.  
 (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição inicial de repouso e (c) campo-diferença: (a)-(b).

(continua)

(a) contornos são de -6 a 5 ( $\Delta=1$  m/s)

(b) contornos são de -6 a 7 ( $\Delta=1$  m/s)

(c) contornos são de -5 a 4 ( $\Delta=1$  m/s)

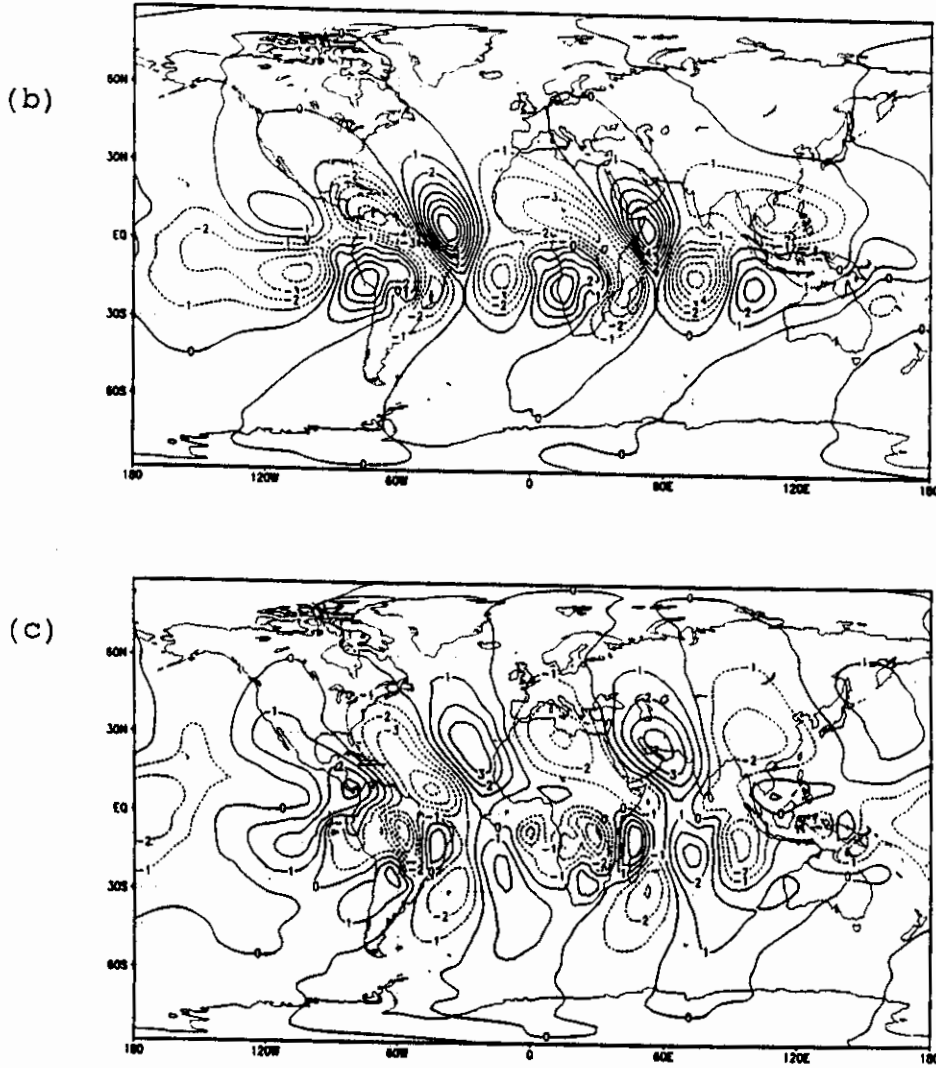


Fig. 7.30 - Conclusão.

Para o campo de vento meridional em 850 hPa e às 120 h, o desvio em relação à condição inicial observada e para a atmosfera inicial em repouso são indicados nas Figuras 7.31a e 7.31b, respectivamente. Verifica-se que as diferenças entre as simulações EX-5 e EX-4 são pouco sensíveis como mostra o campo-diferença da Figura 7.31c, indicando que o efeito da introdução de uma condição inicial observada é mais marcante no campo de velocidade meridional em altos níveis (Figura 7.30c). De maneira análoga ao que ocorreu com a componente sul do vento (em

200 hPa), indicada nas Figuras 7.30a e 7.30b, nota-se que neste caso a componente de norte em baixos níveis é bem menos intensa na região da forçante da Indonésia, em comparação com as demais fontes de calor (Figuras 7.31a e 7.31b). Além disso, enquanto nas fontes da Amazônia e África tem-se os centros de máximo positivo localizados a leste e nordeste dos centros das fontes de calor, a forçante na Indonésia excita a formação de ventos de sul, com abrangência restrita ao norte do centro da fonte.

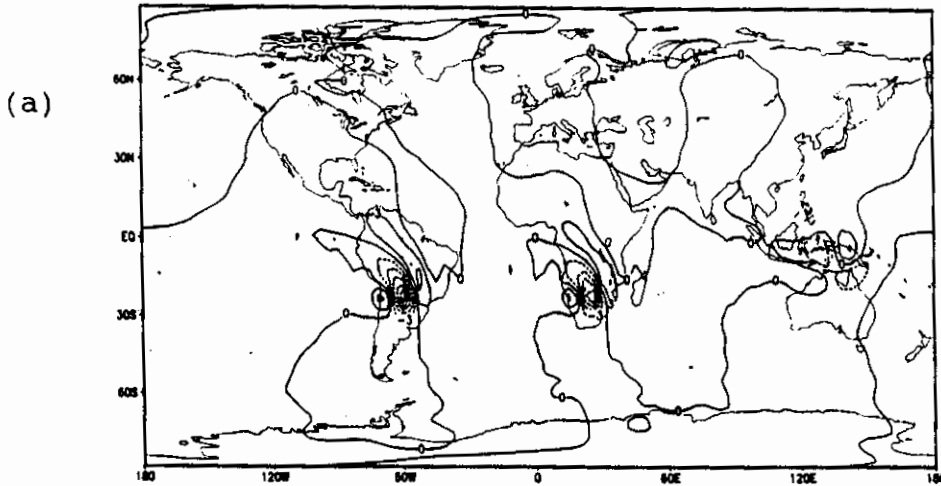


Fig. 7.31 - Campo de vento meridional em 850 hPa e às 120h. (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição inicial de repouso e (c) campo-diferença:(a)-(b).

(continua)

- (a) contornos são de -15 a 3 ( $\Delta=3$  m/s)
- (b) contornos são de -15 a 3 ( $\Delta=3$  m/s)
- (c) contornos são de -8 a 6 ( $\Delta=2$  m/s)

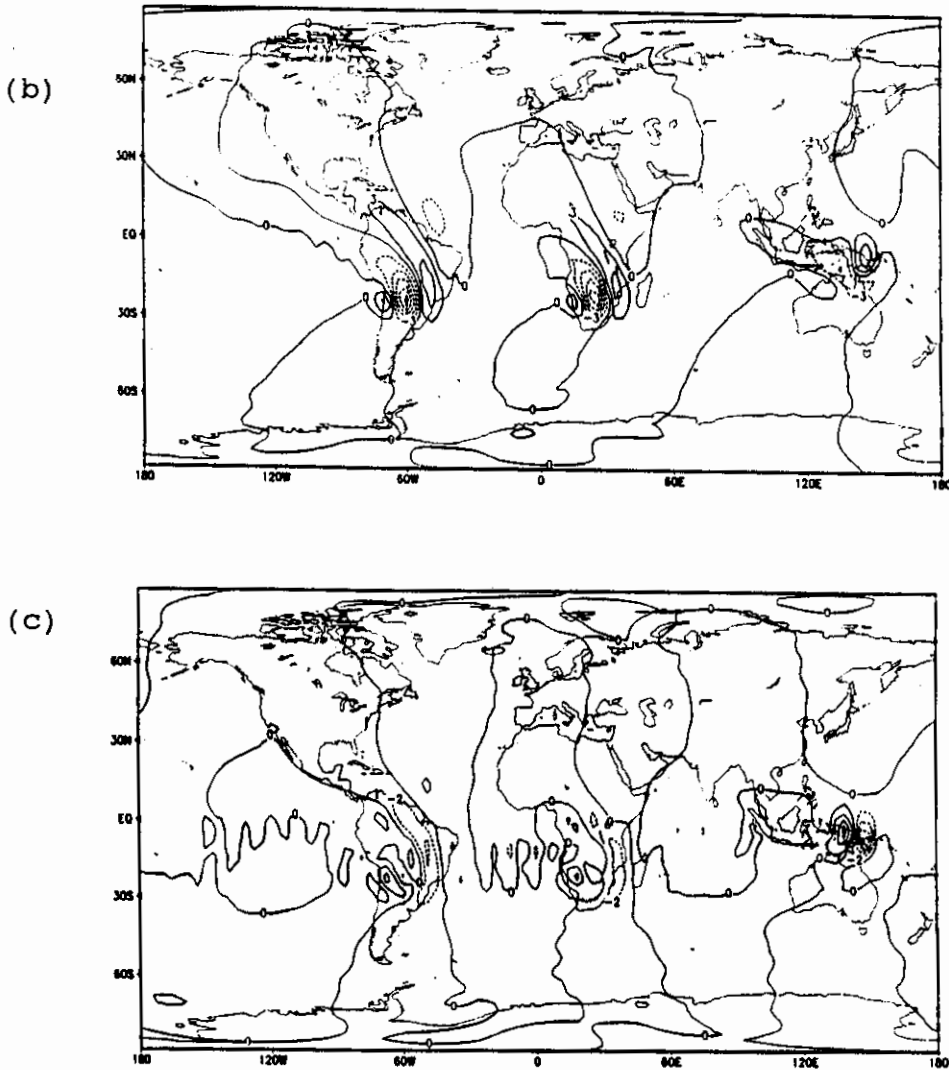


Fig. 7.31 - Conclusão.

A análise das configurações relativas ao campo de altura geopotencial (Figuras 7.23 e 7.24) bem como à distribuição do vento zonal (Figuras 7.27 e 7.28) e meridional (Figuras 7.30 e 7.31) mostrou que a resposta atmosférica possui uma estrutura vertical predominantemente baroclínica: baixa em 850 hPa sobreposta por centros de alta em 200 hPa. Nos campos de velocidade zonal e meridional tem-se os ventos de leste (oeste) e a componente de sul (norte), em baixos níveis, substituídos por escoamentos de oeste (leste) e ventos de norte (sul), em



200 hPa. Esta característica está associada à dominância do segundo modo vertical baroclínico (Figura 6.12). O modo vertical barotrópico ou externo está representado nas regiões em que a estrutura vertical se mantém constante (mesmo sinal) em toda a troposfera.

O desvio em relação à condição inicial para o campo de vorticidade (60 h), relativo aos experimentos EX-5 e EX-4, é indicado nas Figuras 7.32a e 7.32b, respectivamente. A análise da Figura 7.32c, referente ao campo-diferença entre os dois experimentos mostra que, em 200 hPa e às 60 horas, tanto a circulação anticiclônica (concentrada próximo ao centro das fontes de calor) como os núcleos de vorticidade negativa (localizados à leste e ao norte do centro das forçantes) possuem maior intensidade para o caso do experimento que utilizou como condição inicial uma atmosfera em repouso (Figura 7.32b). No entanto, a inclusão de uma condição inicial observada (Figura 7.32a) configura uma maior abrangência em latitudes médias para o campo de vorticidade, com a formação de núcleos negativos ao norte e sudeste dos centros das forçantes (entre  $20^{\circ}\text{N}$  e  $30^{\circ}\text{S}$ ), e centros mais fracos de vorticidade anticiclônica (estendendo-se zonalmente ao longo de  $40^{\circ}\text{N}$ ). Para os experimentos EX-4 e EX-5, o campo de vorticidade às 60 h apresenta os núcleos de máxima vorticidade positiva localizados numa posição próxima ao centro das fontes de calor. Já para o campo das 120 h (Figuras 7.33a e 7.33b), estes centros encontram-se bastante deslocados para oeste, como resultado da dispersão das ondas de Rossby. O trabalho de Marinho (1988), sobre o balanço de vorticidade na região tropical durante o verão no Hemisfério Sul, indicou que essa propagação de energia dos trópicos para latitudes mais altas representa um resultado da dominância do termo relativo à advecção de vorticidade absoluta pela componente divergente do vento. O campo-diferença às 120 h é indicado na Figura 7.33c.

Comparando as Figuras 7.32a e 7.33a, relativas à simulação que utilizou uma condição inicial observada (EX-5), verifica-se uma intensificação na circulação ciclônica no campo das 120 h, enquanto que os valores dos centros de máxima vorticidade positiva são pouco alterados. Para o experimento EX-4, a análise das Figuras 7.32b e 7.33b indica uma desintensificação no campo de vorticidade (ciclônica e anticiclônica) para às 120 horas. Notar que, para maior clareza de visualização dos campos, algumas figuras tem a indicação IZO (isolinha de valor zero omitida).

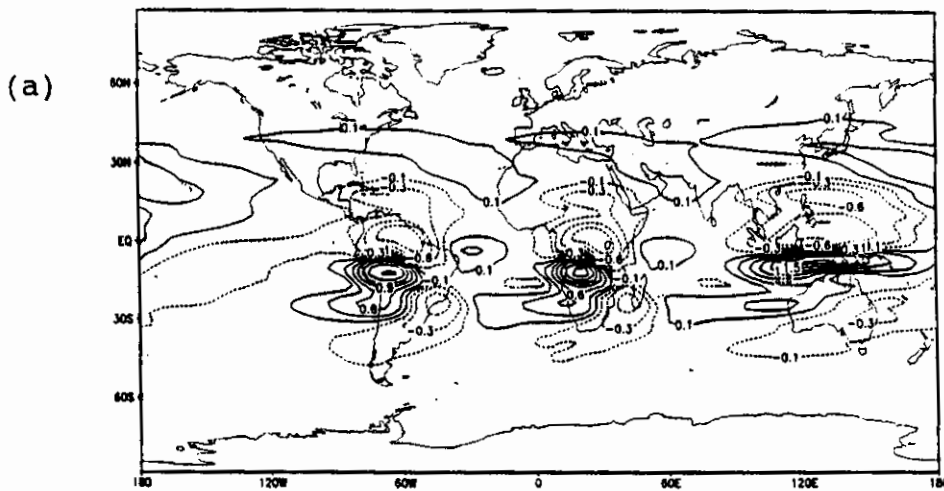


Fig. 7.32 - Campo de vorticidade em 200 hPa e às 60 h.  
 (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição inicial de repouso e (c) campo-diferença: (a)-(b).

(continua)

- (a) contornos -0,9; -0,6; -0,3; -0,1; 0,1; 0,3;  
 0,6; 0,9; 1,2; 1,5 e 1,8 ( $\cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$ )  
 (b) contornos -2,5 a 3,0 ( $\Delta=0,5 \cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$ ); IZO  
 (c) contornos -2,0 a 1,5 ( $\Delta=0,5 \cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$ ); IZO

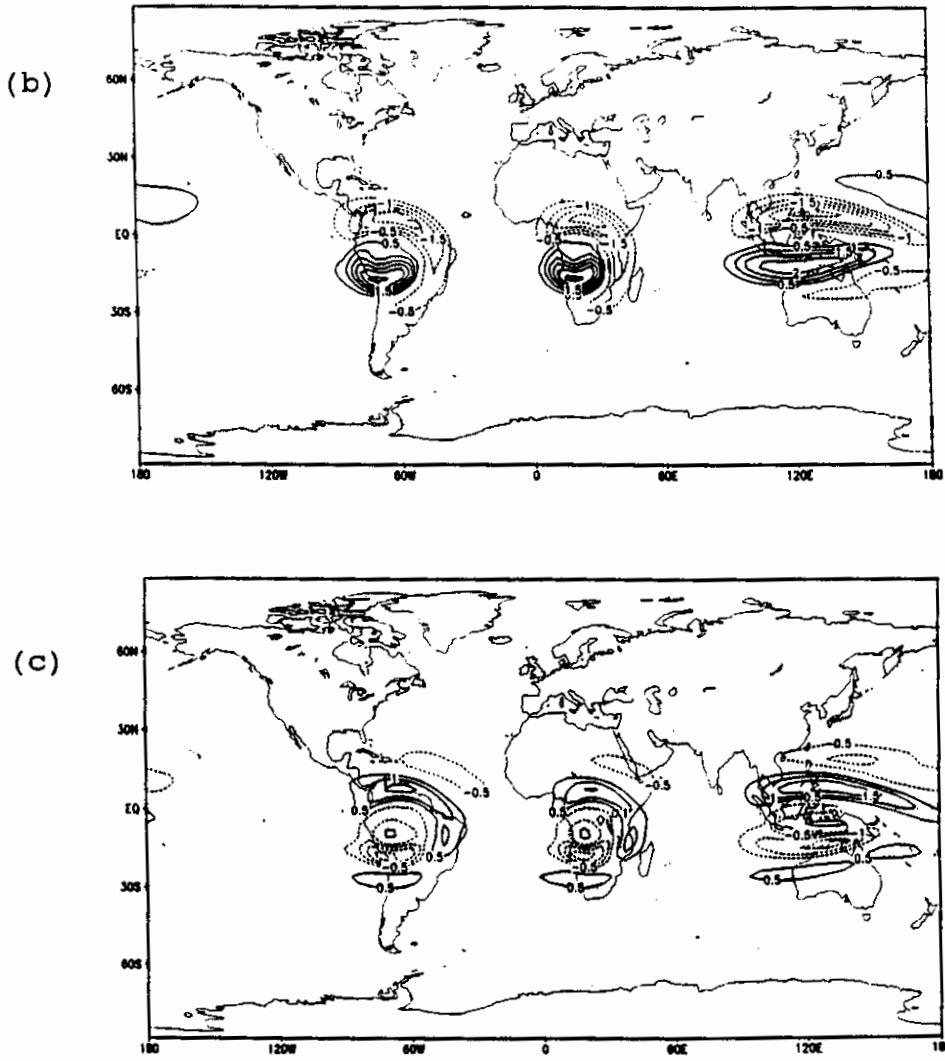


Fig. 7.32 - Conclusão.

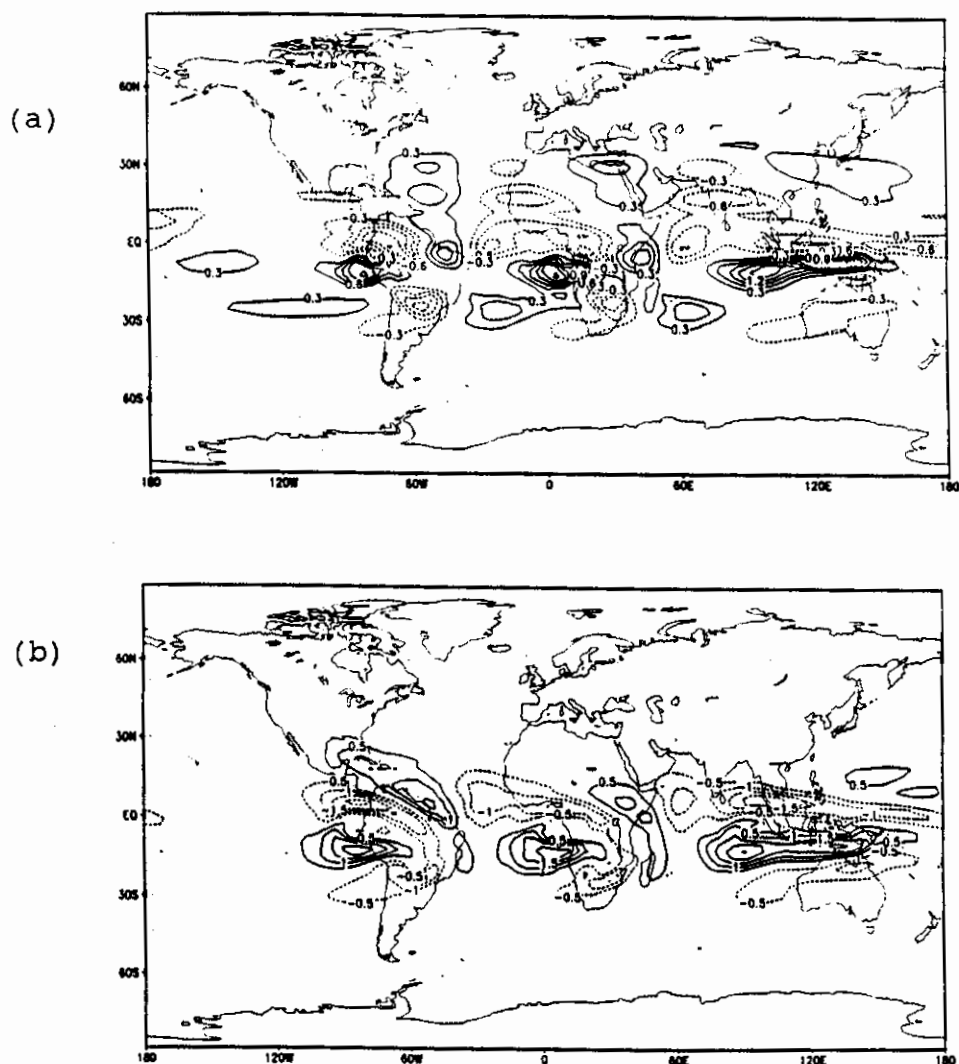


Fig. 7.33 - Campo de vorticidade em 200 hPa e às 120 h.  
 (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição inicial de repouso e (c) campo-diferença:(a)-(b).

(continua)

- (a) contornos  $-1,5$  a  $1,8$  ( $\Delta=0,3 \cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$ ); IZO.
- (b) contornos  $-2,0$  a  $2,5$  ( $\Delta=0,5 \cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$ ); IZO.
- (c) contornos  $-2,0$  a  $1,5$  ( $\Delta=0,5 \cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$ ); IZO.

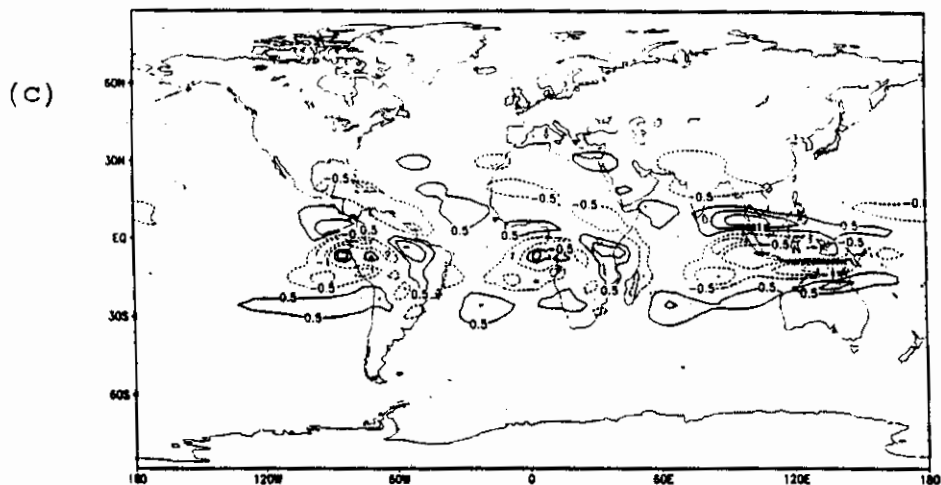


Fig. 7.33 - Conclusão.

O desvio em relação à condição inicial para o campo de divergência horizontal (60 horas) relativo aos experimentos utilizando a média zonal observada e para a simulação com condição inicial de repouso, são indicados nas Figuras 7.34a e 7.34b, respectivamente. Verifica-se que no caso com condição inicial nula (Figura 7.34b) o campo da divergência em altos níveis possui uma configuração similar à forma das forçantes, com exceção da extensão à nordeste dos centros das fontes de calor (próximo a 20°N) que indica uma resposta da atmosfera ao aquecimento diabático nas latitudes extratropicais do Hemisfério Norte. No entanto, para o experimento EX-5, indicado na Figura 7.34a, tem-se características bem diferentes: os centros de divergência associados com as fontes da Amazônia, África e Indonésia estão localizados totalmente na região equatorial, à leste do centro de cada uma das forçantes e ocorre uma desintensificação nos valores absolutos do campo obtido, em relação ao experimento com a atmosfera inicial em repouso (Figura 7.34b). Notar que esta configuração está associada com a propagação para leste das ondas de Kelvin. Deste modo, as diferenças entre as simulações EX-5 e EX-4 são bem marcantes no que se refere à divergência em altos níveis,

como pode ser visto na análise da Figura 7.34c. Os valores negativos, localizados próximo ao centro das fontes, no campo-diferença mostram que estas regiões de divergência no experimento EX-4 (Figura 7.34b) correspondem a núcleos de convergência quando se utiliza uma condição inicial observada, para simular a resposta atmosférica à forçante térmica (Figura 7.34a). Já no campo prognosticado para às 120 h, a diferença entre os dois experimentos são menos intensas (Figura 7.35c) e a ordem de magnitude dos valores obtidos no campo de divergência para as duas simulações (Figuras 7.35a e 7.35b) é praticamente a mesma.

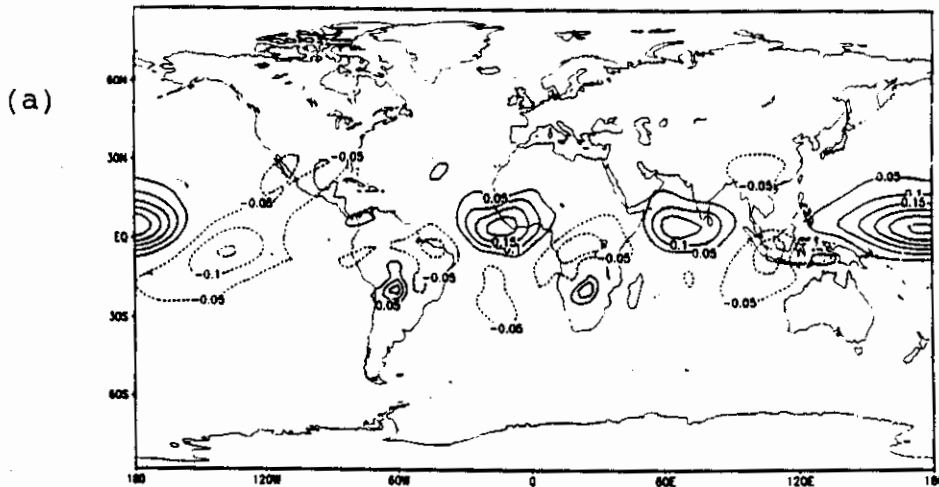


Fig. 7.34 - Campo de divergência em 200 hPa e às 60 h. (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição inicial de repouso e (c) campo-diferença: (a)-(b).

(continua)

- (a) contornos  $-0,15$  a  $0,3$  ( $\Delta=0,05 \cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$ ); IZO  
 (b) contornos  $-0,2$  a  $0,7$  ( $\Delta=0,1 \cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$ ); IZO  
 (c) contornos  $-0,6$ ;  $-0,5$ ;  $-0,4$ ;  $-0,3$ ;  $-0,2$ ;  
 $-0,1$ ;  $-0,05$ ;  $0,05$ ;  $0,1$  e  $0,2$  ( $\cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$ ).

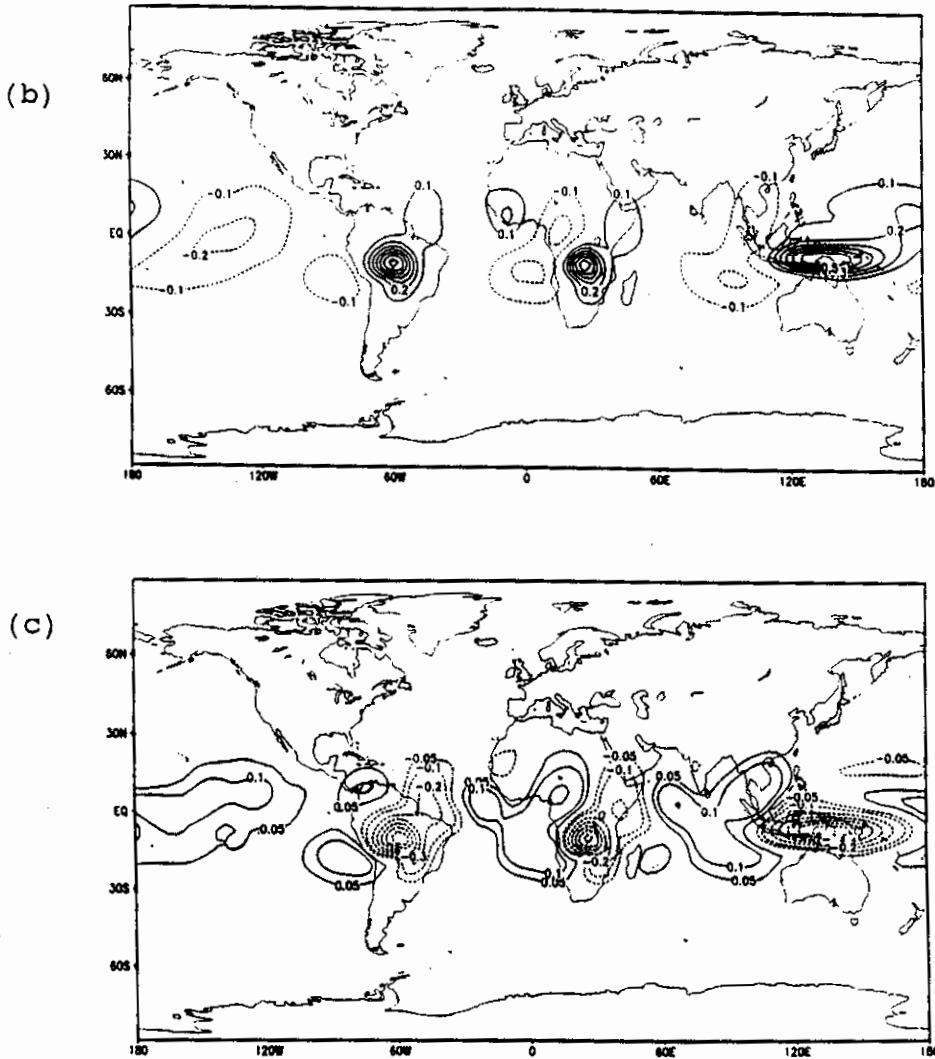


Fig. 7.34 - Conclusão.

A análise dos experimentos EX-4 e EX-5 também mostra que a rápida propagação dos modos de Kelvin faz com que os centros de divergência compensadora em 120 h estejam deslocados para leste das fontes de calor, em relação à saída relativa às 60 h. Por exemplo, o núcleo positivo, associado com a fonte da Indonésia e localizado próximo a  $170^{\circ}\text{E}$  na Figura 7.34a (60 h), desloca-se zonalmente e atinge a costa oeste da América do Sul ( $100^{\circ}\text{W}$ ) no campo de divergência correspondente às 120 h de integração (Figura 7.35a).

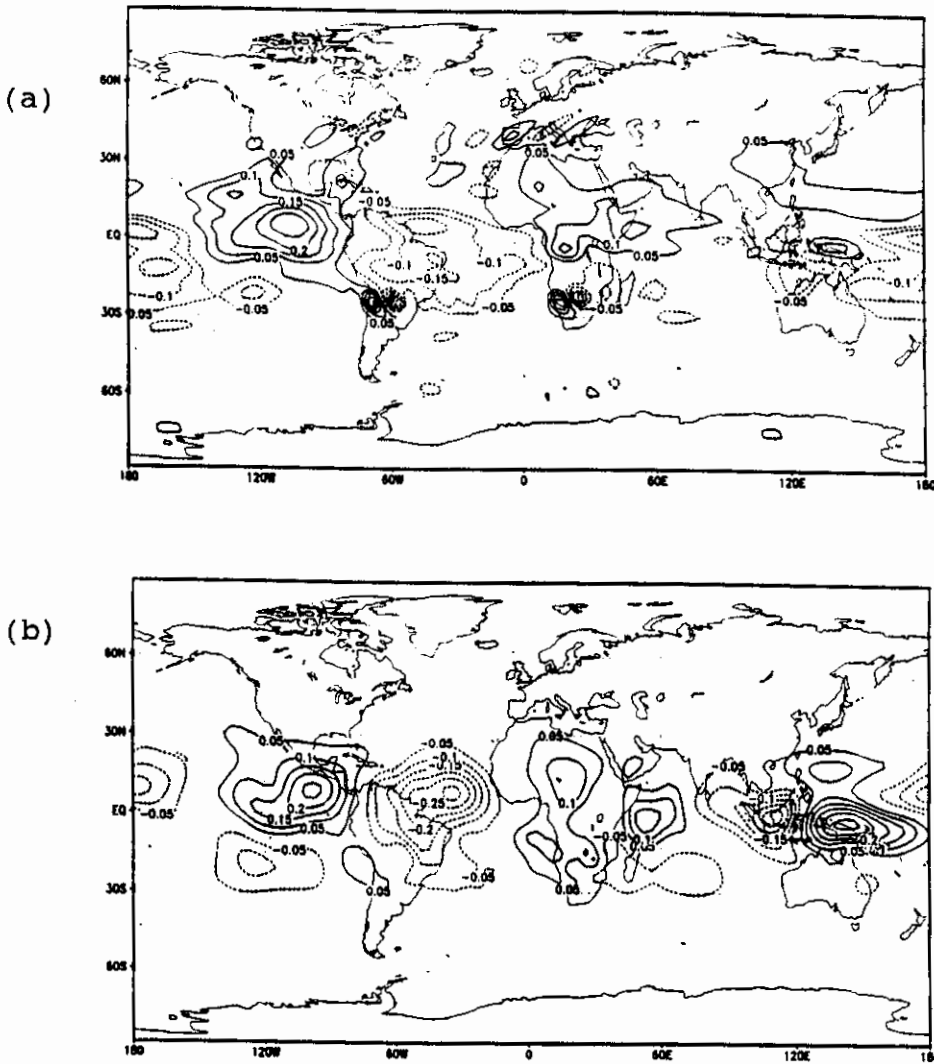


Fig. 7.35 - Campo de divergência em 200 hPa e às 120 h. (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição inicial de repouso e (c) campo-diferença: (a)-(b).

(continua)

- (a) contornos  $-0,3$  a  $0,25$  ( $\Delta=0,05 \cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$ ); IZO  
 (b) contornos  $-0,3$  a  $0,3$  ( $\Delta=0,05 \cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$ ); IZO  
 (c) contornos  $-0,3$  a  $0,3$  ( $\Delta=0,05 \cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$ ); IZO



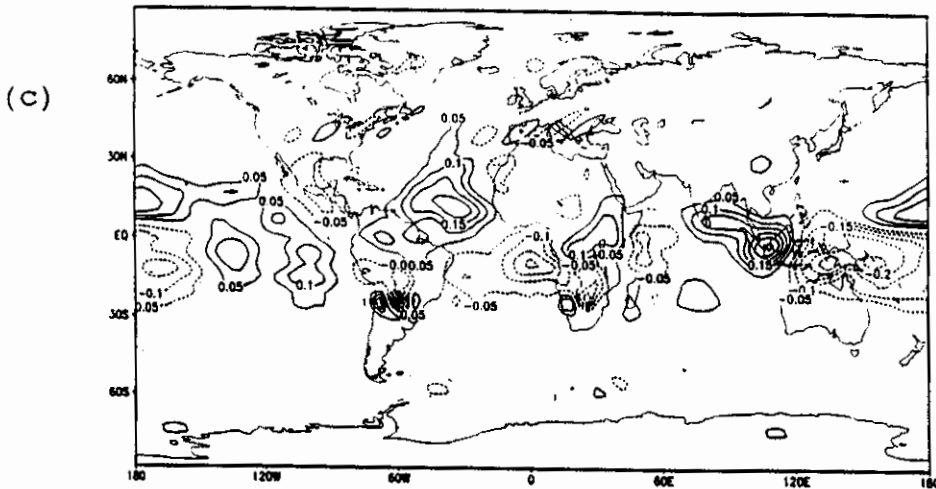


Fig. 7.35 - Conclusão.

O desvio no campo de velocidade vertical em relação à condição inicial observada (EX-5) e para a atmosfera inicial em repouso (EX-4) são mostrados nas Figuras 7.36a e 7.36b, respectivamente, em 60 horas e 500 hPa. De maneira análoga ao campo de divergência horizontal referente aos dois experimentos (discutidos anteriormente), verifica-se que os valores obtidos tanto para o movimento vertical ascendente como para o movimento subsidente, são mais intensos no caso da simulação utilizando uma condição inicial de repouso, como pode ser confirmado pela análise do campo-diferença na Figura 7.36c, relativo às 60 h. Os campos de velocidade vertical para as 120 h mostram que os núcleos negativos (movimento vertical ascendente), localizados próximo ao centro das fontes de calor, estão melhor distribuídos zonalmente no caso do experimento EX-4 (Figura 7.37b) mas possuem maior intensidade quando se inclui a condição inicial observada, principalmente na região das fontes da Amazônia e África, como mostra a Figura 7.37a. Para a forçante da Indonésia a Figura 7.37c mostra que os resultados obtidos para as duas simulações são praticamente equivalentes.

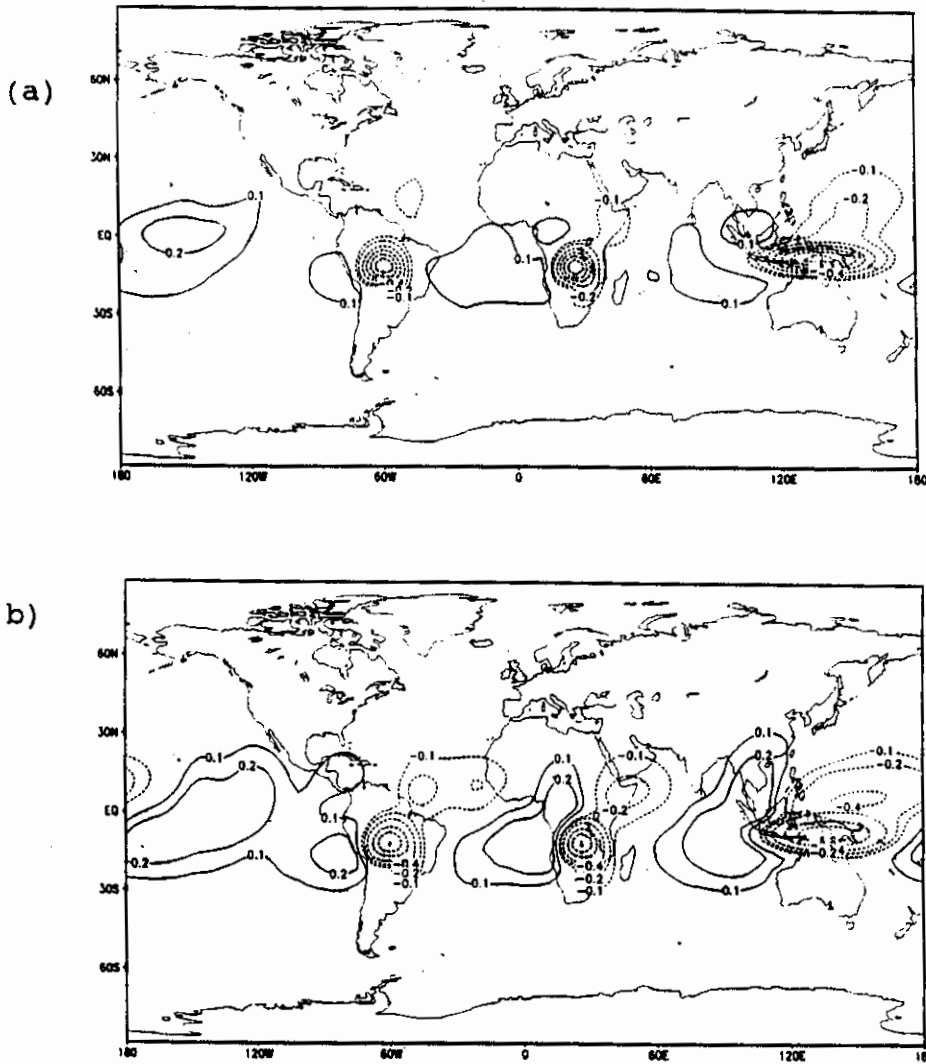


Fig. 7.36 - Campo de velocidade vertical (500 hPa e 60 h).  
 (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição inicial de repouso e (c) campo-diferença:(a)-(b).

(continua)

- (a) contornos -1,2; -1,0; -0,8; -0,6; -0,4;  
 -0,2; -0,1; 0,1 e 0,2 ( $\cdot 10^{-3}$  hPa/s)
- (b) contornos -1,6; -1,2; -0,8; -0,4; -0,1;  
 0,1 e 0,2 ( $\cdot 10^{-3}$  hPa/s)
- (c) contornos -0,2; -0,1; -0,05; 0,1; 0,2;  
 0,3; e 0,4 ( $\cdot 10^{-3}$  hPa/s)

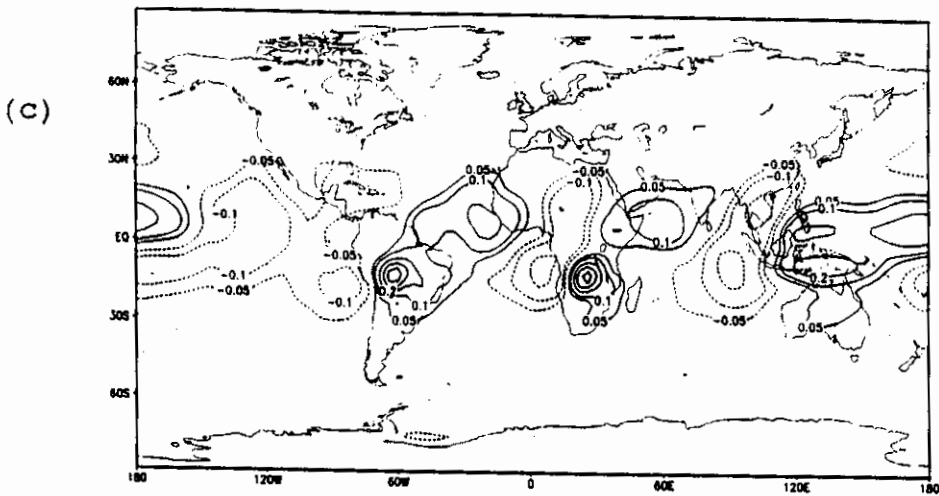


Fig. 7.36 - Conclusão.

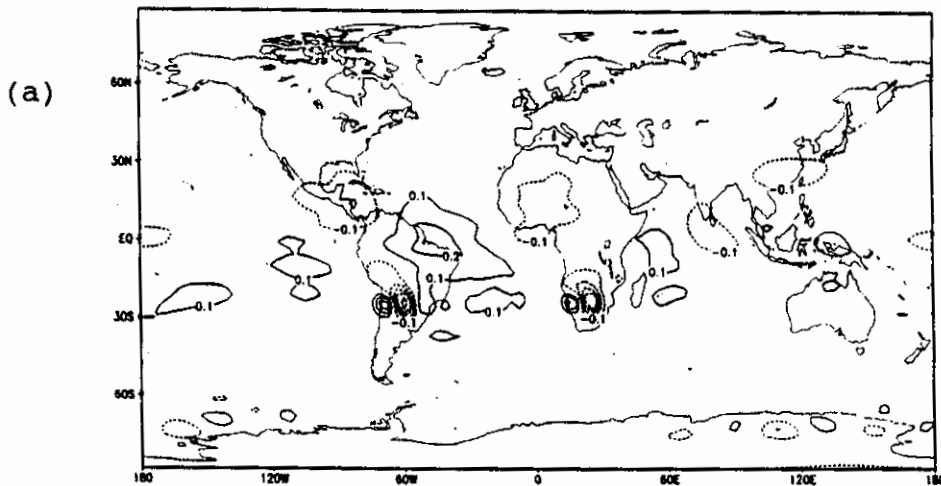


Fig. 7.37 - Campo de velocidade vertical (500 hPa e 120 h).  
 (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição inicial de repouso e (c) campo-diferença: (a)-(b).

(continua)

(a) contornos -0,8; -0,6; -0,4; -0,2; -0,1;  
 0,1; 0,2 e 0,3 ( $\cdot 10^{-3}$  hPa/s)

(b) contornos -0,4 a 0,4 ( $\Delta=0,1 \cdot 10^{-3}$  hPa/s); IZO

(c) contornos -0,5 a 0,3 ( $\Delta=0,1 \cdot 10^{-3}$  hPa/s); IZO

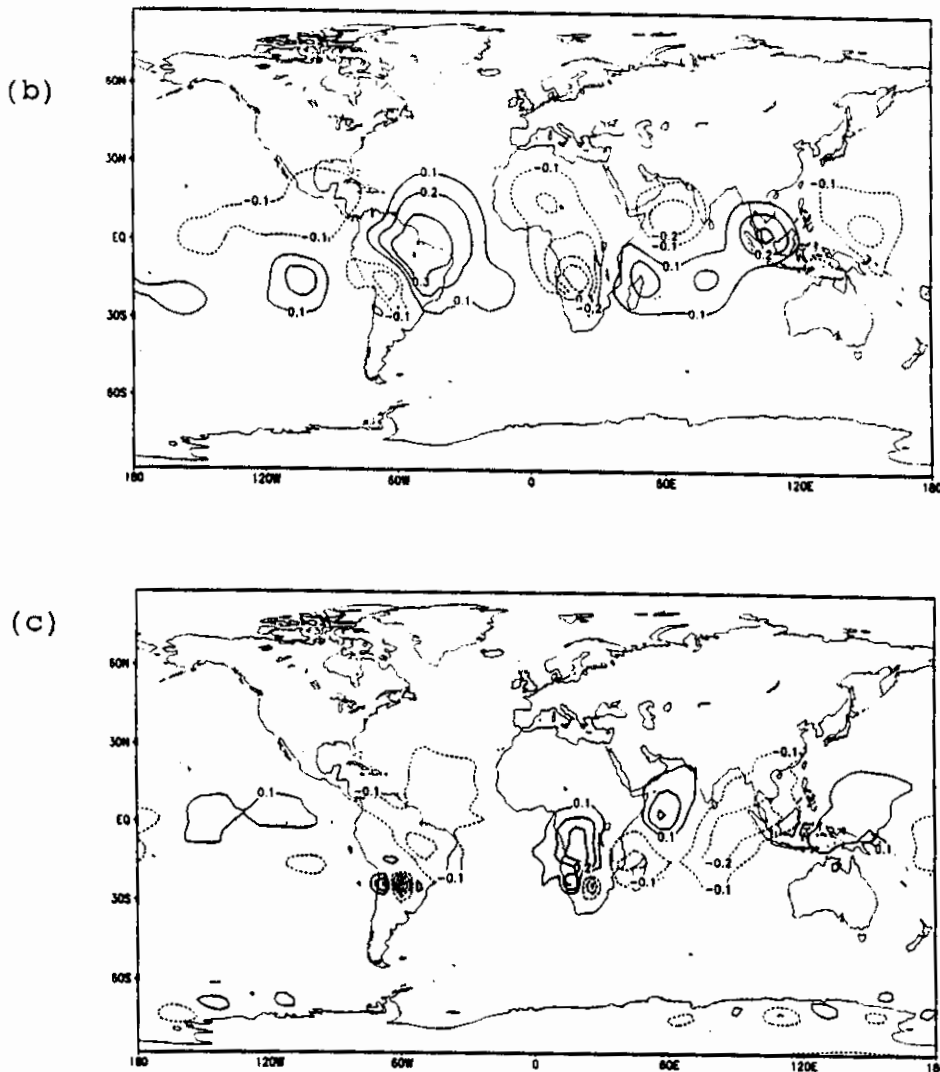


Fig. 7.37 - Conclusão.

Comparando-se os resultados obtidos para o experimento EX-4 às 60 h (Figuras 7.34b e 7.36b) e 120 h (Figuras 7.35b e 7.37b) verifica-se que as regiões onde a simulação aponta movimento vertical ascendente em 500 hPa correspondem exatamente aos núcleos de divergência compensadora em altos níveis (200 hPa).

Para o campo de pressão à superfície, as configurações relativas à simulação com condição inicial observada e para a atmosfera inicial em repouso para a

saída às 60 horas são indicadas nas Figuras 7.38a e 7.38b, respectivamente. Verifica-se que os centros de baixa pressão, localizados na faixa tropical próximos ao centro das fontes de calor são mais intensos para o experimento EX-5, como mostra o campo-diferença (Figura 7.38c). No entanto, os núcleos negativos na Figura 7.38c também indicam que à nordeste da forçantes, em latitudes extratropicais (principalmente entre  $20^{\circ}\text{N}$  e  $45^{\circ}\text{N}$ ), os valores da pressão à superfície possuem maior intensidade associada ao experimento EX-4. Para às 120 horas, os resultados das simulações EX-4 e EX-5 são indicados nas Figuras 7.39a e 7.39b, respectivamente. Observa-se que, em ambos os casos, os núcleos de pressão mínima, localizados na região da Amazônia e África, perdem a forma circular (semelhante à distribuição das fontes de calor) presente no campo das 60 horas, e adquirem uma configuração alongada no sentido noroeste-sudeste (semelhante à Zona de Convergência do Atlântico Sul).

Observa-se que o campo-diferença para às 120 horas (Figura 7.39c) indica uma propagação mais intensa para latitudes médias em comparação com a Figura 7.38c. A penetração em latitudes extratropicais mostra uma resposta atmosférica mais intensa na simulação EX-5, em toda a extensão meridional à leste das fontes de calor, conforme indica a Figura 7.39c.

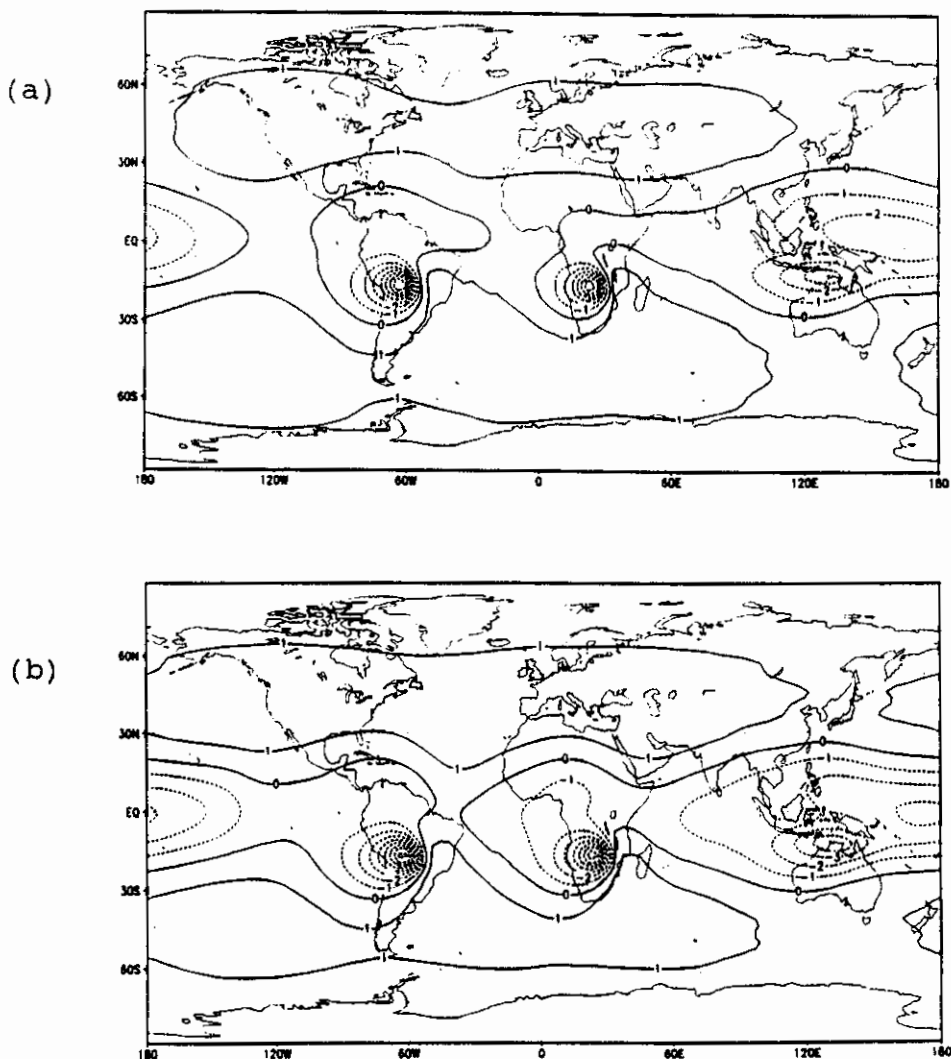


Fig. 7.38 - Campo de pressão à superfície às 60 horas.  
 (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição inicial de repouso e (c) campo-diferença:(a)-(b).

(continua)

(a) contornos de -7 a 1 ( $\Delta=1$  hPa)

(b) contornos de -8 a 1 ( $\Delta=1$  hPa)

(c) contornos de -0.6 a 1.6 ( $\Delta=0.2$  hPa)

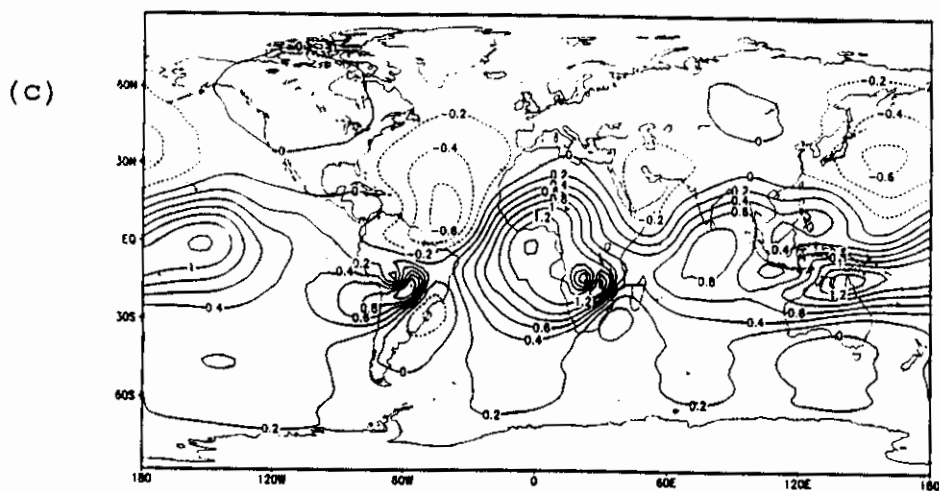


Fig. 7.38 - Conclusão.

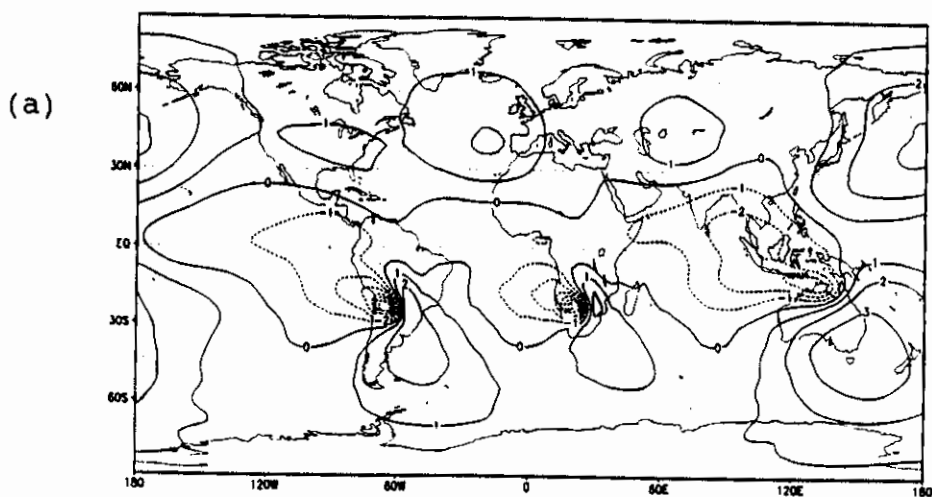


Fig. 7.39 - Campo de pressão à superfície às 120 horas.  
 (a) desvio em relação à condição inicial observada, (b) desvio em relação à condição inicial de repouso e (c) campo-diferença: (a)-(b).

(continua)

- (a) contornos de -6 a 3 ( $\Delta=1$  hPa).
- (b) contornos de -7 a 3 ( $\Delta=1$  hPa).
- (c) contornos de -2 a 2 ( $\Delta=0.5$  hPa).

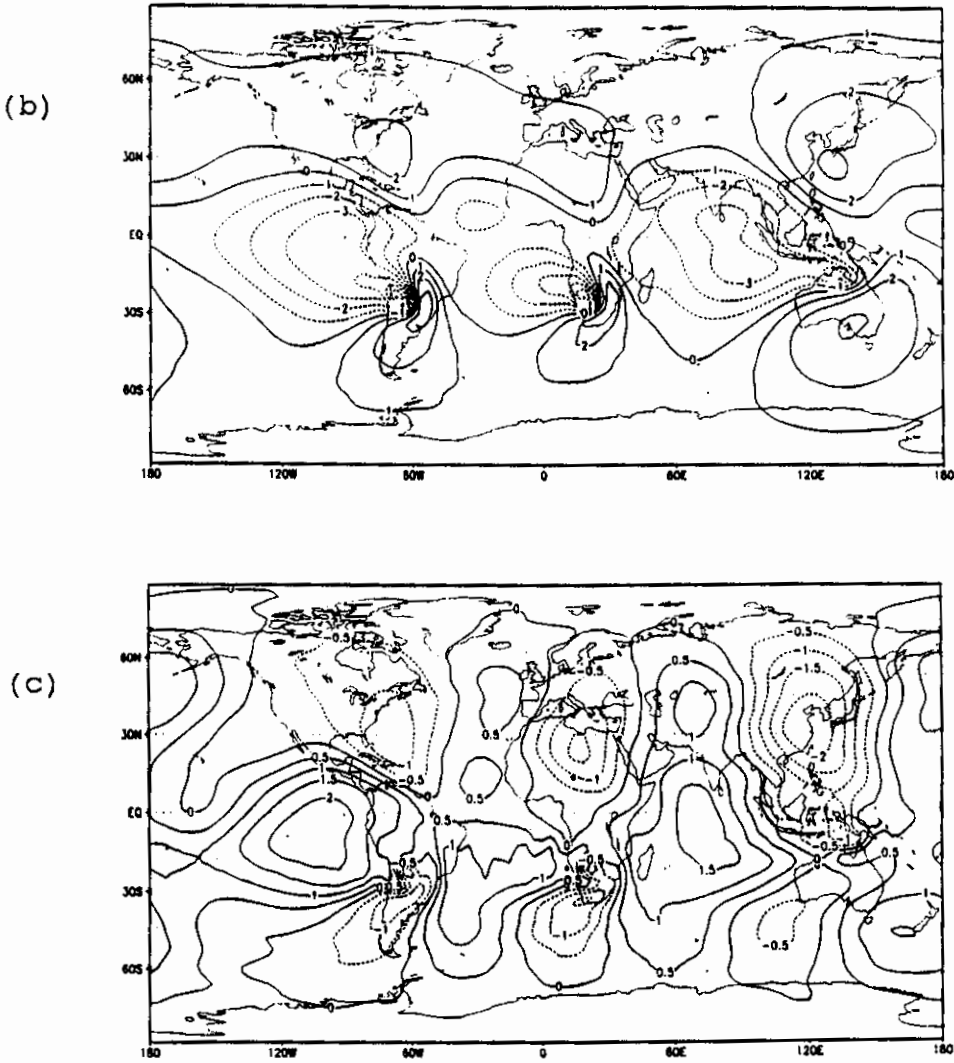


Fig. 7.39 - Conclusão.



### 7.3.2 - COMPARAÇÃO ENTRE SIMULAÇÕES UTILIZANDO FONTE TRANSIENTE (EX-4 E EX-5) E FORÇANTE ESTACIONÁRIA (EX-6)

A resposta atmosférica à forçante térmica tropical foi estudada nos experimentos EX-4 e EX-5, utilizando fontes de calor que simulem a convecção transiente de grande escala na região da Amazônia, África e Indonésia, conforme indicado na Equação 6.7. No experimento EX-6, contudo, utiliza-se a forçante térmica com dependência temporal do tipo estacionária (Equação 6.9), porém em todos os casos a fonte possui aquecimento com máximo em altos níveis e a energia total integrada espacial e temporalmente (período de 5 dias) é a mesma para todos os experimentos. De maneira análoga ao experimento EX-5, para a simulação EX-6 também se utiliza como condição inicial a média zonal do dia 04/02/89, 00 UTC.

O desvio no campo de altura geopotencial, em relação à condição inicial observada, para o experimento com a fonte estacionária é indicado na Figura 7.40a (em 200 hPa e às 60 horas). Comparando esse campo com as configurações de altura geopotencial para a forçante transiente (Figuras 7.22a e 7.22b) verifica-se que os valores absolutos são menores para a fonte estacionária. Isto pode ser explicado observando que nas primeiras horas de integração a energia integrada no tempo é menor para a curva com dependência temporal estacionária (vide Figura 6.10) do que para a forçante transiente. Já para às 120 h, tanto o campo de altura geopotencial altos níveis (Figura 7.40b) como em 850 hPa (Figura 7.40c), possui amplitude de variação comparável às simulações utilizando fontes transientes (Figuras 7.23 e 7.24). Contudo, analisando as Figuras 7.40b e 7.40c observa-se que o campo de altura geopotencial em resposta à forçante estacionária assemelha-se mais com as configurações obtidas para a atmosfera

inicial em repouso (Figuras 7.23b e 7.24b) do que com a fonte transiente com condição inicial observada (Figuras 7.23a e 7.23b), tanto em altos níveis como para a altura geopotencial em 850 hPa. Verifica-se também que o Cavado na costa leste da América do Sul, visível no campo das 60 h (200 hPa) e indicado na Figura 7.40a, encontra-se mais deslocado sobre o Oceano Atlântico na simulação EX-6 do que nos experimentos com as fontes de calor com dependência temporal transiente (Figuras 7.22a e 7.22b), indicando que o experimento com a forçante estacionária simulou esta característica da circulação troposférica de grande escala de forma mais condizente com a configuração observacional.

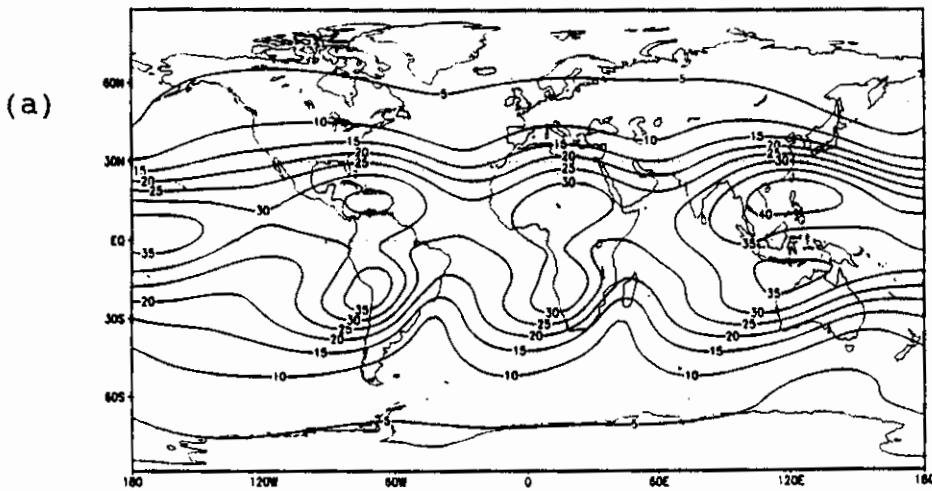


Fig. 7.40 - Desvio em relação à condição inicial para a altura geopotencial, em resposta à forçante estacionária. (a) 200 hPa e 60 h; (b) 200 hPa e 120 h e (c) 850 hPa e 120 h.

(continua)

(a) contornos de 5 a 40 ( $\Delta=5$  m)

(b) contornos 5; 10; 20; 30; 40; 50; 60; 65;  
70; 75; 80 e 85 (m)

(c) contornos -50; -40; -30; -20; -10; 0; 5;  
10; 15 e 20 (m)

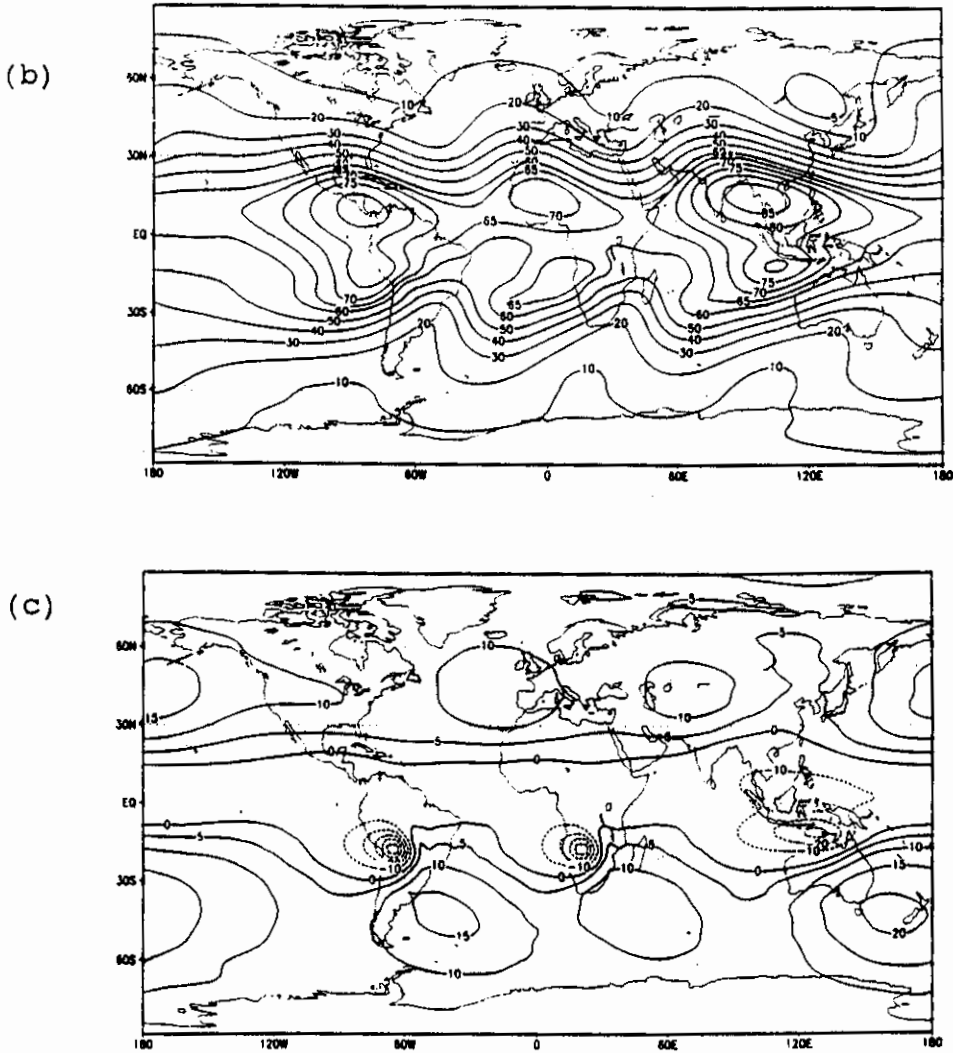


Fig. 7.40 - Conclusão.

O desvio em relação à condição inicial observada para a componente zonal do vento em 200 hPa relativo ao experimento EX-6 é indicado nas Figuras 7.41a e 7.41b, para às 60 e 120 horas, respectivamente. A resposta atmosférica à forçante estacionária, correspondente ao vento zonal em baixos níveis (850 hPa e 120 horas), é mostrada na Figura 7.41c. Verifica-se que os ventos de leste (oeste) em altos (baixos) níveis estão concentrados na região tropical próxima ao centro das fontes de calor, e os ventos de oeste (leste) estão distribuídos nos

extratropicos, conforme indicado na Figura 7.41b (Figura 7.41c).

Comparando-se os experimentos EX-4, EX-5 e EX-6, observa-se ainda que para o campo de velocidade zonal (altos níveis) as configurações da resposta atmosférica relativa ao experimento com as fontes estacionárias (Figura 7.41a), estão mais próximas dos campos obtidos para fonte transiente com condição inicial observada (EX-5, Figura 7.26a) do que com a atmosfera inicial em repouso (EX-4, Figura 7.26b), para a saída correspondente às 60 h. O inverso ocorre para a velocidade zonal às 120 h de integração tanto em 200 hPa (Figura 7.41b) como em baixos níveis (Figura 7.41c), mostrando que, neste horário, o experimento com forçante estacionária possui características mais associadas com o campo de vento zonal obtido para o experimento EX-4 (Figuras 7.27b e 7.28b).

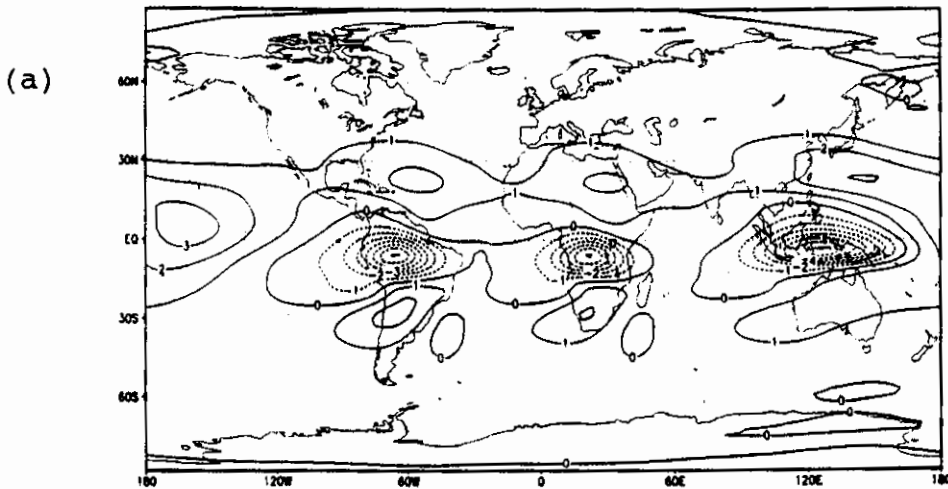


Fig. 7.41 - Desvio em relação à condição inicial para a velocidade zonal, em resposta à forçante estacionária. (a) 200 hPa e 60 h; (b) 200 hPa e 120 h e (c) 850 hPa e 120 h.

(continua)

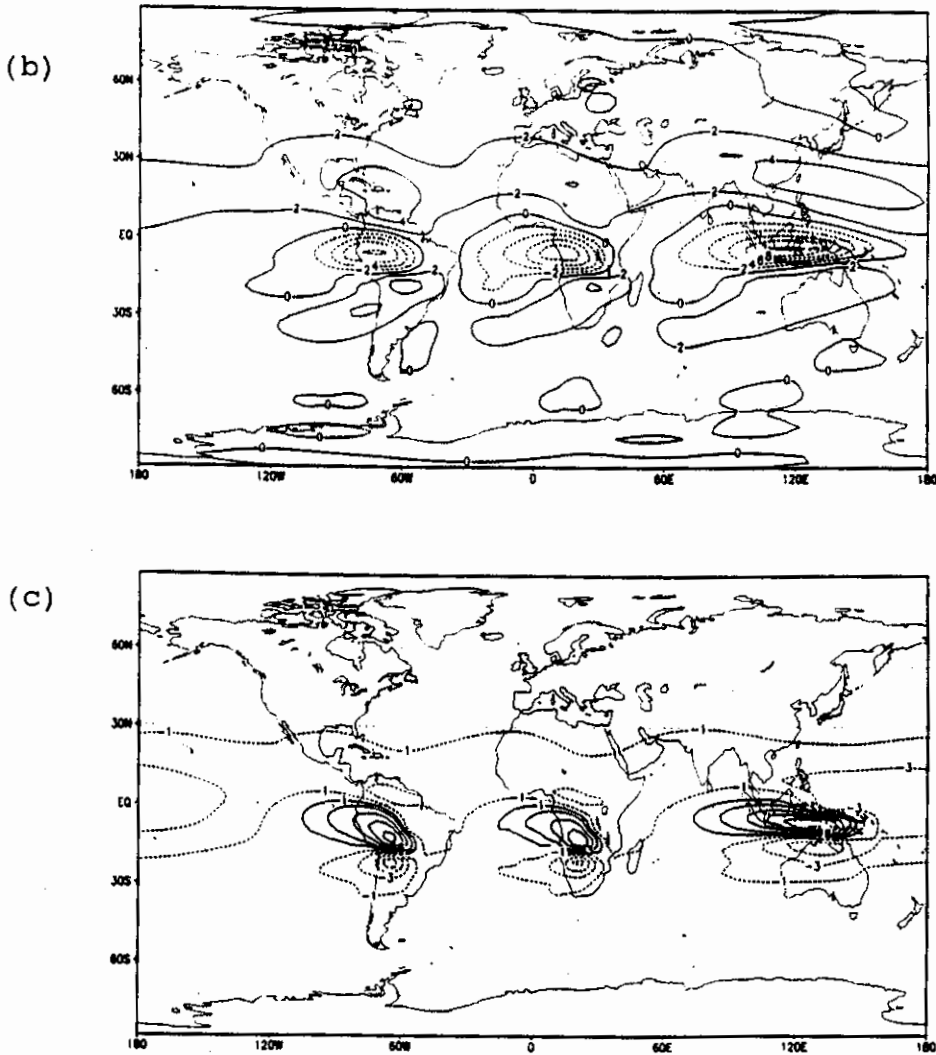


Fig. 7.41 - Conclusão.

- (a) contornos de -7 a 3 ( $\Delta=1$  m/s)
- (b) contornos de -10 a 3 ( $\Delta=2$  m/s)
- (c) contornos -9; -6; -3; -1; 1; 3; 6; 9; 12 e 15 (m/s).

O desvio em relação à condição inicial para a velocidade meridional no experimento EX-6 é indicado nas Figuras 7.42a e 7.42b, para o campo em altos níveis (60 h e 120 h, respectivamente). Verifica-se que com a forçante estacionária (e condição inicial  $\neq 0$ ), também ocorre propa-

gação dos ventos meridionais para latitudes extratropicais, de maneira similar ao experimento EX-5 (Figuras 7.29a e 7.30a) onde se utilizou fonte transiente. Este fato confirma que a intensificação da resposta atmosférica em latitudes médias está associada à inclusão da condição inicial diferente de zero.

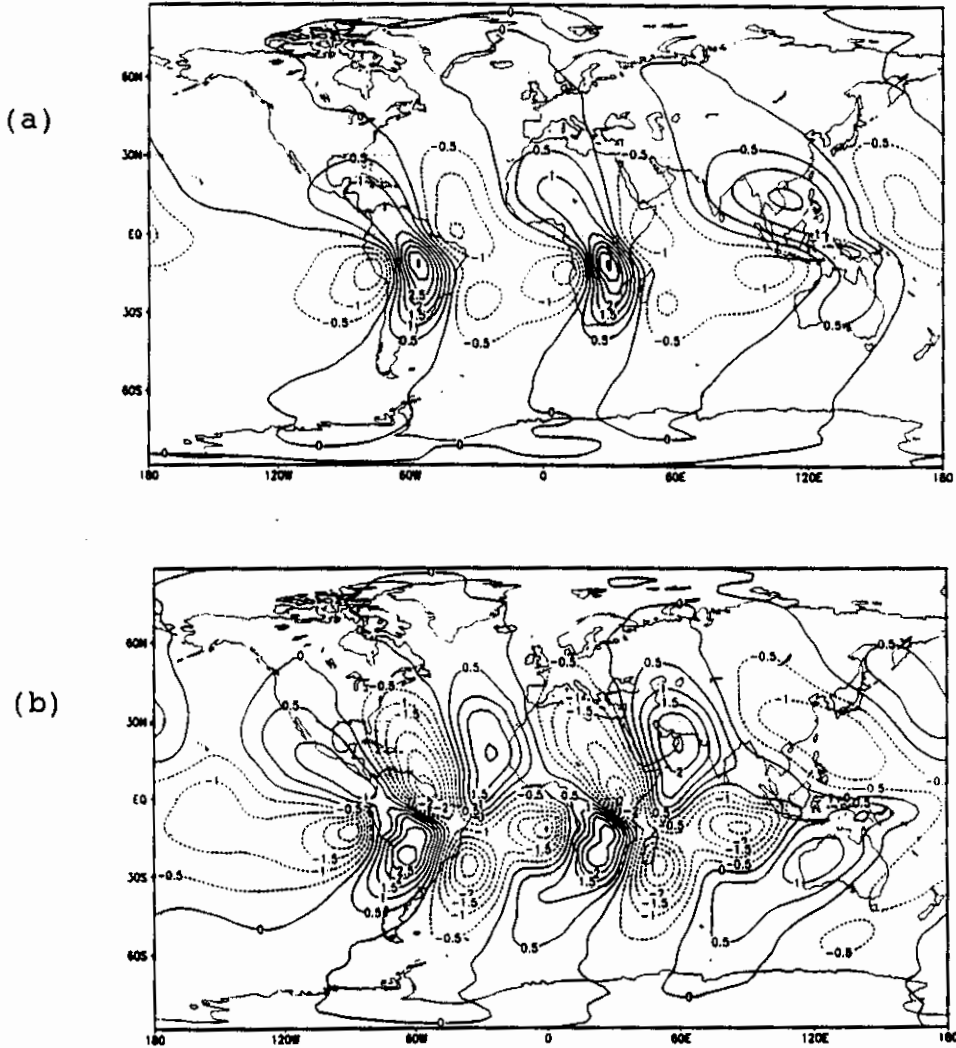


Fig. 7.42 - Desvio em relação à condição inicial para o vento meridional, em resposta à forçante estacionária. (a) 200 hPa e 60 h; (b) 200 hPa e 120 h e (c) 850 hPa e 120 h.

(continua)

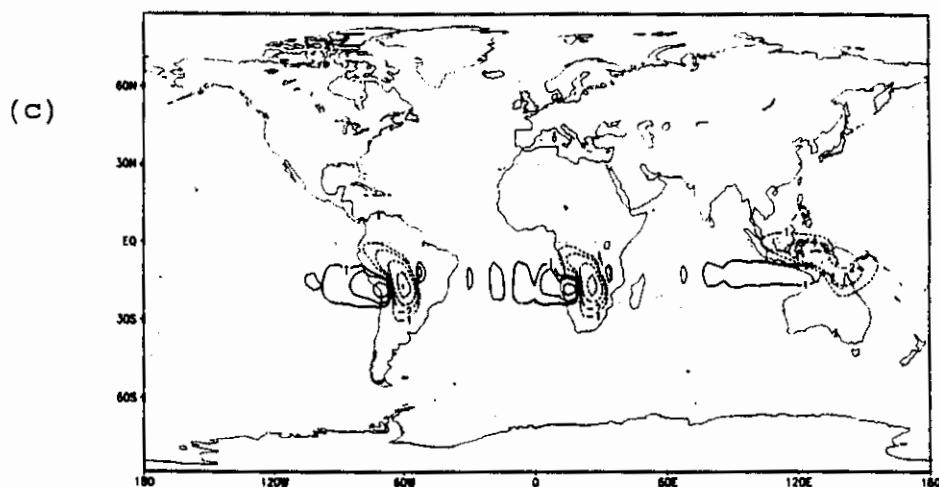


Fig. 7.42 - Conclusão.

- (a) contornos de -1,5 a 3,5 ( $\Delta=0,5$  m/s)
- (b) contornos de -3,0 a 3,0 ( $\Delta=0,5$  m/s)
- (c) contornos -12; -8; -4; -2; -1; 1; 2 e 4 (m/s)

Analisando os experimentos EX-4, EX-5 e EX-6 com relação ao vento meridional em 850 hPa, observa-se que para a simulação utilizando fontes com dependência temporal estacionária (Figura 7.42c), os ventos de norte também se concentram na região dos centros das forçantes, porém os ventos de sul, localizados na porção oeste das fontes de calor são mais intensos e mais estendidos zonalmente, em comparação com as Figuras 7.31a e 7.31b, referentes aos experimentos EX-5 e EX-4, respectivamente. O contrário ocorre para os ventos de sul concentrados à nordeste dos centros das forçantes que são mais fracos na simulação EX-6 com relação às fontes da Amazônia e África, e ausentes na região ao norte da fonte da Indonésia (Figura 7.42c).

Analisando as configurações relativas ao campo de vorticidade (60 e 120 horas, 200 hPa) verifica-se que a resposta atmosférica à fonte tropical estacionária (simulação EX-6), indicada nas Figuras 7.43a e 7.43b, possui características semelhantes ao campo de vorticidade obtido com a forçante transiente no experimento EX-5 (Figuras 7.32a e 7.33a): circulação anticiclônica próxima ao centro das fontes de calor e núcleos negativos distribuídos nas circunvizinhanças (e mais esparsos em comparação com o experimento EX-4, conforme indicam as Figuras 7.32b e 7.33b).

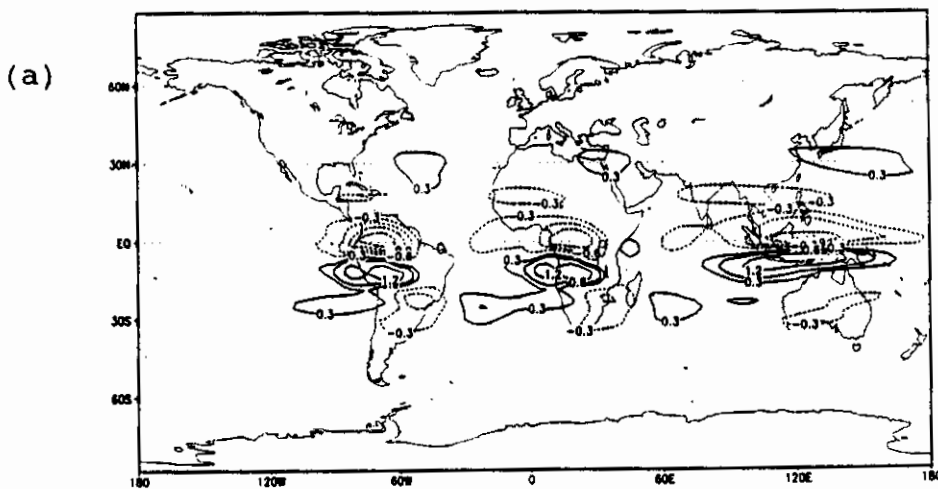


Fig. 7.43 - Desvio em relação à condição inicial para o campo de vorticidade em 200 hPa, em resposta à forçante estacionária. (a) 60 h e (b) 120 h.

(continua)

- (a) contornos -0,6; -0,4; -0,2; -0,05; 0,05;  
0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0 e 1,2 ( $\cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ )
- (b) contornos -1,2; -0,9; 0,6; -0,3; 0,3; 0,6;  
1,2 e 1,8 ( $\cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ )



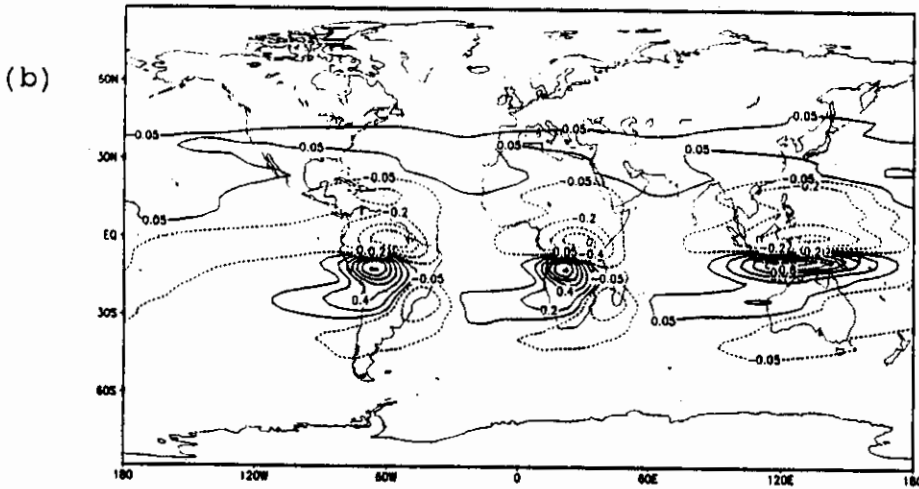


Fig. 7.43 - Conclusão.

Observa-se também que os valores absolutos do campo de vorticidade em altos níveis são mais intensos no caso da atmosfera inicial em repouso (EX-4), em comparação com os experimentos que utilizam condição inicial observada (EX-5 e EX-6). Apesar disso, a Figura 7.43b indica que ocorre intensificação dos núcleos de vorticidade positiva (negativa) para a resposta à forçante estacionária, próximo a  $30^{\circ}\text{N}$  ( $30^{\circ}\text{S}$ ), em relação ao campo relativo às 60 h (Figura 7.43a). É importante notar que essas perturbações atingem latitudes extratropicais, principalmente no Hemisfério Norte. Segundo Marinho (1988), o termo relativo à advecção de vorticidade pela componente divergente do vento tem um papel relevante nesta propagação de energia da região tropical para latitudes mais altas. Como já foi discutido no item 7.3.1 deste Capítulo, a resposta atmosférica mais intensa no Hemisfério Norte se justifica em função da condição inicial utilizada (Figura 6.1b), que apresenta um jato mais forte (maior cisalhamento do vento zonal básico) neste hemisfério, o que também implica numa maior transferência de energia para as latitudes médias do Hemisfério Norte.

Ao contrário do que se observou na análise do campo de vorticidade, a configuração da divergência horizontal (altos níveis) relativa ao experimento EX-6 mostra que, tanto o campo das 60 h (Figura 7.44a) como 120 horas de integração (Figura 7.44b) assemelham-se mais ao campo obtido para a forçante transiente com condição inicial nula (Figuras 7.34b e 7.35b), do que com as características relativas à simulação EX-5 (Figuras 7.34a e 7.35a). Apesar disso, tanto os valores positivos (no centro e na região ao norte das fontes de calor) como os núcleos de convergência, são bem mais intensos na simulação EX-4 em comparação com o caso estacionário no experimento EX-6, como mostram as Figuras 7.34b e 7.44a, respectivamente.

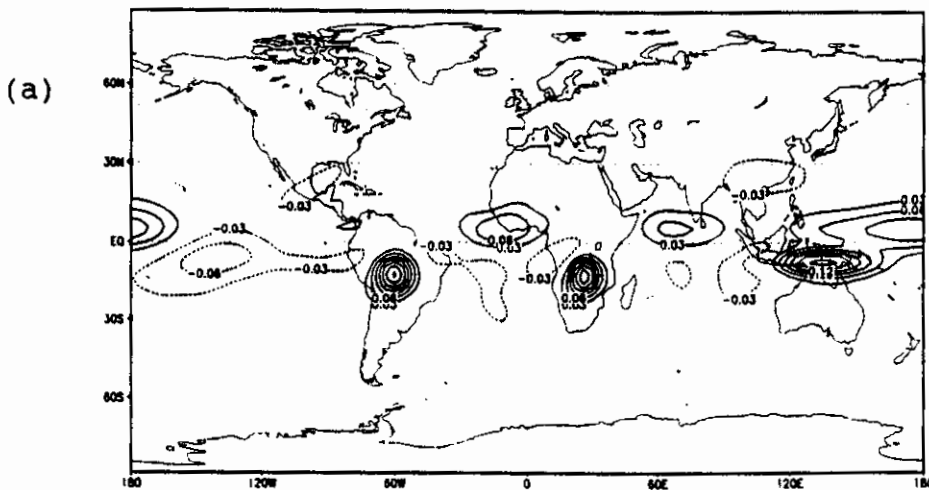


Fig. 7.44 - Desvio em relação à condição inicial para o campo de divergência em 200 hPa, em resposta à forçante estacionária. (a) 60 h e (b) 120 h.

(continua)

(a) e (b) contornos -0,06; -0,03; 0,03; 0,06; 0,09; 0,12; 0,15; 0,18 e 0,21 ( $\cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ )

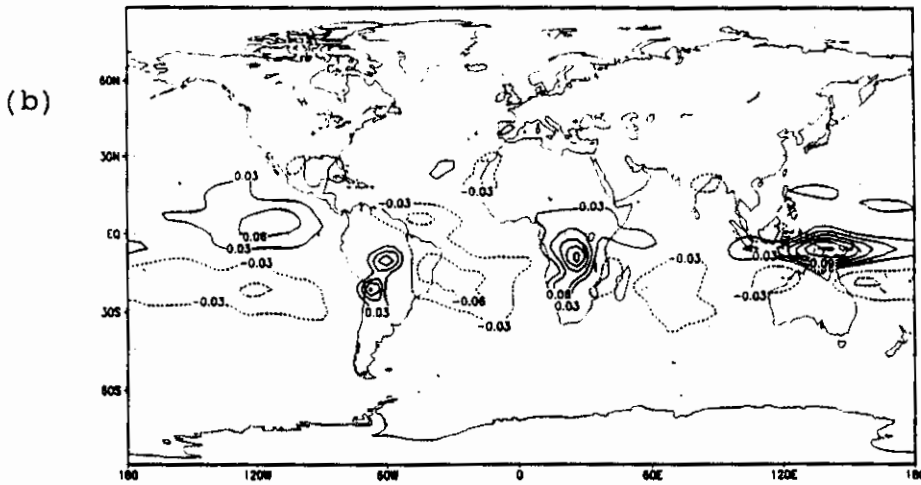


Fig. 7.44 - Conclusão.

No campo de velocidade vertical (500 hPa) referente à simulação EX-6, indicado nas Figuras 7.45a e 7.45b, observa-se que as regiões de movimento vertical ascendente são praticamente coincidentes com a distribuição horizontal das fontes de calor (conforme indica a Figura 6.9). Verifica-se que para o caso da fonte estacionária o movimento vertical subsidente às 60 horas (Figura 7.45a), localizado à oeste do centro das fontes de calor, possui menor intensidade em comparação com os experimentos utilizando fonte transiente (Figuras 7.36a e 7.36b). Contudo, enquanto no campo de velocidade vertical às 120 horas relativo aos experimentos EX-5 e EX-4 (Figuras 7.37a e 7.37b, respectivamente) o movimento vertical ascendente é menos intenso em comparação com o campo das 60 horas, no experimento EX-6 observa-se que a intensidade do movimento vertical permanece constante das 60 para às 120 horas de integração (Figuras 7.45a e 7.45b) e melhor configurado.

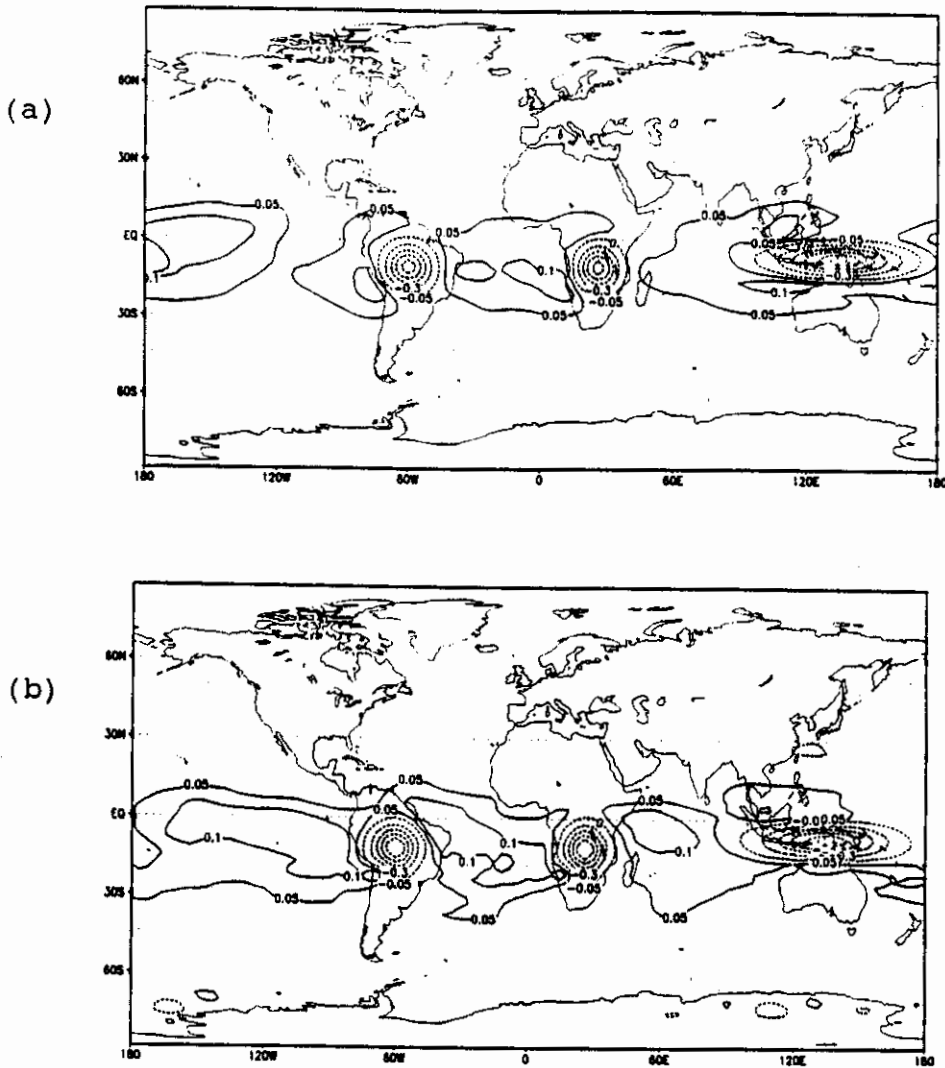


Fig. 7.45 - Desvio em relação à condição inicial para a velocidade vertical em 200 hPa, em resposta à forçante estacionária. (a) 60 h e (b) 120 h.

(a) e (b) contornos são -1,2; -0,9; -0,6; -0,3; -0,05; 0,05 e 0,1 ( $\cdot 10^{-3}$  hPa/s)

O desvio em relação à condição inicial para o campo de pressão à superfície às 60 horas (Figura 7.46a) é menos intenso no experimento EX-6 (condição inicial observada e fonte estacionária) do que nas simulações com fonte

transiente (Figuras 7.38a e 7.38b). Além disso, a Figura 7.46a também mostra uma configuração semelhante à obtida para o experimento EX-5 (Figura 7.38a), como por exemplo a menor extensão zonal dos núcleos de baixa pressão na região da fonte na Indonésia. Analisando o campo de pressão à superfície às 120 horas para as simulações EX-4, EX-5 e EX-6 (indicados pelas Figuras 7.39b, 7.39a e 7.46b, respectivamente), verifica-se praticamente a mesma intensidade nos campos de pressão obtidos. Contudo, os resultados relativos à simulação com a fonte estacionária (EX-6) mostram uma maior abrangência zonal para a resposta atmosférica em latitudes extratropicais no campo das 120 horas. Além disso, não ocorre perda da forma circular (fontes da Amazônia e África) como no caso dos experimentos com a forçante transiente.

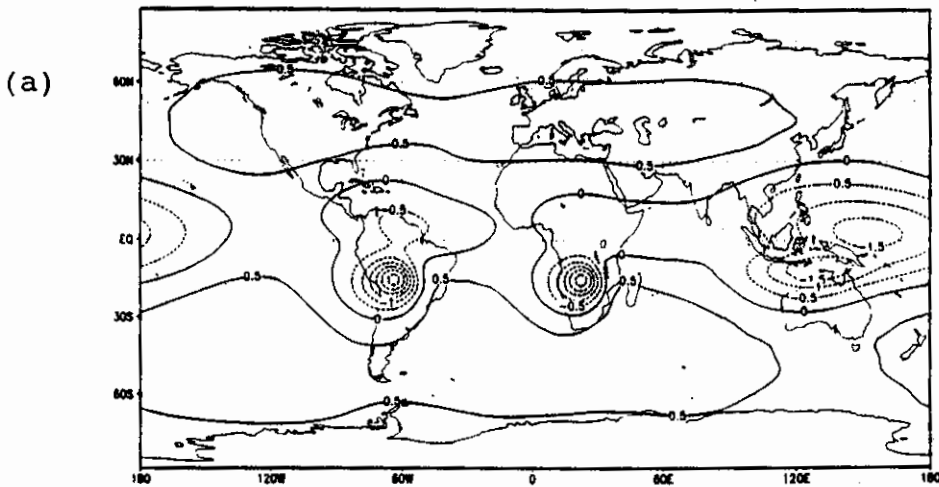


Fig. 7.46 - Desvio em relação à condição inicial para o campo de pressão à superfície em resposta à forçante estacionária. (a) 60 h e (b) 120 h.

(continua)

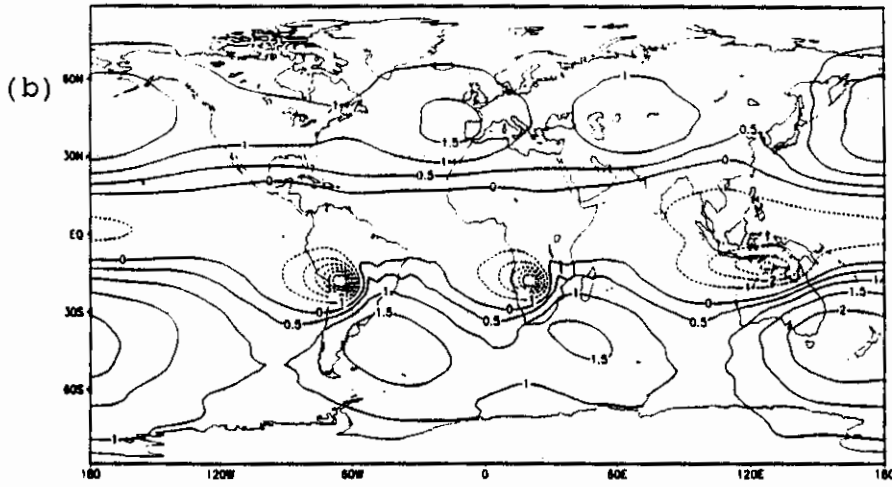


Fig. 7.46 - Conclusão.

- (a) contornos -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 0,5;  
1,0; 1,5 e 2 (hPa)
- (b) contornos de -3 a 0,5 ( $\Delta = 0,5$  hPa)

CAPÍTULO 8ANÁLISE DOS EXPERIMENTOS: ENERGÉTICA

Neste Capítulo é feita a análise energética dos experimentos (EX-4, EX-5 e EX-6) a fim de estudar as trocas de energia entre os modos verticais normais em resposta à forçante térmica tropical, ressaltando a utilização de uma condição inicial diferente de zero (EX-5). O estudo da distribuição horizontal das energia cinética, potencial disponível e total, para cada uma das simulações, é feito no item 8.3. Obtém-se a partição de energia total entre os modos horizontais de oscilação, tanto para o caso de fontes transientes como para a forçante estacionária (item 8.4.1). Enfatiza-se também, as interferências que ocorrem entre as ondas (Rossby, Kelvin, mista e gravidade), induzidas por fontes tropicais de calor.

8.1 - MÉDIAS GLOBAIS E TROCAS VERTICAIS DE ENERGIA PARA O EXPERIMENTO EX-5

A Figura 8.1 indica a média global da energia total (linha cheia) e da pressão à superfície (linha tracejada) relativas ao experimento EX-5 (que utiliza a média zonal do dia 04/02/89, 00 UTC como condição inicial). Verifica-se que o modelo satisfaz o princípio de conservação de massa, uma vez que a amplitude de variação na pressão à superfície é muito pequena durante o período de integração (inferior a 0,5 hPa). Na média global da energia total associada à simulação EX-5, observa-se que ocorre um crescimento mais acentuado de energia durante os 3 primeiros dias, quando a taxa de aquecimento da forçante

térmica atinge o ponto de máximo . Nas últimas 48 horas de integração, com o decaimento da fonte de calor, a energia total mantém-se praticamente constante.

Analisando as Figuras 8.2a a 8.2e, que mostram a evolução temporal da porcentagem de energia total associada com cada modo vertical, verifica-se que mais da metade da energia total se manteve projetada sobre o segundo modo vertical interno ( $H_n \sim 230$  m), durante o período de integração relativo ao experimento EX-5 (Figura 8.2c). A profundidade equivalente e a velocidade de fase associadas com cada modo vertical normal é referenciada na Tabela 3.1. Observa-se que ocorre troca de energia entre os modos verticais, com os modos internos 1 e 4 (Figuras 8.2b e 8.2e, respectivamente) perdendo juntos aproximadamente 2,5% da energia total, durante as primeiras 72 horas de integração. Este percentual é transferido principalmente para os modos internos 2 e 3 (Figuras 8.2c e 8.2d, respectivamente) e, em menor intensidade para o modo externo (ou barotrópico), conforme indicado na Figura 8.2a. Nos últimos dois dias de integração (período de 7 a 9 fev/89) os modos internos 1 e 4 mantém uma porcentagem da energia total praticamente constante. Já o modo externo troca energia com os modos internos 2 e 3, perdendo energia durante o 4º dia de integração e ganhando energia desses modos a partir das 96h. Observa-se que em concordância com o trabalho de Haas (1993), o modo vertical barotrópico (Figura 8.2a) apresenta um comportamento oscilatório durante o período de integração.

É importante ressaltar que a utilização da média zonal observada como condição inicial do experimento EX-5 foi fundamental para permitir a transferência de energia entre os modos verticais. Conforme discutido por outros autores (Kasahara e Silva Dias, 1986; Haas, 1993) essas trocas de energia estão associadas ao cisalhamento



vertical do escoamento zonal médio e são mais intensas quanto maior for esse cisalhamento. Para o caso do experimento EX-4 (figuras não apresentadas) as trocas verticais de energia ficam restritas, devido à condição inicial de uma atmosfera em repouso.

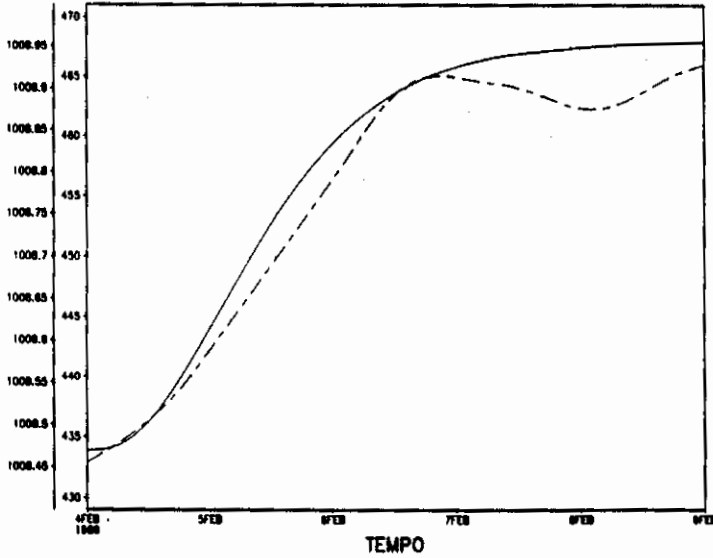


Fig. 8.1 - Média global da energia total (linha cheia) e média global da pressão à superfície (linha tracejada) para o experimento EX-5.

Pressão à superfície em hPa;

Energia total em  $m^2/s^2$ .

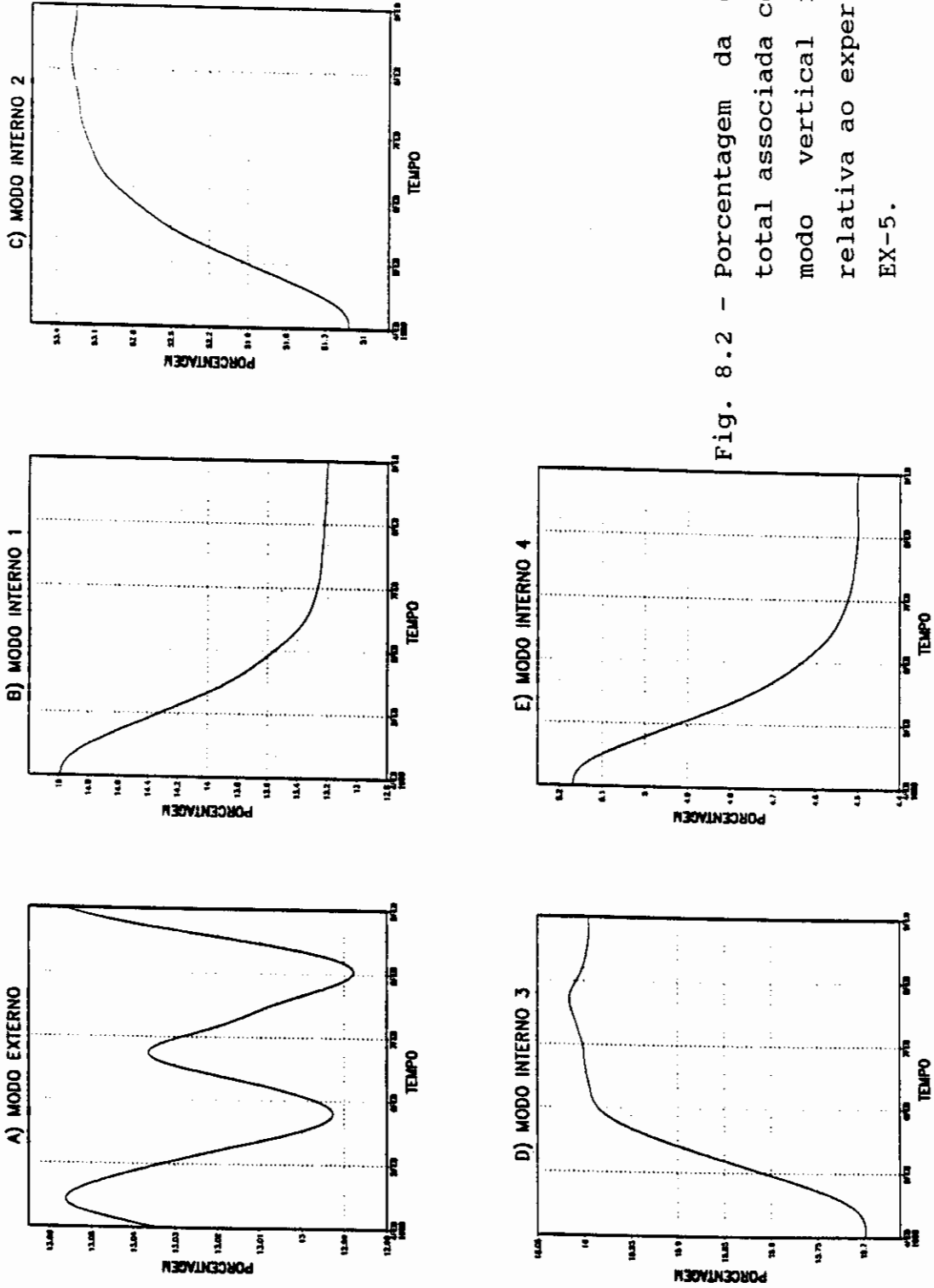


Fig. 8.2 - Porcentagem da energia total associada com cada modo vertical normal, relativa ao experimento EX-5.

## 8.2 - MÉDIAS ZONAIS PARA OS EXPERIMENTOS EX-4 E EX-5

### 8.2.1 - PRESSÃO À SUPERFÍCIE:

Através da análise da Figura 7.16a, referente à média meridional da velocidade vertical para o experimento EX-1, mostrou-se que a forçante térmica tropical induz o aparecimento da circulação de Walker. Já as Figuras 8.3a e 8.3b (relativas ao desvio em relação à condição inicial para o campo de pressão à superfície, dos experimentos EX-4 e EX-5, respectivamente) indicam que com o aquecimento convectivo também se verifica uma circulação térmica direta no sentido meridional (célula de Hadley). Para os experimentos EX-4 e EX-5 os centros de baixa pressão estão localizados na região equatorial, e os desvios positivos (ramo descendente da circulação de Hadley) estão concentrados na faixa subtropical. Verifica-se que tanto para a simulação com condição inicial de repouso (Figura 8.3a) como para o experimento com condição inicial observada (Figura 8.3b), ocorre intensificação dos centros de alta pressão (desvios positivos) a partir do 3º dia de integração. Assim, o acoplamento das células termicamente forçadas de Hadley-Walker representa, em grande escala, a principal forma de transferência de energia da faixa equatorial para os extratropicais.

### 8.2.2 - MÉDIA ZONAL DA ENERGIA TOTAL ASSOCIADA COM CADA MODO VERTICAL NORMAL E DA ENERGIA TOTAL INTEGRADA VERTICALMENTE PARA O EXPERIMENTO EX-4:

A média zonal da energia total integrada na vertical (EIV) relativa ao experimento EX-4 (atmosfera inicial em repouso) é indicada na Figura 8.4a. Verifica-se que o máximo ocorre entre o 3º e o 4º dia de integração e

decrece a partir das 96 horas, associado com o decaimento da energia fornecida pelas fontes de calor localizadas na Amazônia, África e Indonésia. Além disso, este núcleo de máxima intensidade concentra-se na faixa tropical, com um pico ocorrendo no Hemisfério Norte (próximo a  $10^{\circ}\text{N}$ ). A média zonal da energia total decomposta verticalmente é indicada nas Figuras 8.4b a 8.4f, e mostram a contribuição (em %) de cada modo vertical para o campo de energia total ao longo dos 5 dias de integração. A análise da Figura 8.4b indica que a porcentagem de energia total (relativa à simulação EX-4) projetada sobre o modo barotrópico é praticamente ausente na faixa equatorial. No entanto, à medida que se dirige para latitudes extratropicais (a partir de  $30^{\circ}\text{N}$  e  $30^{\circ}\text{S}$ ) a contribuição do modo externo torna-se gradativamente crescente, atingindo 90% da energia total próximo à latitude de  $60^{\circ}$  em ambos os hemisférios. A evolução temporal mostra que esse comportamento do modo barotrópico ( $n=0$ ) é observado a partir das 24 horas e se mantém durante todo o período de integração. Assim, a energia total associada ao modo externo torna-se dominante em latitudes médias, embora também se verifique projeção de energia nos extratropicais sobre o primeiro modo vertical, principalmente nas primeiras 24 horas de integração (notar os núcleos de máximo localizados em  $20^{\circ}\text{S}$  e  $25^{\circ}\text{N}$ , na Figura 8.4c).

Para o caso da faixa tropical, a evolução temporal, indicada nas Figuras 8.4c a 8.4f, mostra que a energia total está projetada unicamente sobre os modos internos. Verifica-se que os modos internos 1, 3, e 4 contribuem respectivamente, com cerca 20%, 12% e 8% para a média zonal da energia total (relativa ao experimento EX-4) concentrada na faixa tropical. Observa-se ainda que os modos verticais internos 3 e 4 (Figuras 8.4e e 8.4f, respectivamente) apresentam uma distribuição meridional muito similar, ao longo das 120 h de integração, com uma

contribuição restrita à região tropical. Já o segundo modo interno (Figura 8.4d) além de estar associado com aproximadamente 60% da energia total concentrada na faixa equatorial, também apresenta uma pequena contribuição em latitudes extratropicais (próximo a  $30^{\circ}\text{N}$  e  $30^{\circ}\text{S}$ ).

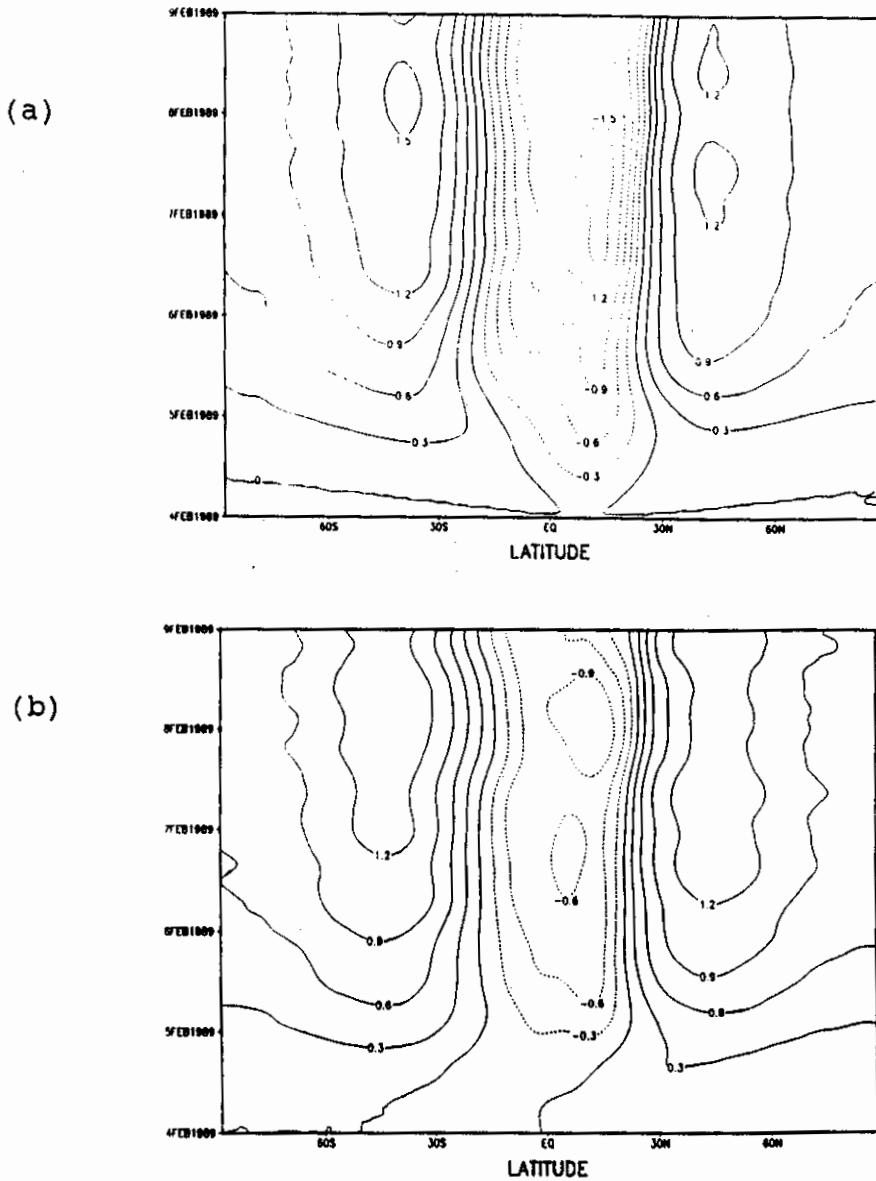


Fig. 8.3 - Média zonal da pressão à superfície (hPa) para os experimentos (a) EX-4 e (b) EX-5.

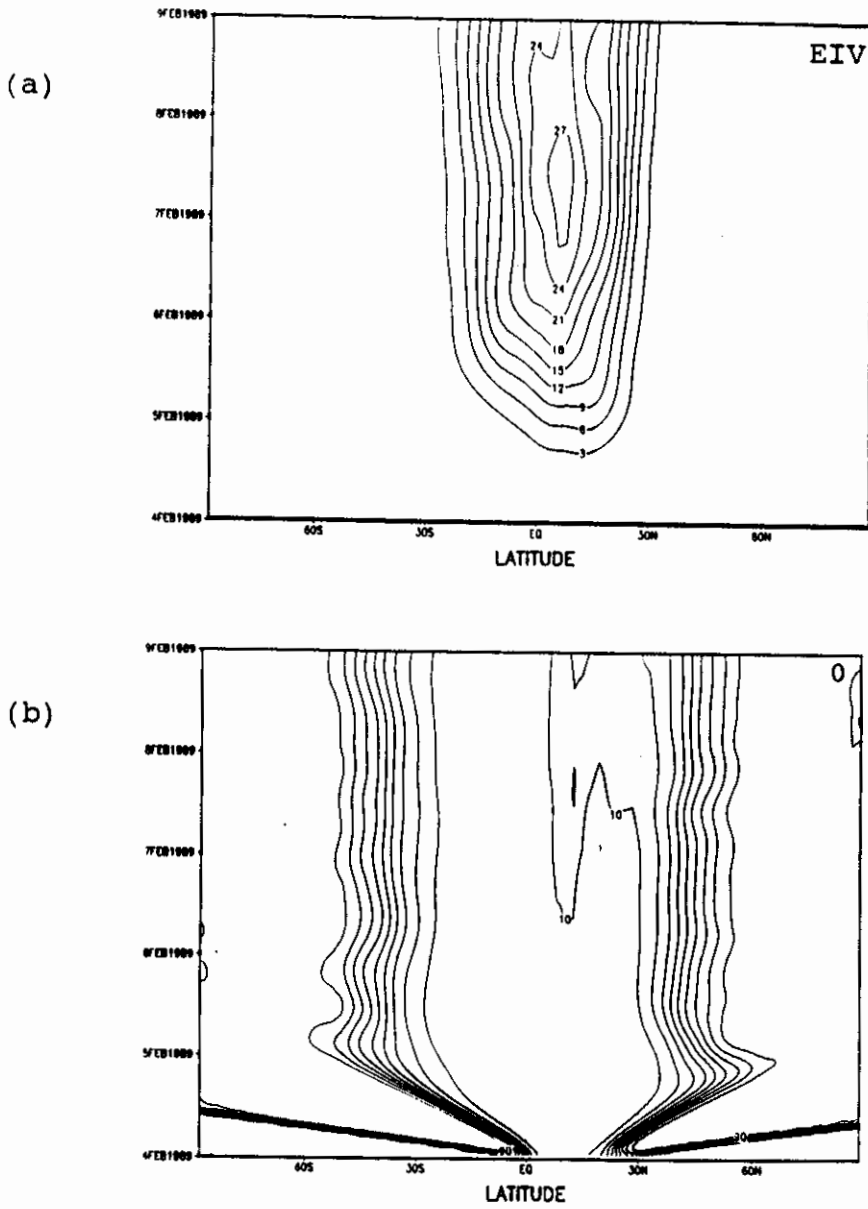
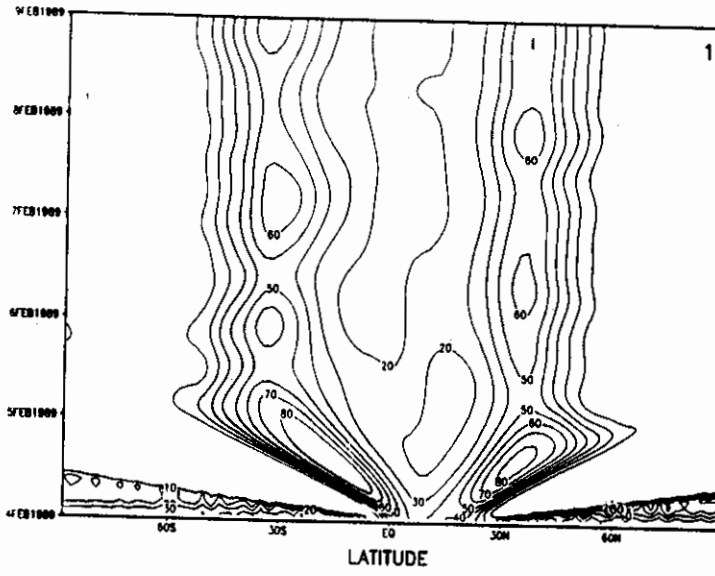


Fig. 8.4 - Média zonal da energia total ( $m^2/s^2$ ) integrada verticalmente (a), e da energia total associada com o modo vertical externo (b) e com cada um dos modos internos: 1<sup>o</sup> (c), 2<sup>o</sup> (d), 3<sup>o</sup> (e) e 4<sup>o</sup> (f), para o experimento EX-4.

(continua)

(c)



(d)

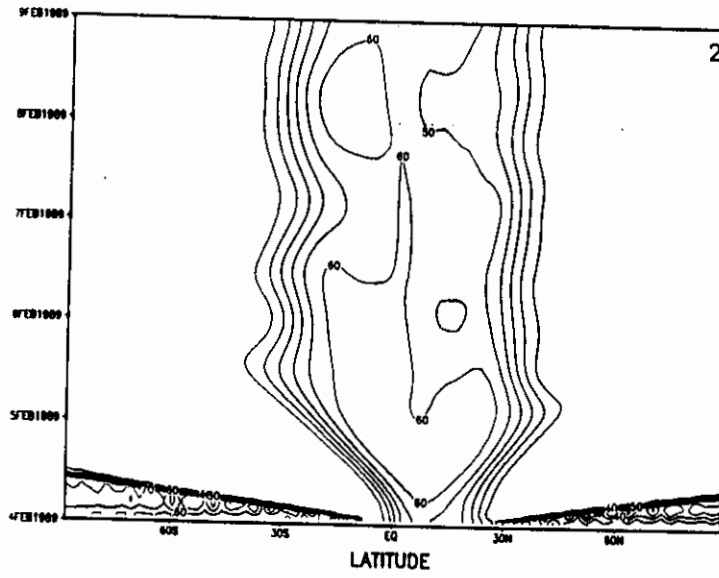


Fig. 8.4 - Continuação.

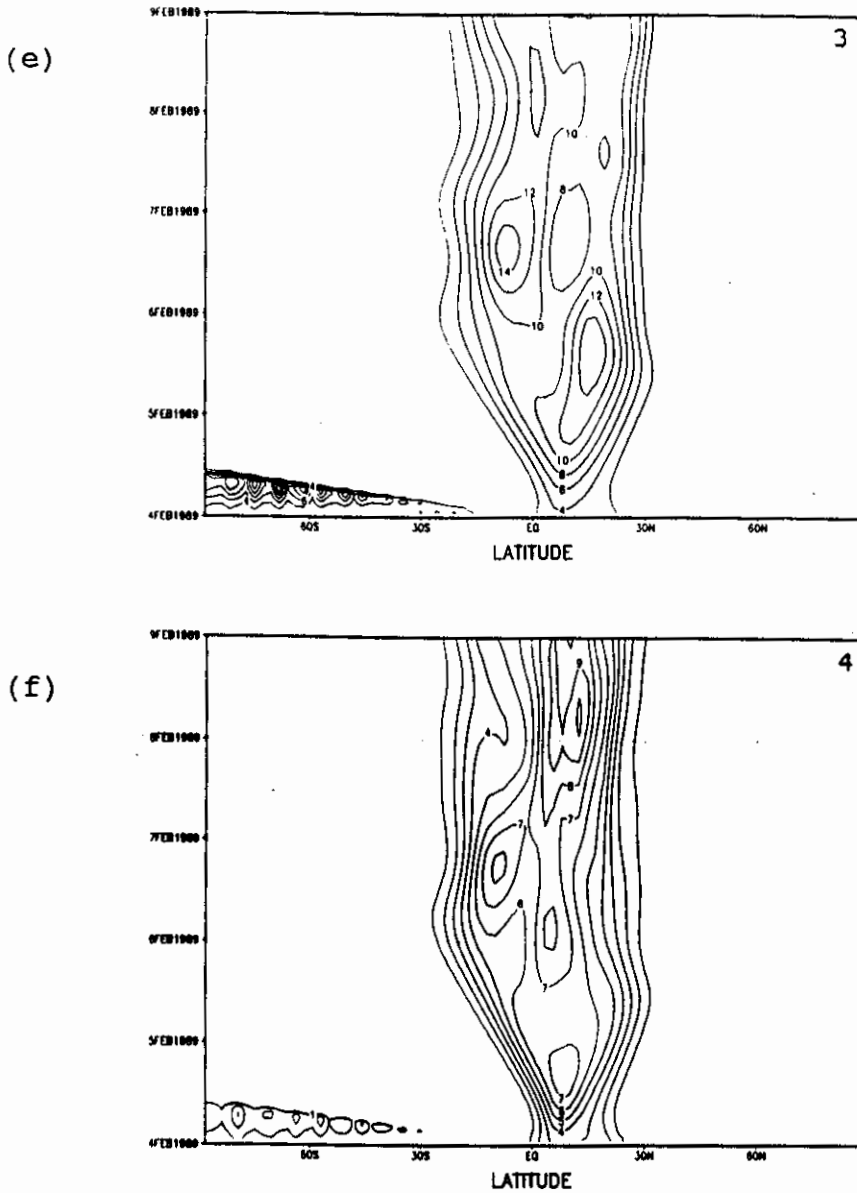


Fig. 8.4 - Conclusão.

É importante ressaltar que a propagação meridional, observada na análise das Figuras 8.4b a 8.4f, pode ser desprezada uma vez que se trata de ruídos do modelo.



8.2.3 - MÉDIA ZONAL DA ENERGIA TOTAL ASSOCIADA COM CADA MODO VERTICAL NORMAL E DA ENERGIA TOTAL INTEGRADA VERTICALMENTE PARA O EXPERIMENTO EX-5:

Comparando-se a média zonal da energia total no experimento EX-4 (Figura 8.4a) e na simulação EX-5 (Figura 8.5a), verifica-se intensificação na energia total integrada verticalmente (EIV), com a inclusão da condição inicial observada. Apesar disso, a evolução temporal relativa aos dois experimentos mostra que, durante todo o período de integração, os núcleos de máxima energia total permanecem concentrados na faixa tropical em ambos os casos (devido à distribuição das fontes de calor). É importante ressaltar que a configuração obtida na Figura 8.5a refere-se ao desvio em relação à condição inicial (média zonal do dia 04/02/89, 00 UTC). Logo, os núcleos negativos indicam regiões onde os valores da energia total são menores em comparação com a condição inicial observada. Deste modo, para evitar valores de porcentagem negativos, a decomposição da energia total em modos verticais (Figuras 8.5b a 8.5f) foi feita utilizando os próprios valores obtidos para a energia total associada com cada modo. A Figura 8.5b mostra a média zonal da energia total projetada sobre o modo externo. Observa-se que, durante o período de 5 dias de integração, o modo barotrópico ganha energia em relação à condição inicial principalmente em latitudes subtropicais (próximo a  $30^{\circ}\text{N}$  e  $30^{\circ}\text{S}$ ), mas perde energia em latitudes mais altas (próximo aos pólos). No entanto, é bom lembrar que a média global da energia total (Figura 8.2a) mostrou que o modo externo concentra apenas cerca de 13% da energia total, durante a integração relativa ao experimento EX-5. As Figuras 8.5c e 8.5f indicam a média zonal da energia total associadas com os modos verticais internos 1 e 4, respectivamente: nota-se que tanto na região equatorial como em latitudes extratropicais ocorre diminuição da energia total em comparação com a condição

inicial, mostrando que esses dois modos baroclínicos transferem energia para os demais modos verticais. Nota-se também que essa troca de energia é mais intensa na faixa tropical a partir das 48 horas de integração concentrando-se na faixa entre  $30^{\circ}\text{N}$  e  $30^{\circ}\text{S}$ , para o 1<sup>o</sup> modo interno, e ocorrendo predominantemente no Hemisfério Sul com relação ao 4<sup>o</sup> modo interno ( $20^{\circ}\text{S}$ ). Contudo, a média global da energia total associada com cada modo vertical indicou que a porcentagem de energia projetada sobre o modo interno 1 (Figura 8.2b) é maior em comparação com o modo interno 4 (Figura 8.2e).

Analisando as figuras 8.5d e 8.5e verifica-se que grande parte da energia total (média zonal) relativa ao experimento EX-5 está projetada sobre os modos verticais internos 2 e 3. Inclusive o aparecimento de núcleos negativos na média zonal da energia total integrada verticalmente (Figura 8.5a) está associado à contribuição dominante do segundo modo interno (observar os valores negativos em  $20^{\circ}\text{N}$  e  $40^{\circ}\text{S}$ , na Figura 8.5d). Na região equatorial a energia total associada ao modo interno 2 é máxima e decresce em direção às latitudes subtropicais. Já o 3<sup>o</sup> modo vertical baroclínico apresenta uma distribuição meridional semelhante ao segundo modo interno, com exceção dos núcleos negativos que neste caso também aparecem no Hemisfério Norte. Comparando as Figuras 8.5d e 8.5e com a média zonal relativa ao modo externo (Figura 8.5b) observa-se que as regiões, em latitudes extratropicais, onde a energia total dos modos internos 2 e 3 decresce em relação à condição inicial correspondem exatamente aos locais onde ocorre transferência de energia desses dois modos para o modo barotrópico.

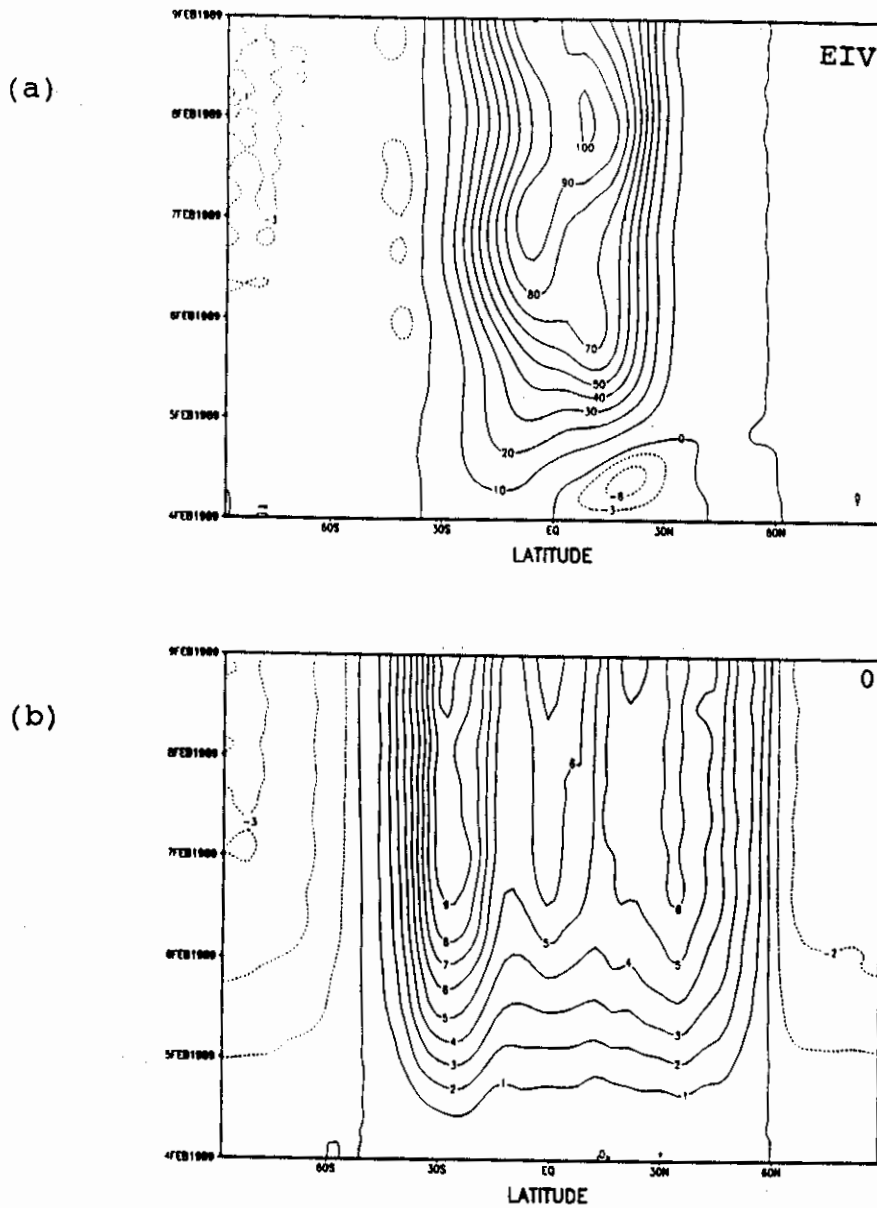


Fig. 8.5 - Média zonal da energia total ( $m^2/s^2$ ) integrada verticalmente (a), e da energia total associada com o modo vertical externo (b) e com cada um dos modos internos:  $1^\circ$  (c),  $2^\circ$  (d),  $3^\circ$  (e) e  $4^\circ$  (f), para o experimento EX-5.

(continua)

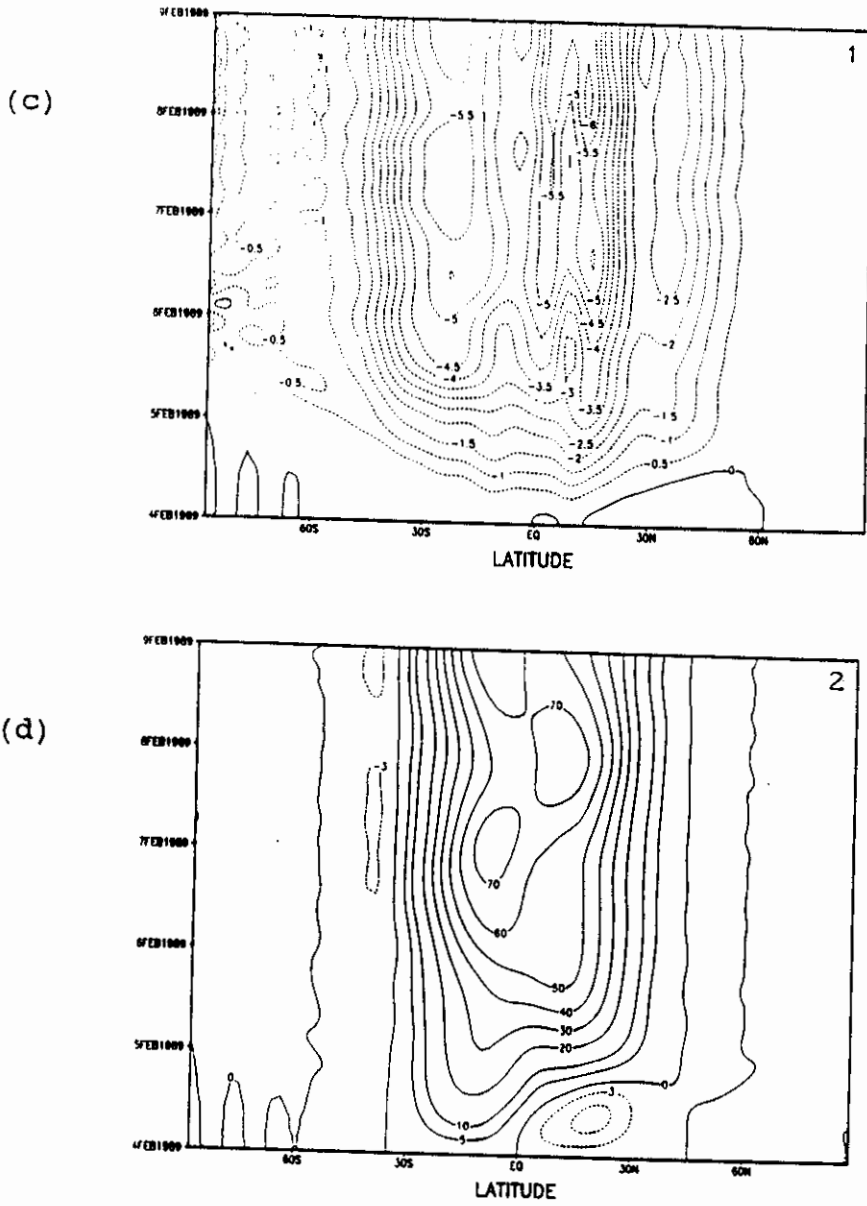


Fig. 8.5 - Continuação.

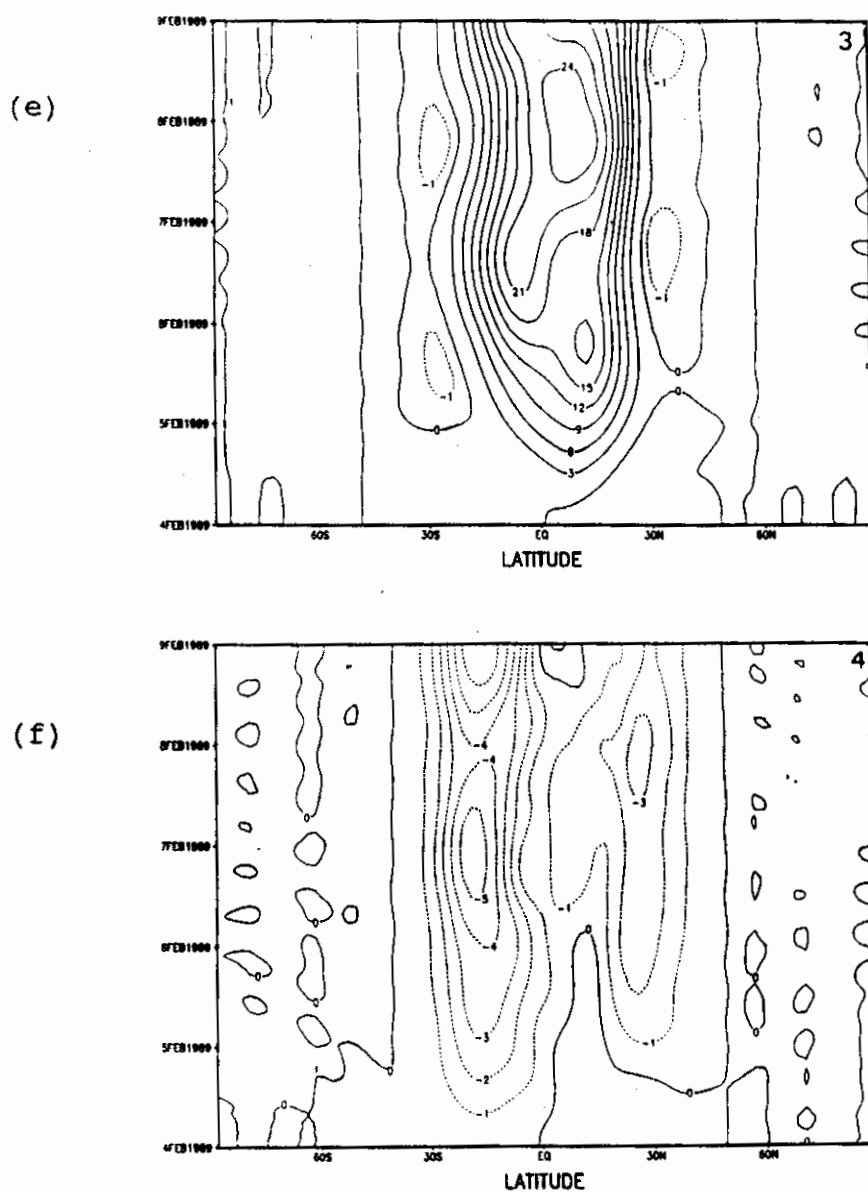


Fig. 8.5 - Conclusão.

### 8.3 - DISTRIBUIÇÃO HORIZONTAL DAS ENERGIAS CINÉTICA, POTENCIAL E TOTAL PARA OS EXPERIMENTOS EX-4, EX-5 E EX-6

A energia cinética total (integrada verticalmente) relativa às simulações EX-4, EX-5 e EX-6 é indicada nas Figuras 8.6a, 8.6b e 8.6c, respectivamente, para as 60 horas. Verifica-se que para os 3 experimentos o campo de energia apresenta uma distribuição mais zonal no caso da fonte da Indonésia, e uma configuração alongada meridionalmente (em forma de vírgula) para as forçantes da Amazônia e África. É importante ressaltar que nos experimentos EX-5 e EX-6, os campos obtidos para a energia (cinética, potencial ou total) referem-se aos desvios em relação à condição inicial, o que explica o aparecimento de valores negativos em algumas regiões.

Para a simulação que utilizou uma atmosfera inicial em repouso (Figura 8.6a) observa-se que a resposta à forçante térmica permanece confinada na faixa tropical (entre  $30^{\circ}\text{N}$  e  $30^{\circ}\text{S}$ ), com valores máximos de energia cinética concentrados próximo ao centro das fontes de calor. Nota-se também que na faixa equatorial ocorre a propagação de energia cinética na extensão à nordeste das forçantes, associada com a propagação das ondas de Kelvin, e com maior intensidade na região da Indonésia.

Comparando os experimentos que utilizaram condição inicial diferente de zero (Figuras 8.6b e 8.6c) com a simulação EX-4 (Figura 8.6a), verifica-se que com a inclusão de uma condição inicial observada ocorreu uma maior propagação de energia cinética para latitudes médias. Em consonância com os padrões encontrados para os campos de vento zonal e meridional (Figuras 7.29a e 7.42a), observa-se que a resposta atmosférica é mais intensa no Hemisfério Norte em comparação com o Hemisfério Sul. Isto pode ser confirmado através dos núcleos de máximos

localizados próximo a  $30^{\circ}\text{N}$ , em toda a extensão zonal (Figuras 8.6b e 8.6c), embora com valores bem mais intensos para a simulação com a fonte transiente do que para o caso estacionário (Figura 8.6c).

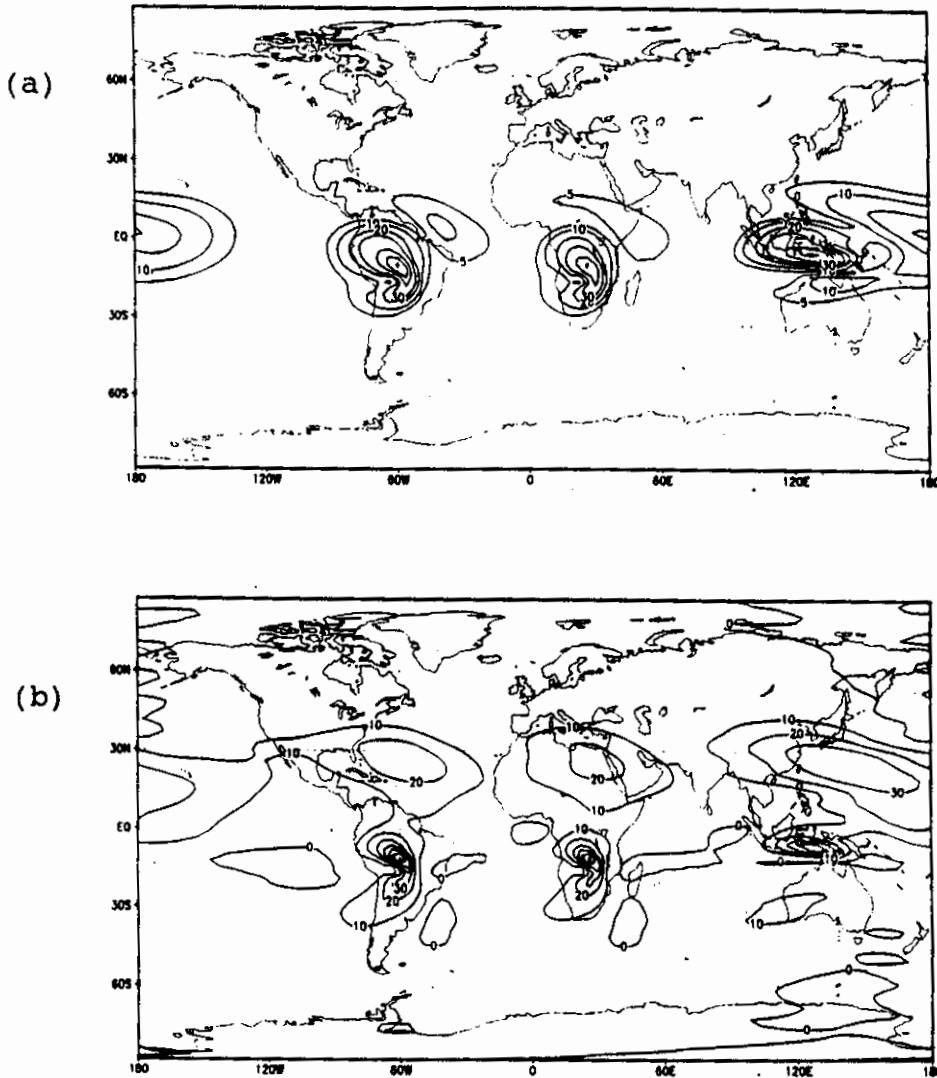


Fig. 8.6 - Distribuição horizontal de energia cinética total para os experimentos EX-4 (a), EX-5 (b) e EX-6 (c), às 60 h.

(continua)

(a) contornos 5, 10, 20, 30, 50, 70 e 90 ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )

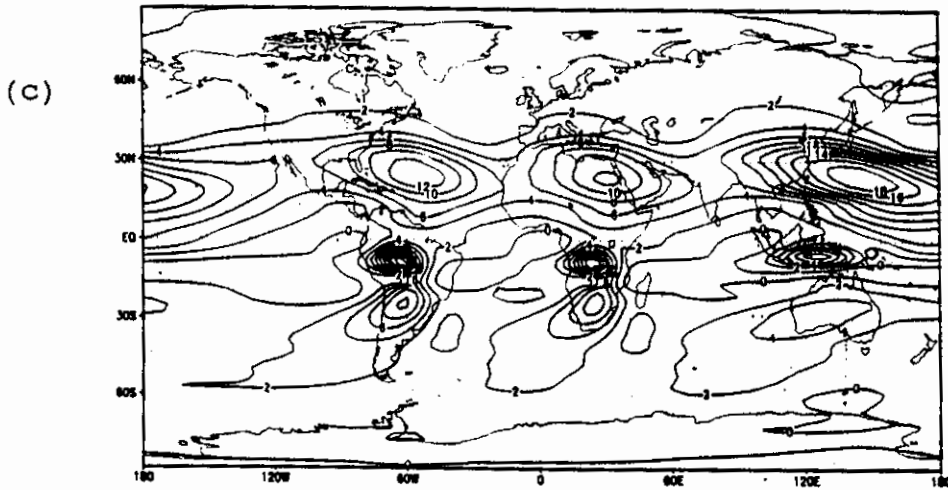


Fig. 8.6 - Conclusão.

(b) contornos de 0 a 70 ( $\Delta=10 \text{ m}^2/\text{s}^2$ )

(c) contornos de 0 a 18 ( $\Delta=2 \text{ m}^2/\text{s}^2$ )

Para o campo de energia cinética às 120 horas de integração, a Figura 8.7a indica que, com o decaimento da energia fornecida pela fonte de calor transiente, ocorre uma queda na magnitude dos valores da energia cinética para o experimento EX-4 em comparação com o campo das 60 h. Contudo, verifica-se que os centros de máximos ganham uma maior abrangência zonal. Já para a simulação EX-5 (fonte transiente e condição inicial diferente de zero), a diminuição da energia cinética das 60 h (Figura 8.6b) para as 120 h (Figura 8.7b) não é tão significativa como no experimento EX-4. O aspecto mais relevante neste caso é que a distribuição horizontal de energia mostra uma transferência de momentum para latitudes mais altas mais clara, principalmente no Hemisfério Norte ( $35^\circ\text{N}$ ), devido ao efeito da condição inicial utilizada (Figura 6.1b) que também apresenta um jato mais intenso neste hemisfério. Para a simulação EX-6 (fonte estacionária e condição inicial diferente de zero), observa-se um aumento dos valores de energia cinética (Figura 8.7c) em comparação com a distribuição para as 60 h (Figura 8.6c). Este aumento da



energia para o caso da forçante estacionária está associado com a dependência temporal da fonte (Figura 6.10), conforme discutido no Capítulo 7 (item 7.3.1).

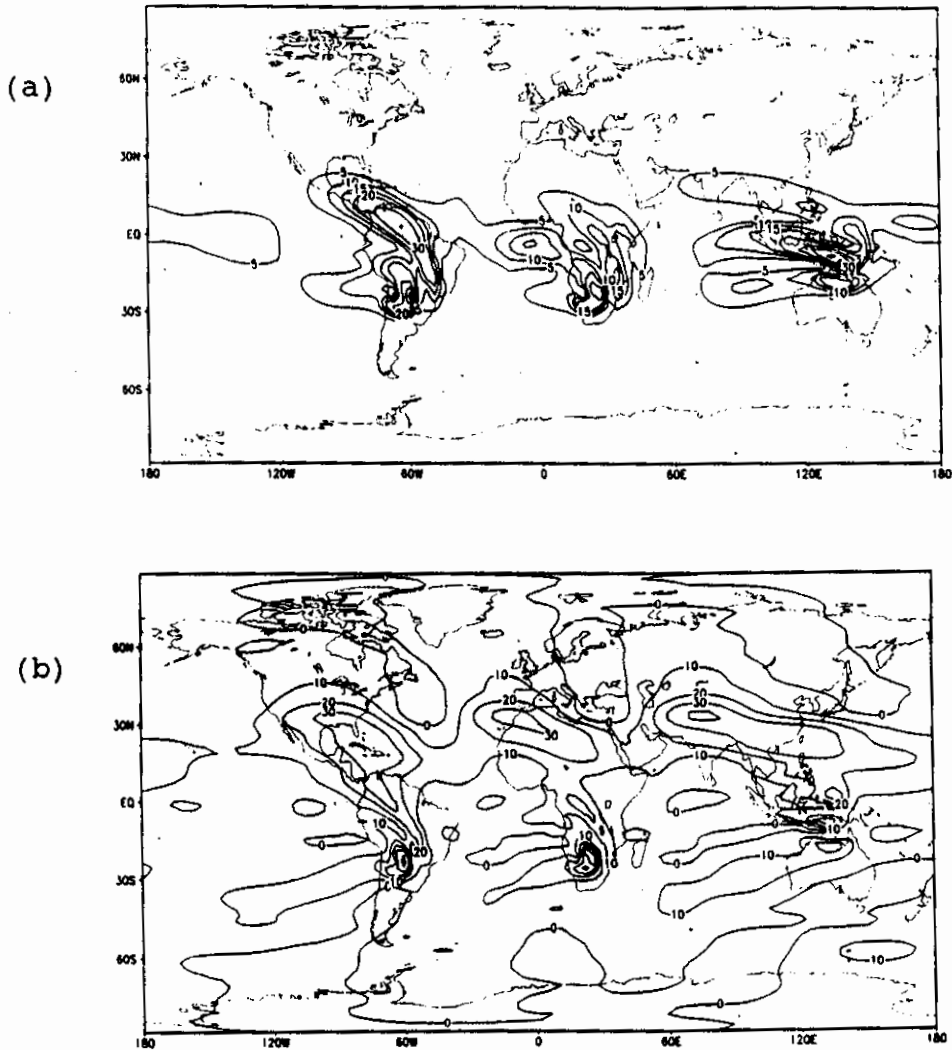


Fig. 8.7 - Distribuição horizontal de energia cinética total para os experimentos EX-4 (a), EX-5 (b) e EX-6 (c), às 120 h.

(continua)

- (a) contornos 5, 10, 15, 20, 30, 40 e 50 ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )
- (b) contornos 0, 10, 20, 30, 40 e 60 ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )
- (c) contornos de 0 a 40 ( $\Delta=10 \text{ m}^2/\text{s}^2$ )

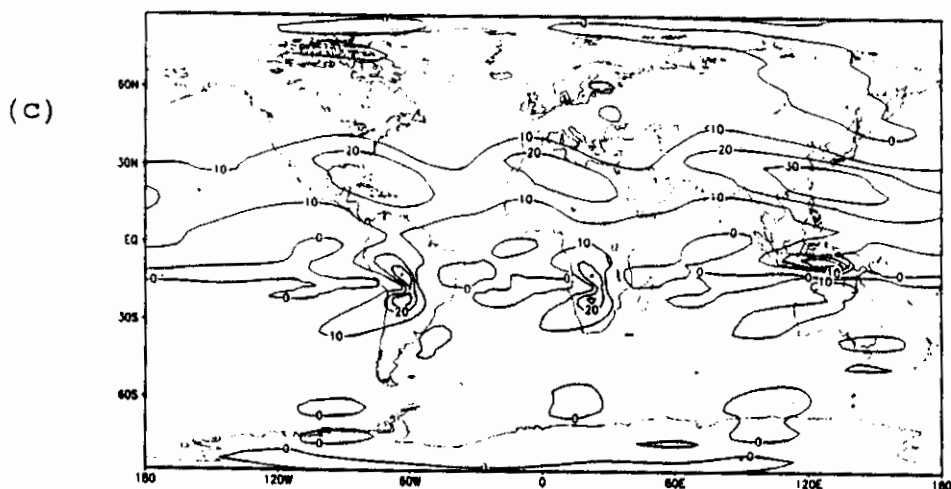


Fig. 8.7 - Conclusão.

Os desvios no campo de energia potencial disponível em relação à condição inicial para os experimentos EX-5 e EX-6 são indicados nas Figuras 8.8b e 8.8c, respectivamente, para às 60 horas. Verifica-se que, apesar da menor magnitude dos valores associados com a fonte estacionária, a distribuição horizontal de energia potencial para essas duas simulações é semelhante: os máximos estão concentrados próximo ao centro das forçantes e decaimento radial, no caso das fontes circulares da Amazônia e África.

Para o experimento EX-4 (fonte transiente e atmosfera inicial em repouso), o campo de energia potencial às 60 h (Figura 8.8a) é bastante similar à distribuição obtida para as simulações onde se inclui a condição inicial observada, porém com valores bem menores em comparação com as Figuras 8.8b e 8.8c.

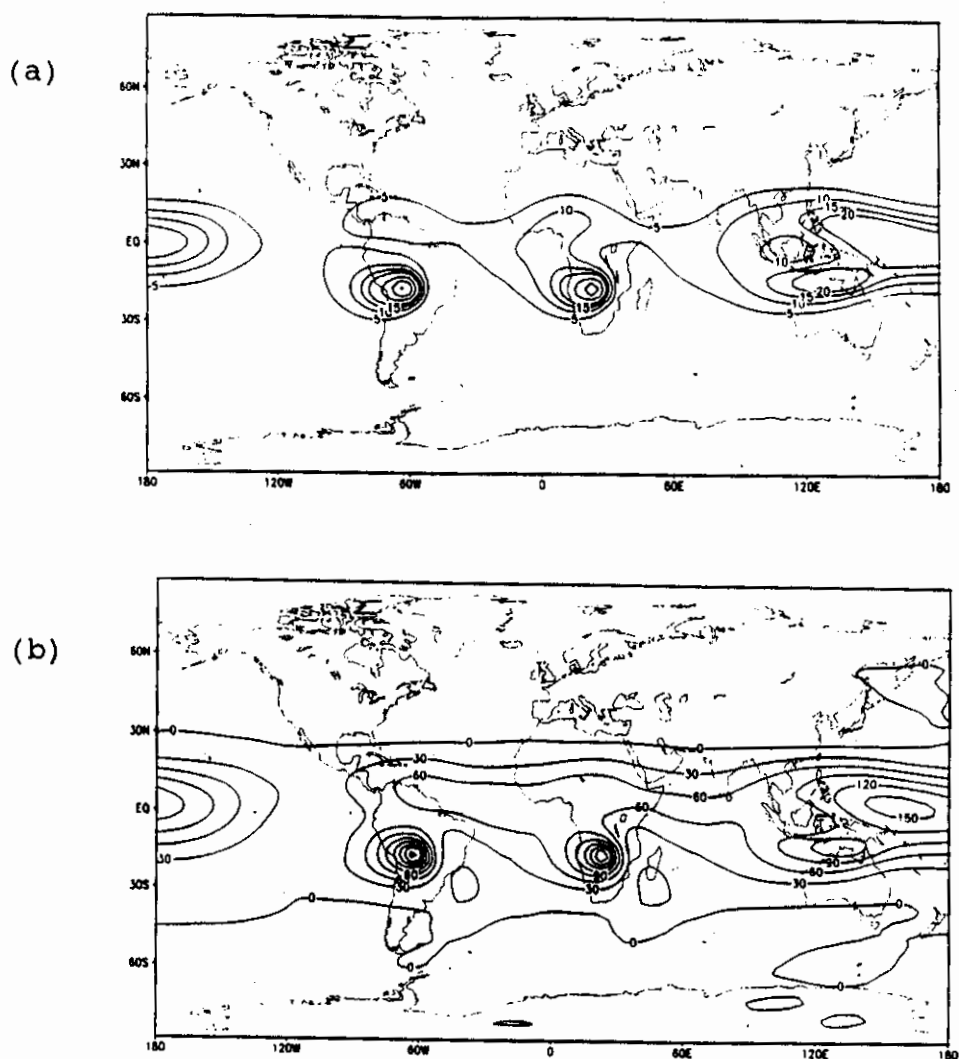


Fig. 8.8 - Distribuição horizontal de energia potencial disponível para os experimentos EX-4 (a), EX-5 (b) e EX-6 (c), às 60 h.

(continua)

(a) contornos 5, 10, 15, 20, 30, 40 e 50 ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )

(b) contornos de 0 a 240 ( $\Delta=30 \text{ m}^2/\text{s}^2$ )

(c) contornos de -10 a 110 ( $\Delta=10 \text{ m}^2/\text{s}^2$ )

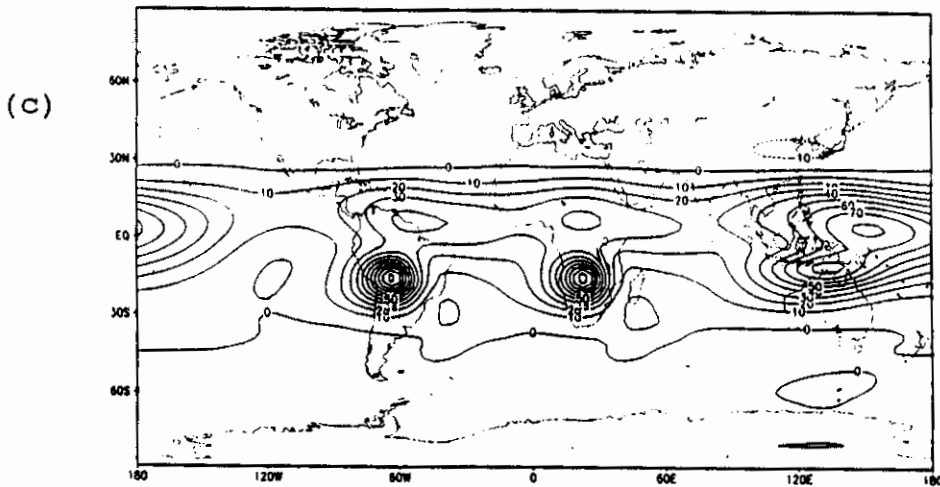


Fig. 8.8 - Conclusão.

Para o campo das 120 horas, as diferenças na distribuição horizontal de energia potencial são mais marcantes: enquanto nos experimentos EX-5 e EX-6 (Figuras 8.9b e 8.9c) o centro de máximo na energia potencial permanece localizado próximo ao centro das fontes de calor, para a simulação EX-4 (Figura 8.9a) tem-se um deslocamento acentuado desses máximos para oeste, tanto dos núcleos de energia potencial associados com a fonte na Amazônia ( $90^{\circ}\text{N}$ ,  $10^{\circ}\text{S}$ ), como também se deslocam os máximos correspondentes às forçantes da África ( $10^{\circ}\text{E}$ ,  $15^{\circ}\text{S}$ ) e Indonésia ( $90^{\circ}\text{E}$ ,  $10^{\circ}\text{S}$ ).

Comparando os resultados obtidos para os campos de energia cinética e energia potencial disponível para os 3 experimentos, verifica-se que para as simulações EX-5 (Figuras 8.7b e 8.9b) e EX-6 (Figuras 8.7c e 8.9c) os valores de energia cinética são 2 a 3 vezes menores que os obtidos para a distribuição horizontal de energia potencial. No entanto, para o experimento EX-4 a análise das Figuras 8.7a e 8.9a indica que os núcleos de máximos são da mesma ordem de magnitude para as duas formas de energia.

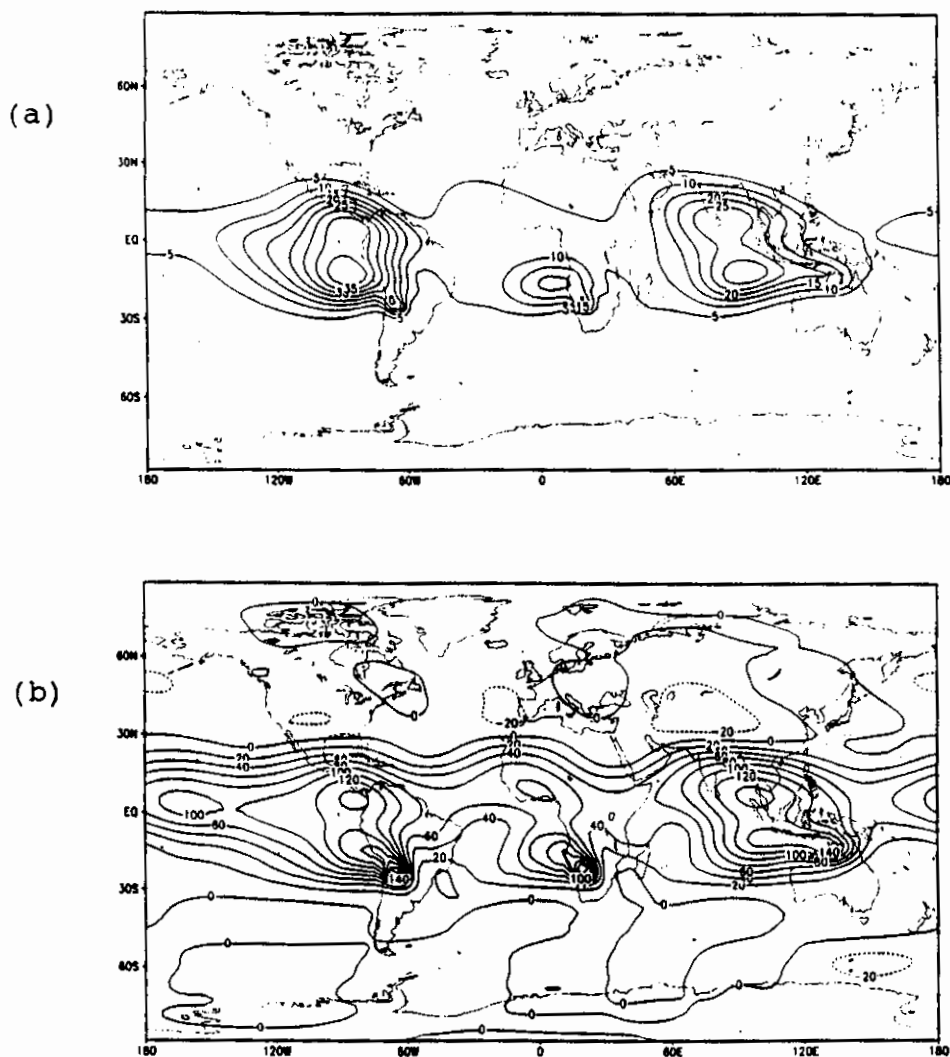


Fig. 8.9 - Distribuição horizontal de energia potencial disponível para os experimentos EX-4 (a), EX-5 (b) e EX-6 (c), às 120 h.

(continua)

- (a) contornos de 5 a 40 ( $\Delta=5 \text{ m}^2/\text{s}^2$ )
- (b) contornos de -20 a 200 ( $\Delta=20 \text{ m}^2/\text{s}^2$ )
- (c) contornos de 0 a 210 ( $\Delta=30 \text{ m}^2/\text{s}^2$ )

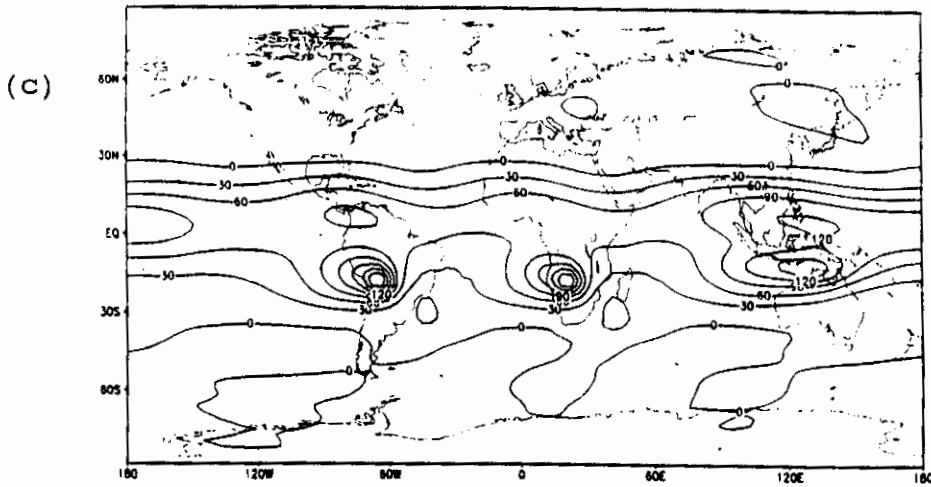


Fig. 8.9 - Conclusão.

Analisando a distribuição horizontal para as energias cinética (Figura 8.6a), potencial (Figura 8.8a) e total (Figura 8.10a) relativas ao experimento EX-4 e às 60 horas, observa-se que a alongação meridional no campo de energia total, próximo ao centro das fontes da África e Amazônia, representa uma contribuição característica da energia cinética. Já na região oceânica localizada entre as fontes de calor, o campo de energia total é reforçado pela presença de energia potencial nessas regiões. Apesar disso, essa contribuição é pequena uma vez que os valores obtidos para a energia total não são muito superiores aos resultados do campo de energia cinética.

No entanto, a comparação dos campos de energia potencial e energia total para os experimentos EX-5 (Figuras 8.8b e 8.10b) e EX-6 (Figuras 8.8c e 8.10c) relativos às 60 h, mostra que não somente a ordem de magnitude como também a configuração dos campos de energia total para essas duas simulações, são contribuições devidas predominantemente à distribuição horizontal da energia potencial. Assim, observou-se que a contribuição da energia potencial disponível é mais relevante para os resultados da energia

total (em comparação com o campo de energia cinética) para as simulações onde se introduziu uma condição inicial diferente de zero, o que não ocorreu para o experimento EX-4 (atmosfera inicial em repouso), o qual mostrou grande concentração de energia cinética nas regiões próximas ao centro das fontes de calor.

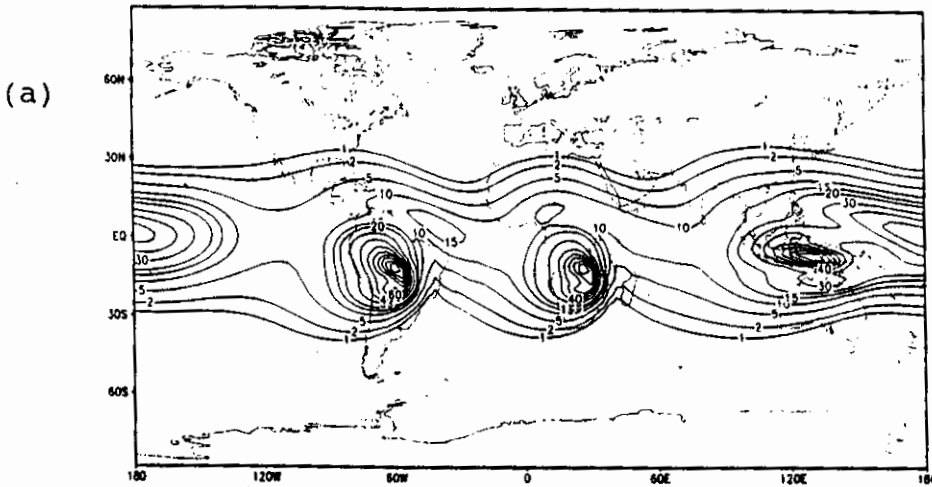


Fig. 8.10 - Distribuição horizontal de energia total para os experimentos (a) EX-4, (b) EX-5 e (c) EX-6, às 60 h. Os campos-diferença são: (d)=(b)-(a) e (e)=(c)-(a).

(continua)

- (a) contornos 1, 2, 5, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 e 100 ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )
- (b) contornos de 0 a 240 ( $\Delta=30 \text{ m}^2/\text{s}^2$ )
- (c) contornos de 0 a 105 ( $\Delta=15 \text{ m} / \text{s}$ )
- (d) contornos de 0 a 180 ( $\Delta=20 \text{ m}^2/\text{s}^2$ )
- (e) contornos de -20 a 50 ( $\Delta=10 \text{ m}^2/\text{s}^2$ )

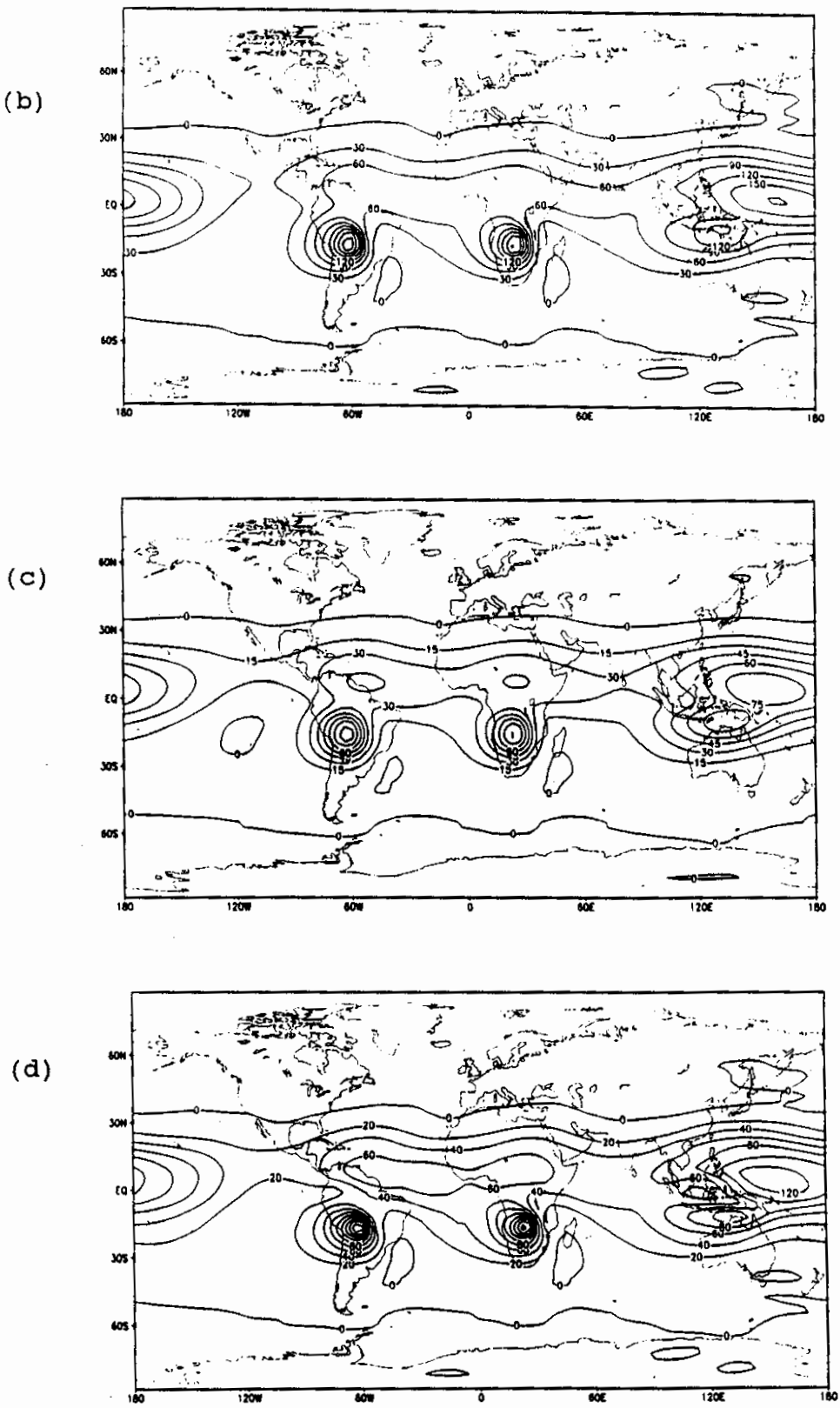


Fig. 8.10 - Continuação.



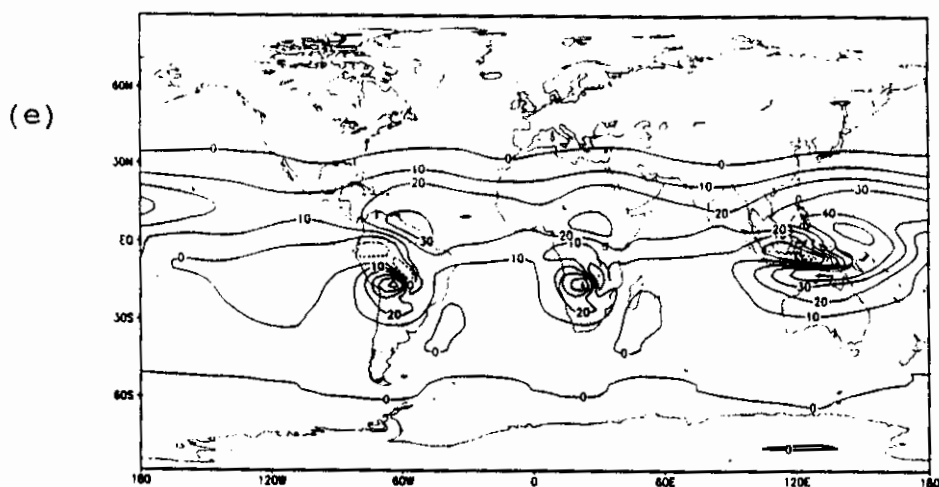


Fig. 8.10 - Conclusão.

A Figura 8.10d mostra o campo-diferença obtido entre a distribuição horizontal de energia total referente aos experimentos EX-5 e EX-4, às 60 horas. As configurações obtidas para os dois experimentos são bastante semelhantes, com as maiores diferenças relacionadas com a magnitude dos resultados: em algumas regiões, como por exemplo no centro das forçantes térmicas, a energia total obtida no campo-diferença é maior do que a energia total relativa à simulação EX-4 (Figura 8.10a). O campo-diferença entre a energia total para as simulações EX-6 e EX-4, às 60 h, é indicado pela Figura 8.10e. Observam-se desvios negativos na distribuição de energia total, localizados ao norte e nordeste do centro da fonte da Amazônia, e ao norte da fonte na Indonésia. Essas regiões correspondem a núcleos onde os valores de energia cinética obtidos para o experimento EX-6 (Figura 8.6c) são menores do que a energia cinética relativa ao experimento EX-4 (Figura 8.6a), uma vez que o campo de energia potencial da Figura 8.8c nessas regiões é mais intenso do que na simulação que utilizou a condição inicial de repouso (Figura 8.8a).

A distribuição horizontal de energia total para às 120 h, relativa aos experimentos EX-4, EX-5 e EX-6 é mostrada nas Figuras 8.11a, 8.11b e 8.11c, respectivamente. De maneira análoga ao que ocorreu com os campos das 60 horas, observa-se que os valores da energia total são mais intensos para as simulações onde se incluiu uma condição inicial observada, em comparação com o experimento EX-4.

Analisando a Figura 8.11a, verifica-se que o campo de energia total para a simulação EX-4 possui contribuições da energia cinética (Figura 8.7a) concentrada na região próxima ao centro das fontes de calor, enquanto que a energia total distribuída à oeste dos centros das forçantes térmicas se concentra principalmente sob a forma de energia potencial disponível (Figura 8.9a).

Os campos relativos à energia cinética, potencial e total para o experimento EX-5 (120 h) são indicados nas Figuras 8.7b, 8.9b e 8.11b, respectivamente. Observa-se que apesar da distribuição de energia cinética ser, em geral, de menor intensidade em comparação com os valores obtidos para a energia potencial, há algumas regiões onde a energia cinética é superior, como por exemplo nos locais onde o desvio de energia potencial em relação à condição inicial é negativo (observar os núcleos negativos na Figura 8.9b, próximo a  $40^{\circ}\text{N}$  e  $60^{\circ}\text{E}$ ), resultando num saldo positivo para a energia total (Figura 8.11b).

Comparando as Figuras 8.9c e 8.11c, relativas ao experimento EX-6 às 120 h, verifica-se que tanto o padrão apresentado como a ordem de magnitude do campo de energia total possui contribuição principalmente da distribuição horizontal de energia potencial, com uma configuração que acompanha a forma original das fontes de

calor (o que não ocorre com as simulações EX-4 e EX-5). No entanto, a energia cinética referente à forçante estacionária reforça o campo de energia total próximo ao centro das fontes e possui papel relevante na propagação das ondas para latitudes extratropicais ( $30^{\circ}\text{N}$  e  $120^{\circ}\text{E}$ , nas Figuras 8.7c e 8.11c).

O campo-diferença (120 h) entre os experimentos EX-5 e EX-4 é indicado na Figura 8.11d. Observa-se que a energia total associada à simulação com condição inicial diferente de zero (Figura 8.11b) é significativamente superior ( $\sim 4$  vezes) ao resultado obtido para o experimento EX-4, tanto nas regiões próximo às fontes de calor como em latitudes mais altas, principalmente no Hemisfério Norte.

Para os experimentos EX-6 e EX-4, a Figura 8.11e indica o campo-diferença para a energia total às 120 horas. Ao contrário do que ocorreu no campo-diferença das 60 h, os desvios para a distribuição horizontal de energia total são sempre positivos, indicando que a energia total relativa à simulação EX-6 supera os valores obtidos para o experimento com a atmosfera inicial em repouso. Além disso, enquanto a Figura 8.11c apresenta os centros de máximo localizados próximo aos centros das fontes de calor, no experimento EX-4 observa-se um grande deslocamento para oeste dos núcleos de energia total máxima (Figura 8.11a), indicando que o experimento com a fonte estacionária (e condição inicial diferente de zero) simulou melhor as características e posicionamento do núcleo de energia associado com a Alta da Bolívia do que o experimento com a fonte transiente e atmosfera inicial em repouso. Esse deslocamento para oeste relativo à simulação EX-4 já havia se manifestado na configuração do campo de energia potencial (Figura 8.9a).

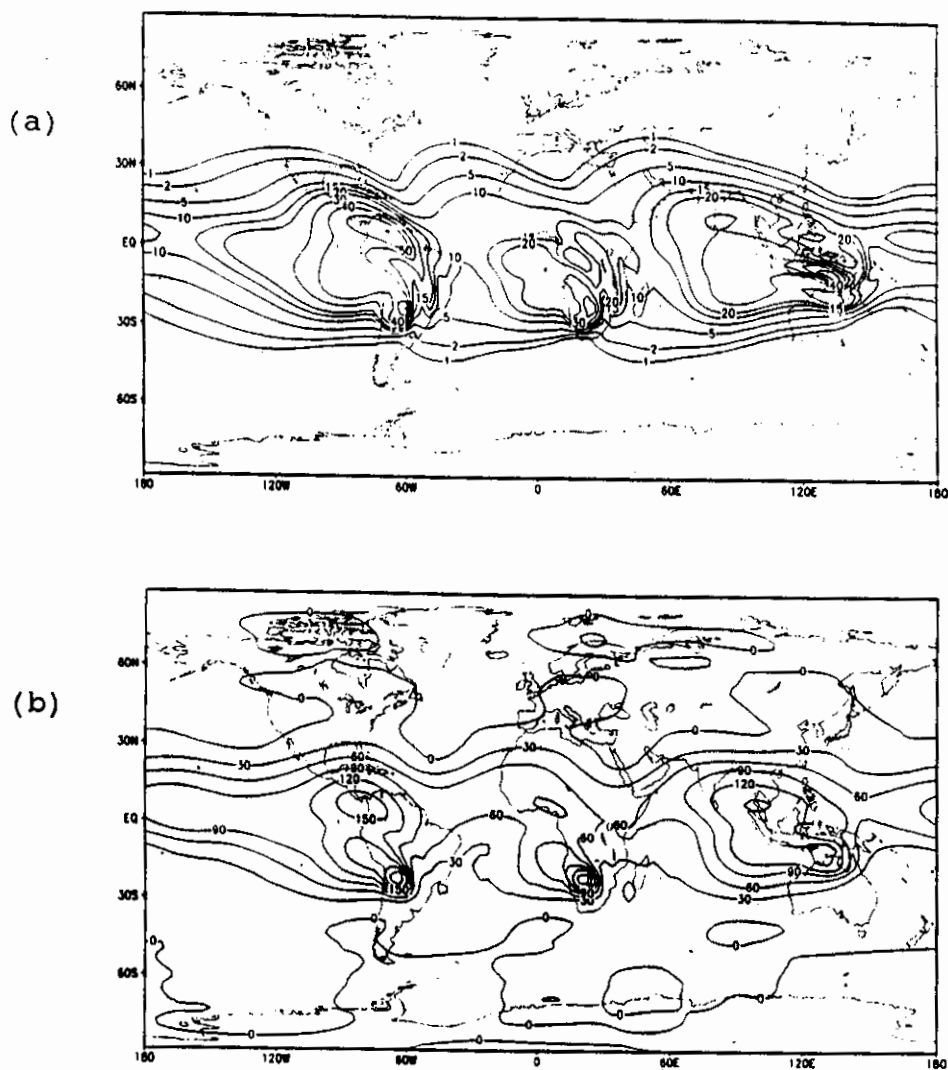


Fig. 8.11 - Distribuição horizontal de energia total para os experimentos (a) EX-4, (b) EX-5 e (c) EX-6, às 120 h. Os campos-diferença são: (d)=(b)-(a) e (e)=(c)-(a).

(continua)

(a) contornos 1, 2, 5, 10, 15, 20, 30, 40, 50 e 60 ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )

(b) contornos de 0 a 240 ( $\Delta=30 \text{ m}^2/\text{s}^2$ )

(c) contornos de 0 a 210 ( $\Delta=30 \text{ m}^2/\text{s}^2$ )

(d) contornos de 0 a 180 ( $\Delta=20 \text{ m}^2/\text{s}^2$ )

(e) contornos de 0 a 200 ( $\Delta=20 \text{ m}^2/\text{s}^2$ )

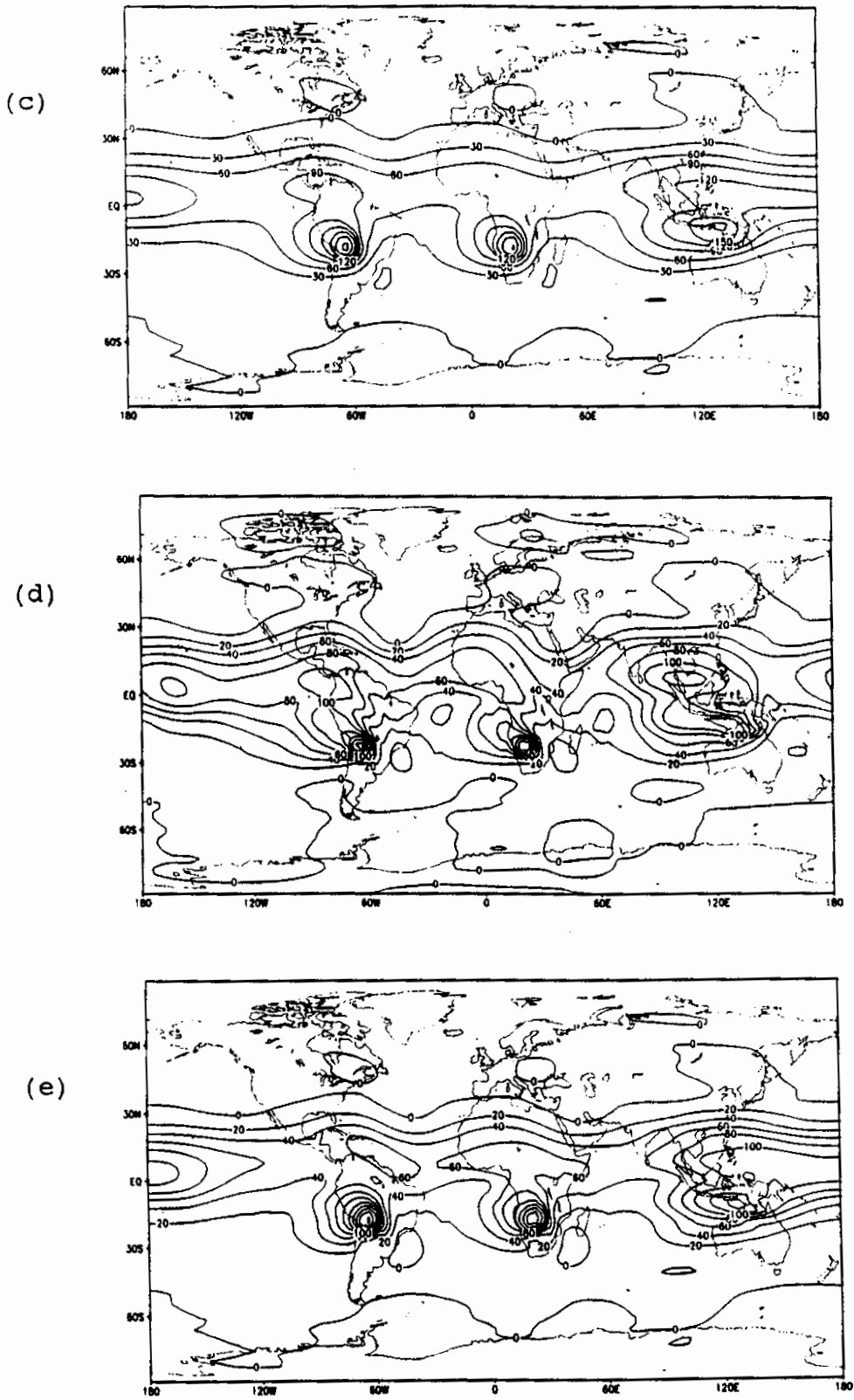


Fig. 8.11 - Conclusão.

#### 8.4 - PORCENTAGEM DA ENERGIA TOTAL ASSOCIADA COM CADA MODO HORIZONTAL DE OSCILAÇÃO E RELATIVA AOS PRODUTOS CRUZADOS

A obtenção da energia total integrada verticalmente (EIV) para cada experimento foi indicada no Capítulo 5 deste trabalho (Equação 5.17). No entanto, quando se decompõe, por exemplo, a componente zonal total ( $u_T$ ) do vento nos modos horizontais de oscilação correspondentes às ondas de Rossby (RB), Kelvin (KV), mista (MX) e gravidade (GV), tem-se:

$$u_T = u_{RB} + u_{KV} + u_{MX} + u_{GV} \quad (8.1)$$

Com base na Equação 8.1, a expressão para o termo da energia cinética relativo à componente zonal do vento (ECZ) fica indicada por:

$$ECZ = (1/2)(u_T)^2 = (1/2) \left[ (u_{RB})^2 + (u_{KV})^2 + (u_{MX})^2 + (u_{GV})^2 + 2 \underbrace{(u_{RB}u_{KV} + u_{RB}u_{MX} + u_{RB}u_{GV} + u_{KV}u_{MX} + u_{KV}u_{GV} + u_{MX}u_{GV})}_{\text{produtos cruzados (PX)}} \right],$$

onde os termos do membro direito na expressão anterior indicam a energia cinética correspondente a cada modo horizontal de oscilação, mas também englobam produtos cruzados (PX), advindos das interferências entre as ondas. De maneira análoga, pode-se decompor a energia cinética meridional e a energia potencial disponível em termos dos modos horizontais, de modo que a energia total (ET) pode ser explicitada como:

$$ET = ET_{RB} + ET_{KV} + ET_{MX} + ET_{GV} + ET_{PX}, \quad (8.2)$$

onde  $ET_{PX}$  indica a energia total relativa aos produtos cruzados. No modelo, tem-se o valor da energia total (ET) e o valor da soma da energia associada com cada tipo de onda ( $ET_{RB} + ET_{KV} + ET_{MX} + ET_{GV}$ ) de modo que a magnitude de  $ET_{PX}$  é obtida por resíduo. É importante ressaltar que o valor da integração horizontal global de  $ET_{PX}$  deve ser nulo, devido às propriedades de ortogonalidade das funções de Hough (Equação 4.48).

A porcentagem de energia total (PET) correspondente aos modos de Rossby (RB), Kelvin (KV), misto (MX) e gravidade (GV) pode ser obtida através da razão:

$$PET_{\text{modo}} = 100 \cdot ET_{\text{modo}} / ET, \quad (8.3)$$

onde ET indica a energia total (Equação 8.2). Verifica-se também, que a energia total associada os produtos cruzados pode ser positiva ou negativa, de modo que o resultado da Equação 8.3 aplicada para  $ET_{PX}$  pode ser positivo ou negativo. Isto explica os valores de "porcentagem negativa" que aparecem nas Figuras 8.12a e 8.17a. Nas regiões em que o valor de  $ET_{PX}$  é positivo significa que as ondas estão interagindo no sentido de intensificar o valor da energia total, para um determinado horário de saída do modelo. Assim, quando os produtos cruzados atuam no sentido de amplificação da energia total diz-se que está ocorrendo uma interferência construtiva entre os modos horizontais de oscilação. Contudo, quando a soma  $ET_{PX}$  é negativa significa que os produtos cruzados estão diminuindo a magnitude da energia total, através de uma interferência destrutiva entre as ondas. Neste caso, podem aparecer valores maiores que 100% para a porcentagem relativa aos modos horizontais de oscilação.

#### 8.4.1 - EXPERIMENTOS EX-5 E EX-6

A porcentagem da energia total associada aos produtos cruzados é indicada nas Figuras 8.12a e 8.12b para os experimentos EX-5 e EX-6, respectivamente. Os resultados obtidos para as 60 horas mostram que, para as duas simulações, as interferências entre os modos horizontais são mais efetivas na faixa tropical, entre  $35^{\circ}\text{N}$  e  $30^{\circ}\text{S}$ . Além disso, os produtos cruzados atuam no sentido de diminuir o valor da energia total na região mais próxima ao Equador (entre  $10^{\circ}\text{N}$  e  $10^{\circ}\text{S}$ ) e, a partir daí, em ambos os hemisférios, a interferência entre as ondas passa a ser construtiva (decaindo gradativamente à medida que se dirige para latitudes médias). Verifica-se também que a amplificação da energia total é mais acentuada e melhor definida no Hemisfério Norte (ao longo da latitude de  $15^{\circ}\text{N}$ ) do que no Hemisfério Sul, tanto no experimento com a fonte transiente (Figura 8.12a) como no caso da forçante estacionária (Figura 8.12b). Este aspecto se justifica em função da condição inicial utilizada, conforme discutido no item 7.3.1.

Comparando as porcentagens de energia total (60 h) relativa ao modo de Rossby para as simulações EX-5 e EX-6 (Figuras 8.13a e 8.13b, respectivamente), observa-se que nos dois experimentos a distribuição horizontal de energia para as ondas de Rossby é muito semelhante: mínimos concentrados em toda a extensão zonal entre  $5^{\circ}\text{N}$  e  $20^{\circ}\text{N}$  com aumento gradativo em direção às latitudes mais altas e, núcleos de energia máxima localizados ao norte do centro das fontes de calor bem como nos extratropicais. No entanto, comparando as Figuras 8.10a e 8.10b (relativas à energia total para os experimentos EX-5 e EX-6) com as Figuras 8.13a e 8.13b, verifica-se que apesar das ondas de Rossby concentrarem praticamente toda a energia presente em latitudes médias, a magnitude da energia total nessa região



é pequena em comparação com a energia contida na faixa intertropical.

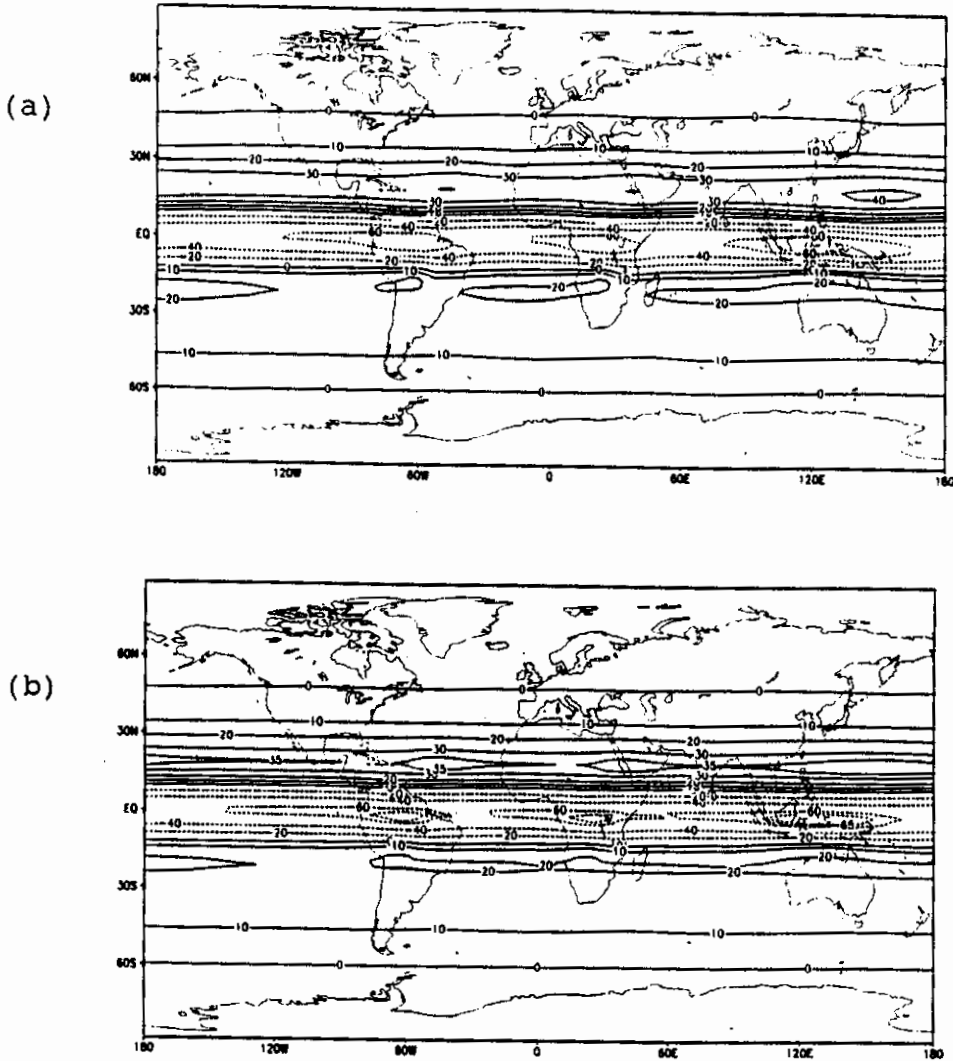


Fig. 8.12 - Porcentagem da energia total associada aos produtos cruzados para os experimentos EX-5 (a) e EX-6 (b), às 60 h.

(a) os contornos são :-60, -40, -20, 0, 10, 20, 30 e 40 (%).

(b) os contornos são -65, -60, -40, -20, 0, 10, 20, 30 e 35 (%).

A análise das Figuras 8.13a e 8.13b também mostra que a configuração espacial da energia associada aos modos de Rossby acompanha a forma original das fontes, embora com os centros de máximo deslocados para o norte.

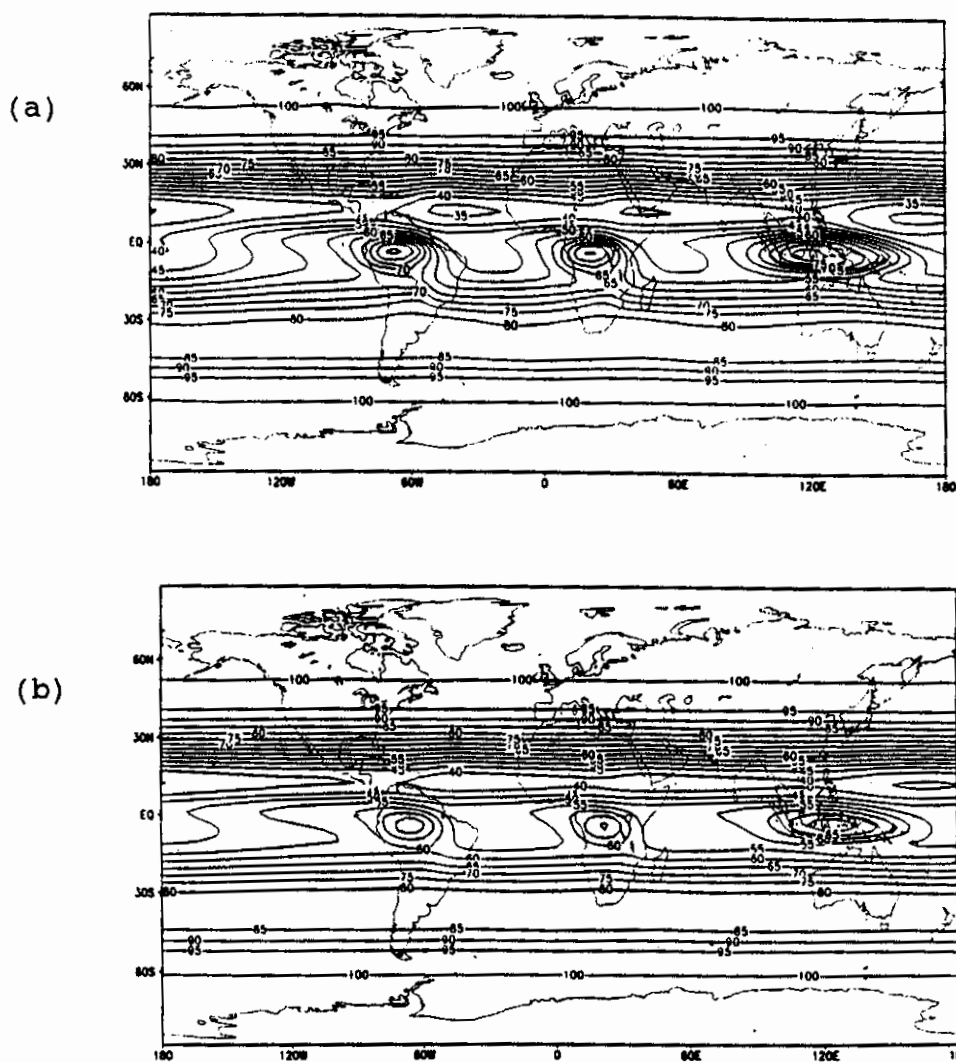


Fig. 8.13 - Porcentagem da energia total associada ao modo de Rossby para os experimentos EX-5 (a) e EX-6 (b), às 60 h.

(a) os contornos são de 30 a 100 ( $\Delta=5\%$ ).

(b) os contornos são de 35 a 100 ( $\Delta=5\%$ ).

A porcentagem da energia total correspondente aos modos de Kelvin é indicada nas Figuras 8.14a e 8.14b para os experimentos EX-5 e EX-6, respectivamente, às 60 h. Verifica-se que a distribuição horizontal de energia para a onda de Kelvin é bastante suave, com os máximos de porcentagem confinados nas faixa equatorial, e os valores decaindo gradativamente em direção às latitudes extratropicais. Nota-se também que, nas duas simulações, há regiões onde a energia total concentrada nos modos de Kelvin excede 100% (como na faixa equatorial próximo a  $160^{\circ}\text{E}$ ). Essas regiões correspondem a núcleos onde a interferência destrutiva das ondas é máxima, ou seja, a atuação dos produtos cruzados no sentido de diminuir a magnitude da energia total é mais intensa (notar os máximos negativos na faixa equatorial para as Figuras 8.12a e 8.12b, relativa aos produtos cruzados).

Uma maneira de se avaliar as interferências entre os modos horizontais de oscilação, é considerar um ponto de grade, por exemplo ( $0^{\circ}, 150^{\circ}\text{W}$ ), nas Figuras 8.12a, 8.13a e 8.14a, relativas ao experimento EX-5. Identificando a porcentagem da energia total associada ao modos de Rossby e Kelvin para esse ponto (isolinhas de 45% e 110%, respectivamente), conclui-se que essas ondas interagem diminuindo a magnitude da energia total (interferência destrutiva) como pode ser confirmado pela análise da Figura 8.12a, que indica a porcentagem relativa aos produtos cruzados ( $\sim -55\%$ ), obtida a partir da diferença entre a energia total (100%) e a soma da energia referente aos modos de Kelvin e Rossby (155%), às 60 horas.

Para o experimento EX-6, o ponto de grade indicado pelas coordenadas ( $15^{\circ}\text{N}, 120^{\circ}\text{W}$ ) corresponde a um local onde a interferência entre as ondas de Rossby e Kelvin é construtiva, atuando no sentido de reforçar e amplificar o valor da energia total às 60 horas. Isto pode

ser confirmado pela análise das Figuras 8.13b, 8.14b e 8.12b, que indicam a porcentagem de energia total associada à onda de Rossby (isolinha de 40%), modo de Kelvin (isolinha de 30%) e produtos cruzados (isolinha de 30%), respectivamente.

Os pontos de grade citados anteriormente ( $0^{\circ}, 150^{\circ}W$ ;  $15^{\circ}N, 120^{\circ}W$ ) para o estudo das interferências entre as ondas, correspondem a locais onde a porcentagem de energia total concentrada no modo misto é praticamente nula, tanto para a simulação com a fonte transiente como para o caso da forçante estacionária (Figura 8.15a e 8.15b, respectivamente). Verifica-se que, para os dois experimentos, os máximos da energia total associada à onda mista concentram-se exatamente na faixa equatorial, ao norte do centro das fontes de calor. Apesar da pequena magnitude em comparação com as porcentagens relativas aos modos de Rossby e Kelvin, a distribuição horizontal de energia para a onda mista (modo rotacional) ainda é mais intensa na região das fontes sobre a Amazônia e África do que para a forçante localizada na Indonésia. Isto pode ser justificado lembrando que os modos gravitacionais é que são preferencialmente excitados pela fonte da Indonésia, devido à sua posição latitudinal. Comparando as Figuras 8.15a e 8.15b, relativas aos experimentos EX-5 e EX-6 respectivamente, observa-se que a fonte com dependência temporal transiente excita uma maior porcentagem de energia associada à onda mista (valor máximo 1,2%) do que a forçante estacionária (máximo não atinge 0,5%), para o mesmo horário de saída (60 h).

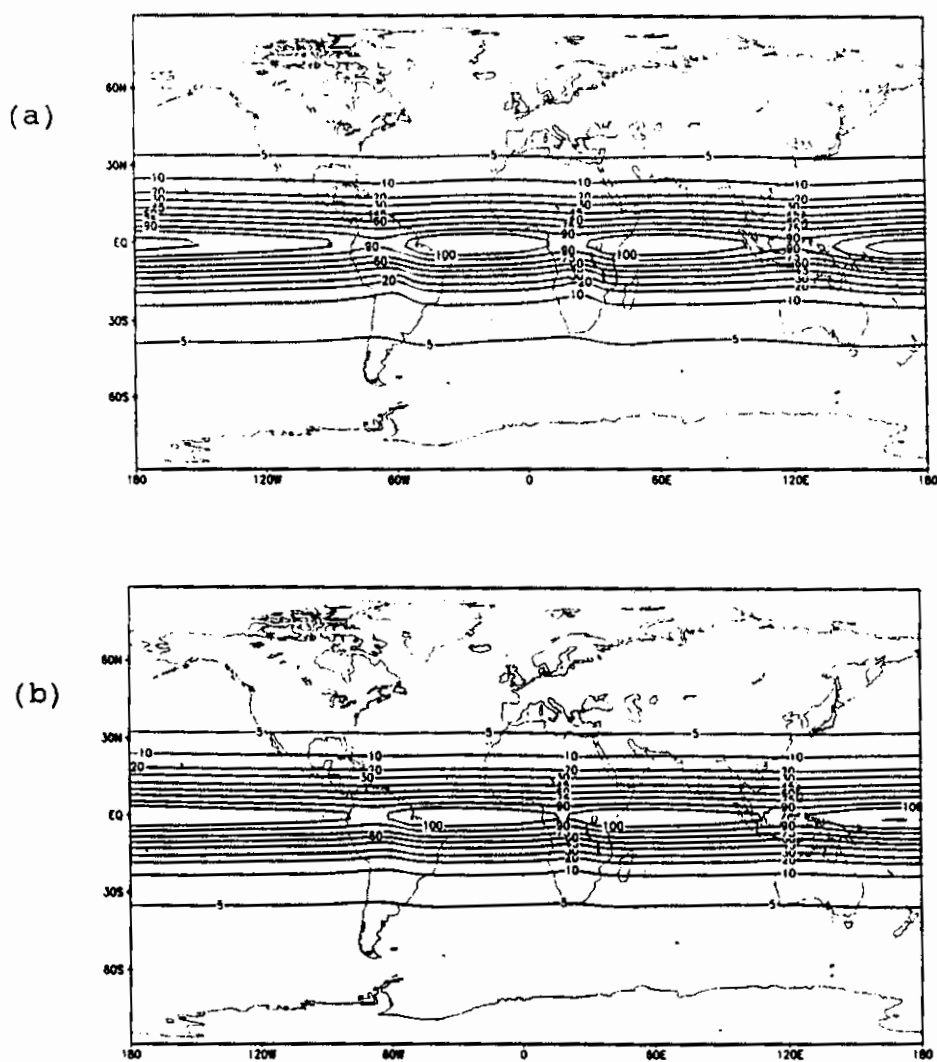


Fig. 8.14 - Porcentagem da energia total associada ao modo de Kelvin para os experimentos EX-5 (a) e EX-6 (b), às 60 h.

(a) e (b) contornos são 5, 10, 20, 30, 45, 60, 75, 90, 100 e 110 (%).

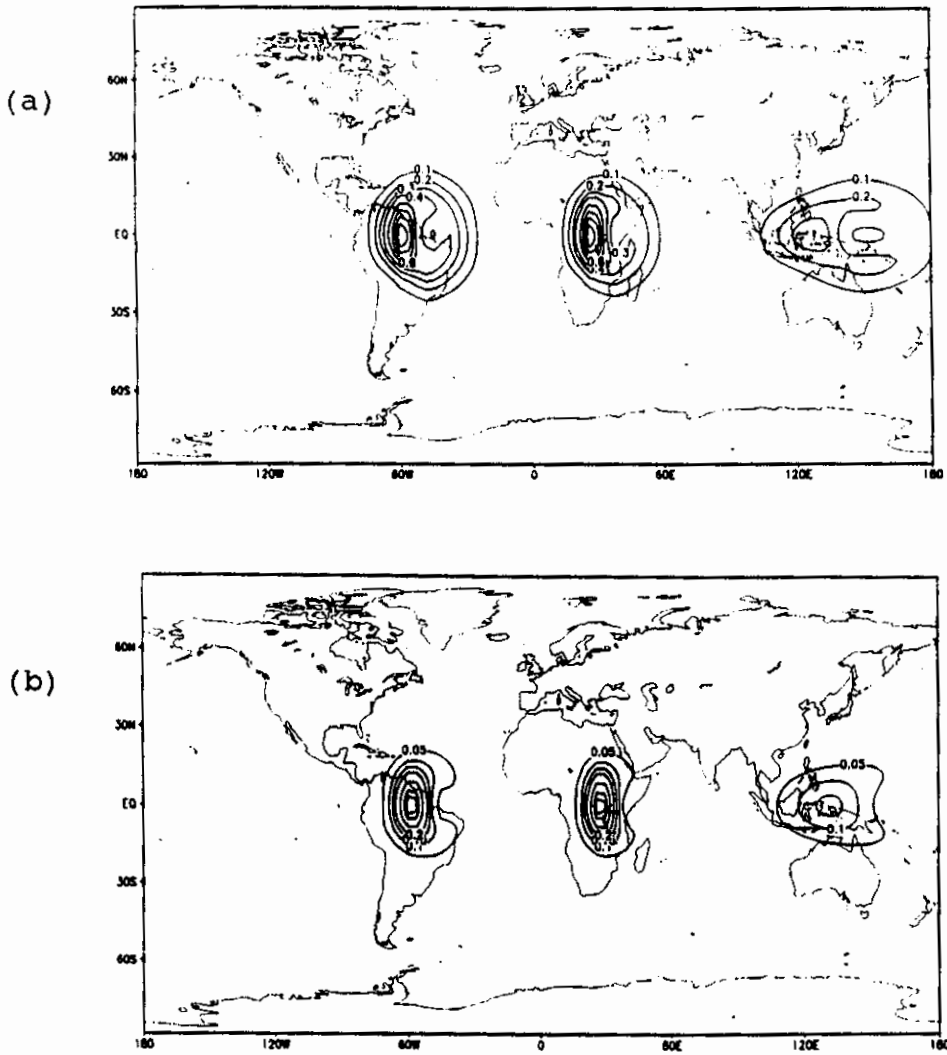


Fig. 8.15 - Porcentagem da energia total associada à onda mista para os experimentos EX-5 (a) e EX-6 (b), às 60 h.

(a) contornos são 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0 e 1,2 (%).

(a) contornos são 0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,3; 0,4 e 0,45 (%).

A porcentagem de energia total relativa aos modos de gravidade obtida nos experimentos EX-5 e EX-6 (Figuras 8.16 e 8.16b, respectivamente) é ainda menor do que a energia associada à onda mista. Nas duas simulações a energia total correspondente aos modos de gravidade não ultrapassa 0,2%. No entanto, a distribuição horizontal em cada caso é bem diferente: para o experimento com a fonte transiente (Figura 8.16a), a concentração máxima de energia é bem próxima do centro das fontes de calor, enquanto que para a simulação EX-6 (Figura 8.16b) os núcleos de máximo estão localizados ao norte do centro das forçantes térmicas, mais próximos ao Equador. Além disso, verifica-se que, no experimento EX-5, as fontes da Amazônia e África excitam uma maior porcentagem de energia associada aos modos de gravidade do que a forçante localizada na Indonésia. O inverso ocorre para a simulação utilizando a fonte estacionária, para o mesmo horário (60 h).

Analisando o ponto de grade com as coordenadas ( $0^{\circ}, 60^{\circ}W$ ) nas Figuras 8.13a a 8.16a, relativas ao experimento EX-5, observa-se que há energia concentrada em todos os modos horizontais: Rossby (70%), Kelvin (90%), misto (1,2%) e gravidade (0,08%). Isto significa que essas ondas interagem no sentido de diminuir a amplitude da energia total. Essa interferência destrutiva entre os modos horizontais de oscilação indica que a porcentagem relativa aos produtos cruzados deverá ser superior a 60%, como pode ser confirmado pela análise da Figura 8.12a (valor negativo próximo a  $0^{\circ}; 60^{\circ}W$ ).

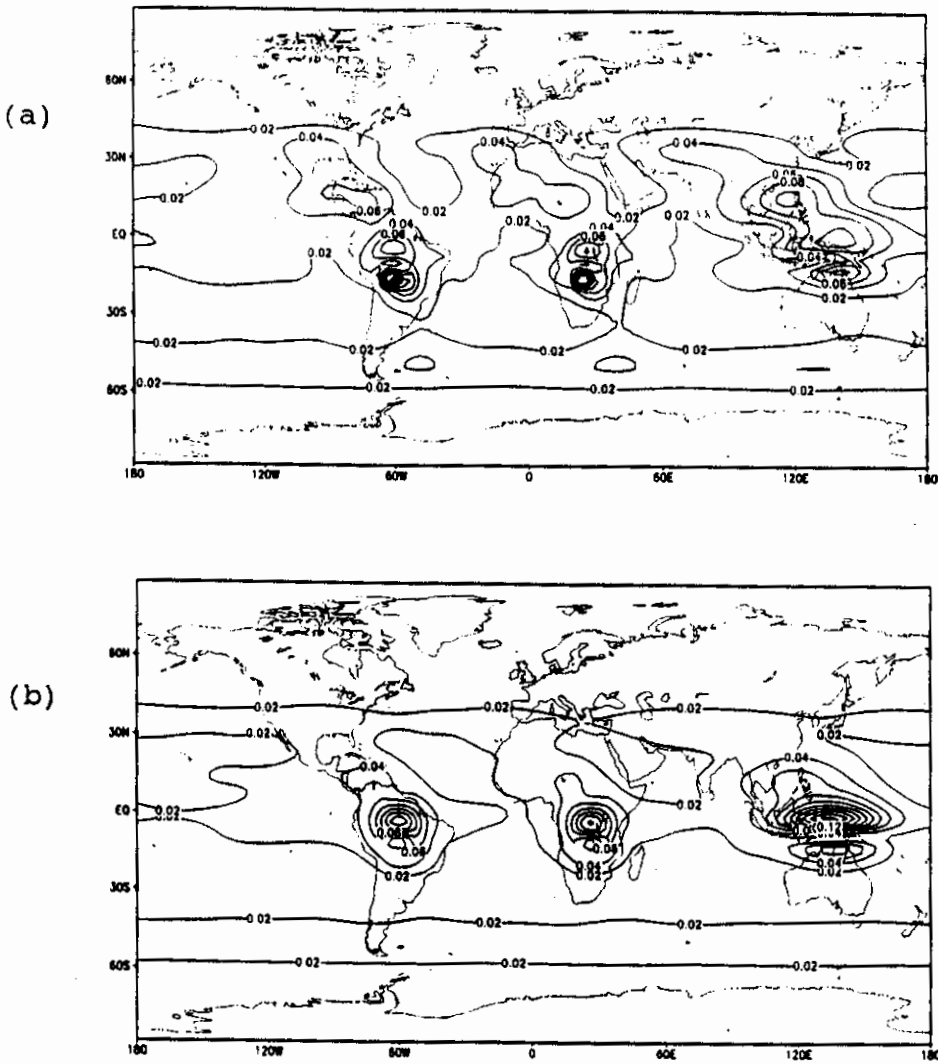


Fig. 8.16 - Porcentagem da energia total associada ao modo de gravidade para os experimentos EX-5 (a) e EX-6 (b), às 60 h.

(a) e (b) contornos de 0,02 a 0,2 ( $\Delta=0,02\%$ ).



Para às 120 horas, a porcentagem de energia total associada aos produtos cruzados para os experimentos EX-5 e EX-6 é indicada nas Figuras 8.17a e 8.17b, respectivamente. A configuração espacial da energia é semelhante à obtida para às 60 h, com algumas particularidades. Para o caso do experimento com fonte transiente, embora a amplitude dos valores seja a mesma, os núcleos de máximos negativos na região equatorial possuem uma maior extensão zonal em comparação com o campo das 60 h (Figura 8.12a). Já para os valores positivos (onde os produtos cruzados contribuem para reforçar a magnitude da energia total), enquanto em algumas regiões eles são menos intensos (notar a presença de um máximo mais intenso próximo a  $15^{\circ}\text{N}$  e  $150^{\circ}\text{E}$ , na Figura 8.12a), em outras os núcleos positivos do campo para as 120 horas ganham maior intensidade e abrangência zonal em relação à distribuição horizontal de energia dos produtos cruzados às 60 h.

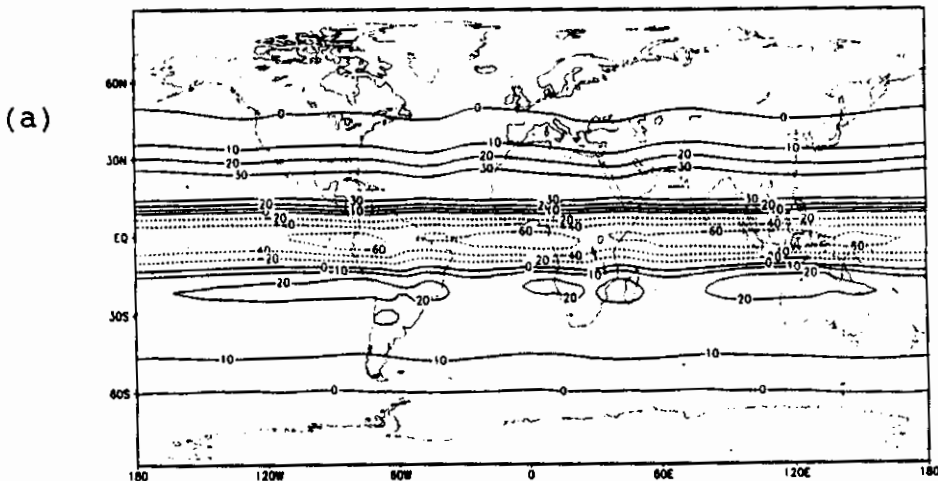


Fig. 8.17 - Porcentagem da energia total associada aos produtos cruzados para os experimentos EX-5 (a) e EX-6 (b), às 120 h.

(continua)

(a) os contornos são -60, -40, -20, 0, 10, 20, 30 e 40 (%).

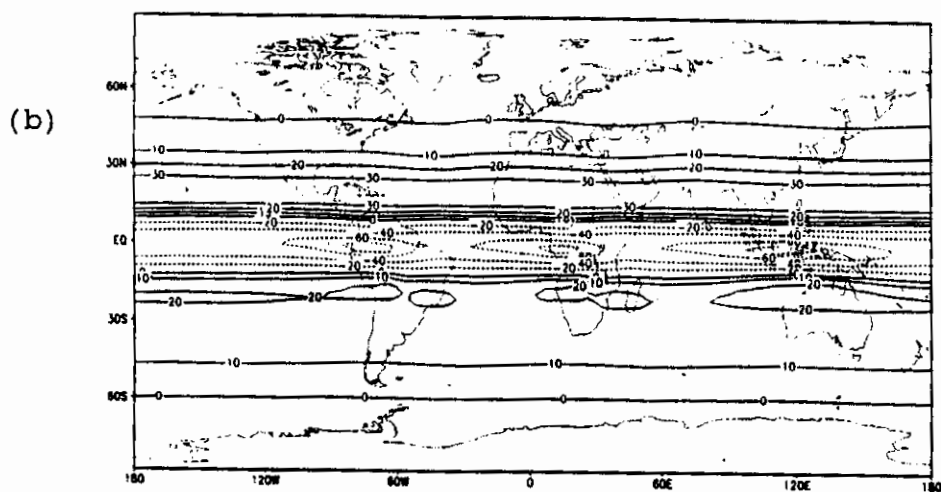


Fig. 8.17 - Conclusão.

(b) os contornos são -70, -60, -40, -20, 0, 10, 20 e 30 (%).

No experimento com a forçante estacionária, a porcentagem de energia relativa aos produtos cruzados para às 120 h (Figura 8.17b) indica uma pequena intensificação dos centros de máxima interferência destrutiva, concentrados na faixa equatorial, em comparação com o campo das 60 horas (Figura 8.12b). Observa-se também, que em toda a extensão zonal ao longo de  $15^{\circ}\text{N}$  o efeito de amplificação da energia total pelos produtos cruzados é menos acentuada.

Comparando a porcentagem de energia total associada ao modo de Rossby relativa ao experimento EX-5, para as 60 h (Figura 8.13a) e 120 h (Figura 8.18a), verifica-se que ocorre uma desintensificação dos núcleos de máxima energia localizados à noroeste do centro das fontes de calor. Além disso, esses núcleos possuem uma configuração mais alongada zonalmente e deslocada para oeste, em comparação com a distribuição horizontal de energia para o modo de Rossby, às 60 horas. Este deslocamento para noroeste do centro das forçantes está associado com a dispersão das ondas de Rossby.

Para o experimento utilizando fonte estacionária, a análise do campo de energia total relativa à onda de Rossby para às 120 h (Figura 8.18b) indica uma intensificação dos núcleos de máxima energia localizados próximo ao centro das forçantes térmicas, em comparação com a saída das 60 h (Figura 8.13b). No entanto, em linhas gerais, a porcentagem de energia associada aos modos de Rossby para os experimentos EX-4 e EX-5 mantém o padrão de mínimos de energia entre  $10^{\circ}\text{N}$  e  $15^{\circ}\text{N}$  e máximos nos extratrópicos.

Para a energia total correspondente aos modos de Kelvin, a distribuição horizontal permanece praticamente constante das 60 h (Figuras 8.14a e 8.14b) para às 120 h (Figuras 8.19a e 8.19b) tanto para a simulação EX-5 (fonte transiente) como para o experimento EX-6 (forçante estacionária). Esta característica já era esperada devido ao caráter quase não-dispersivo das ondas de Kelvin.

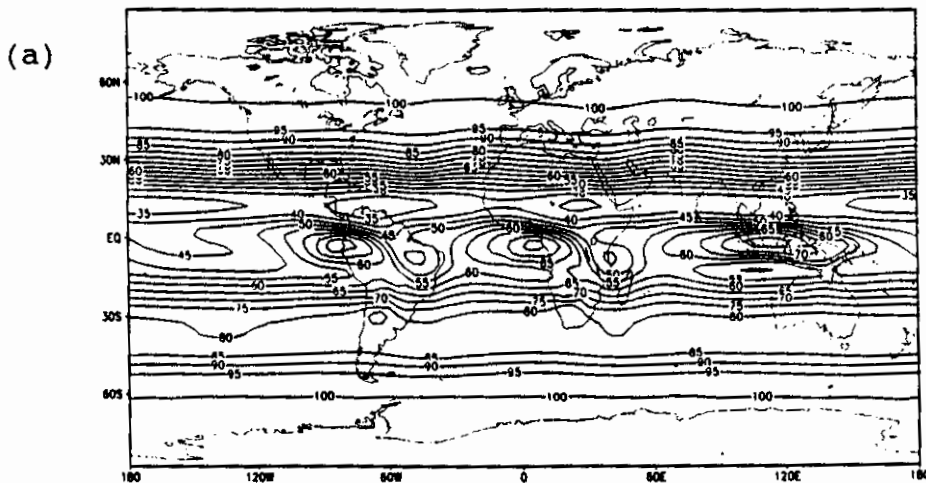


Fig. 8.18 - Porcentagem da energia total associada ao modo de Rossby para os experimentos EX-5 (a) e EX-6 (b), às 120 h.

(continua)

(a) e (b) os contornos são de 35 a 100 ( $\Delta=5\%$ ).

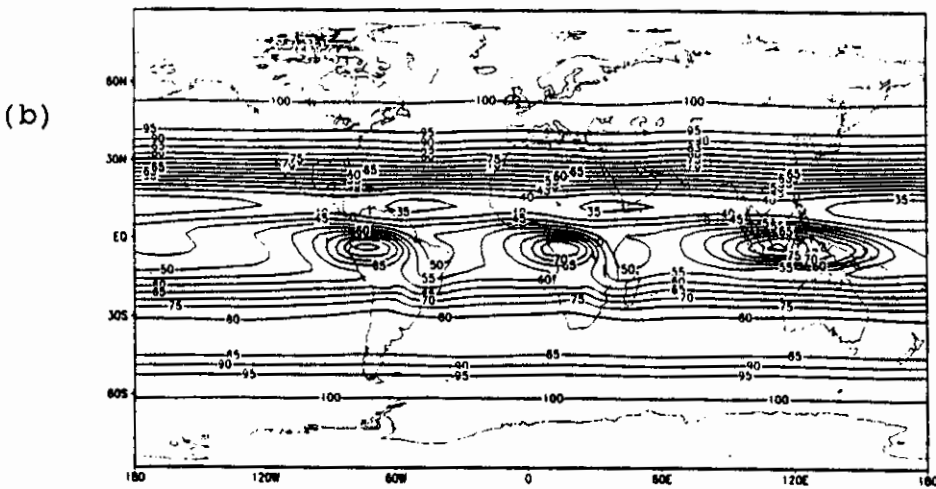


Fig. 8.18 - Conclusão.

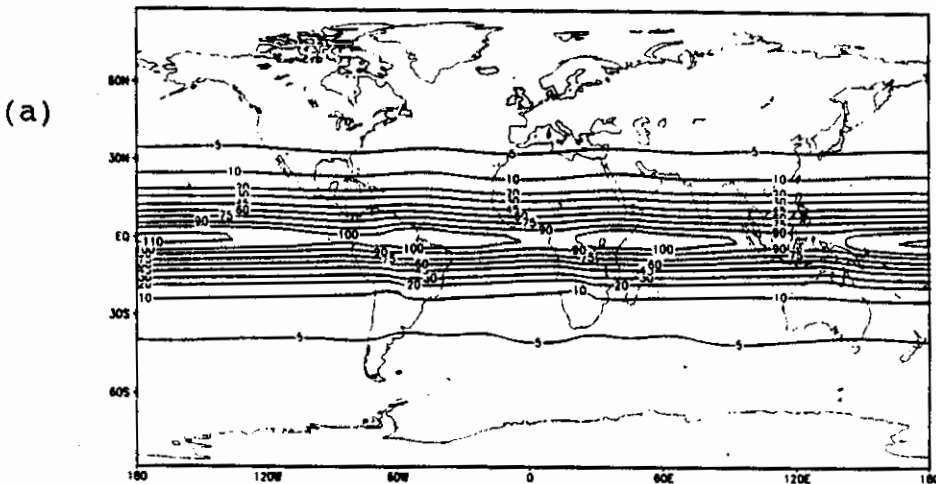


Fig. 8.19 - Porcentagem da energia total associada ao modo de Kelvin para os experimentos EX-5 (a) e EX-6 (b), às 120 h.

(continua)

(a) e (b) contornos são 5, 10, 20, 30, 45, 60, 75, 90, 100 e 110 (%).

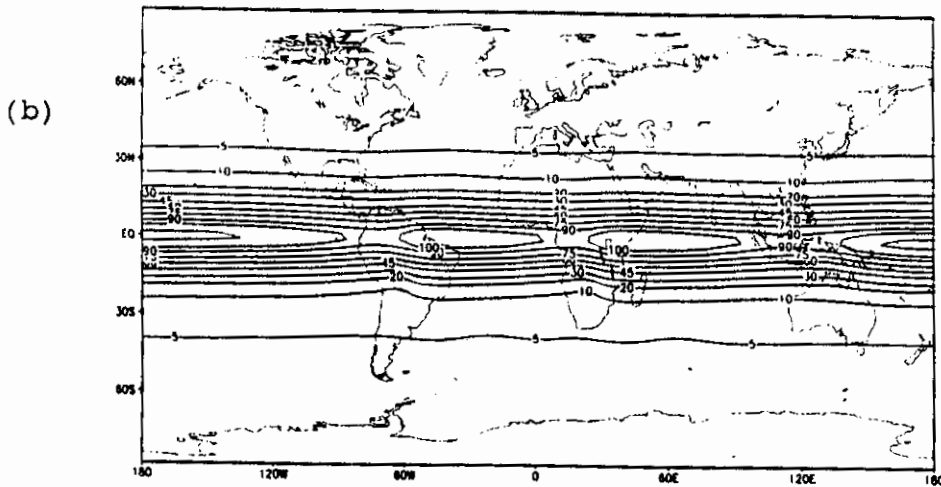


Fig. 8.19 - Conclusão.

Para o experimento EX-5, a porcentagem de energia total associada à onda mista (Rossby-gravidade) para às 120 h, é indicada na Figura 8.20a. Comparando essa distribuição horizontal de energia com o campo das 60 h (Figura 8.15a), observa-se nitidamente o deslocamento para leste dos núcleos de máxima energia concentrados na faixa equatorial, mostrando que o modo misto propaga energia para leste (velocidade de grupo). Verifica-se também, pequena queda nos valores de porcentagem em relação às 60 h, embora ainda continuem sendo mais intensos do que os obtidos para o campo simulado com a forçante estacionária no mesmo horário (120 horas).

Para a simulação com a fonte estacionária (EX-6), indicada na Figura 8.20b, também ocorre uma desintensificação nos valores de energia total correspondentes à onda mista, em comparação com o campo obtido para às 60 h (Figura 8.15b). No entanto, o efeito da propagação de energia para leste não é tão acentuado como no experimento utilizando fonte transiente (EX-5). No caso da forçante estacionária observa-se um deslocamento mais intenso de núcleos de máximos secundários.

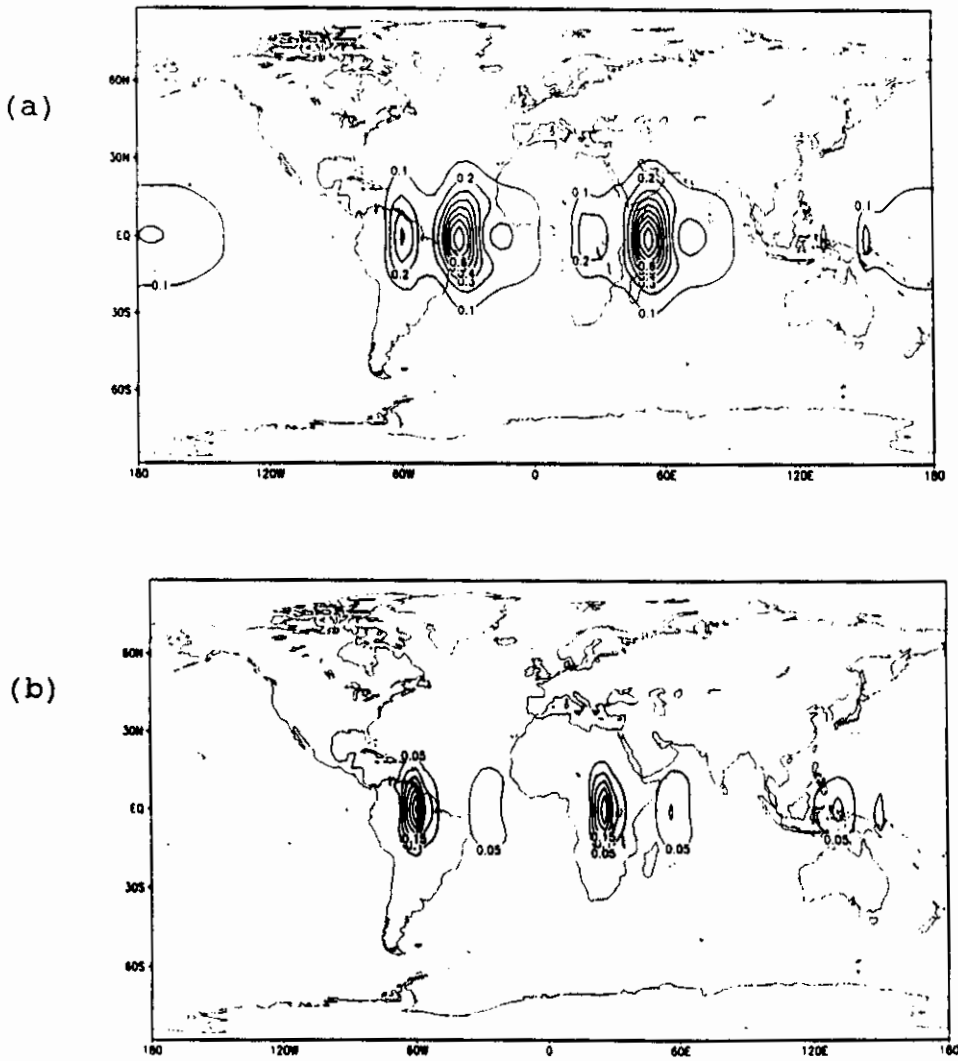


Fig. 8.20 - Porcentagem da energia total associada à onda mista para os experimentos EX-5 (a) e EX-6 (b), às 120 h.

(a) contornos são de 0,1 a 0,9 ( $\Delta=0,1\%$ ).

(b) contornos são de 0,05 a 0,35 ( $\Delta=0,05\%$ ).

Para às 120 h, a porcentagem de energia total relativa aos modos de gravidade para o experimento EX-5 é indicada na Figura 8.21a. Comparando com a distribuição horizontal obtida para às 60 h, observam-se nítidas diferenças: nas região das fontes da Amazônia e África, os núcleos de máxima energia concentrada nos modos de gravidade sofrem um deslocamento para sudoeste, em relação ao campo das 60 h (Figura 8.16a), associado com uma maior propagação de energia pelas ondas de gravidade que possuem velocidade de grupo para oeste. Já para a forçante localizada na Indonésia, ocorre maior excitação dos modos de gravidade que propagam energia para leste deslocando os centros de máximo desta região também para leste. Além disso, a configuração obtida para as 120 h (Figura 8.21a) indica uma maior propagação da energia concentrada nos modos de gravidade para latitudes extratropicais, principalmente no Hemisfério Norte, ao longo da latitude de  $30^{\circ}$  N.

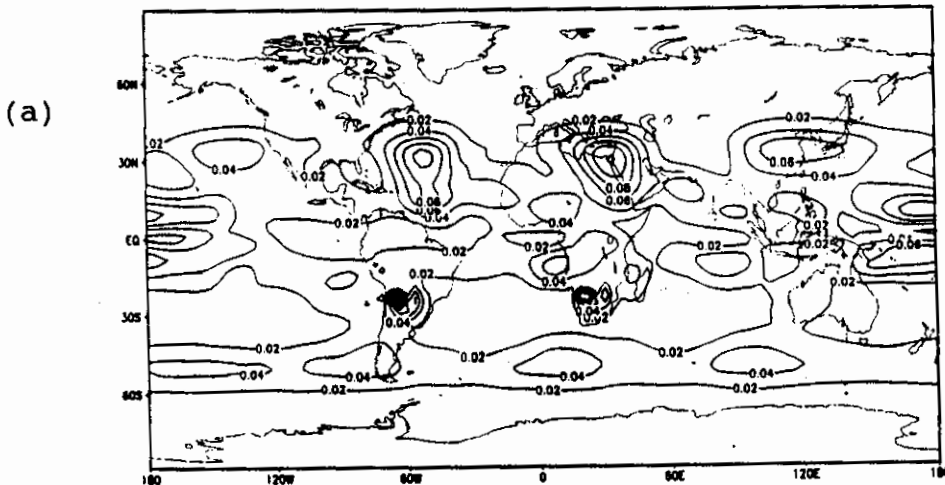


Fig. 8.21 - Porcentagem da energia total associada ao modo de gravidade para os experimentos EX-5 (a) e EX-6 (b), às 120 h.

(continua)

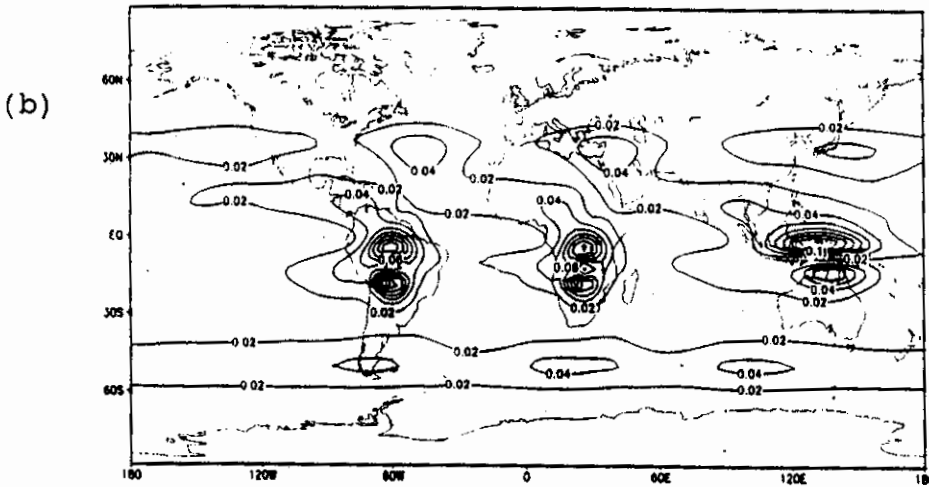


Fig. 8.21 - Conclusão.

(a) contornos são de 0,02 a 0,16 ( $\Delta=0,02\%$ ).

(b) contornos são de 0,02 a 0,18 ( $\Delta=0,02\%$ ).

Para o experimento EX-6 (fonte estacionária) a porcentagem de energia total relativa aos modos de gravidade às 120 h (Figura 8.21b), concentrada em latitudes médias, é menos intensa em comparação com a simulação utilizando forçante transiente (Figura 8.21a), porém possui a mesma intensidade em ambos os hemisférios (núcleos localizados em  $45^\circ\text{N}$  e  $45^\circ\text{S}$ ), resultado este não verificado para o experimento EX-5. Comparando com a distribuição horizontal para às 60 h (Figura 8.16b), observa-se a formação e intensificação dos núcleos de máxima energia associada aos modos de gravidade, localizados próximo ao centro das forçantes térmicas na Amazônia e África, mas não ocorre enfraquecimento dos centros que já haviam no campo das 60 h, situados ao norte das fontes de calor (como ocorreu na simulação EX-5). Para a forçante da Indonésia, o campo das 60h e 120h apresentam praticamente o mesmo padrão, tanto na configuração espacial como na magnitude dos valores. Este comportamento quase-estacionário indica que, nesta região, os modos de gravidade propagam energia tanto para leste como para oeste.



## 8.5 - EVOLUÇÃO TEMPORAL DA ENERGIA TOTAL PARA CADA MODO HORIZONTAL DE OSCILAÇÃO

Neste item escolheu-se alguns pontos de grade para se estudar a evolução temporal da energia total associada com as ondas de Rossby, Kelvin, mista e gravidade, nos experimentos EX-4, EX-5 e EX-6. Estes pontos são indicados na Figura 8.22, cujas coordenadas são dadas por:

Ponto A ( $60^{\circ}\text{W}$ ;  $11,25^{\circ}\text{S}$ ): coincide com o centro da fonte de calor localizada na Amazônia;

Ponto B ( $32,5^{\circ}\text{W}$ ;  $5^{\circ}\text{S}$ ): localizado à nordeste da fonte da Amazônia, corresponde à região do cavado observado na costa leste da América do Sul, em altos níveis;

Ponto C ( $30^{\circ}\text{W}$ ;  $10^{\circ}\text{N}$ ): situado à nordeste da fonte da Amazônia, porém no Hemisfério Norte;

Ponto D ( $90^{\circ}\text{W}$ ;  $5^{\circ}\text{N}$ ): localizado a oeste da fonte da Amazônia;

Ponto E ( $65^{\circ}\text{W}$ ;  $20^{\circ}\text{S}$ ): posição próxima ao centro da circulação anticiclônica da alta da Bolívia.

### 8.5.1 - EXPERIMENTO EX-4

Para a simulação EX-4 (forçante transiente e atmosfera inicial em repouso), a energia total associada a cada modo horizontal de oscilação (RB, KV, MX, GV) durante o período de 5 dias de integração, é indicada nas Figuras 8.23 e 8.24. Essa evolução temporal da energia é analisada com relação aos pontos de grade A, B, C, D e E, identificados na Figura 8.22 (na qual os contornos indicam a intensidade da taxa de aquecimento em K/dia, para a fonte centrada da Amazônia).

### 8.5.1.1 - ENERGIA TOTAL NO PONTO A (60°W; 11.25°S)

Para o ponto A (localizado no centro da fonte de calor da Amazônia) a evolução temporal da energia total é indicada na Figura 8.23a. Verifica-se que até as 72 horas (3 dias de integração) a energia total está concentrada predominantemente nos modos de Rossby (linha traço e bola cheia) e, com menor amplitude, na onda mista (linha traço e quadrado cheio). Já a energia associada com os modos os modos de Kelvin (linha traço e quadrado vazio) e gravidade (linha traço e cruz) é praticamente nula. Além disso, as interferências entre a onda mista e a onda de Rossby contribuem para amplificar a energia total (linha traço e bola vazia), com um máximo durante o terceiro dia de integração (próximo às 60 horas). Essa interferência construtiva (valores positivos) dos produtos cruzados pode ser avaliada observando que a magnitude da energia total é maior que o valor da soma da energia dos modos horizontais (linha contínua) até o 4º dia de integração.

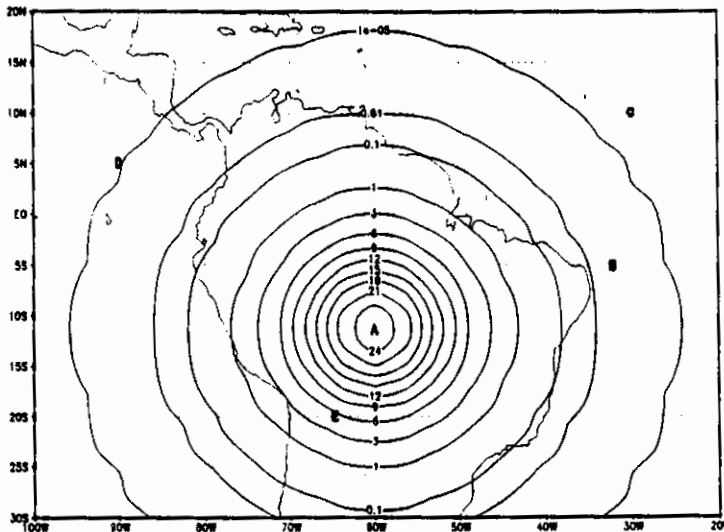


Fig.8.22 - Localização dos pontos considerados para estudar a evolução temporal da energia total associada com cada modo horizontal.

A amplitude da energia relativa aos produtos cruzados em cada horário pode ser verificada através da diferença entre a energia total (linha traço e bola vazia) e a soma da energia dos modos horizontais (linha contínua). A partir das 72 horas, os valores da energia total associados com as ondas de Rossby e mista no ponto A começam a decair, devido à propagação de energia para oeste (RB) e leste (MX) do centro da forçante térmica. Como consequência, também ocorre uma queda na energia total no centro da fonte de calor, ao mesmo tempo em que se verifica um aumento da energia total concentrada no modo de Kelvin. Essas ondas de Kelvin atingem o ponto A, pelo lado oeste, e emergem da fonte de calor localizada na Indonésia. No último dia de integração do experimento EX-4, os modos de Kelvin que se aproximam (propagando-se de oeste para leste) e os modos de Rossby (que se dispersam de leste para oeste) interagem no sentido de diminuir ainda mais a amplitude da energia total, até que essa interferência dos produtos cruzados passa a ser destrutiva (~ 96 h), com a soma da energia relativa aos modos horizontais (RB+KV+MX+GV) superando a magnitude da energia total.

#### 8.5.1.2 - ENERGIA TOTAL NO PONTO B (32,5°W; 5°S)

Para o ponto B, localizado à nordeste do centro da fonte da Amazônia e nas proximidades do Equador, a evolução temporal da energia total é mostrada na Figura 8.23b. Verifica-se que a magnitude da energia total nesse ponto está associada principalmente com as ondas de Kelvin, embora seja bem menor (não atinge 20%) em comparação com a energia concentrada no centro da fonte de calor (Figura 8.23a). A energia associada aos modos de gravidade ganha uma pequena amplitude durante o 2º dia de integração mas, a partir daí, os valores permanecem próximos de zero. Para a onda mista observa-se um comportamento oscilatório, com máximos ocorrendo no 3º e 5º dias de integração. A análise

da Figura 8.23b também mostra que, durante as primeiras 48 horas de integração para o experimento EX-4, grande parte da energia total presente no ponto B está relacionada com a onda de Kelvin, ocorrendo interferência destrutiva entre esse modo e as ondas de gravidade e mista, de modo que a amplitude da energia total é menor que a soma da energia dos modos horizontais (até próximo às 60 horas). No entanto, entre as 60 h e 84 h de integração aproximadamente, observa-se um pequeno intervalo em que a interferência entre as ondas é construtiva (produtos cruzados contribuem para amplificar a magnitude da energia total). Para o último dia de integração, o aumento gradativo da energia concentrada nos modos de Rossby (proveniente da fonte de calor localizada na África) e mista faz com que ocorra um aumento da energia total, reforçando a influência da fonte da África sobre o cavado na costa nordeste do Brasil. No entanto, esse crescimento não é suficiente para compensar a amplitude da energia relativa aos produtos cruzados (advinda das interferências entre as ondas de Rossby, Kelvin e mista), como pode ser verificado pela análise da Figura 8.23b.

#### 8.5.1.3 - ENERGIA TOTAL NO PONTO C (30°W; 10°N)

A evolução temporal da energia total para o ponto C, situado à nordeste da fonte da Amazônia (Hemisfério Norte), é indicada na Figura 8.23c. De maneira análoga ao que ocorreu com o ponto B, verifica-se que a amplitude máxima da energia total é bem menor que a observada para o ponto A, uma vez que os pontos B e C, estão distantes do centro da forçante térmica. A análise da Figura 8.23c mostra que até as 48 horas, as interferências entre as ondas de Kelvin e gravidade contribuem para aumentar a amplitude da energia total. No entanto, durante o 3º dia de integração, com a queda da energia associada aos modos de gravidade, são as ondas de Kelvin e mista que passam a

interagir mais efetivamente, provocando a diminuição na magnitude da energia total relativa ao ponto C. A partir das 72 horas, a interferência construtiva entre as ondas de Rossby, Kelvin e mista contribui para aumentar a magnitude da energia total, tanto que durante o último dia de integração o valor da energia total, relativa ao experimento EX-4, supera a soma da energia relativa aos modos horizontais (indicando que a amplitude da energia associada aos produtos cruzados é positiva).

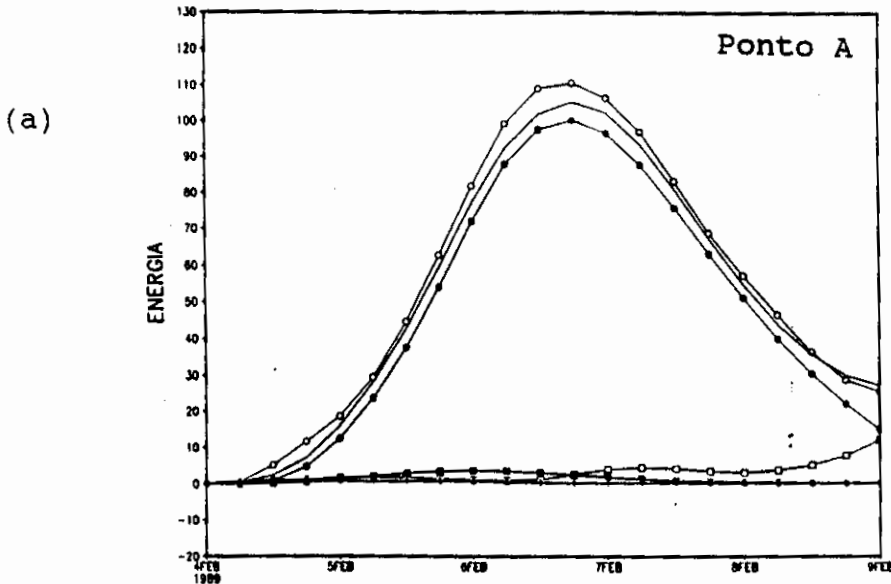


Fig.8.23 - Evolução temporal da energia total ( $m^2/s^2$ ) relativa ao experimento EX-4, para os pontos de grade A:  $60^\circ W$ ;  $11,25^\circ S$  (a), B:  $32,5^\circ W$ ;  $5^\circ S$  (b) e C:  $30^\circ W$ ;  $10^\circ N$  (c).

(continua)

LEGENDA:

energia total - linha traço e bola vazia;  
 modo de Rossby - linha traço e bola cheia;  
 modo de Kelvin - linha traço e quadrado vazio;  
 onda mista - linha traço e quadrado cheio;  
 onda de gravidade - linha traço e cruz;  
 soma dos modos horizontais - linha contínua.

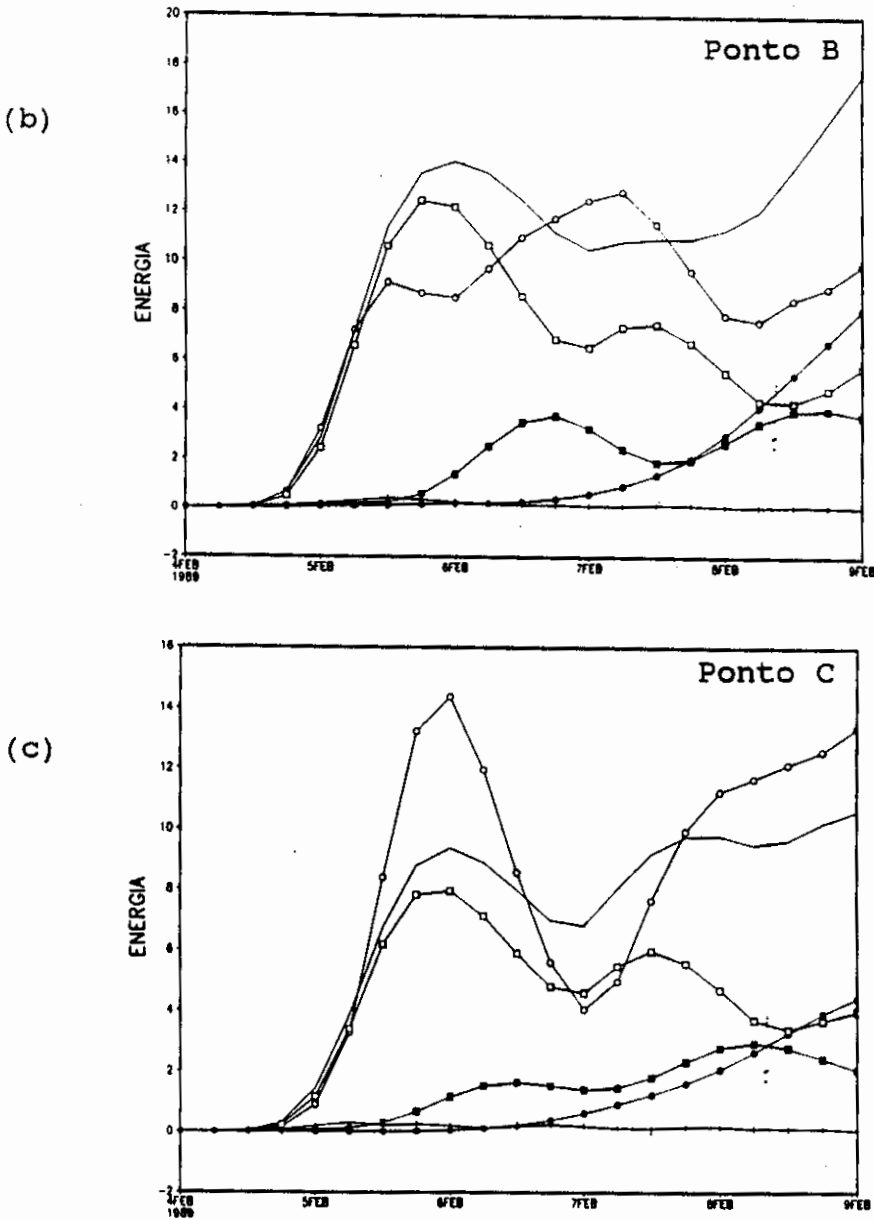


Fig.8.23 - Conclusão.

#### 8.5.1.4 - ENERGIA TOTAL NO PONTO D (90°W; 5°N)

Para o experimento EX-4, a evolução temporal da energia total no ponto D, situado à oeste da fonte da Amazônia, é indicada na Figura 8.24a. Verifica-se que a magnitude da energia total nesse ponto de grade é maior que a energia concentrada nos pontos B e C (embora ainda menos intensa que no ponto A). Observa-se também que, no ponto D,

a parcela da energia total associada ao modo misto (Rossby-gravidade) é muito pequena, uma vez que a onda mista propaga energia para leste do centro da forçante térmica. De maneira similar ao que ocorreu nos pontos considerados anteriormente, a amplitude da energia para os modos de gravidade é baixa.

A análise da Figura 8.24a indica que nos primeiros horários a quase totalidade da energia concentra-se nos modos de Rossby, que se dispersam para oeste da fonte de calor localizada na Amazônia. A partir das 48 horas de integração, o aumento da energia associada aos modos de Kelvin também contribui para aumentar a amplitude da energia total. No entanto, a interferência destrutiva entre as ondas de Rossby e ondas de Kelvin (provenientes da forçante da Indonésia) faz com que a soma da energia relativa aos modos horizontais ultrapasse o valor da energia total do experimento EX-4 (indicando que a amplitude da energia relativa aos produtos cruzados é negativa).

#### 8.5.1.5 - ENERGIA TOTAL NO PONTO E (65°W; 20°S)

A evolução temporal da energia total, associada ao experimento EX-4, para o ponto E (localizado à sudoeste da fonte de calor da Amazônia) é indicada na Figura 8.24b. Verifica-se que, como a energia das ondas de Kelvin se concentra na faixa equatorial, a amplitude de energia relativa aos modos de Kelvin para a latitude de 20°S é muito pequena, durante todo o período de integração. Observa-se também que, quase a totalidade da energia total está associada aos modos de Rossby. A análise da Figura 8.24b indica uma maior parcela de energia concentrada nos modos de gravidade, em comparação com os pontos de grade estudados anteriormente (Figuras 8.23a a 8.23c e 8.24a). Assim, durante as primeiras 60 h de integração, as ondas de

Rossby e gravidade interagem no sentido de amplificar a magnitude da energia total relativa ao experimento EX-4, com um máximo próximo às 70 horas. A partir das 60 h e até o final do período de integração, a interferência construtiva se dá entre as onda de Rossby, gravidade e Kelvin. Verifica-se também que a amplitude da energia relativa aos produtos cruzados é positiva durante todo o período de integração, com a energia total superando a soma da energia dos modos horizontais (RB+KV+MX+GV).

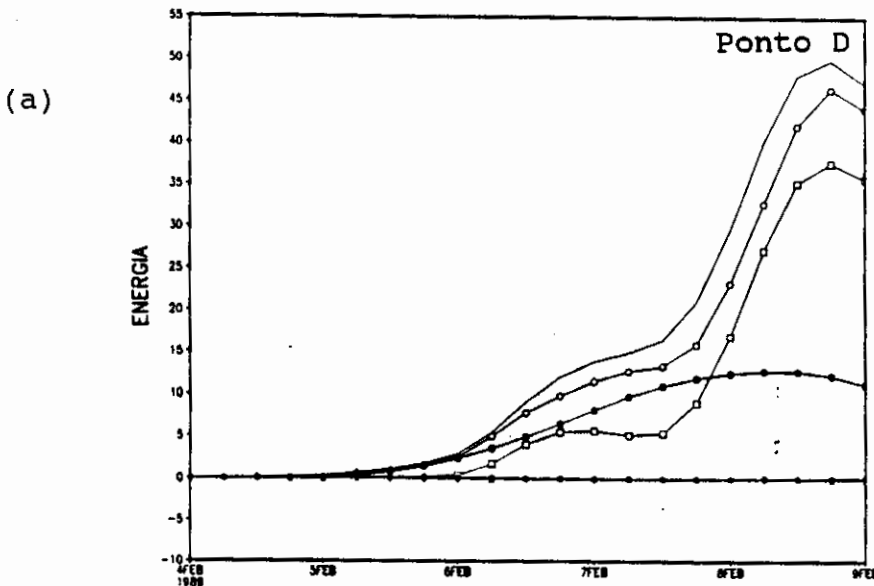


Fig. 8.24 - Evolução temporal da energia total ( $m^2/s^2$ ) relativa ao experimento EX-4, para os pontos de grade D:  $90^\circ W$ ;  $5^\circ N$  (a) e  $E: 65^\circ W$ ;  $20^\circ S$  (b).

(continua)

LEGENDA:

energia total - linha traço e bola vazia;  
 modo de Rossby - linha traço e bola cheia;  
 modo de Kelvin - linha traço e quadrado vazio;  
 onda mista - linha traço e quadrado cheio;  
 onda de gravidade - linha traço e cruz;  
 soma dos modos horizontais - linha contínua.



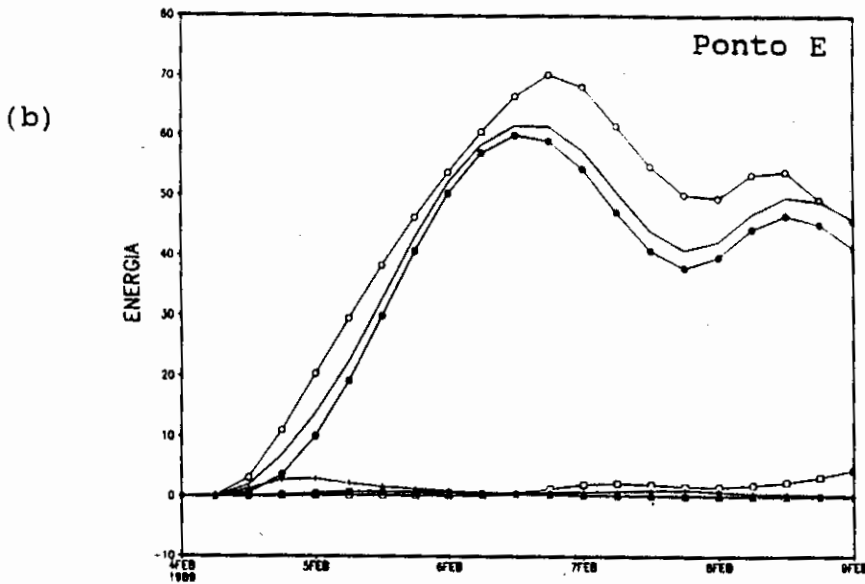


Fig. 8.24 - Conclusão.

### 8.5.2 - EXPERIMENTO EX-5

#### 8.5.2.1 - ENERGIA TOTAL NO PONTO A (60°W; 11,25°S)

Para a simulação EX-5 (fonte transiente e condição inicial diferente de zero), a evolução temporal da energia total no ponto A (centro da fonte de calor localizada na Amazônia) é indicada na Figura 8.25a. Verifica-se que a amplitude da energia total é maior que a obtida para o experimento EX-4 (Figura 8.23a), que utilizou uma atmosfera inicial em repouso e está concentrada principalmente nos modos de Rossby (em concordância com a Figura 8.13a). Observa-se também que até as 60 horas de integração, as ondas de Rossby, Kelvin e mista interagem para amplificar a magnitude da energia total. Isto pode ser confirmado através da interferência construtiva na região onde se encontra o ponto A, indicada por valores positivos na energia relativa aos produtos cruzados, às 60 h (Figura 8.12a). A partir das 72 h de integração, a energia total concentrada no modo misto é praticamente nula, devido à sua

propagação para leste do ponto A (observar a Figura 8.20a). A análise da Figura 8.25a também indica que nos últimos dois dias de integração ocorre queda na energia associada à onda de Rossby (devido à sua propagação para oeste do centro da forçante da Amazônia) enquanto a amplitude da energia relativa modo de Kelvin (excitado pela fonte da Indonésia) aumenta gradativamente, até ultrapassar a energia concentrada no modo de Rossby, próximo às 120h. Este aspecto pode ser confirmado analisando a porcentagem de energia total associada aos modos de Rossby (~ 55%) e Kelvin (~ 70%) para o ponto A, às 120 h (Figuras 8.18a e 8.19a, respectivamente). Além disso, verifica-se que a partir do 3º dia de integração, as interferências entre as ondas de Rossby e Kelvin representam uma interferência destrutiva, reduzindo a amplitude da energia total para a simulação EX-5. Isto pode ser confirmado na Figura 8.17a (através dos valores negativos na região do Ponto A) relativa aos produtos cruzados.

#### 8.5.2.2 - ENERGIA TOTAL NO PONTO B (32,5°W; 5°S)

A evolução temporal da energia total no ponto B (localizado à nordeste do centro da fonte da Amazônia) é indicada na Figura 8.25b. Verifica-se uma maior amplitude da energia total para o experimento EX-5, em comparação com a simulação EX-4 (Figura 8.23b). No entanto, no caso da energia relativa à onda mista, observa-se que os valores são ligeiramente maiores no caso do experimento que utilizou a condição inicial de repouso. A análise da Figura 8.25b também mostra que, durante quase todo o período de integração, grande parte da energia contida no ponto B está concentrada na onda de Kelvin, com os produtos cruzados atuando no sentido de reduzir a amplitude da energia total. Essa interferência destrutiva ocorre principalmente entre as ondas de Rossby e Kelvin. Somente em torno do penúltimo dia de integração (8 de fevereiro), é que a energia total

supera a soma da energia dos modos horizontais (interferência construtiva). Observar que neste período também se verifica a queda da energia associada com a onda de Kelvin, e crescimento da amplitude da energia para as ondas de Rossby e mista. A partir das 96 horas, o aumento da energia relativa aos modos misto e de Rossby é mais acentuado, associado com a dispersão para leste da onda mista e excitação das ondas de Rossby pela fonte da África.

#### 8.5.2.3 - ENERGIA TOTAL NO PONTO C (30°W; 10°N)

Para o experimento EX-5, a evolução temporal da energia total relativa ao ponto C (localizado à nordeste da forçante da Amazônia, no hemisfério norte) é indicada na Figura 8.25c. Verifica-se que, de maneira similar aos pontos A (Figura 8.25a) e B (Figura 8.25b), a parcela de energia total concentrada nos modos de gravidade é próxima de zero.

Além disso, para a simulação EX-5, a magnitude da energia total localizada nos pontos B e C é maior que a energia relativa aos mesmos pontos para o experimento EX-4 (Figuras 8.23b e 8.23c), apesar de menores em comparação com a amplitude da energia do ponto A, situado no centro da fontes de calor (Figura 8.25a). Observa-se também que durante os primeiros 4 dias de integração a energia total no ponto C está concentrada quase que exclusivamente nos modos de Kelvin, uma vez que a curva que indica a soma da energia dos modos horizontais possui uma amplitude que acompanha a curva relativa aos modos de Kelvin. Somente a partir das 96 h é que ocorre aumento da amplitude da energia associada aos modos de Rossby e misto. Já no experimento EX-4, a excitação dessas ondas foi verificada a partir das 48 horas de integração, como indica a Figura 8.23c. A Figura 8.25c também indica a existência de dois máximos na amplitude relativa à energia

total, que correspondem a horários onde a interferência entre as ondas é construtiva (valores positivos nas Figuras 8.12a e 8.17a, para a região que inclui o ponto C). Estes picos são intercalados por valores mínimos da energia total, como ocorre no intervalo em torno do dia 8 de fevereiro, indicando horários em que se verificam trocas inter-hemisféricas de energia: notar que a amplitude da energia total decresce no Hemisfério Norte (Figura 8.25c) e aumenta no mesmo horário para o ponto B, situado no Hemisfério Sul (Figura 8.25b).

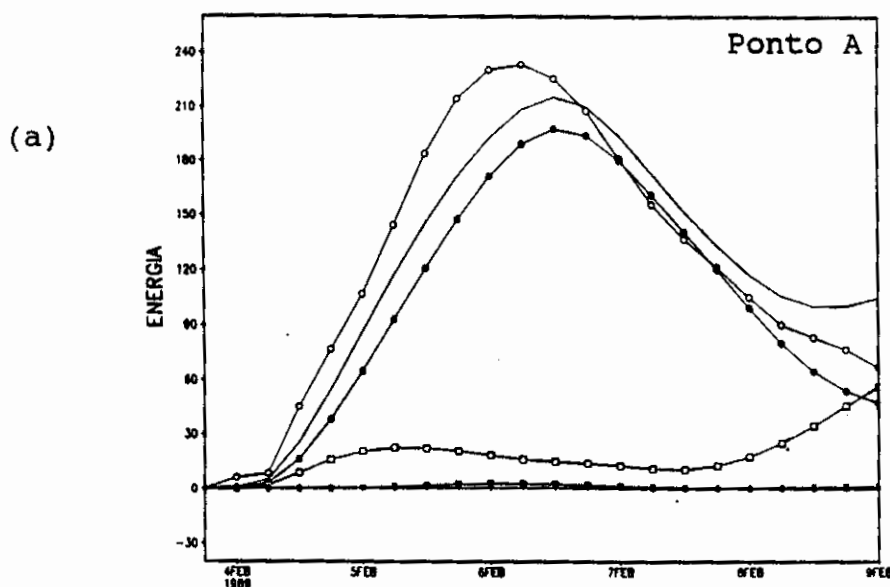
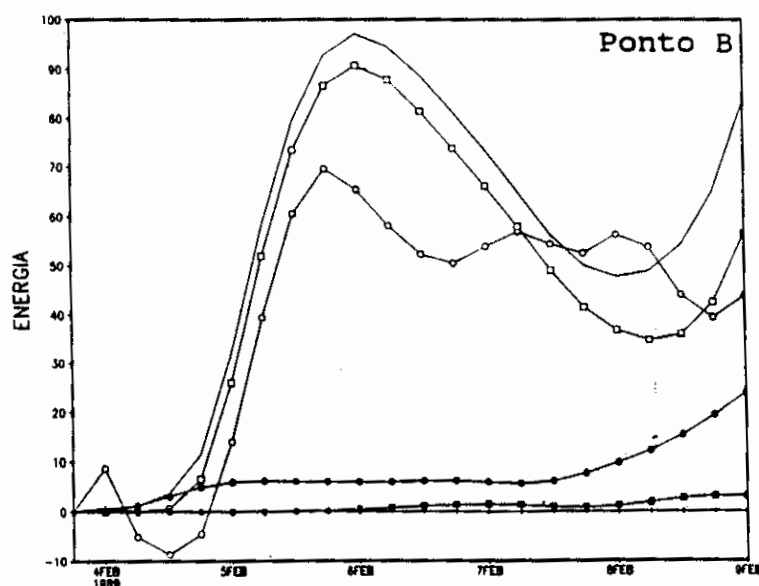


Fig. 8.25 - Evolução temporal da energia total ( $m^2/s^2$ ) relativa ao experimento EX-5, para os pontos de grade A:  $60^\circ W$ ;  $11,25^\circ S$  (a), B:  $32,5^\circ W$ ;  $5^\circ S$  (b) e C:  $30^\circ W$ ;  $10^\circ N$  (c).

(continua)

energia total - linha traço e bola vazia;  
 modo de Rossby - linha traço e bola cheia;  
 modo de Kelvin - linha traço e quadrado vazio;  
 onda mista - linha traço e quadrado cheio;  
 onda de gravidade - linha traço e cruz;  
 soma dos modos horizontais - linha contínua.

(b)



(c)

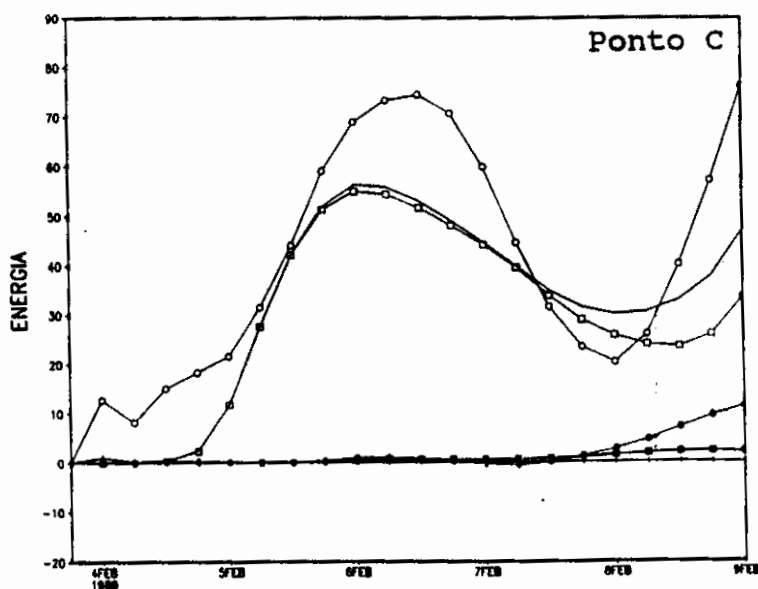


Fig. 8.25 - Conclusão.

8.5.2.4 - ENERGIA TOTAL NO PONTO D ( $90^{\circ}W$ ;  $5^{\circ}N$ )

Analisando a Figura 8.26a, relativa à evolução temporal da energia total para o experimento EX-5, verifica-se que a atuação dos produtos cruzados é intensa no ponto D, com uma amplitude que supera a energia contida no centro da forçante térmica (Figura 8.25a). Observa-se que, com exceção das primeiras horas de integração, a

interferência entre as ondas de Rossby e Kelvin é destrutiva. Isto pode ser confirmado através dos valores negativos na Figura 8.12a, mostrando a atuação dos produtos cruzados na região onde se encontra o ponto D. A análise da Figura 8.26a também mostra que a partir do 2º dia de integração a energia associada ao modo de Rossby possui um crescimento praticamente linear com o decorrer do tempo, alcançando uma amplitude maior que a relativa à onda de Kelvin, no final do período de integração (a partir das 96 horas). Como o ponto D se localiza à oeste do centro da fonte de calor da Amazônia, as ondas de Kelvin presentes nesta região emergem da fonte da Indonésia, enquanto as ondas de Rossby são excitadas pela própria forçante localizada na Amazônia e se dispersam para oeste, com uma amplitude bem maior em comparação com a energia associada aos modos de Rossby obtida no experimento EX-4 (Figura 8.24a). Assim, nota-se também que a propagação dos modos de Kelvin ocorre numa escala de tempo bastante curta, uma vez que as ondas induzidas pela fonte da Indonésia atingem o ponto D após 24 horas de integração.

#### 8.5.2.5 - ENERGIA TOTAL NO PONTO E (65°W; 20°S)

A evolução temporal da energia total para o ponto E (situado à sudoeste do centro da forçante térmica), é indicada na Figura 8.26b. Observa-se que, de maneira similar aos resultados obtidos para a simulação EX-4 (Figura 8.24b), grande parte da energia total concentra-se nos modos de Rossby, com uma pequena parcela associada às ondas de Kelvin. Essa distribuição horizontal dos modos de Rossby e Kelvin, na região do ponto E, pode ser confirmada através da análise das Figuras 8.13a e 8.14a, relativas ao experimento EX-5. Além disso, as interferências entre essas duas ondas atuam no sentido de aumentar a amplitude da energia total, como indicam os valores positivos para a energia relativa aos produtos cruzados (Figura 8.12a) na

região que inclui o ponto E. A análise das Figuras 8.26a e 8.26b (referentes aos pontos D e E, respectivamente) indica que a amplitude da energia associada às ondas de gravidade e mista, para a simulação EX-5, é muito baixa durante todo o período de integração. Além disso, verifica-se que a amplitude máxima da energia total para o ponto E é maior que o pico de energia total no centro da fonte (Figura 8.25a, relativa ao ponto A), indicando o deslocamento do núcleo de máxima energia para sudoeste da sua posição original, com o decorrer do tempo.

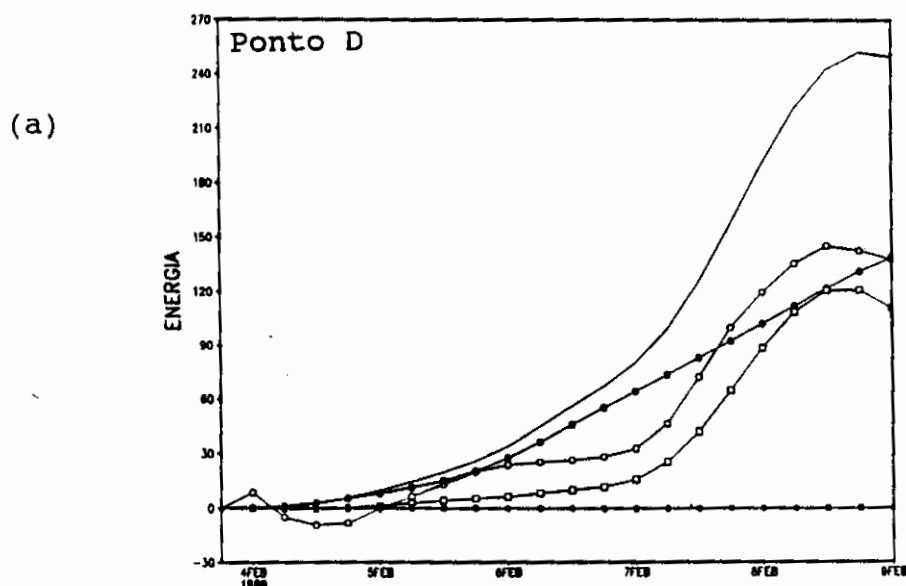


Fig. 8.26 - Evolução temporal da energia total ( $m^2/s^2$ ) relativa ao experimento EX-5, para os pontos de grade D:  $90^\circ W$ ;  $5^\circ N$  (a), E:  $65^\circ W$ ;  $20^\circ S$  (b).

(continua)

energia total - linha traço e bola vazia;  
 modo de Rossby - linha traço e bola cheia;  
 modo de Kelvin - linha traço e quadrado vazio;  
 onda mista - linha traço e quadrado cheio;  
 onda de gravidade - linha traço e cruz;  
 soma dos modos horizontais - linha contínua.

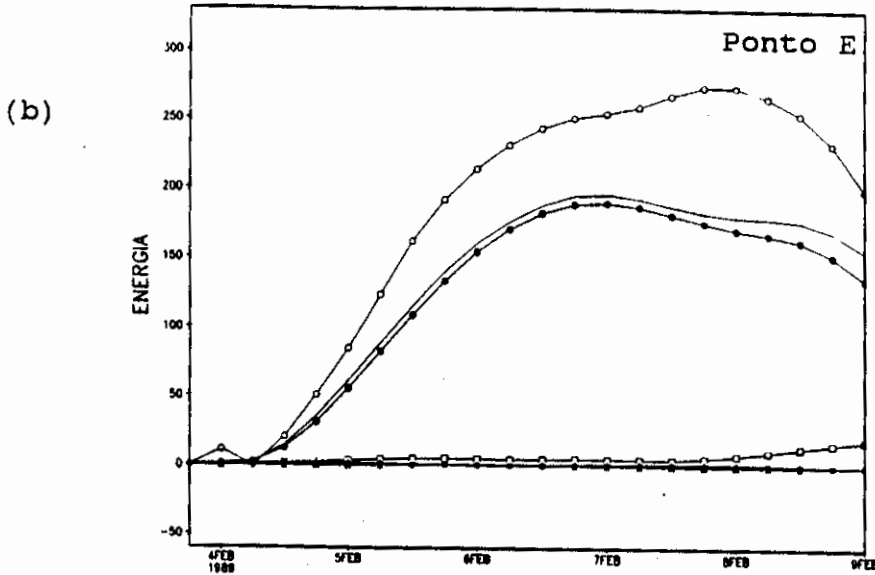


Fig. 8.26 - Conclusão.

### 8.5.3 - EXPERIMENTO EX-6

#### 8.5.3.1 - ENERGIA TOTAL NO PONTO A ( $60^{\circ}W$ ; $11,25^{\circ}S$ )

Comparando as Figuras 8.23a, 8.25a e 8.27a, relativas aos experimentos EX-4, EX-5 e EX-6, respectivamente, verifica-se que a amplitude da energia total no centro da fonte da Amazônia (ponto A) para o caso estacionário é maior que a energia relacionada com o experimento que utilizou fonte transiente e atmosfera inicial em repouso, mas ainda permanece inferior à amplitude da energia total relativa à simulação EX-5 (fonte transiente e condição inicial diferente de zero). Observa-se que para as 3 simulações a energia associada aos modos de gravidade é pequena no ponto A e, para a onda mista, obteve-se uma amplitude ligeiramente maior para a simulação com a fonte transiente e condição inicial nula (Figura 8.23a). Além disso, para os experimentos que utilizaram condição inicial observada (EX-5 e EX-6), a excitação dos modos de Kelvin é mais acentuada e ocorre



durante todo o período de integração, enquanto que na simulação EX-4 a amplitude da energia relativa à onda de Kelvin intensifica-se a partir do 3<sup>o</sup> dia de integração (com o decaimento da energia associada à onda mista). De maneira análoga ao que ocorreu com as simulações utilizando fonte transiente (Figuras 8.23a e 8.25a), o experimento com a forçante estacionária (Figura 8.27a) também mostrou que para o centro da fonte de calor a energia concentra-se predominantemente nos modos de Rossby (verificar a porcentagem de energia da onda de Rossby na região do ponto A, para as Figuras 8.13a e 8.13b).

#### 8.5.3.2 - ENERGIA TOTAL NO PONTO B (32,5°W;5°S)

A análise das Figuras 8.23b, 8.25b e 8.27b indica que para as simulações EX-4, EX-5 e EX-6 (respectivamente) o ponto B se encontra numa região onde predomina a interferência destrutiva entre as ondas, isto é, as ondas interagem no sentido de reduzir a amplitude da energia total, durante quase todo o tempo de integração. Este aspecto pode ser verificado na Figura 8.12b, que mostra a atuação dos produtos cruzados (valores negativos) na região à nordeste da fonte da Amazônia. No caso do experimento com a forçante estacionária (EX-6), essa interferência destrutiva ocorre entre os modos de Rossby e Kelvin. Já para as simulações utilizando fonte transiente também se observa a excitação da onda mista, principalmente no experimento com a atmosfera inicial em repouso (Figura 8.23b). No entanto, para as 3 simulações, verifica-se que no ponto B (localizado à nordeste da forçante térmica, na região equatorial) a amplitude da energia associada ao modo de Kelvin é superior à energia relativa aos demais modos horizontais. Isto pode ser confirmado pela análise da porcentagem da energia total correspondente à onda de Kelvin, nas Figuras 8.13a e 8.13b, relativas aos experimentos EX-5 e EX-6, respectivamente.

### 8.5.3.3 - ENERGIA TOTAL NO PONTO C (30°W;10°N)

Para o ponto C (localizado à nordeste da fonte da Amazônia, no Hemisfério Norte), a evolução temporal da energia total relativa ao experimento EX-6 é indicada na Figura 8.27c. De maneira similar ao experimento EX-5 (Figura 8.25c), verifica-se que durante os 4 primeiros dias de integração a energia total concentra-se, quase que exclusivamente, nos modos de Kelvin, tanto que a amplitude das curvas que indicam a soma da energia total (linha contínua) e a energia da onda de Kelvin são praticamente coincidentes. Observa-se também que, nos experimentos EX-5 e EX-6, há interferência construtiva durante os 5 dias de integração, exceto em torno do dia 8 de fevereiro, onde as Figuras 8.25c e 8.27c indicam que a interação entre as ondas de Kelvin, mista e Rossby (no caso da simulação EX-5) e os modos de Rossby e Kelvin (para o experimento EX-6) reduz a amplitude da energia total. Para a simulação EX-4 (Figura 8.23c), esta característica também se mantém; no entanto, o ponto de mínimo para a energia total ocorre no 3º dia de integração, enquanto nos experimentos EX-5 e EX-6 isto só se verifica 24 horas depois. Além disso, a energia associada aos modos de gravidade obtida para o experimento EX-4 (apesar de pequena) é ligeiramente maior em comparação com as simulações que utilizaram uma condição inicial observada.

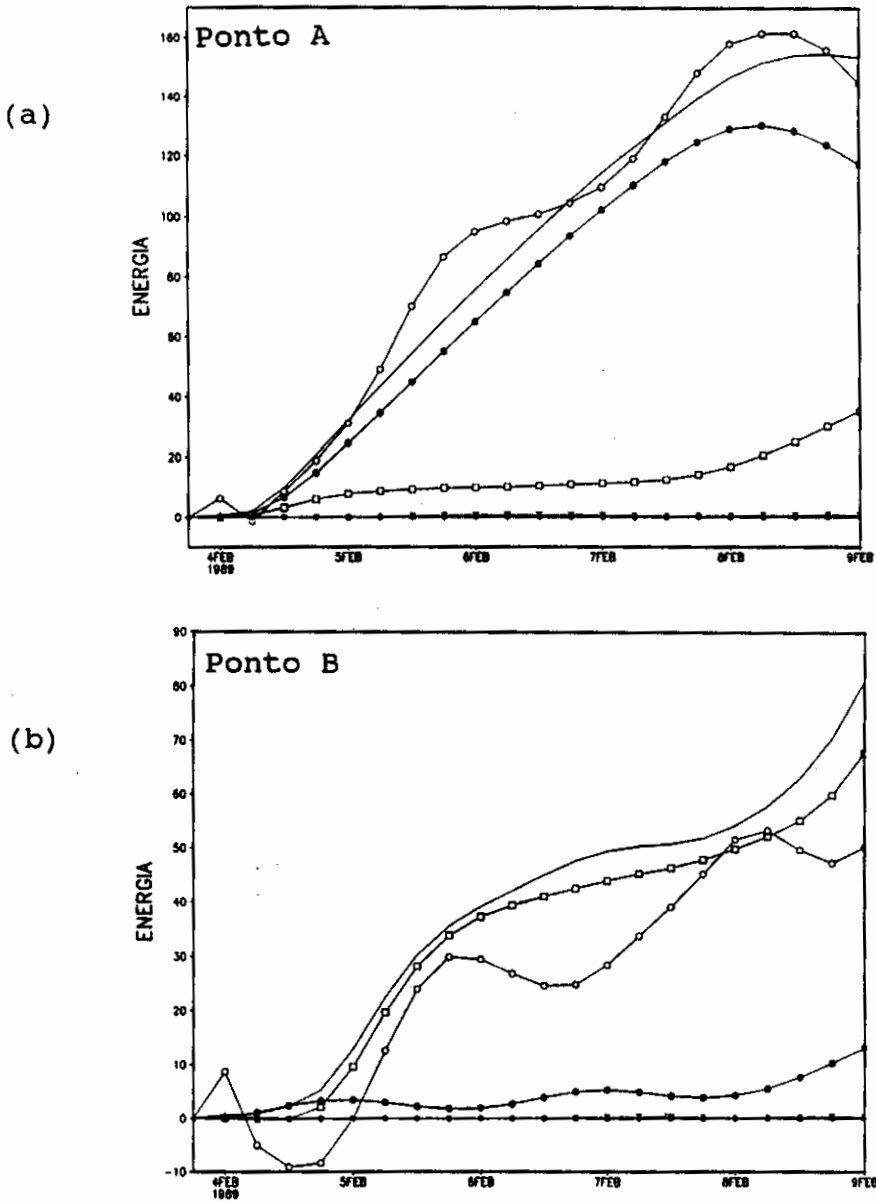


Fig. 8.27 - Evolução temporal da energia total ( $m^2/s^2$ ) relativa ao experimento EX-6, para os pontos de grade A:  $60^\circ W$ ;  $11,25^\circ S$  (a), B:  $32,5^\circ W$ ;  $5^\circ S$  (b) e C:  $30^\circ W$ ;  $10^\circ N$  (c).

(continua)

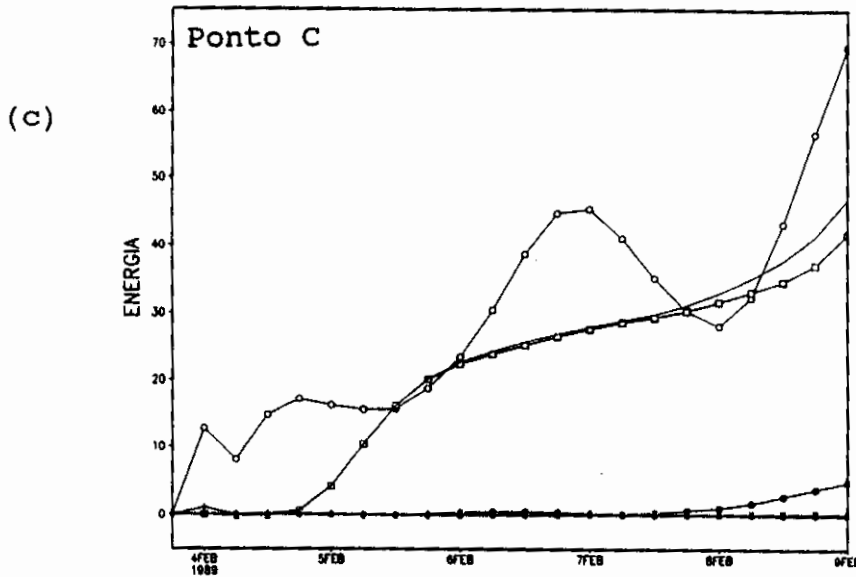


Fig. 8.27 - Conclusão.

LEGENDA:

energia total - linha traço e bola vazia;  
 modo de Rossby - linha traço e bola cheia;  
 modo de Kelvin - linha traço e quadrado vazio;  
 onda mista - linha traço e quadrado cheio;  
 onda de gravidade - linha traço e cruz;  
 soma dos modos horizontais - linha contínua.

8.5.3.4 - ENERGIA TOTAL NO PONTO D (90°W; 5°N)

A evolução temporal da energia total relativa aos experimentos EX-4, EX-5 e EX-6, para o ponto D, é indicada nas Figuras 8.24a, 8.26a e 8.28a, respectivamente. Verifica-se que, para as 3 simulações, a energia total para esse ponto (situado na faixa equatorial, à oeste do centro da fonte da Amazônia) concentra-se principalmente nos modos de Rossby e Kelvin. Observa-se também que a onda de Rossby apresenta um comportamento praticamente linear para os experimentos que utilizam uma condição inicial diferente de zero. No caso das simulações EX-4 e EX-6, a energia asso-

ciada aos modos de Kelvin supera a energia relativa à onda de Rossby, durante o penúltimo dia de integração.

Quanto à atuação dos produtos cruzados, verifica-se que a interferência entre as ondas é destrutiva, na região onde se encontra o ponto D, para os experimentos com a forçante transiente (Figuras 8.24a e 8.26a) durante os 5 dias de integração. Para o caso da fonte com dependência temporal do tipo estacionária, os produtos cruzados atuam em períodos intercalados tanto na amplificação como na redução da magnitude da energia total relativa ao experimento EX-6. Por exemplo, para às 60 horas (Figura 8.28a) observa-se que a energia total é superior à soma da energia dos modos horizontais, indicando que a amplitude da energia relativa aos produtos cruzados é positiva. Essa interferência construtiva na região do ponto D é indicada na Figura 8.12b.

#### 8.5.3.5 - ENERGIA TOTAL NO PONTO E (65°W; 20°S)

A evolução temporal da energia total relativa ao experimento EX-6, para o ponto E, é indicada na Figura 8.28b. De forma análoga aos resultados obtidos para as simulações EX-4 e EX-5 (Figuras 8.24b e 8.26b), verifica-se que grande parte da energia total concentra-se nos modos de Rossby. Contudo, no caso da forçante estacionária, a amplitude da energia associada às ondas de Rossby cresce linearmente com o tempo (fenômeno da ressonância na Equação 5.8). Observa-se também que a energia concentrada nos modos de gravidade e misto é muito baixa, para os três experimentos, e aparece mais visível na simulação EX-4 (Figura 8.24b) porque a amplitude de variação dos valores encontrados para a energia no ponto E, nesse caso, é bem menor em comparação com os experimentos que utilizaram condição inicial diferente de zero (Figuras 8.26b e 8.28b). Além disso, ocorre interferência construtiva entre as ondas

de Rossby e Kelvin (embora com menor amplitude), com a energia total superando a soma da energia relativa aos modos horizontais nos três experimentos. A atuação dos produtos cruzados na região onde se encontra o ponto E pode ser verificada através dos valores positivos nas Figuras 8.17a e 8.17b. Observa-se que as ondas de Rossby e Kelvin interagem no sentido de amplificar a magnitude da energia total relativa aos experimentos EX-5 e EX-6, às 120 horas.

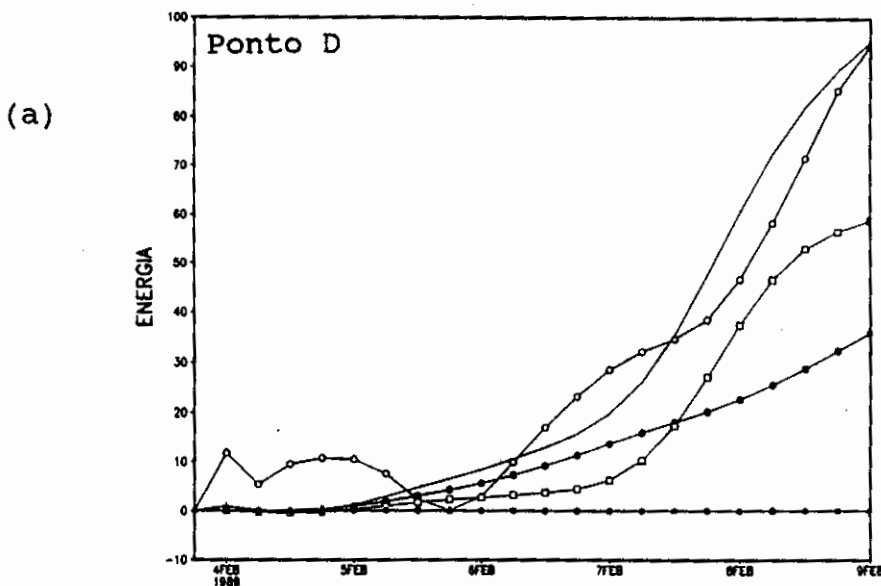


Fig. 8.28 - Evolução temporal da energia total ( $m^2/s^2$ ) relativa ao experimento EX-6, para os pontos de grade D:  $90^\circ W; 5^\circ N$  (a), E:  $65^\circ W; 20^\circ S$  (b).

(continua)

LEGENDA:

energia total - linha traço e bola vazia;  
 modo de Rossby - linha traço e bola cheia;  
 modo de Kelvin - linha traço e quadrado vazio;  
 onda mista - linha traço e quadrado cheio;  
 onda de gravidade - linha traço e cruz;  
 soma dos modos horizontais - linha contínua.

(b)

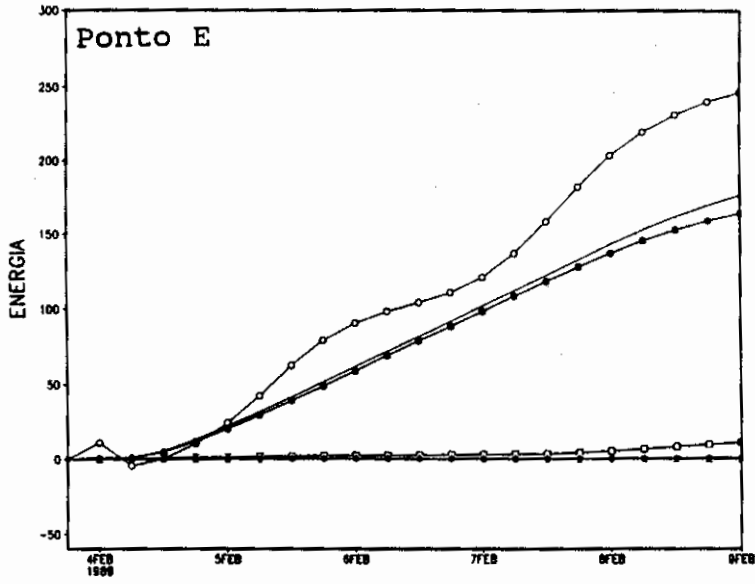


Fig. 8.28 - Conclusão.





CAPÍTULO 9CONCLUSÕES9.1 - RESUMO E DISCUSSÃO FINAL

Nesta dissertação desenvolveu-se um modelo global de equações primitivas em coordenada vertical sigma, espectral e não-linear, para estudar a resposta atmosférica a fontes tropicais de calor. Enfatizou-se a análise energética, tanto no que se refere às trocas de energia entre os modos verticais como para as interferências entre os modos horizontais de oscilação (ondas de Rossby, Kelvin, mista e gravidade). No Capítulo 2 apresentou-se as equações básicas do modelo e utilizou-se o método das transformadas para se obter as estruturas vertical e horizontal da atmosfera. Para a solução da estrutura vertical utilizou-se a expansão em modos verticais normais (Capítulo 3), obtendo um problema de autovalor-autovetor onde os autovalores são identificados como profundidade equivalente ( $H_n$ ) e os autovetores compõem a estrutura vertical ( $\psi_n$ ) associada com cada modo vertical normal n. As expressões para os termos não-lineares e forçantes do sistema de equações governantes (Equações 2.39 a 2.41) são explicitadas no Apêndice A (Equações A.1, A.12 e A.14). Esses termos englobam coeficientes de interação entre os modos verticais normais, os quais foram obtidos, analiticamente, utilizando as expressões desenvolvidas no Apêndice C. A confirmação da validade da solução analítica obtida para o cálculo dos coeficientes de interação foi feita através da Quadratura de Gauss. Nesse procedimento, obteve-se também um resultado importante entre a resolução vertical do modelo e o número de modos verticais normais a serem utilizados: concluiu-se que para representar bem interações com 5 modos verticais

são necessários pelo menos 20 níveis verticais. Para o caso de serem utilizados 9 modos, a relação indica a utilização de 32 níveis verticais. Para a solução da estrutura horizontal (Capítulo 4) também se fez uso da expansão em modos normais. Neste caso, utilizou-se como base para expansão das variáveis as Funções Vetoriais de Hough. A seguir, o vento horizontal foi expresso em termos da velocidade potencial e da função de corrente (Teorema de Helmholtz) e expandido em termos das funções associadas de Legendre normalizadas. Obteve-se um problema de autovalor-autovetor que tem como solução a frequência de oscilação de cada modo horizontal (autovalor) e os autovetores são os coeficientes de expansão das funções de Hough. A utilização das funções associadas de Legendre, em sua versão normalizada (Equação D.1), evitou problemas quando se procede à ortogonalização das Funções de Hough para números de onda zonal elevados, o que implicaria em cálculos de fatoriais também de alta ordem. Outro aspecto relevante, verificado quando se checou a ortogonalidade das Funções de Hough, relaciona as resolução horizontal e a escala vertical do modelo: concluiu-se que a utilização de modos verticais mais internos implica numa resolução espectral maior, ou seja, à medida que a profundidade equivalente diminui são necessários um número maior de coeficientes de expansão (Equação 4.19) para se obter as Funções de Hough (no caso de ondas longas), em concordância com Lindzen (1989). Assim, esse resultado mostrou que para o caso de 5 modos verticais normais precisa-se de 23 modos zonais, enquanto que para 9 modos verticais a relação indica a utilização de 31 harmônicos zonais (R31).

No Capítulo 5 deste trabalho, as equações que compõem a estrutura horizontal da atmosfera foram escritas em forma espectral. Utilizou-se cinco modos verticais e truncamento romboidal (R31), uma vez que se está interessado numa melhor resolução meridional do modelo, com

o objetivo de estudar a resposta atmosférica em latitudes médias a fontes de calor localizadas na região tropical. Os coeficientes de expansão para as forçantes e termos não-lineares foram obtidos através do método da transformada numérica (Eliassen et al., 1970; Orzag, 1970) e a integração no tempo utilizou o esquema semi-analítico (Bonatti e Silva Dias, 1983).

A metodologia proposta para se estudar as trocas de energia induzidas pela forçante térmica foi apresentada no Capítulo 6. Foram realizados experimentos com a atmosfera inicial em repouso (EX-1 a EX-4) bem como simulações utilizando uma condição inicial observada e inicializada (EX-5 e EX-6), relativa à média zonal do dia 4/2/89, 00 UTC (dados do NMC). É importante lembrar que a condição inicializada não se refere ao campo total, mas a recomposição é feita para os cinco modos verticais utilizados no modelo.

Verificou-se que os efeitos da inicialização são mais sensíveis para o campo de vento meridional (Figura 6.2) em comparação com a distribuição da velocidade zonal (Figura 6.1). Deste modo, como os dados referem-se à média zonal (independem de  $\lambda$ ) as diferenças mais marcantes entre os campos com e sem inicialização estão presentes na configuração da divergência (Figura 6.4) e não no campo de vorticidade (Figura 6.3). Outro aspecto relevante é o efeito da suavização na variação do campo de pressão à superfície, advinda da aplicação da inicialização.

Nessa dissertação, as fontes de calor foram dimensionadas com forma e posição comparáveis à convecção tropical (Kousky e Ropelewski, 1989) e representadas por um campo tridimensional, com dependência temporal do tipo transiente (experimentos EX-1 a EX-5) ou estacionária (simulação EX-6). A taxa de aquecimento convectivo ( $\dot{Q}$ ),

especificada na Equação 6.1, também foi expandida em termos dos modos verticais normais da atmosfera ( $\dot{Q}_n$ ) e mostrou que, para o caso de aquecimento com máximo em altos níveis, grande parte da energia concentra-se nos primeiros modos verticais internos, ocorrendo um pico para o segundo modo interno, de profundidade equivalente da ordem de 230 m (Figura 6.12).

A distribuição de energia entre os modos horizontais de oscilação, (indicada nas Tabelas 6.5 a 6.8) para os experimentos EX-1 a EX-4, mostrou que fontes localizadas mais próximas do Equador e alongadas zonalmente (como no caso da forçante da Indonésia) excitaram muito mais a geração de modos gravitacionais (Kelvin e gravidade) do que as fontes mais circulares e relativamente mais distante da faixa equatorial (forçantes da Amazônia e África). O contrário ocorreu com relação aos modos rotacionais (Rossby e misto).

No Capítulo 7 analisou-se os campos prognosticados nas simulações EX-1 a EX-6. Para o experimento utilizando a fonte única da Amazônia (Figura 7.1) a resposta atmosférica revelou uma estrutura vertical baroclínica (associada com uma maior concentração de energia no segundo modo vertical interno). A contribuição de cada modo horizontal mostrou que o aquecimento convectivo excita a geração de ondas de Rossby (Figura 7.6) que se dispersaram para oeste do centro da fonte de calor; ondas de Kelvin (Figura 7.12), que se propagaram rapidamente na região equatorial, à leste do centro da forçante e a onda mista que também se concentrou na faixa equatorial. Observou-se que os ventos meridionais, associados ao modo misto, se alternaram ao longo do período de integração em escoamentos de sul (Figura 7.11b) e ventos de norte (Figura 7.15b) e indicaram a importância da onda mista na troca inter-hemisférica de energia. As simulações

EX-2 e EX-3 (Figuras 7.19a e 7.19b, respectivamente) confirmaram as indicações de Gandú (1993) e mostraram que os escoamentos induzidos pelas fontes da África e Indonésica influenciam a circulação troposférica sobre a América do Sul. Como exemplo, obteve-se uma melhor orientação norte-sul para o cavado na costa nordeste do Brasil quando se introduziu a fonte de calor localizada na África. Já o escoamento difluente na costa oeste da América do Sul configurou-se como uma interação entre as ondas de Kelvin (emergentes da fonte na Indonésia) e os modos de Rossby (excitados pela fonte da Amazônia).

Comparando os campos de vento e altura geopotencial em altos níveis para os experimentos EX-4 e EX-5 (ambos utilizando as 3 fontes de calor), concluiu-se que a resposta atmosférica em latitudes médias foi mais intensa para a simulação realizada com um campo inicial diferente de zero (EX-5). Além disso, os resultados mostraram que as perturbações foram mais intensas no Hemisfério Norte em comparação com a propagação de energia para as latitudes extratropicais do Hemisfério Sul (Figuras 7.23c e 7.30c). Este fato se justificou em função da condição inicial utilizada (Figura 6.1b), uma vez que com um jato mais intenso no Hemisfério Norte (e maior cisalhamento do vento zonal básico) também foi maior a transferência de energia do modo interno (excitado na região tropical) para o modo externo em latitudes médias do Hemisfério Norte (Kasahara e Silva Dias, 1986). Outro aspecto verificado na análise desses dois experimentos foi que os efeitos da introdução de uma condição inicial observada mostraram-se mais sensíveis para os campos de vento e geopotencial em 200 hPa, do que para as configurações obtidas em baixos níveis (850 hPa). Além disso, observou-se que para o experimento EX-5 enquanto o centro de baixa em geopotencial permanece próximo da sua posição observada, o núcleo de alta em 200 hPa apresentou

um deslocamento em U com o decorrer do tempo (Figura 7.25).

A análise comparativa do campo de altura geopotencial entre os experimentos com fonte transiente (EX-5) e forçante com dependência temporal estacionária (EX-6) mostrou o cavado em altos níveis, na costa leste da América do Sul, mais deslocado para o Oceano Atlântico (e portanto mais condizente com a informação observacional) no caso da simulação com a fonte estacionária. Para o campo de vorticidade em 200 hPa, concluiu-se que na simulação EX-6 a distribuição horizontal foi mais semelhante à obtida para o experimento EX-5 (fonte transiente e condição inicial diferente de zero), enquanto que o campo de divergência em altos níveis do experimento com forçante estacionária mostrou-se uma configuração mais próxima da obtida para a simulação EX-4 (fonte transiente e condição inicial nula). A comparação entre os resultados relativos à velocidade vertical revelou que nos experimentos EX-4 e EX-5 ocorreu desintensificação do movimento vertical ascendente das 60 h para as 120 h de integração, enquanto que para a simulação com a fonte estacionária a intensidade do movimento vertical próximo ao centro das forçantes permaneceu praticamente constante, durante o período de integração. Além disso, nas simulações com forçante transiente (Figuras 7.39a e 7.39b), o campo de pressão à superfície às 120 h mostrou que os núcleos de baixa pressão (localizados próximo ao centro das fontes da Amazônia e África) perderam a forma circular presente no campo de saída às 60 horas e adquiriram uma configuração alongada no sentido noroeste-sudeste, o que não ocorreu no experimento com a forçante estacionária (Figura 7.46b).

A análise energética dos experimentos foi feita no Capítulo 8, e mostrou que com a introdução de uma condição inicial diferente de zero ocorreram trocas de

energia entre os modos verticais normais (Figura 8.2). Conforme discutido por outros autores (Kasahara, 1986; Haas, 1993), essa transferência de energia está associada ao cisalhamento vertical do escoamento zonal médio e é mais intensa quanto maior for esse cisalhamento. Para o experimento EX-5 (fonte transiente e condição inicial observada), concluiu-se que durante os 3 primeiros dias de integração os modos internos 1 e 4 perderam energia para os demais modos verticais normais. Somente a partir das 96 h é que verificou a transferência de energia dos modos internos 2 e 3 para o modo externo ou barotrópico. Além disso, a análise da energia total (média zonal) para os experimentos EX-4 e EX-5 (Figuras 8.4 e 8.5, respectivamente) revelou que a energia associada ao modo externo (apesar de menos intensa em relação aos modos internos) é dominante em latitudes médias, enquanto que na faixa tropical a energia concentrou-se nos modos verticais internos, principalmente no segundo modo vertical interno (~ 60 %).

A análise comparativa dos campos de energia cinética (Figura 8.6) e energia potencial disponível (Figura 8.7) para os experimentos EX-4, EX-5 e EX-6 mostrou que a magnitude da energia potencial é maior que os valores obtidos para a energia cinética nas simulações com condição inicial diferente de zero. Além disso, a configuração espacial do campo de energia total apresentou contribuição predominante da distribuição horizontal de energia potencial. No entanto, para a simulação utilizando a atmosfera inicial em repouso (EX-4), a energia concentrada sob as duas formas possuem praticamente a mesma intensidade, e o campo de energia total mostrou características relativas à energia cinética (principalmente próximo ao centro das fontes de calor) bem como aspectos que indicaram a contribuição da distribuição horizontal de energia potencial. Concluiu-se também que, nos experimentos EX-5 e EX-6 (condição inicial observada)

ocorreu uma maior propagação de energia para latitudes extratropicais, principalmente no Hemisfério Norte (associada com a condição inicial, que indica um jato mais intenso neste hemisfério). Essa penetração em latitudes médias ocorreu com maior intensidade para o campo de energia cinética, em comparação com a propagação da energia potencial.

A partição de energia entre os modos horizontais de oscilação (RB, KV, MX e GV) foi realizada tanto para o experimento com fonte transiente (EX-5) como para a simulação com a forçante estacionária (EX-6). Mostrou-se também, a porcentagem da energia total relativa aos produtos cruzados (PX), que permitiu avaliar as interferências entre as ondas. Concluiu-se que a atuação dos produtos cruzados ocorre predominantemente na faixa intertropical (entre  $35^{\circ}\text{N}$  e  $30^{\circ}\text{S}$ ). Para os campos relativos às 60 h e 120 h (Figuras 8.12 e 8.17, respectivamente), verificou-se que na faixa equatorial as ondas interagiram no sentido de diminuir a amplitude da energia total (interferência destrutiva), principalmente as ondas de Kelvin com os demais modos horizontais. Em torno da latitude de  $15^{\circ}$  (em ambos os hemisférios), ocorreram interferências construtivas entre as ondas, amplificando a magnitude da energia total nessas regiões. Além disso, a resposta atmosférica mais intensa no Hemisfério Norte, verificada em diversos campos prognosticados pelo modelo, também se mostrou presente na atuação dos produtos cruzados.

Nas simulações EX-5 e EX-6, a distribuição horizontal mostrou a energia total concentrada predominantemente nos modos de Rossby e Kelvin. É importante ressaltar que essa característica também foi verificada nos experimentos utilizando condição inicial nula (Tabelas 6.5 a 6.8). Verificou-se que a energia associada à onda de



Kelvin (Figura 8.19) concentra-se principalmente na faixa equatorial, à nordeste do centro das fontes de calor e decai gradativamente em direção às latitudes mais altas. Os máximos na porcentagem de energia total relativa aos modos de Rossby (Figura 8.18) estão localizados nas latitudes extratropicais e próximo ao centro das forçantes, e os núcleos de mínimos ocorrem em torno de  $15^{\circ}\text{N}$ , tanto para a simulação com a fonte transiente (EX-5) como para o experimento utilizando forçante estacionária (EX-6).

Para a onda mista (Rossby-gravidade) e para os modos de gravidade, os resultados obtidos para as simulações EX-5 e EX-6 mostraram pequena parcela da energia total associada com o modo misto (Figura 8.20), concentrada na região equatorial ao norte do centro das fontes de calor. Já para as ondas inercio-gravitacionais (Figura 8.21), a porcentagem de energia total apresentou-se muito próxima de zero, para a distribuição de energia às 120 h. No entanto, considerando o ponto de grade localizado no centro da fonte da Amazônia (ponto A, na Figura 8.22), concluiu-se que a excitação da onda mista é mais intensa no experimento com a atmosfera inicial em repouso (Figura 8.23a) do que nas simulações EX-5 e EX-6 (Figuras 8.25a e 8.27a, respectivamente). Além disso, nos experimentos com condição inicial diferente de zero verificou-se a presença de energia concentrada nos modos de Kelvin durante todo o período de integração, enquanto que para a simulação EX-4 a energia relativa à onda de Kelvin, no ponto A, intensificou-se a partir do 3<sup>o</sup> dia de integração.

A decomposição vertical da energia para cada um dos modos horizontais de oscilação (figuras não apresentadas) mostrou uma configuração com grande parte da energia concentrada no segundo modo vertical interno.

Conclui-se que, apesar de restrito no que se refere às parametrizações físicas, o modelo desenvolvido nessa dissertação mostrou-se importante na análise qualitativa e quantitativa dos escoamentos associados aos modos de Rossby, Kelvin e misto, em resposta ao aquecimento convectivo. O modelo também permite o estudo detalhado sobre a distribuição de energias cinética, potencial disponível e total, para cada um desses modos horizontais de oscilação, bem como para os produtos cruzados (interferências entre as ondas). Além disso, pode ser utilizado no campo didático, para o esclarecimento das noções fundamentais no estudo da Meteorologia Dinâmica. também pode ser explorado do ponto de vista didático, para o esclarecimento das noções básicas no estudo da Meteorologia Dinâmica.

## 9.2 - SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Durante o desenvolvimento deste trabalho surgiram novas idéias e sugestões que ainda podem ser exploradas. entre elas pode-se citar:

- a realização de outros trabalhos incluindo os efeitos do atrito e da topografia para modificar a resposta da atmosfera ao aquecimento convectivo;

- análise de novos experimentos simulando episódios de El-Niño;

- inclusão de novas regiões de atividade convectiva como Zona de Convergência do Atlântico Sul (ZCAS), Zona de Convergência do Pacífico Sul (ZCPS) e (Zona de Convergência Intertropical (ITCZ), a fim de simular mais realisticamente os escoamentos induzidos pelas fontes de calor;

- explorar as influências entre as regiões convectivas nos trópicos e subtropicais, via padrões de teleconexões como por exemplo entre ZCPS e ZCAS (Grimm, 1992);

- utilização de uma condição inicial completa com dados reais (ao invés de média zonal), e integrações mais longas;

- realização de novas simulações com fontes de calor porém explorando situações de inverno austral;

- utilização de novos tipos de fontes de calor:

- \* máximo em baixos níveis;
- \* aumento do número de modos verticais normais;
- \* outras curvas para representar a dependência temporal;
- \* parametrização da fonte em função do movimento vertical na base da nuvem ("wave cisk");

- aplicação do modelo no estudo de variedade lenta ("slow manifold").



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abramowitz, M.; Stegun, I.A. Handbook of Mathematical Functions. New York, Dover, 1970.

Baer, F.; Tribbia, J. On a complete filtering of gravity modes through nonlinear initialization. Monthly Weather Review, 105(12):1536-1539, 1977.

Bonatti, J.P.; Silva Dias, P.L.; Moura, A.D. Funções de Hough: teoria e utilização. São José dos Campos, INPE, 1983. (INPE-2697-RPE/429).

Bonatti, J.P.; Silva Dias, P.L. Um modelo espectral barotrópico global com iniciação por modos normais. São José dos Campos, INPE, 1983. (INPE-2674-RPE/428).

——— Further studies on spherical zonal geostrophic modes. In: Conference on Numerical Weather Prediction, 9., Denver, USA, Oct.14-18, 1991. Proceedings. Colorado, USA, 1991, p. 157-160.

——— Modos geostróficos zonais em modelos espectrais esféricos. In: Congresso Interamericano de Meteorologia, 1.; Congresso Brasileiro de Meteorologia, 4., out. 20-24, 1986. Anais. Brasília, Sociedade Brasileira de Meteorologia, 1986, v. 1, p. 326-331.

Bourke, W. A multi-level spectral model. I - Formulation and hemispheric integrations. Monthly Weather Review, 102(2):687-701, 1974.

Daley, R. Normal mode initialization. Reviews of Geophysics and Space Physics, 19(3):450-468, 1981.

- Daley, R.; Bourassa, Y. Rhomboidal versus triangular spherical harmonic truncation: some verification statistics. Atmosphere-Ocean, 16(2):187-196, 1978.
- Daley, R.; Girard, C.; Henderson, J.; Simmonds, I. Short-term forecasting with a multi-level spectral primitive equation model. Atmosphere, 14(2):98-134, 1976.
- DeMaria, M. Linear response of a stratified tropical atmosphere to convective forcing. Journal of the Atmospheric Sciences, 42(18):1944-1959, 1985.
- Eliassen, E.; Machenhauer, B.; Rasmussem, E. On a numerical method for integration of hydrodynamical equations with a spectral representation of the horizontal fields. Institute of Theoretical Meteorology, University of Copenhagen, 1970. 35 p. (Report n° 2).
- Flattery, T.W. Spectral models for global analysis and forecasting. Air Weather Service Technical, 1970. Report n° 242.
- Fulton, S.R.; Schubert, W.H. Geostrophic adjustment in a stratified atmosphere. Department of Atmospheric Science, Colorado State University, Fort Collins, CO, 1980. 97 p. (Atmospheric Science, 326).
- Vertical normal transforms: theory and application Monthly Weather Review, 113(2):647-658, 1985.
- Gandú, A.W. Modelagem numérica da resposta troposférica regional a fontes tropicais de calor. (Tese de Doutorado) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 1993.

- Gandú, A.W.; Geisler, J.E. A primitive equations model study of the effect of topography on the summer circulation over tropical South America. Journal of the Atmospheric Sciences, 48(16):1822-1835, 1991.
- Geisler, J.E.; Stevens, D.E. On the vertical structure of damped steady circulation in the tropics. Quartely Journal of the Royal Meteorological Society, 108(455):87-93, 1982.
- Gill, A.E. Some simple solutions for heat-induced tropical circulation. Quartely Journal of the Royal Meteorological Society, 106(449):447-462, 1980.
- Grimm, A.M. Influência remota de fontes tropicais anômalas de calor. (Tese de Doutorado) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992.
- Haltiner, J.G.; Williams, R.T. Numerical prediction and dynamic meteorology. New York, J.Willey & Sons, 1980.
- Haas, R. Uso de modos verticais na simulação numérica de equações primitivas. (Dissertação de Mestrado) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 1993.
- Hoerling, M.P.; Blackmon, M.L.; Ting, M. Simulating the atmospheric response to the 1985-1987 El Niño cycle. Journal of Climate, 5(7):669-682, 1992.
- Hoskins, B.J.; Karoly, D.J. The steady linear response of a spherical atmosphere to thermal and orography forcing. Journal of the Atmospheric Sciences, 38(6):1179-1196, 1981.

Hough, S.S. On the application of harmonic analysis to the dynamical theory of the tides - Part II. On the general integration of Laplace's dynamical equations.

Philosophical Translations of the Royal Society of London, A191:139-185, 1898.

Kasahara, A. Normal modes of ultralong waves in the atmosphere. Monthly Weather Review, 104(6):669-690, 1976.

—— Numerical integration of the global barotropic primitive equation with hough harmonic expansions. Journal of the Atmospheric Sciences, 34(5):687-701, 1977.

—— Further studies on a spectral model of the global barotropic primitive equations with hough harmonic expansions. Journal of the Atmospheric Sciences, 35(11):2043-2051, 1978.

—— The linear response of a stratified global atmosphere to tropical thermal forcing. Journal of the Atmospheric Sciences, 41(14):2217-2237, 1984.

Kasahara, A.; Puri, K. Spectral representation of three dimensional global data by expansion in normal mode functions. Monthly Weather Review, 109(1):37-51, 1981.

Kasahara, A.; Shigehisa, Y. Orthogonal vertical normal modes of a vertically staggered discretized atmospheric model. Monthly Weather Review, 111(9):1724-1735, 1983.

Kasahara, A.; Silva Dias, P.L. Response of planetary waves stationary tropical heating in a global atmosphere with meridional and vertical shear. Journal of the Atmospheric Sciences, 43(18):1893-1911, 1986.



- Kleeman, R. A modeling study of the effect of the Andes on the summertime circulation of tropical South America. Journal of the Atmospheric Sciences, 46(21):3344-3362, 1989.
- Kousky, V.E.; Ropelewski C.F. Extremes in the Souther Oscillation and their relationship to precipitation anomalies with emphasis on the South American region. Revista Brasileira de Meteorologia, 4(2):351-363, 1989.
- Krishnamurti, T.N. Tropical east-west circulations during the northern summer. Journal of the Atmospheric Sciences, 28(8):1342-1347, 1971.
- Lau, K.M.; Lim, H. Thermally driven motions in an equatorial  $\beta$ -plane: hadley and walker circulations during the winter monsoon. Monthly Weather Review, 110(4):336-353, 1982.
- Leith, C. Non-linear normal mode initialization and quasi-geostrophic theory. Journal of the Atmospheric Sciences, 37(5):958-968, 1980.
- Lim, H.; Chang, C.P. Dynamics of teleconnections and walker circulations forced by equatorial heating. Journal of the Atmospheric Sciences, 40(8):1897-1915, 1983.
- Lindzen, R.S.; Batten, E.S.; Kim, J.W. Oscillations in atmospheres with tops. Monthly Weather Review, 96(3):133-140, 1968.
- Lindzen, R.S.; Rabinovitz, M.F. Consistent vertical and horizontal resolution. Monthly Weather Review, 117(8):2575-2583, 1989.

- Longuet-Higgins, M.S. The eigenfunctions of Laplace's tidal equations over a sphere. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, A262:511-607, 1968.
- Machenhauer, B. On the dynamics of gravity oscillations in a shallow water model with applications to normal mode initialization. Contribution of Atmospheric Physics, 50(1):253-271, 1977.
- ; Daley, R. A baroclinic primitive model with a spectral representation in three dimensions. Institute of Theoretical Meteorology, University of Copenhagen, 1972. (Report n<sup>o</sup> 4).
- Marinho, C.V.G. Um estudo do balanço de vorticidade, para a região tropical, durante o verão no Hemisfério Sul. (Dissertação de Mestrado) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1988. 90 p. (INPE-4634-TDL/336).
- Matsuno, T. Quasi-geostrophic motions in the equatorial area. Journal of the Meteorological Society of Japan, 44(1):25-43, 1966.
- Moura, A.D. The eigensolutions of the balance equations over a sphere. (Doctoral Dissertation) - Massachusetts Institute of Technology, December, 1974. 171 p.
- Orszag, S.A. Transform method of the calculation of vector coupled sums: application to the spectral form of the vorticity equation. Journal of the Atmospheric Sciences, 27(6):890-895, 1970.

- Sardeshmukh, P.D.; Hoskins, B.J. The generation of global rotational flow by steady idealized tropical divergence. Journal of the Atmospheric Sciences, 45(7):1228-1251, 1988.
- Shigehisa, Y. Normal modes of the shallow water equations for zonal wavenumber zero. Journal of the Meteorological Society of Japan, 61(4):479-493, 1983.
- Silva Dias, P.L.; Schubert, W.H. The dynamics of equatorial mass-flow adjustment. Department of Atmospheric Science, Colorado State University, Fort Collins, CO, 1979. 203 p. (Atmospheric Science, 312).
- Silva Dias, P.L.; DeMaria, M. Large-scale response of the tropical atmosphere to transient convection. Journal of the Atmospheric Sciences, 40(11):2689-2707, 1983.
- Silva Dias, P.L.; Bonatti, J.P. A preliminary study of the observed vertical mode structure of the summer circulation over tropical South America. Tellus, 37(2):185-195, 1985.
- Vertical mode decomposition and model resolution. Tellus, 38a(3):205-214, 1986.
- Silva Dias, P.L. ; Bonatti, J.P.; Kousky, V.E. Diurnally forced tropical tropospheric circulation over South America. Monthly Weather Review, 115(8):1465-1478. 1987.
- Simmons, A.J. The forcing of stationary wave motion by tropical diabatic heating. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, 108(457):503-534, 1982.

Taylor, G.I. The oscillation of the atmosphere. Proceeding of the Royal Society of London, A156:318-326, 1936.

Temperton, C. Orthogonal vertical normal modes for a multilevel model. Monthly Weather Review, 112(3):503-509, 1984.

Webster, P.J. Response of the tropical atmosphere to local steady forcing. Monthly Weather Review, 100(7):518-541, 1972.

APÊNDICE AEXPRESSÃO PARA OS TERMOS NÃO-LINEARES E FORÇANTESDAS EQUAÇÕES DA ESTRUTURA HORIZONTAL

Neste apêndice são explicitadas as expressões para a parte não-homogênea ( lado direito) das equações (2.39), (2.40) e (2.41) que correspondem aos termos não-lineares (advecção, termos métricos) e ainda termos adicionais representados pelas fontes e sumidouros de energia, ou seja, as forçantes dissipativas (atrito) e o aquecimento diabático (fonte de calor tropical). Quando essas forçantes são nulas recai-se exatamente no sistema de equações da água-rasa linearizado sobre a esfera, com um estado básico em repouso.

Neste trabalho investiga-se justamente as trocas de energia resultantes das interações não-lineares, as quais são avaliadas pelo método das transformadas na horizontal e através de coeficientes numéricos para os modos verticais. Esses coeficientes de interação entre os modos verticais normais  $(l,m,n)$  são calculados em função dos autovetores  $(\psi_l, \psi_m, \psi_n)$ , obtidos na solução da estrutura vertical do modelo.

No membro direito da equação do movimento zonal (Equação 2.39), a resultante das forçantes fornece:

$$\hat{R}_n^u = \left( \hat{R}_1 \right)_n^u + \left( \hat{R}_2 \right)_n^u + \left( \hat{R}_3 \right)_n^u + \left( \hat{R}_4 \right)_n^u , \quad (\text{A.1})$$

com o termo advectivo  $\left( \hat{R}_1 \right)_n^u$  descrito por:

$$\left( \hat{R}_1 \right)_n^u = - \sum_{\ell} \sum_m \left[ \hat{u}_{\ell} \frac{\partial \hat{u}_m}{\partial \lambda} + \hat{v}_{\ell} \frac{\partial (\hat{u}_m \cos \varphi)}{\partial \varphi} \right] \frac{\vartheta_{\ell mn} \alpha_{\ell mn}}{\cos \varphi}, \quad (\text{A.2})$$

onde:

i) o termo adimensional  $\vartheta_{\ell mn}$  é representado por:

$$\vartheta_{\ell mn} = \frac{[(gH_{\ell})(gH_m)]^{1/2}}{2\Omega a (gH_n)^{1/2}}; \quad (\text{A.3})$$

e para o caso em que  $\ell = m = n$ , a Equação A.3 reduz-se à Equação 2.42.

ii)  $\alpha_{\ell mn}$  é o coeficiente de interação tripla que avalia a troca de energia dos modos  $\ell$  e  $m$  para o modo vertical  $n$ , dado pela seguinte expressão:

$$\alpha_{\ell mn} = \int_{\sigma_T}^1 \psi_{\ell}(\sigma) \psi_m(\sigma) \psi_n(\sigma) d\sigma. \quad (\text{A.4})$$

A solução analítica do coeficiente  $\alpha_{\ell mn}$  é obtida no Apêndice C (Equação C.31) em termos da estrutura vertical  $Z_n(\zeta)$ , discutida no Capítulo 3.

O 2º termo da Equação A.1 envolve o desvio no campo de temperatura e fica representado por:

$$\left( \hat{R}_2 \right)_n^u = (1/\cos \varphi) \sum_m \left[ (\partial q / \partial \lambda) (\hat{h}_m - \mathbb{T}_m q) \vartheta_{mnn} \chi_{mn} \right], \quad (\text{A.5})$$

onde:

i)  $T_m = R\bar{T}_m / (gH_m)$ , com  $\bar{T}_m(\sigma)$  indicando o perfil de temperatura do estado básico;

ii)  $q$  segue a definição dada na Equação 2.38, de modo que:

$$q = \sum_n (gH_n) / R_d \bar{T}_s [\hat{h}_n \psi_n(1) - \hat{Z}_{sn}] , \quad (\text{A.7})$$

sendo a topografia ( $Z_s$ ) adimensionalizada por:  $\hat{Z}_{sn} = Z_s / H_n$ .

Já o coeficiente  $\chi_{mn}$  avalia a troca de energia entre os modos verticais  $m$  e  $n$ , resultante da variação vertical de temperatura do modo  $m$  e expresso por :

$$\chi_{mn} = \int_{\sigma_T}^1 \sigma \frac{d\psi_m}{d\sigma} \psi_n d\sigma , \quad (\text{A.8})$$

A solução analítica do coeficiente  $\chi_{mn}$  é obtida no Apêndice C (Equação C.36) em termos da estrutura vertical  $Z_n(\zeta)$ .

Para o 3º termo da forçante zonal (Equação A.1) tem-se a seguinte expressão:

$$\left( \hat{R}_3 \right)_n^u = - (1/\cos\varphi) \sum_{\ell} \sum_m \hat{u}_m \left[ \hat{u}_{\ell} \frac{\partial q}{\partial \lambda} + (\hat{v}_{\ell} \cos\varphi) \frac{\partial q}{\partial \varphi} + \left. \frac{\partial \hat{u}_{\ell}}{\partial \lambda} + \frac{\partial (\hat{u}_{\ell} \cos\varphi)}{\partial \varphi} \right] \vartheta_{\ell mn} \tau_{\ell mn} , \quad (\text{A.9})$$

onde o coeficiente  $\tau_{\ell mn}$  indica a transferência de energia para o modo vertical  $n$  devido à interação entre a velocidade vertical (modo  $\ell$ ) e a derivada do modo vertical  $m$  descrito por :

$$\tau_{\ell mn} = \int_{\sigma_T}^1 \beta_{\ell}(\sigma) \frac{d\psi_m}{d\sigma} \psi_n d\sigma ,$$

$$\text{com } \beta_{\ell}(\sigma) = \int_{\sigma}^1 \psi_{\ell}(\sigma) d\sigma - (1-\sigma) \int_{\sigma_T}^1 \psi_{\ell}(\sigma) d\sigma . \quad (\text{A.10})$$

A solução analítica do coeficiente  $\tau_{\ell mn}$  é obtida no Apêndice C (Equação C.41) em termos da estrutura vertical  $Z_n(\zeta)$ .

Para representar a dissipação por atrito na direção zonal tem-se o último termo da Equação A.1 expresso por:

$$\left( \hat{R}_4 \right)_n^u = - \sum_{\ell} \sum_m \hat{\Lambda}_{\ell}^u \hat{u}_m (\vartheta_{\ell mn} \alpha_{\ell mn}) . \quad (\text{A.11})$$

onde  $\Lambda_{\ell}^u$  é o coeficiente de dissipação de momentum zonal adimensionalizado por:

$\hat{\Lambda}_{\ell}^u = \Lambda_{\ell}^u a / (gH_{\ell})$ , sendo  $a$  o raio médio da Terra,  $g$  a aceleração da gravidade e  $H_{\ell}$  a profundidade equivalente associada com o modo vertical  $\ell$ .



No membro direito da equação do movimento meridional (Equação 2.40) tem-se a resultante das forçantes expressa por :

$$\hat{R}_n^v = \left( \hat{R}_1 \right)_n^v + \left( \hat{R}_2 \right)_n^v + \left( \hat{R}_3 \right)_n^v + \left( \hat{R}_4 \right)_n^v, \quad (\text{A.12})$$

O 1º termo da equação anterior fica explicitado como:

$$\left( \hat{R}_1 \right)_n^v = - \sum_{\ell} \sum_m \left[ \hat{u}_{\ell} \frac{\partial \hat{v}_m}{\partial \lambda} + \hat{v}_{\ell} \frac{\partial (\hat{v}_m \cos \varphi)}{\partial \varphi} + \right. \\ \left. (u_{\ell}^2 + v_{\ell}^2) \operatorname{sen} \varphi \right] \frac{\vartheta_{\ell mn} \alpha_{\ell mn}}{\cos \varphi}. \quad (\text{A.13})$$

onde  $\vartheta_{\ell mn}$  e  $\alpha_{\ell mn}$  foram definidos nas Equações A.3 e A.4, respectivamente.

O termo  $\left( \hat{R}_2 \right)_n^v$  da equação do momentum meridional (Equação A.12) segue uma expressão similar à obtida para a forçante zonal (Equação A.5) trocando-se  $a \cos \varphi \partial \lambda$  por  $a \partial \varphi$ . Já os termos  $\left( \hat{R}_3 \right)_n^v$  e  $\left( \hat{R}_4 \right)_n^v$  são expressos de forma análoga às Equações A.9 e A.11, substituindo-se a variável  $\hat{u}_m$  por  $\hat{v}_m$ .

No membro direito da equação da Energia Termodinâmica (Equação 2.23) a resultante das forçantes fica descrita por:

$$\begin{aligned} \hat{R}_n^h &= \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ \left( \hat{T}_1 \right)_n^h + \left( \hat{T}_2 \right)_n^h + \left( \hat{T}_3 \right)_n^h + \left( \hat{T}_4 \right)_n^h \right], \\ &= \left( \hat{R}_1 \right)_n^h + \left( \hat{R}_2 \right)_n^h + \left( \hat{R}_3 \right)_n^h + \left( \hat{R}_4 \right)_n^h. \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

onde os termos entre parênteses correspondem às Equações 2.19 a 2.22 e também serão expressos em termos de somatórios nos modos  $\ell$  e  $m$ , acoplados a coeficientes de interação tripla .

O termo  $\left( \hat{R}_1 \right)_n^h$  em A.14 expressa a advecção diferencial do campo de temperatura e fica expresso por:

$$\begin{aligned} \left( \hat{R}_1 \right)_n^h &= (1/\cos\varphi) \sum_{\ell} \sum_m \vartheta_{\ell} \left[ \left( \hat{u}_{\ell} \frac{\partial \hat{h}_m}{\partial \lambda} + (\hat{v}_{\ell} \cos\varphi) \frac{\partial \hat{h}_m}{\partial \varphi} \right) \right. \\ &\quad \left. (\xi_{\ell mn} - \alpha_{\ell mn}) - (\hat{h}_m - T_m q) \left( \frac{\partial \hat{u}_{\ell}}{\partial \lambda} + \frac{\partial (\hat{v}_{\ell} \cos\varphi)}{\partial \varphi} \right) \right. \\ &\quad \left. (\omega_{\ell mn} - \kappa \eta_{\ell mn}) \right], \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

onde :

i)  $T_m = R_d \bar{T}_m / (gH_m)$  e  $\kappa = R_d / c_p$ , sendo  $R_d$  a constante do gás para o ar seco e  $c_p$  o calor específico do ar seco à pressão constante;

ii) o coeficiente de interação  $\xi_{\ell mn}$  avalia as trocas de energia entre os modos verticais  $\ell$ ,  $m$ , e  $n$  advindas da variação vertical do campo de temperatura e fica expresso por:

$$\xi_{\ell mn} = \frac{gH_m}{R\bar{S}} \int_{\sigma_T}^1 \sigma \frac{d\psi_\ell}{d\sigma} \sigma \frac{d\psi_m}{d\sigma} \psi_n d\sigma, \quad (\text{A.16})$$

com  $\bar{S}$  indicando a estabilidade estática do estado básico (Equação 3.4) em coordenada vertical  $\zeta = -\ln\sigma$ .

iii) o coeficiente  $\omega_{\ell mn}$  fica representado por:

$$\omega_{\ell mn} = \frac{gH_m}{R\bar{S}} \int_{\sigma_T}^1 \frac{d}{d\sigma} \left[ \beta_\ell(\sigma) \sigma \frac{d}{d\sigma} \left( \sigma \frac{d\psi_m}{d\sigma} \right) \right] \psi_n d\sigma, \quad (\text{A.17})$$

com  $\beta_\ell(\sigma)$  definido na Equação A.10 ;

iv) o coeficiente  $\eta_{\ell mn}$  refere-se ao campo de movimento vertical e fica expresso como:

$$\eta_{\ell mn} = \frac{gH_m}{R\bar{S}} \int_{\sigma_T}^1 \left[ \theta_\ell(\sigma) \frac{d}{d\sigma} \left( \sigma \frac{d\psi_m}{d\sigma} \right) \psi_n - \psi_\ell \sigma \frac{d\psi_m}{d\sigma} \psi_n \right] d\sigma,$$

$$\text{com } \theta_\ell(\sigma) = \int_{\sigma_T}^1 \psi_\ell(\sigma) d\sigma - \int_{\sigma_T}^1 \psi_\ell(\sigma) d\sigma. \quad (\text{A.18})$$

A solução analítica dos coeficientes  $\xi_{lmn}$ ,  $\eta_{lmn}$  e  $\omega_{lmn}$  é obtida no Apêndice C em termos da estrutura vertical  $Z_n(\zeta)$  e são expressas pelas Equações C.56, C.63 e C.72, respectivamente.

O 2º termo que compõe a parte não-linear da Equação da Energia Termodinâmica relaciona-se com o campo de velocidade vertical, fornecendo:

$$\left( \hat{R}_2 \right)_n^h = (1/\cos\varphi) \sum_{\ell} \vartheta_{\ell} \left[ \hat{u}_{\ell} \frac{\partial q}{\partial \lambda} + (\hat{v}_{\ell} \cos\varphi) \frac{\partial q}{\partial \varphi} \right] \sum_m \left[ \chi_{mn} + (\hat{h}_m - \bar{T}_m q) [ \kappa (\alpha_{lmn} - \xi_{lmn} - \eta_{lmn}) + \omega_{lmn} ] \right], \quad (A.19)$$

onde os coeficientes de iteração  $\alpha_{lmn}$ ,  $\xi_{lmn}$ ,  $\eta_{lmn}$  e  $\omega_{lmn}$  foram explicitados nas Equações A.4, A.16, A.17 e A.18, respectivamente.

O 3º termo da forçante  $\hat{R}_n^h$  (Equação A.14) fica representado por:

$$\left( \hat{R}_3 \right)_n^h = \sum_{\ell} \sum_m \hat{\Lambda}_{\ell}^T [ (\hat{h}_m - \bar{T}_m q) (\alpha_{lmn} - \xi_{lmn}) + (\bar{T}_m / \bar{S}) \cdot (\alpha_{lmn} - \eta_{clmn} - \eta_{cnml}) ], \quad (A.20)$$

onde:

$$i) \eta_{c\ell mn} = \int_{\sigma_T}^1 \sigma \psi_\ell \frac{d\psi_m}{d\sigma} \psi_n d\sigma \quad e \quad \eta_{cnml} = \int_{\sigma_T}^1 \sigma \psi_n \frac{d\psi_m}{d\sigma} \psi_\ell d\sigma;$$

Os coeficientes  $\eta_{c\ell mn}$  e  $\eta_{cnml}$  foram expressos analiticamente em termos da estrutura vertical  $Z_n(\zeta)$  nas Equações C.66 a C.71.

iv)  $\Lambda_\ell^T$  indica a expansão vertical do coeficiente de resfriamento  $\Lambda^T$ , com  $F_T = \Lambda^T T$  (Equação 2.22), e será adimensionado por:

$$\hat{\Lambda}_\ell^T = \Lambda_\ell^T / 2\Omega, \quad (A.22)$$

sendo  $\Omega$  a velocidade angular da Terra .

O último termo da Equação A.14 representa o aquecimento convectivo e fica expresso por:

$$\left( \hat{R}_4 \right)_n^h = \sum_m \hat{Q}_m (\chi_{mn} + \delta_{mn}) = \sum_m \hat{Q}_m (\rho_{mn}) \quad (A.22)$$

com:

i)  $\hat{Q}_m = \dot{Q}_m / 2\Omega \bar{S} c_p$ , onde  $\dot{Q}_m = \dot{Q}_m(\lambda, \phi, t)$  indica a taxa de aquecimento convectivo simulada pelo modelo (fonte de calor) associada com cada modo vertical  $m$ ;

ii) o coeficiente  $\rho_{mn}$  foi expresso analiticamente em função da estrutura vertical  $Z_n(\zeta)$  no Apêndice C (Equação C.76).

Nas tabelas a seguir, estão os valores numéricos para os cinco primeiros modos verticais do coeficiente de interação tripla  $\alpha_{\ell mn} = \int_{\sigma_T}^1 \psi_{\ell}(\sigma)\psi_m(\sigma)\psi_n(\sigma)d\sigma$  cuja solução foi obtida utilizando as Equações C.32 a C.35.

TABELA A.1: VALORES NUMÉRICOS PARA O COEFICIENTE DE INTERAÇÃO TRIPLA  $\alpha_{\ell m 0}$

n = 0					
m \ell	0	1	2	3	4
0	0.3549	-0.0113	-0.0002	-0.0005	0.0000
1	-0.0113	0.0317	-0.0016	0.0001	-0.0001
2	-0.0002	-0.0016	0.0087	-0.0005	0.0000
3	-0.0005	0.0001	-0.0005	0.0039	-0.0002
4	0.0000	-0.0001	0.0000	-0.0002	0.0022

TABELA A.2: VALORES NUMÉRICOS PARA O COEFICIENTE DE INTERAÇÃO TRIPLA  $\alpha_{\ell m 1}$

n = 1					
m \ell	0	1	2	3	4
0	-0.1429	0.4006	-0.0200	0.0015	-0.0015
1	0.4006	-0.1515	0.0565	-0.0062	0.0009
2	-0.0200	0.0565	-0.0282	0.0192	-0.0025
3	0.0015	-0.0062	0.0192	-0.0119	0.0096
4	-0.0015	0.0009	-0.0025	0.0096	-0.0065

TABELA A.3: VALORES NUMÉRICOS PARA O COEFICIENTE DE INTERAÇÃO TRIPLA  $\alpha_{\ell m 2}$

n = 2						
m	$\ell$	0	1	2	3	4
0		-0.0100	-0.0705	0.3868	-0.0236	0.0019
1		-0.0705	0.1983	-0.0992	0.0674	-0.0090
2		0.3868	-0.0992	0.0143	-0.0195	0.0257
3		-0.0236	0.0674	-0.0195	0.0047	-0.0087
4		0.0019	-0.0090	0.0257	-0.0087	0.0024

TABELA A.4: VALORES NUMÉRICOS PARA O COEFICIENTE DE INTERAÇÃO TRIPLA  $\alpha_{\ell m 3}$

n = 3						
m	$\ell$	0	1	2	3	4
0		-0.0502	0.0120	-0.0519	0.3839	-0.0257
1		0.0120	-0.0480	0.1479	-0.0916	0.0742
2		-0.0519	0.1479	-0.0428	0.0103	-0.0191
3		0.3839	-0.0916	0.0103	-0.0072	0.0034
4		-0.0257	0.0742	-0.0191	0.0034	-0.0031

TABELA A.5: VALORES NUMÉRICOS PARA O COEFICIENTE DE INTERAÇÃO TRIPLA  $\alpha_{\ell m 4}$

n = 4						
m	ℓ	0	1	2	3	4
0		-0.0046	-0.0205	0.0075	-0.0454	0.3829
1		-0.0205	0.0128	-0.0349	0.1308	-0.0892
2		-0.0075	-0.0349	0.0993	-0.0336	0.0093
3		-0.0454	0.1308	-0.0336	0.0060	-0.0055
4		0.3829	-0.0892	0.0093	-0.0055	0.0018

Analisando os valores numéricos das tabelas anteriores, para avaliar as trocas de energia entre os modos verticais para o coeficiente  $\alpha_{\ell m n}$ , verifica-se que o coeficiente dominante é do tipo  $\alpha_{0 n n}$  indicando valores máximos em torno de 0,4.



APÊNDICE BCAMPOS DERIVADOS : TEMPERATURA E MOVIMENTO VERTICAL

Aqui são obtidas as expressões analíticas para os campos de temperatura, altura geopotencial e movimento vertical utilizados no modelo prognóstico.

A expressão para o desvio de temperatura  $T'$  (Equação 2.9) pode ser escrita em termos da coordenada vertical  $\zeta = -\ln\sigma$ , como:

$$T' = (1/R) \frac{\partial P}{\partial \zeta} - q \frac{d\bar{T}}{d\zeta} \quad (B.1)$$

Utilizando a expansão vertical para a altura geopotencial da forma:  $P = g \sum_n h_n \psi_n = g \sum_n h_n Z_n \exp(\zeta/2)$ , pode-se reescrever a Equação B.1 como:

$$T' = (g/R) \sum_n h_n \left( \frac{dZ_n}{d\zeta} + \frac{Z_n}{2} \right) \exp(\zeta/2) - q \frac{d\bar{T}}{d\zeta} \quad (B.2)$$

O perfil de temperatura do estado básico é determinado em função da estabilidade estática ( $\bar{S}$ ), indicado por:

$$\bar{S} = \kappa \bar{T} + (d\bar{T}/d\zeta), \quad (B.3)$$

onde  $\kappa = R_d/c_p$ .

Como a estabilidade  $\bar{S}$  é considerada constante (Equação 3.4), a Equação B.3 tem solução do tipo:

$$\bar{T}(\zeta) = (\bar{S}/\kappa) + C_1 \exp(-\kappa\zeta) , \quad (\text{B.4})$$

onde a constante de integração  $C_1 = \bar{T}_s - (\bar{S}/\kappa)$  é obtida da condição de contorno  $\bar{T}(0) = \bar{T}_s$ .

Utilizando a Equação B.4, pode-se escrever a temperatura no topo da atmosfera ( $\bar{T}_T$ ) por:

$$\bar{T}_T = \bar{S}/\kappa, \text{ pois se } \zeta_T \rightarrow \infty, \text{ tem-se } \exp(-\kappa\zeta_T) \rightarrow 0, \quad (\text{B.5})$$

Substituindo o resultado obtido na Equação B.5 na Equação B.4 obtém-se o perfil de temperatura do estado básico:

$$\bar{T}(\zeta) = \bar{T}_T + (\bar{T}_s - \bar{T}_T) \exp(-\kappa\zeta) . \quad (\text{B.6})$$

Utilizando a condição de equilíbrio hidrostático  $\partial\bar{\phi}/\partial\zeta = R\bar{T}(\zeta)$ , indicada na Equação 2.5 pode-se escrever o geopotencial do estado básico como:

$$\bar{\phi}(\zeta) = R \left[ \kappa^{-1} \exp(-\kappa\zeta) (\bar{T}_T - \bar{T}_s) + \bar{T}_T \zeta \right] + C_2 , \quad (\text{B.7})$$

onde a constante de integração  $C_2 = (R/\kappa) (\bar{T}_s - \bar{T}_T)$  é obtida considerando  $\bar{\phi}(0) = 0$ .

Logo, para o campo de altura geopotencial tem-se:

$$\bar{h}(\zeta) = (R/g) \left\{ \kappa^{-1} (\bar{T}_s - \bar{T}_T) [1 - \exp(-\kappa\zeta)] + \bar{T}_T \zeta \right\} . \quad (\text{B.8})$$

Para se determinar o campo de movimento vertical, descrito pelo modelo, efetua-se a decomposição vertical do campo de vento horizontal e substitui-se na expressão da velocidade vertical. Assim, com  $\mathbb{W} = \sum_n \mathbb{W}_n \psi_n(\sigma)$  e introduzindo na Equação 2.17, resulta:

$$\dot{\sigma} = \sum_n \beta_n(\sigma) (\nabla \cdot \mathbb{W}_n + \mathbb{W}_n \cdot \nabla q) , \quad (\text{B.9})$$

onde:

$$\beta_n(\sigma) = \int_{\sigma}^1 \psi_n d\sigma - (1-\sigma) \int_{\sigma_T}^1 \psi_n d\sigma ;$$

$$\beta_n(1) = 0 \quad \text{e} \quad \beta_n(\sigma_T) = \sigma_T \int_{\sigma_T}^1 \psi_n d\sigma . \quad (\text{B.10})$$

Lembrando que  $\sigma = p/p_s$  e substituindo na expressão para o movimento vertical, em coordenadas de pressão, obtém-se:

$$\omega = \frac{dp}{dt} = \dot{\sigma} p_s + \sigma \frac{dp_s}{dt} = p_s \left( \dot{\sigma} + \sigma \frac{dq}{dt} \right) , \quad (\text{B.11})$$

onde  $q = \ln(p_s/\bar{p}_s)$  e  $d\bar{p}_s/dt = 0$ .

Utilizando a Equação 2.12 para  $\partial q/\partial t$ , pode-se ainda escrever:

$$\frac{dq}{dt} = - \sum_n (W_n \cdot \nabla q + \nabla \cdot W_n) \int_{\sigma_T}^1 \psi_n d\sigma + \sum_n (W_n \cdot \nabla q) \psi_n \quad . \quad (B.12)$$

Substituindo a Equação B.12 na Equação B.11 e utilizando a expressão derivada para  $\dot{\sigma}$  (Equação B.9), o campo de velocidade vertical fica indicado por:

$$\omega = p_s \cdot \left[ \sum_n \theta_n(\sigma) (W_n \cdot \nabla q + \nabla \cdot W_n) + \sum_n (W_n \cdot \nabla q) (\sigma \psi_n) \right] , \quad (B.13)$$

onde:

$$\theta_n(\sigma) = \beta_n(\sigma) - \sigma \int_{\sigma_T}^1 \psi_n d\sigma ; \quad (B.14)$$

$$\theta_n(1) = - \int_{\sigma_T}^1 \psi_n d\sigma \quad e \quad \theta_n(\sigma_T) = 0 .$$

Lembrando que  $\psi_n = Z_n \exp(\zeta/2)$  e  $\sigma = \exp(-\zeta)$ , com  $0 \leq \zeta \leq \zeta_T$ , a velocidade vertical pode ser escrita em termos da estrutura vertical  $Z_n$  como:

$$\omega = p_s \left[ \sum_n \theta_n(\zeta) (W_n \cdot \nabla q + \nabla \cdot W_n) + \sum_n (W_n \cdot \nabla q) (Z_n \exp(-\zeta/2)) \right] \cdot \quad (\text{B.15})$$

O coeficiente  $\theta_n(\zeta)$  pode ser expresso em termos da integral vertical da estrutura  $Z_n$  (Equação B.28). Assim, tem-se:

$$\begin{aligned} \theta_n(\zeta) &= \int_0^\zeta \exp(-\zeta/2) Z_n d\zeta - \int_0^{\zeta_T} \exp(-\zeta/2) Z_n d\zeta = \\ &= [IZ]_n(\zeta) - [IZ]_n(\zeta_T) \cdot \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

Para o campo de movimento vertical, à superfície, tem-se:

$$\omega_s = p_s \sum_n \left\{ (W_n \cdot \nabla q) \left[ Z_n(0) - [IZ]_n(\zeta_T) \right] - (\nabla \cdot W_n) [IZ]_n(\zeta_T) \right\} \cdot \quad (\text{B.17})$$

onde:

$\zeta_T = p_s / p_T$  ,  $p_s$  indica a pressão à superfície (1000 hPa) e  $p_T$  é o valor da pressão para o topo da atmosfera do modelo (50 hPa).

APÊNDICE CEXPRESSÕES UTILIZADAS NO MODELO E CÁLCULO DOS COEFICIENTES  
DE INTERAÇÃO ENTRE OS MODOS VERTICAIS NORMAIS

A) Expressões utilizadas no modelo:

A seguir são apresentadas algumas identidades trigonométricas e expressões para solução de integrals, utilizadas no modelo para o cálculo analítico dos coeficientes de interação entre os modos verticais. São elas:

$$a) \operatorname{sen}[(a-b)\zeta] = \operatorname{sen}(a\zeta)\cos(b\zeta) - \cos(a\zeta)\operatorname{sen}(b\zeta); \quad (\text{C.1})$$

$$b) \operatorname{sen}[(a+b)\zeta] = \operatorname{sen}(a\zeta)\cos(b\zeta) + \cos(a\zeta)\operatorname{sen}(b\zeta); \quad (\text{C.2})$$

$$c) \cos[(a-b)\zeta] = \cos(a\zeta)\cos(b\zeta) + \operatorname{sen}(a\zeta)\operatorname{sen}(b\zeta); \quad (\text{C.3})$$

$$d) \cos[(a+b)\zeta] = \cos(a\zeta)\cos(b\zeta) - \operatorname{sen}(a\zeta)\operatorname{sen}(b\zeta); \quad (\text{C.4})$$

$$e) \operatorname{sen}(a\zeta)\cos(b\zeta) = \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{sen}[(a-b)\zeta] + \operatorname{sen}[(a+b)\zeta] \right\}; \quad (\text{C.5})$$

$$f) \operatorname{sen}(a\zeta)\operatorname{sen}(b\zeta) = \frac{1}{2} \left\{ \cos[(a-b)\zeta] - \cos[(a+b)\zeta] \right\}; \quad (\text{C.6})$$

$$g) \cos(a\zeta)\cos(b\zeta) = \frac{1}{2} \left\{ \cos[(a-b)\zeta] + \cos[(a+b)\zeta] \right\}; \quad (\text{C.7})$$

$$h) \cos(a\zeta)\cos(b\zeta)\cos(c\zeta) = \frac{1}{4} \left\{ \cos[(a-b-c)\zeta] + \right. \\ \left. \cos[(a-b+c)\zeta] + \cos[(a+b-c)\zeta] + \cos[(a+b+c)\zeta] \right\}; \quad (\text{C.8})$$

$$i) \cos(a\zeta) \cos(b\zeta) \operatorname{sen}(c\zeta) = \frac{1}{4} \left\{ - \operatorname{sen}[(a-b-c)\zeta] + \operatorname{sen}[(a-b+c)\zeta] - \operatorname{sen}[(a+b-c)\zeta] + \operatorname{sen}[(a+b+c)\zeta] \right\}; \quad (\text{C.9})$$

$$j) \cos(a\zeta) \operatorname{sen}(b\zeta) \operatorname{sen}(c\zeta) = \frac{1}{4} \left\{ - \cos[(a-b-c)\zeta] + \cos[(a-b+c)\zeta] + \cos[(a+b-c)\zeta] - \cos[(a+b+c)\zeta] \right\}; \quad (\text{C.10})$$

$$l) \operatorname{sen}(a\zeta) \operatorname{sen}(b\zeta) \operatorname{sen}(c\zeta) = \frac{1}{4} \left\{ - \operatorname{sen}[(a-b-c)\zeta] + \operatorname{sen}[(a-b+c)\zeta] + \operatorname{sen}[(a+b-c)\zeta] - \operatorname{sen}[(a+b+c)\zeta] \right\}; \quad (\text{C.11})$$

$$m) I_c(a, b) = \int_0^{\zeta_T} \exp(a\zeta) \cos(b\zeta) d\zeta \quad (\text{C.12})$$

$$= \zeta_T, \quad \text{para } a = 0 \text{ e } b = 0;$$

$$= \operatorname{sen}(b\zeta_T)/b, \quad \text{para } a = 0 \text{ e } b \neq 0;$$

$$= [\exp(a\zeta_T) - 1]/a, \quad \text{para } a \neq 0 \text{ e } b = 0;$$

$$= \frac{1}{(a^2 + b^2)} \left\{ \exp(a\zeta_T) \left[ a \cos(b\zeta_T) + b \operatorname{sen}(b\zeta_T) \right] - a \right\}, \quad \text{para } a \neq 0 \text{ e } b \neq 0.$$



$$n) I_s(a, b) = \int_0^{\zeta_T} \exp(a\zeta) \cos(b\zeta) d\zeta \quad (C.13)$$

$$= 0, \quad \text{para } a = 0 \text{ e } b = 0 ;$$

$$= [-\cos(b\zeta_T) + 1]/b, \quad \text{para } a = 0 \text{ e } b \neq 0 ;$$

$$= [\exp(a\zeta_T) - 1]/a, \quad \text{para } a \neq 0 \text{ e } b = 0 ;$$

$$= \frac{1}{(a^2 + b^2)} \left\{ \exp(a\zeta_T) \left[ a \operatorname{sen}(b\zeta_T) - b \cos(b\zeta_T) \right] + b \right\}, \quad \text{para } a \neq 0 \text{ e } b \neq 0 .$$

$$o) [A \cos(a\zeta) + B \operatorname{sen}(a\zeta)] [C \cos(b\zeta) + D \operatorname{sen}(b\zeta)] \cdot \\ [D \cos(a\zeta) + E \operatorname{sen}(a\zeta)] =$$

$$= \frac{1}{4} [A(CE - DF) + B(CF + DE)] \cos[(a-b-c)\zeta] + \\ \frac{1}{4} [A(CE + DF) - B(CF - DE)] \cos[(a-b+c)\zeta] + \\ \frac{1}{4} [A(CE + DF) + B(CF - DE)] \cos[(a+b-c)\zeta] + \\ \frac{1}{4} [A(CE - DF) - B(CF + DE)] \cos[(a+b+c)\zeta] + \\ \frac{1}{4} [-A(CF + DE) + B(CE - DF)] \operatorname{sen}[(a-b-c)\zeta] + \\ \frac{1}{4} [A(CF - DE) + B(CE + DF)] \operatorname{sen}[(a-b+c)\zeta] + \\ \frac{1}{4} [-A(CF - DE) + B(CE + DF)] \operatorname{sen}[(a+b-c)\zeta] + \\ \frac{1}{4} [A(CF + DE) + B(CE - DF)] \operatorname{sen}[(a+b+c)\zeta] . \quad (C.14)$$

$$\begin{aligned}
& \rho) [A\cos(a\zeta) + B\sin(a\zeta)] [C\cos(b\zeta) + D\sin(b\zeta)] = \\
& = \frac{1}{2} (AC + BD)\cos[(a-b)\zeta] - \frac{1}{2} (AD - BC)\sin[(a-b)\zeta] + \\
& \quad \frac{1}{2} (AC - BD)\cos[(a+b)\zeta] + \frac{1}{2} (AD + BC)\sin[(a+b)\zeta] . \quad (C.15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q) I_0(a, b, c, d, A, B, C, D, E, F) &= \int_0^{\zeta_T} [A\cos(b\zeta) + B\sin(b\zeta)] \cdot \\
& [C\cos(c\zeta) + D\sin(c\zeta)] [E\cos(d\zeta) + F\sin(d\zeta)] [\exp(a\zeta)] d\zeta = \\
& = \frac{1}{4} [A(CE - DF) + B(CF + DE)] I_c(a, b-c-d) + \\
& \quad \frac{1}{4} [A(CE + DF) - B(CF - DE)] I_c(a, b-c+d) + \\
& \quad \frac{1}{4} [A(CE + DF) + B(CF - DE)] I_c(a, b+c-d) + \\
& \quad \frac{1}{4} [A(CE - DF) - B(CF + DE)] I_c(a, b+c+d) - \\
& \quad \frac{1}{4} [A(CF + DE) - B(CE - DF)] I_s(a, b-c-d) + \\
& \quad \frac{1}{4} [A(CF - DE) + B(CE + DF)] I_s(a, b-c+d) - \\
& \quad \frac{1}{4} [A(CF - DE) - B(CE + DF)] I_s(a, b+c-d) + \\
& \quad \frac{1}{4} [A(CF + DE) + B(CE - DF)] I_s(a, b+c+d) . \quad (C.16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{r) } I_1(a, b, c, d, A, B, C, D, E, F) &= \int_0^{\zeta_T} [A \exp(b\zeta) + B \exp(b\zeta)] \cdot \\
 & [C \cos(c\zeta) + D \sin(c\zeta)] [E \cos(d\zeta) + F \sin(d\zeta)] [\exp(a\zeta)] d\zeta = \\
 &= \frac{1}{2} (CE + DF) A I_c(a+b, c-d) + B I_c(a-b, c-d) - \\
 & \frac{1}{2} (CF - DE) A I_s(a+b, c-d) + B I_s(a-b, c-d) + \\
 & \frac{1}{2} (CE - DF) A I_c(a+b, c+d) + B I_c(a-b, c+d) + \\
 & \frac{1}{2} (CF + DE) A I_s(a+b, c+d) + B I_s(a-b, c+d) . \quad (C.17)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } I_2(a, b, c, A, B, C, D, E, F) &= \int_0^{\zeta_T} [A \exp(b\zeta) + B \exp(-b\zeta)] \cdot \\
 & [C \exp(b\zeta) + D \exp(-b\zeta)] [E \cos(c\zeta) + F \sin(c\zeta)] [\exp(a\zeta)] d\zeta = \\
 &= AC [EI_c(a+2b), c] + FI_s(a+2b), c] + \\
 & BD [EI_c(a-2b), c] + FI_s(a-2b, c)] + \\
 & (AD+BC) [EI_c(a, c)] + FI_s(a, c) . \quad (C.18)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{q) } I_3(a, b, A, B, C, D, E, F, ) &= \int_0^{\zeta_T} [A \exp(b\zeta) + B \exp(-b\zeta)] \cdot \\
 & [C \exp(b\zeta) + D \exp(-b\zeta)] [E \exp(b\zeta) + F \exp(-b\zeta)] [\exp(a\zeta)] d\zeta = \\
 &= [ACF + ADE + BCE] I_c(a+b, 0) + [ADF + BCF + BDE] I_c(a-b, 0) + \\
 & [ACE] I_c(a+3b, 0) + [BDF] I_c(a-3b, 0) . \quad (C.19)
 \end{aligned}$$

B) Obtenção dos coeficientes de interação entre os modos verticais normais:

A obtenção de uma solução analítica para os coeficientes de interação entre os modos verticais faz uso das expressões apresentadas na parte A deste Apêndice, e das autofunções da equação da estrutura vertical (Equações 3.19 e 3.25), que serão reescritas a seguir:

i) Para o modo externo (ou barotrópico) tem-se:

$$Z_0(\zeta) = A_0 \cosh(\gamma_0 \zeta) - B_0 \sinh(\gamma_0 \zeta) ,$$

$$\text{com } A_0 = \left\{ \left[ \frac{\zeta_T}{2} + \frac{\sinh(2\gamma_0 \zeta_T)}{4\gamma_0} \right] - S_s \left[ \frac{\cosh(2\gamma_0 \zeta_T) - 1}{2\gamma_0^2} \right] + \right.$$

$$\left. S_s^2 \left[ \frac{\sinh(2\gamma_0 \zeta_T)/\gamma_0 - 2\zeta_T}{4\gamma_0^2} \right] \right\}^{-1/2} ;$$

$$B_0 = (-S_s/\gamma_0)A_0 \quad \text{e} \quad \tanh(\gamma_0 \zeta_T) = \frac{(S_s - S_T)\gamma_0}{\gamma_0^2 - S_s S_T} .$$

onde os parâmetros  $S_s$  e  $S_T$  seguem a expressão dada na Equação 3.13.

Pode-se ainda reescrever a expressão para  $Z_0$  da forma:

$$Z_0 = A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta) ,$$

$$\text{onde } A'_0 = (A_0 + B_0)/2 \quad \text{e} \quad B'_0 = (A_0 - B_0)/2 . \quad (\text{C.20})$$

ii) Para os modos internos (ou baroclínicos) os autovalores da equação da estrutura vertical ficam definidos como:

$$Z_n(\zeta) = A_n \cos(\gamma_n \zeta) + B_n \text{sen}(\gamma_n \zeta) ,$$

$$\text{com } A_n = \left\{ \left[ \frac{\zeta_T}{2} + \frac{\text{sen}(2\gamma_n \zeta_T)}{4\gamma_n} \right] + S_s \left[ \frac{\cos(2\gamma_n \zeta_T) - 1}{2\gamma_n^2} \right] \right\} -$$

$$S_s^2 \left[ \frac{\text{sen}(2\gamma_n \zeta_T)/\gamma_n - 2\zeta_T}{4\gamma_n^2} \right] \Bigg\}^{-1/2} , \quad B_n = (-S_s/\gamma_n) A_n \quad \text{e}$$

$$\tan(\gamma_n \zeta_T) = \frac{(S_T - S_s) \gamma_n}{\gamma_n^2 + S_T S_s} . \quad (\text{C.21})$$

Indicando as derivadas primeira e segunda dos autovetores  $Z_n$  ( $n \geq 0$ ) por  $[DZ]_n(\zeta)$  e  $[D^2Z]_n(\zeta)$  respectivamente, vem:

$$\begin{aligned} \text{i) } [DZ](\zeta) &= \frac{d}{d\zeta} \left[ Z \exp(\zeta/2) \right] \\ &= \exp(\zeta/2) \left( \frac{dZ}{d\zeta} + \frac{Z}{2} \right) , \end{aligned} \quad (\text{C.22})$$

com o modo externo ( $n=0$ ) indicado por:

$$\begin{aligned} [DZ]_0(\zeta) &= \exp(\zeta/2) [C_0 \cosh(\gamma_0 \zeta) + D_0 \sinh(\gamma_0 \zeta)] \\ &= \exp(\zeta/2) [C'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + D'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] , \end{aligned}$$

$$C_0 = [(1/2) - S_s] A_0 ;$$

$$D_0 = [\gamma_0 - (S_s/2\gamma_0)] A_0 ;$$

$$C'_0 = (C_0 + D_0)/2 ; \quad D'_0 = (C_0 - D_0)/2 ; \quad (C.23)$$

e para  $n \geq 1$ , tem-se:

$$[DZ]_n(\zeta) = \exp(\zeta/2) [C_n \cos(\gamma_n \zeta) + D_n \sin(\gamma_n \zeta)] ,$$

$$C_n = [(1/2) - S_s] A_n ;$$

$$D_n = -[\gamma_n + (S_s/2\gamma_n)] A_n . \quad (C.24)$$

A derivada segunda da estrutura vertical  $Z_n(\zeta)$  fica explicitada por:

$$\begin{aligned} \text{ii) } [D^2Z](\zeta) &= \exp(\zeta/2) \left\{ \frac{d^2Z}{d\zeta^2} + \frac{dZ}{d\zeta} + \frac{Z}{4} \right\} \\ &= \frac{d}{d\zeta} \left\{ [DZ](\zeta) \right\} , \quad (C.25) \end{aligned}$$

onde para  $n=0$ , tem-se:

$$\begin{aligned}
 [D^2Z]_0(\zeta) &= \exp(\zeta/2) [E_0 \cosh(\gamma_0 \zeta) + F_0 \sinh(\gamma_0 \zeta)] \\
 &= \exp(\zeta/2) [E'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + F'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] ,
 \end{aligned}$$

$$E_0 = [(1/4) + \gamma_0^2 - S_s] A_0 ;$$

$$F_0 = [(1 - S_s) \gamma_0 - (S_s/4\gamma_0)] A_0 ;$$

$$E'_0 = (E_0 + F_0)/2 \quad ; \quad F'_0 = (E_0 - F_0)/2 ; \quad (C.26)$$

e para os modos internos ( $n \geq 1$ ), vem:

$$[D^2Z]_n(\zeta) = \exp(\zeta/2) [E_n \cos(\gamma_n \zeta) + F_n \sin(\gamma_n \zeta)] ,$$

$$E_n = [(1/4) - \gamma_n^2 - S_s] A_n ;$$

$$F_n = -[(1 - S_s) \gamma_n + (S_s/4\gamma_n)] A_n . \quad (C.27)$$

Para a obtenção de uma solução analítica para os coeficientes de interação entre os modos verticais também se faz necessário definir uma expressão para a integral, no domínio de 0 a  $\zeta$ , das autofunções  $Z_n(\zeta)$ . Assim, tem-se:

$$[IZ]_n = \int_0^\zeta Z_n(\zeta') \exp(-\zeta'/2) d\zeta' , \quad n \geq 0 . \quad (C.28)$$

Desta forma, o modo barotrópico e os modos internos ficam representados, respectivamente, por:

$$\begin{aligned}
 \text{i) } [IZ]_0 &= \exp(-\zeta/2) [G_0 \cosh(\gamma_0 \zeta) + H_0 \sinh(\gamma_0 \zeta)] - G_0 \\
 &= G'_0 \exp[(-1/2 + \gamma_0) \zeta] + H'_0 \exp[(-1/2 - \gamma_0) \zeta] - \\
 &\quad (G'_0 + H'_0) , \qquad \qquad \qquad \text{(C.29)}
 \end{aligned}$$

onde:

$$G_0 = \{[S_s - (1/2)] / [(1/4) - \gamma_0^2]\} A_0 ;$$

$$H_0 = \{[(S_s - \gamma_0) / 2\gamma_0] / [(1/4) - \gamma_0^2]\} A_0 ;$$

$$G'_0 = (G_0 + H_0) / 2 \quad ; \quad H'_0 = (G_0 - H_0) / 2 .$$

$$\text{ii) } [IZ]_n = \exp(-\zeta/2) [G_n \cos(\gamma_n \zeta) + H_n \sin(\gamma_n \zeta)] - G_n , \text{(C.30)}$$

$$\text{com } G_n = \{[S_s - (1/2)] / [(1/4) + \gamma_n^2]\} A_n ;$$

$$H_n = \{[(S_s + \gamma_n) / 2\gamma_n] / [(1/4) + \gamma_n^2]\} A_n .$$

A seguir, são apresentadas as expressões definidas para o cálculo dos coeficientes de interação entre os modos verticais normais. Esses coeficientes, indicados por  $\alpha_{\ell mn}$ ,  $\chi_{mn}$ ,  $\tau_{\ell mn}$ ,  $\xi_{\ell mn}$ ,  $\omega_{\ell mn}$ ,  $\eta_{\ell mn}$  e  $\rho_{mn}$  fazem parte dos termos não-lineares que compõem as equações do movimento (zonal e meridional) e da energia termodinâmica (Equações A.4, A.8, A.10, A.16, A.17, A.18 e A.22, respectivamente).

Em termos da estrutura vertical  $Z(\zeta)$ , os coeficientes citados ficam expressos como:



$$i) \alpha_{\ell mn} = \int_0^{\zeta_t} Z_\ell(\zeta) Z_m(\zeta) Z_n(\zeta) \exp(\zeta/2) d\zeta. \quad (C.31)$$

Para  $\ell = m = n = 0$ , basta substituir a estrutura vertical  $Z_0$  (indicada na Equação C.20) na expressão acima e a solução da integral resultante é obtida através da aplicação da Equação C.19, de modo que:

$$\begin{aligned} \alpha_{000} &= \int_0^{\zeta_t} \exp(\zeta/2) [A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)]^3 d\zeta, \\ &= I_3(1/2, \gamma_0, A'_0, B'_0, A'_0, B'_0, A'_0, B'_0). \end{aligned} \quad (C.32)$$

Quando  $n \geq 1$ , o coeficiente  $\alpha_{00n}$  fica explicitado substituindo-se as Equações C.20 e C.21 na Equação C.31. A solução da integral resultante utiliza a expressão desenvolvida na Equação C.18, resultando:

$$\begin{aligned} \alpha_{00n} &= \int_0^{\zeta_t} \exp(\zeta/2) [A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)]^2 \cdot \\ &[A_n \cos(\gamma_n \zeta) + B_n \sin(\gamma_n \zeta)] d\zeta \Rightarrow \\ \alpha_{00n} &= I_2(1/2, \gamma_0, \gamma_n, A'_0, B'_0, A'_0, B'_0, A_n, B_n). \end{aligned} \quad (C.33)$$

De forma análoga ao caso anterior, se  $n \geq 1$  e  $m \geq 1$  o coeficiente  $\alpha_{0mn}$  fica indicado pela integral abaixo (cuja solução utiliza a Equação C.17):

$$\alpha_{0mn} = \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta/2) [A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] \cdot$$

$$[A_m \cos(\gamma_m \zeta) + B_m \text{sen}(\gamma_m \zeta)] [A_n \cos(\gamma_n \zeta) + B_n \text{sen}(\gamma_n \zeta)] d\zeta \Rightarrow$$

$$\alpha_{0mn} = I_1(1/2, \gamma_0, \gamma_m, \gamma_n, A'_0, B'_0, A_m, B_m, A_n, B_n). \quad (\text{C.34})$$

Para  $l \geq 1$ ,  $m \geq 1$  e  $n \geq 1$ , a substituição da Equação C.21 na Equação C.31 fornece a integral abaixo, cuja solução é obtida pela aplicação da Equação C.16, de modo que:

$$\alpha_{lmn} = \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta/2) [A_l \cos(\gamma_l \zeta) + B_l \text{sen}(\gamma_l \zeta)] \cdot$$

$$[A_m \cos(\gamma_m \zeta) + B_m \text{sen}(\gamma_m \zeta)] [A_n \cos(\gamma_n \zeta) + B_n \text{sen}(\gamma_n \zeta)] d\zeta \Rightarrow$$

$$\alpha_{lmn} = I_0(1/2, \gamma_l, \gamma_m, \gamma_n, A_l, B_l, A_m, B_m, A_n, B_n). \quad (\text{C.35})$$

O coeficiente  $\chi_{mn}$ , indicado na Equação A.8, pode ser escrito em função da estrutura vertical  $Z(\zeta)$  como:

$$\text{ii) } \chi_{mn} = \int_0^{\zeta_T} [DZ]_m(\zeta) Z_n(\zeta) \exp(-\zeta/2) d\zeta. \quad (\text{C.36})$$

Para o caso em que  $m = n = 0$ , o coeficiente  $\chi_{00}$  fica explicitado substituindo-se a Equação C.20 na Equação C.36. A solução da integral resultante é obtida aplicando-se a Equação C.18, fornecendo:

$$\chi_{00} = \int_0^{\zeta_T} [C'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + D'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] [A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) +$$

$$B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] d\zeta \Rightarrow$$

$$\chi_{00} = I_2(0, \gamma_0, 0, C'_0, D'_0, A'_0, B'_0, 1, 0). \quad (C.37)$$

Quando  $n \geq 1$ , o coeficiente  $\chi_{0n}$  fica explicitado substituindo-se as Equações C.20 e C.21 na Equação C.36. A solução da integral resultante utiliza a expressão desenvolvida na Equação C.17, de modo que:

$$\chi_{0n} = \int_0^{\zeta_T} [C'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + D'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] [A_n \cos(\gamma_n \zeta) +$$

$$B_n \sin(\gamma_n \zeta)] d\zeta \Rightarrow$$

$$\chi_{0n} = I_1(0, \gamma_0, \gamma_n, 0, C'_0, D'_0, A_n, B_n, 1, 0). \quad (C.38)$$

De maneira análoga ao caso anterior, se  $m \geq 1$  (modos internos) e  $n=0$  (modo externo) a Equação C.36 fica redefinida pela integral abaixo, cuja solução utiliza a expressão desenvolvida na Equação C.17, resultando:

$$\chi_{m0} = \int_0^{\zeta_T} [A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] [C_m \cos(\gamma_m \zeta) +$$

$$D_m \sin(\gamma_m \zeta)] d\zeta \Rightarrow$$

$$\chi_{m0} = I_1(0, \gamma_0, \gamma_m, 0, A'_0, B'_0, C_m, D_m, 1, 0). \quad (C.39)$$

Para o caso em que  $m \geq 1$  e  $n \geq 1$  a substituição da Equação C.21 na Equação C.36 fica expressa pela integral seguinte (cuja solução é obtida pela aplicação da Equação C.16):

$$\chi_{mn} = \int_0^{\zeta_T} [C_m \cos(\gamma_m \zeta) + D_m \text{sen}(\gamma_m \zeta)] [A_n \cos(\gamma_n \zeta) +$$

$$B_n \text{sen}(\gamma_n \zeta)] d\zeta \Rightarrow$$

$$\chi_{mn} = I_0(0, \gamma_m, \gamma_n, 0, C_m, D_m, A_n, B_n, 1, 0). \quad (\text{C.40})$$

O 3º coeficiente de interação vertical  $\tau_{l_{mn}}$ , definido na Equação A.10 em coordenada vertical  $\sigma$ , fica representado pela coordenada  $\zeta = -l_n \sigma$  por dois termos, conforme indicado abaixo:

$$\text{iii) } \tau_{l_{mn}} = \tau_{A_{l_{mn}}} + [IZ]_{\ell}(\zeta_T) \{ \chi_{mn} - \tau_{B_{mn}} \}, \quad (\text{C.41})$$

onde:

$$\tau_{A_{l_{mn}}} = \int_0^{\zeta_T} [IZ]_{\ell}(\zeta) [DZ]_m(\zeta) Z_n(\zeta) \exp(\zeta/2) d\zeta, \quad (\text{C.42})$$

e

$$\tau_{B_{mn}} = \int_0^{\zeta_T} [DZ]_m(\zeta) Z_n(\zeta) \exp(\zeta/2) d\zeta. \quad (\text{C.43})$$

Para o caso do modo barotrópico ( $l=m=n=0$ ), a substituição da Equação C.20 na Equação C.42 resulta na soma de duas integrais para representar de forma analítica o coeficiente  $\tau_{A000}$ , cujas soluções fazem uso das Equações C.19 e C.18, respectivamente:

$$\begin{aligned} \tau_{A000} &= \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta/2) [G'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + H'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] \cdot \\ & [C'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + D'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] [A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] d\zeta \\ & - (G'_0 + H'_0) \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta) [C'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + D'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] [A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) \\ & + B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] d\zeta \Rightarrow \\ \tau_{A000} &= I_3(1/2, \gamma_0, G'_0, H'_0, C'_0, D'_0, A'_0, B'_0) - \\ & (G'_0 + H'_0) I_2(1, \gamma_0, 0, C'_0, D'_0, A'_0, B'_0, 1, 0). \end{aligned} \tag{C.44}$$

Se  $l = m = 0$  e  $n \geq 1$ , a substituição das Equações C.20 e C.21 na Equação C.42 resulta nas expressões seguintes (onde a solução das duas integrais utilizando as Equações C.18 e C.17, respectivamente):

$$\begin{aligned}
\tau_{A00n} &= \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta/2) [G'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + H'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] \cdot \\
& [C'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + D'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] [A_n \cos(\gamma_n \zeta) + B_n \sin(\gamma_n \zeta)] d\zeta \\
& - (G'_0 + H'_0) \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta) [C'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + D'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] [A_n \cos(\gamma_n \zeta) + \\
& B_n \sin(\gamma_n \zeta)] d\zeta \Rightarrow \\
\tau_{A00n} &= I_2(1/2, \gamma_0, \gamma_n, G'_0, H'_0, C'_0, D'_0, A_n, B_n) - \\
& (G'_0 + H'_0) I_1(1, \gamma_0, \gamma_n, 0, C'_0, D'_0, A_n, B_n, 1, 0). \tag{C.45}
\end{aligned}$$

De forma análoga ao caso anterior, quando  $l = n = 0$  e  $m \geq 1$ , o coeficiente  $\tau_{A0m0}$  fica expresso analiticamente por:

$$\begin{aligned}
\tau_{A0m0} &= \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta/2) [G'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + H'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] \cdot \\
& [A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] [C_m \cos(\gamma_m \zeta) + D_m \sin(\gamma_m \zeta)] d\zeta \\
& - (G'_0 + H'_0) \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta) [A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] [C_m \cos(\gamma_m \zeta) + \\
& D_m \sin(\gamma_m \zeta)] d\zeta \Rightarrow
\end{aligned}$$

$$\tau_{A_0m0} = I_2(1/2, \gamma_0, \gamma_m, G'_0, H'_0, A'_0, B'_0, C_m, D_m) -$$

$$(G'_0 + H'_0) I_1(1, \gamma_0, \gamma_m, 0, A'_0, B'_0, C_m, D_m, 1, 0). \quad (C.46)$$

Se  $l \geq 1$ ,  $m = n = 0$ , a substituição das Equações C.20 e C.21 na Equação C.42 fornece as integrais indicadas a seguir, cujas soluções fazem uso das Equações C.18 e C.17, de modo que:

$$\tau_{A_l00} = \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta/2) [C'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + D'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] \cdot$$

$$[A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] [G_l \cos(\gamma_l \zeta) + H_l \sin(\gamma_l \zeta)] d\zeta$$

$$- G_l \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta) [C'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + D'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] [A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta)$$

$$+ B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] d\zeta \Rightarrow$$

$$\tau_{A_l00} = I_2(1/2, \gamma_0, \gamma_l, C'_0, D'_0, A'_0, B'_0, G_l, H_l) -$$

$$G_l I_2(1, \gamma_0, 0, C'_0, D'_0, A'_0, B'_0, 1, 0) . \quad (C.47)$$

Quando  $l = 0$ ,  $m \geq 1$  e  $n \geq 1$ , o coeficiente  $\tau_{A_0mn}$  fica explicitada pelas integrais abaixo, e utilizando as Equações C.16 e C.17, resulta:

$$\begin{aligned}
\tau_{A0mn} &= \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta/2) [G'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + H'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] \cdot \\
& [C_m \cos(\gamma_m \zeta) + D_m \sin(\gamma_m \zeta)] [A_n \cos(\gamma_n \zeta) + B_n \sin(\gamma_n \zeta)] d\zeta + \\
& - (G'_0 + H'_0) \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta) [C_m \cos(\gamma_m \zeta) + D_m \sin(\gamma_m \zeta)] [A_n \cos(\gamma_n \zeta) \\
& + B_n \sin(\gamma_n \zeta)] d\zeta \Rightarrow \\
\tau_{A0mn} &= I_1(1/2, \gamma_0, \gamma_m, \gamma_n, G'_0, H'_0, C_m, D_m, A_n, B_n) - \\
& (G'_0 + H'_0) I_0(1, \gamma_m, \gamma_n, 0, C_m, D_m, A_n, B_n, 1, 0). \tag{C.48}
\end{aligned}$$

Quando  $l \geq 1$ ,  $n \geq 1$  e  $m = 0$ , a substituição das Equações C.20 e C.21 na Equação C.42 fica indicada pelas integrais abaixo, cujas soluções são obtidas pela aplicações da Equação C.17, de modo que:

$$\begin{aligned}
\tau_{A\ell 0n} &= \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta/2) [C'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + D'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] \cdot \\
& [A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] [G_\ell \cos(\gamma_\ell \zeta) + H_\ell \sin(\gamma_\ell \zeta)] d\zeta \\
& - G_\ell \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta) [C'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + D'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] [A_n \cos(\gamma_n \zeta) \\
& + B_n \sin(\gamma_n \zeta)] d\zeta \Rightarrow
\end{aligned}$$



$$\tau_{A\ell 0n} = I_1(1/2, \gamma_0, \gamma_\ell, \gamma_n, C'_0, D'_0, G_\ell, G_\ell, A_n, B_n) -$$

$$G_\ell I_1(1, \gamma_0, \gamma_n, 0, C'_0, D'_0, A_n, B_n, 1, 0). \quad (C.49)$$

De maneira similar ao caso anterior, quando  $\ell \geq 1$ ,  $m \geq 1$  e  $n = 0$ , o coeficiente de interação entre os modos verticais  $\tau_{A\ell mn}$  fica expresso por:

$$\tau_{A\ell m0} = \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta/2) [A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] \cdot$$

$$[G_\ell \cos(\gamma_\ell \zeta) + H_\ell \sin(\gamma_\ell \zeta)] [C_m \cos(\gamma_m \zeta) + D_m \sin(\gamma_m \zeta)] d\zeta$$

$$- G_\ell \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta) [A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] [C_m \cos(\gamma_m \zeta)$$

$$+ D_m \sin(\gamma_m \zeta)] \Rightarrow$$

$$\tau_{A\ell m0} = I_1(1/2, \gamma_0, \gamma_\ell, \gamma_m, A'_0, B'_0, G_\ell, H_\ell, C_m, D_m) -$$

$$G_\ell I_1(1, \gamma_0, \gamma_m, 0, A'_0, B'_0, C_m, D_m, 1, 0). \quad (C.50)$$

Finalmente, para o caso em que  $\ell, m, n \geq 1$ , a substituição da Equação C.21 na Equação C.42 fornece as integrais abaixo, cujas soluções utilizam as Equações C.16 e C.17, respectivamente:

$$\tau_{A_{lmn}} = \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta/2) [G_\ell \cos(\gamma_\ell \zeta) + H_\ell \sin(\gamma_\ell \zeta)] \cdot$$

$$[C_m \cos(\gamma_m \zeta) + D_m \sin(\gamma_m \zeta)] [A_n \cos(\gamma_n \zeta) + B_n \sin(\gamma_n \zeta)] d\zeta$$

$$- G_\ell \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta) [C_m \cos(\gamma_m \zeta) + D_m \sin(\gamma_m \zeta)] [A_n \cos(\gamma_n \zeta) +$$

$$B_n \sin(\gamma_n \zeta)] d\zeta \Rightarrow$$

$$\tau_{A_{lmn}} = I_0(1/2, \gamma_\ell, \gamma_m, \gamma_n, G_\ell, H_\ell, C_m, D_m, A_n, B_n) -$$

$$G_\ell I_0(1, \gamma_m, \gamma_n, 0, C_m, D_m, A_n, B_n, 1, 0). \quad (C.51)$$

Para o coeficiente  $\tau_{B_{mn}}$  (indicado na Equação C.43), o modo externo ( $m = n = 0$ ) fica definido com a substituição da Equação C.20 na Equação C.43. A solução da integral resultante faz uso da Equação C.18, fornecendo:

$$\tau_{B_{00}} = \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta) [C'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + D'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] \cdot$$

$$[A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] d\zeta \Rightarrow$$

$$\tau_{B_{00}} = I_2(1, \gamma_0, 0, C'_0, D'_0, A'_0, B'_0, 1, 0). \quad (C.52)$$

Para o caso em que  $m = 0$  e  $n \geq 1$  (modos internos) a solução analítica do coeficiente  $\tau_{B_{mn}}$  é obtida substituindo-se as Equações C.20 e C.21 na Equação C.43, resultando na integral indicada abaixo (cuja solução utiliza a Equação C.17):

$$\tau_{B0n} = \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta) [C'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + D'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] \cdot$$

$$[A_n \cos(\gamma_n \zeta) + B_n \sin(\gamma_n \zeta)] d\zeta \Rightarrow$$

$$\tau_{B0n} = I_1(1, \gamma_0, \gamma_n, 0, C'_0, D'_0, A_n, B_n, 1, 0). \quad (C.53)$$

De forma análoga ao caso anterior, se  $m \geq 1$  e  $n = 0$ , o coeficiente  $\tau_{Bm0}$  fica explicitado por:

$$\tau_{Bm0} = \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta) [A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] \cdot$$

$$[C_m \cos(\gamma_m \zeta) + D_m \sin(\gamma_m \zeta)] d\zeta \Rightarrow$$

$$\tau_{Bm0} = I_1(1, \gamma_0, \gamma_m, 0, A'_0, B'_0, C_m, D_m, 1, 0). \quad (C.54)$$

Quando  $m \geq 1$  e  $n \geq 1$ , a substituição da Equação C.21 na Equação C.43 fornece a integral abaixo. A solução da integral resultante faz uso da Equação C.16, fornecendo:

$$\tau_{Bmn} = \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta) [C_m \cos(\gamma_m \zeta) + D_m \sin(\gamma_m \zeta)] \cdot$$

$$[A_n \cos(\gamma_n \zeta) + B_n \sin(\gamma_n \zeta)] d\zeta \Rightarrow$$

$$\tau_{Bmn} = I_0(1, \gamma_m, \gamma_n, 0, C_m, D_m, A_n, B_n, 1, 0). \quad (C.55)$$

O coeficiente  $\xi_{\ell mn}$  foi expresso em função da estrutura vertical  $\psi_m(\sigma)$  e da derivada  $d\psi_m/d\sigma$  no Apêndice A (Equação A.16). Já para a estrutura vertical  $Z(\zeta)$  e sua derivada vertical  $[DZ](\zeta)$  pode-se escrever:

$$\begin{aligned} \text{iv) } \xi_{\ell mn} &= \left( \frac{gH_m}{R\bar{S}} \right) \int_0^{\zeta_T} \exp(-\zeta/2) [DZ]_{\ell}(\zeta) [DZ]_m(\zeta) Z_n(\zeta) d\zeta \\ \Rightarrow \xi_{\ell mn} &= \left( \frac{gH_m}{R\bar{S}} \right) \xi_{A\ell mn} \end{aligned} \quad (\text{C.56})$$

Para o caso em que  $\ell = m = n = 0$ , a substituição da Equação C.56 resulta na integral indicada abaixo, cuja solução é obtida aplicando-se a Equação C.19, de modo que:

$$\begin{aligned} \xi_{A000} &= \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta/2) [C'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + D'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)]^2 \cdot \\ & [A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] d\zeta \Rightarrow \\ \xi_{A000} &= I_3(1/2, \gamma_0, C'_0, D'_0, C'_0, D'_0, A'_0, B'_0). \end{aligned} \quad (\text{C.57})$$

Para o caso em que  $\ell = m = 0$  e  $n \geq 1$ , a substituição das Equações C.20 e C.21 na Equação C.56 fornece a expressão abaixo. A solução da integral resultante faz uso da Equação C.18, obtendo-se:

$$\begin{aligned} \xi_{A00n} &= \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta/2) [C'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + D'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)]^2 \cdot \\ & [A_n \cos(\gamma_n \zeta) + B_n \sin(\gamma_n \zeta)] d\zeta \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\xi_{A_0 0 n} = I_2(1/2, \gamma_0, \gamma_n, C'_0, D'_0, C'_0, D'_0, A_n, B_n). \quad (C.58)$$

De maneira similar ao caso anterior, quando  $l = n = 0$  e  $m \geq 1$ , o coeficiente  $\xi_{A \ell m n}$  fica explicitado por:

$$\begin{aligned} \xi_{A_0 m 0} &= \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta/2) [C'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + D'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] \cdot \\ & [A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] [C_m \cos(\gamma_m \zeta) + D_m \sin(\gamma_m \zeta)] d\zeta \Rightarrow \\ \xi_{A_0 m 0} &= I_2(1/2, \gamma_0, \gamma_m, C'_0, D'_0, A'_0, B'_0, C_m, D_m) = \xi_{A_0 m 0}. \end{aligned} \quad (C.59)$$

Para o caso em que  $l = 0$  (modo externo),  $m \geq 1$  e  $n \geq 1$  (modos internos), a substituição das Equações C.20 e C.21 na Equação C.56 resulta na integral abaixo, cuja solução faz uso da Equação C.17, obtendo-se:

$$\begin{aligned} \xi_{A_0 m n} &= \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta/2) [C'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + D'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] \cdot \\ & [C_m \cos(\gamma_m \zeta) + D_m \sin(\gamma_m \zeta)] [A_n \cos(\gamma_n \zeta) + B_n \sin(\gamma_n \zeta)] d\zeta \Rightarrow \\ \xi_{A_0 m n} &= I_1(1/2, \gamma_0, \gamma_m, \gamma_n, C'_0, D'_0, C_m, D_m, A_n, B_n) = \xi_{A_0 m n}. \end{aligned} \quad (C.60)$$

De forma análoga ao caso anterior, se  $l \geq 1$ ,  $m \geq 1$  e  $n = 0$  a Equação C.26 pode ser reescrita como:

$$\xi_{A\ell m 0} = \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta/2) [A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] \cdot$$

$$[C_\ell \cos(\gamma_\ell \zeta) + D_\ell \sin(\gamma_\ell \zeta)] [C_m \cos(\gamma_m \zeta) + D_m \sin(\gamma_m \zeta)] d\zeta \Rightarrow$$

$$\xi_{A\ell m 0} = I_1(1/2, \gamma_0, \gamma_\ell, \gamma_m, A'_0, B'_0, C_\ell, D_\ell, C_m, D_m) = \xi_{A\ell m 0} . \quad (C.61)$$

Para o caso em que  $\ell, m, n \geq 1$  a substituição da Equação C.21 na Equação C.56 resulta na integral abaixo (cuja solução faz uso da Equação C.16), obtendo-se:

$$\xi_{A\ell mn} = \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta/2) [C_\ell \cos(\gamma_\ell \zeta) + D_\ell \sin(\gamma_\ell \zeta)] \cdot$$

$$[C_m \cos(\gamma_m \zeta) + D_m \sin(\gamma_m \zeta)] [A_n \cos(\gamma_n \zeta) + B_n \sin(\gamma_n \zeta)] d\zeta \Rightarrow$$

$$\xi_{A\ell mn} = I_0(1/2, \gamma_\ell, \gamma_m, \gamma_n, C_\ell, D_\ell, C_m, D_m, A_n, B_n) = \xi_{A\ell mn} . \quad (C.62)$$

A solução analítica do 5º coeficiente de interação  $\eta_{\ell mn}$  (indicado na Equação A.18) é explicitada em função da estrutura vertical  $Z(\zeta)$ , desmembrando-o nos seguintes termos:

$$v) \eta_{\ell mn} = \left( \frac{gH_m}{RS} \right) \left\{ \eta_{A\ell mn} - [IZ]_\ell(\zeta_T) \eta_{B\ell mn} - \eta_{C\ell mn} \right\} ,$$

(C.63)

onde:

$$\eta_{A\ell mn} = \int_0^{\zeta_T} [IZ]_{\ell} [D^2Z]_m(\zeta) Z_n(\zeta) \exp(-\zeta/2) d\zeta ; \quad (C.64)$$

$$\eta_{Bmn} = \int_0^{\zeta_T} [D^2Z]_m(\zeta) Z_n(\zeta) \exp(\zeta/2) d\zeta ; \quad (C.65)$$

$$\eta_{C\ell mn} = \int_0^{\zeta_T} Z_{\ell}(\zeta) [DZ]_m(\zeta) Z_n(\zeta) d\zeta = \eta_{C_n m \ell} \quad (C.66)$$

O coeficiente de interação entre os modos verticais normais  $\eta_{A\ell mn}$  segue a mesma formulação do coeficiente  $\tau_{A\ell mn}$  (Equação C.42), simplesmente trocando-se as constantes de integração  $C'_0$ ,  $D'_0$ ,  $C_n$  e  $D_n$  respectivamente por  $E'_0$ ,  $F'_0$ ,  $E_n$  e  $F_n$  nas Equações C.44 a C.51.

Já o coeficiente de interação  $\eta_{Bmn}$  segue a mesma formulação do coeficiente  $\tau_{Bmn}$  (Equação C.43), novamente substituindo-se as constantes de integração  $C'_0$ ,  $D'_0$ ,  $C_m$  e  $D_m$  nas Equações C.52 a C.55 respectivamente por :  $E'_0$ ,  $F'_0$ ,  $E_m$  e  $F_m$ .

Para o caso em que  $\ell = m = n = 0$ , a expressão analítica do coeficiente  $\eta_{C\ell mn}$  é obtida substituindo-se as Equações C.20 e C.23 (modo externo) na Equação C.66. A solução da integral resultante utiliza a Equação C.19, de modo que:

$$\eta_{C000} = \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta/2) [A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta_0)]^2 \cdot$$

$$[E'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + F'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta_0)] d\zeta \Rightarrow$$

$$\eta_{c000} = I_3(1/2, \gamma_0, A'_0, B'_0, A'_0, B'_0, E'_0, F'_0). \quad (C.66)$$

Se  $\ell = m = 0$  e  $n \geq 1$ , o resultado da substituição das Equações C.20, C.23 e C.21 na Equação C.66 fornece a integral abaixo, cuja solução faz uso da Equação C.18, obtendo-se:

$$\eta_{c00n} = \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta/2) [A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta_0)] \cdot$$

$$[E'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + F'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta_0)] [A_n \cos(\gamma_n \zeta) + B_n \text{sen}(\gamma_n \zeta)] d\zeta \Rightarrow$$

$$\eta_{c00n} = I_2(1/2, \gamma_0, \gamma_n, A'_0, B'_0, E'_0, B'_0, A_n, B_n) = \eta_{cn00}. \quad (C.67)$$

De forma análoga ao caso anterior, se  $m \geq 1$  e  $\ell = n = 0$ , resulta:

$$\eta_{c0m0} = \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta/2) [A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)]^2 \cdot$$

$$[E_m \cos(\gamma_m \zeta) + F_m \text{sen}(\gamma_m \zeta)] d\zeta \Rightarrow$$

$$\eta_{c0m0} = I_2(1/2, \gamma_0, \gamma_m, A'_0, B'_0, A'_0, B'_0, E_m, F_m). \quad (C.68)$$

Quando  $\ell = 0$ ,  $m \geq 1$  e  $n \geq 1$ , a substituição das Equações C.20, C.21 e C.24 na Equação C.66 fornece a integral abaixo, cuja solução utiliza a Equação C.17:



$$\eta_{c0mn} = \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta/2) [A'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + B'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] \cdot$$

$$[E_m \cos(\gamma_m \zeta) + F_m \sin(\gamma_m \zeta)] [A_n \cos(\gamma_n \zeta) + B_n \sin(\gamma_n \zeta)] d\zeta \Rightarrow$$

$$\eta_{c0mn} = I_1(1/2, \gamma_0, \gamma_m, \gamma_n, A'_0, B'_0, E_m, F_m, A_n, B_n) = \eta_{cnm0} \cdot \quad (C.69)$$

Para o caso em que  $l \geq 1$ ,  $m = 0$  e  $n \geq 1$ , o coeficiente  $\eta_{clmn}$  fica definido por:

$$\eta_{cl0n} = \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta/2) [E'_0 \exp(\gamma_0 \zeta) + F'_0 \exp(-\gamma_0 \zeta)] \cdot$$

$$[A_l \cos(\gamma_l \zeta) + B_l \sin(\gamma_l \zeta)] [A_n \cos(\gamma_n \zeta) + B_n \sin(\gamma_n \zeta)] d\zeta \Rightarrow$$

$$\eta_{cl0n} = I_1(1/2, \gamma_0, \gamma_l, \gamma_n, E'_0, F'_0, A_l, B_l, A_n, B_n) = \eta_{cn0l} \cdot \quad (C.70)$$

Quando  $l \geq 1$ ,  $m \geq 1$  e  $n \geq 1$ , a substituição das Equações C.21 e C.24 na Equação C.66 resulta na integral indicada a seguir (cuja solução faz uso da Equação C.16):

$$\eta_{clmn} = \int_0^{\zeta_T} \exp(\zeta/2) [A_l \cos(\gamma_l \zeta) + B_l \sin(\gamma_l \zeta)] \cdot$$

$$[E_m \cos(\gamma_m \zeta) + F_m \sin(\gamma_m \zeta)] [A_n \cos(\gamma_n \zeta) + B_n \sin(\gamma_n \zeta)] d\zeta \Rightarrow$$

$$\eta_{c\ell mn} = I_0(1/2, \gamma_0, \gamma_m, \gamma_n, A_\ell, B_\ell, E_m, F_m, A_n, B_n) = \eta_{Cnml} \quad (C.71)$$

A expressão analítica do coeficiente  $\omega_{\ell mn}$  utiliza as Equações C.25 e C.29, para a derivada segunda da função estrutura vertical e para a sua integral no domínio de 0 a  $\zeta$  indicadas por  $[D^2Z](\zeta)$  e  $[IZ](\zeta)$ , respectivamente. Assim, tem-se:

$$\text{vi) } \omega_{\ell mn} = \left( \frac{gH_m}{R\bar{S}} \right) \int_0^{\zeta_T} \left\{ \omega_{A\ell mn} + [IZ]_\ell(\zeta_T) \left[ \exp(\zeta_T/2) \cdot Z_n(\zeta_T) [D_m^2Z](\zeta_T) - \omega_{Bmn} + \omega_{Cmn} \right] \right\} \quad (C.72)$$

onde:

$$\omega_{A\ell mn} = \int_0^{\zeta_T} [IZ]_\ell [D^2Z]_m(\zeta) [DZ]_n(\zeta) d\zeta ; \quad (C.73)$$

$$\omega_{Bmn} = \int_0^{\zeta_T} [D^2Z]_m(\zeta) [DZ]_n(\zeta) d\zeta ; \quad (C.74)$$

$$\omega_{Cmn} = \int_0^{\zeta_T} [D^2Z]_m(\zeta) [DZ]_n(\zeta) \exp(-\zeta) d\zeta . \quad (C.75)$$

O coeficiente de interação entre os modos verticais normais  $\omega_{A\ell mn}$  segue a formulação do coeficiente  $\tau_{A\ell mn}$  (Equação C.42), substituindo as constantes de

integração  $C'_0$ ,  $D'_0$ ,  $C_m$  e  $D_m$  respectivamente por  $E'_0$ ,  $F'_0$ ,  $E_m$  e  $F_m$ , e as constantes  $A'_0$ ,  $B'_0$ ,  $A_n$  e  $B_n$  respectivamente por  $C'_0$ ,  $D'_0$ ,  $C_n$  e  $D_n$ , nas Equações C.44 a C.51.

A expressão analítica do coeficiente  $\omega_{Bmn}$  segue a formulação do coeficiente  $\tau_{Bmn}$  (Equação C.43), substituindo as constantes  $C'_0$ ,  $D'_0$ ,  $C_m$  e  $D_m$  respectivamente por  $E'_0$ ,  $F'_0$ ,  $E_m$  e  $F_m$ , e as constantes de integração  $A'_0$ ,  $B'_0$ ,  $A_n$  e  $B_n$  respectivamente por  $C'_0$ ,  $D'_0$ ,  $C_n$  e  $D_n$ , nas Equações C.52 a C.55.

O coeficiente  $\omega_{Cmn}$  tem solução analítica análoga à obtida para o coeficiente  $\chi_{mn}$  (Equações C.36), substituindo as constantes de integração  $C'_0$ ,  $D'_0$ ,  $C_m$ ,  $D_m$  respectivamente por  $E'_0$ ,  $F'_0$ ,  $E_m$ ,  $F_m$ , e as constantes  $A'_0$ ,  $B'_0$ ,  $A_n$ ,  $B_n$  respectivamente por  $E'_0$ ,  $F'_0$ ,  $E_m$  e  $F_m$ , nas Equações C.37 a C.40.

O coeficiente de interação entre os modos verticais normais  $\rho_{mn}$ , referenciado na Equação 6.17, está associado com o aquecimento convectivo na região tropical. Em termos da estrutura vertical  $Z_n(\zeta)$  o coeficiente  $\rho_{mn}$  pode ser reescrito utilizando as Equações C.36 e C.26, resultando:

$$\rho_{mn} = \chi_{mn} + \delta_{mn} = \int_{\sigma_T}^1 \sigma \frac{d\psi_m}{d\sigma} \psi_n d\sigma + \int_{\sigma_T}^1 \psi_m(\sigma) \psi_n(\sigma) d\sigma \Rightarrow$$

$$\rho_{mn} = \int_0^{\zeta_T} [DZ]_m(\zeta) Z_n(\zeta) \exp(-\zeta/2) d\zeta + \int_0^{\zeta_T} Z_m(\zeta) Z_n(\zeta) d\zeta .$$

(C.76)

O primeiro termo do segundo membro na Equação C.76 segue as expressões analíticas obtidas para o

coeficiente  $\chi_{mn}$  (Equações C.37 a C.40). O segundo termo corresponde ao delta de Kronecker (Equação 2.31).

Todas as integrais representativas dos coeficientes de interação entre os modos verticais, indicadas neste Apêndice (Equações C.32 a C.76), também foram calculadas numericamente utilizando a quadratura de Gauss a fim de checar a veracidade das expressões analíticas. Com isso, chegou-se à definição de um número mínimo de níveis verticais associado com o truncamento dos modos verticais normais. Por exemplo, para um modelo utilizando 5 modos verticais, a resolução vertical deve ser de 20 níveis; já para o caso de 9 modos verticais (modo externo + 8 internos) é preciso utilizar pelo menos 32 níveis na vertical para garantir a validade das soluções obtidas.

APÊNDICE DFUNÇÕES ASSOCIADAS DE LEGENDRE NORMALIZADAS

Neste apêndice são fornecidas algumas propriedades das funções associadas de Legendre, que foram utilizadas durante algumas deduções nesta dissertação.

As funções associadas de Legendre de grau  $m$  e ordem  $s$ , quando normalizadas, ficam expressas por :

$$P_m^s(\mu) = \left( \frac{(2m+1)(m-s)!}{2(m+s)!} \right)^{1/2} \frac{(1-\mu^2)^{s/2}}{2^m m!} \frac{d^{m+s}}{d\mu^{m+s}} (\mu^2-1)^m, \quad (D.1)$$

onde  $\mu = \text{sen}\varphi$ ,  $\varphi$  é a latitude e  $(1-\mu^2)^{1/2} = \text{cos}\varphi$ .

Essas funções formam uma base completa com a seguinte propriedade de ortonormalidade no intervalo  $-1 \leq \mu \leq 1$  :

$$\int_{-1}^1 P_m^s(\mu) P_n^s(\mu) d\mu = \delta_{mn}, \quad (D.2)$$

onde  $\delta_{mn}$  é o delta de Kronecker.

Considerando  $E_m^s = [(m^2 - s^2) / (4m^2 - 1)]^{1/2}$  obtém-se as seguintes propriedades e relações de recorrência que podem ser encontradas em tabelas matemáticas :

$$i) E_{m+1}^s P_{m+1}^s(\mu) - \mu P_m^s(\mu) + E_m^s P_{m-1}^s(\mu) = 0 ; \quad (D.3)$$

$$ii) DP_m^s = (m+1)E_m^s P_{m-1}^s(\mu) - mE_{m+1}^s P_{m+1}^s(\mu) , \quad (D.4)$$

onde  $D \equiv \cos\varphi \frac{d}{d\varphi} = (1-\mu^2) \frac{d}{d\mu}$  .

$$iii) \nabla^2 P_m^s = -m(m+1) P_m^s , \quad (D.5)$$

onde  $\nabla^2 \equiv \frac{d}{d\mu} \left[ (1-\mu^2) \frac{d}{d\mu} \right] - \frac{s^2}{(1-\mu^2)}$  .

$$iv) (\mu \nabla^2 + D) P_m^s = - (m-1)(m+1) E_m^s P_{m-1}^s(\mu) - m(m+2) E_{m+1}^s P_{m+1}^s . \quad (D.6)$$

Para o caso em que  $m = s$ , as funções associadas de Legendre normalizadas ficam definidas por :

$$P_s^s(\mu) = \gamma_s (1-\mu^2)^{s/2} , \quad (D.7)$$

com  $\gamma_{s+1} = \gamma_s [(2s+3)/(2s+2)]^{1/2}$

e

$$\gamma_0 = (1/2)^{1/2} .$$

Para o cálculo numérico das funções associadas de Legendre é utilizada primeiramente a Equação D.7 para o harmônico zonal  $s$  em questão e, a seguir, faz-se uso da relação de recorrência dada pela Equação D.3 até o grau  $m$  desejado.

