



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

INPE-5972-NTC/326

**ESTUDO DA NECESSIDADE DE MANOBRAS ESPACIAIS PARA  
SATÉLITES EM ÓRBITA CONGELADA**

Walkíria Schulz\*

\*aluna do Curso de Mestrado em Ciência Espacial/Mecânica Orbital

INPE  
São José dos Campos  
1996

Publicado por:

Divisão de Ensino e Documentação - DED

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Caixa Postal 515

12227-010 - São José dos Campos - SP - Brasil

Telex: 123.3530 INPE BR

Fone: (0123) 41.8977 - Ramal 324

Fax: 0123-21-8743

- Solicita-se intercâmbio
- We ask for exchange
- Si sollecita intercambio
- On demande l'échange
- Mann bittet un Austausch
- Pidese canje
- Просим обмена
- 歡迎著作交換
- 出版物交換不歸

Publicação Externa - É permitida sua reprodução para interessados.

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

**INPE-5972-NTC/326**

**ESTUDO DA NECESSIDADE DE MANOBRAS ESPACIAIS PARA  
SATÉLITES EM ÓRBITA CONGELADA**

Walkíria Schulz\*

\*aluna do Curso de Mestrado em Ciência Espacial/Mecânica Orbital

INPE  
São José dos Campos  
1996

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO</b> .....	1
1.0 OBJETIVOS E MOTIVAÇÕES DESTE TRABALHO.....	1
1.1 ÓRBITA HÉLIO-SÍNCRONA, RECORRENTE E CONGELADA .....	1
1.2 HÉLIO-SÍNCRONISMO .....	3
1.3 ÓRBITA RECORRENTE.....	4
1.4 TEORIA DE ÓRBITAS CONGELADAS.....	5
<b>CAPÍTULO 2. SELEÇÃO DA ÓRBITA DO CBERS</b> .....	9
2.1 CRITÉRIOS PARA SELEÇÃO DA ÓRBITA .....	9
2.2 SELEÇÃO DA ÓRBITA NOMINAL .....	10
2.2.1 Órbita Hélio-Síncrona.....	10
2.2.2 Órbita Recorrente.....	11
2.2.3 Órbita Congelada (perigeu congelado).....	12
2.2.4 Variações na Altitude do Satélite sobre a mesma Latitude.....	14
2.2.5 Órbita Nominal e Parâmetros Importantes.....	16
<b>CAPÍTULO 3. MODELAGEM PARA SELEÇÃO DE ÓRBITAS</b> .....	19
3.1 EQUAÇÕES PLANETÁRIAS DE MOVIMENTO.....	20
3.2 POTENCIAL PERTURBADOR DEVIDO A UM CORPO CENTRAL.....	21
3.3 POTENCIAL PERTURBADOR DEVIDO A UM TERCEIRO CORPO.....	22
3.4 EQUAÇÕES DE MOVIMENTO DEVIDAS AO ARRASTO.....	23
3.5 ACELERAÇÃO DEVIDA À PRESSÃO DE RADIAÇÃO SOLAR.....	23
3.6 EFEMÉRIDES LUNI-SOLARES .....	24
<b>CAPÍTULO 4. SIMULAÇÕES</b> .....	25
4.1 SIMULAÇÃO COM POTENCIAL GRAVITACIONAL ATÉ $J_3$ .....	26
4.2 SIMULAÇÃO COM POTENCIAL GRAVITACIONAL ATÉ $J_4$ .....	26
4.3 SIMULAÇÃO COM POTENCIAL GRAVITACIONAL ATÉ $J_5$ .....	26
<b>CAPÍTULO 5. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS</b> .....	31
<b>CAPÍTULO 6. PROPOSTA DE UMA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO</b> .....	33
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	35

## LISTA DE FIGURAS

1.1 - Oscilação de $e$ e $\omega$ em torno do ponto congelado .....	7
2.1 - Variação do vetor excentricidade.....	13
4.1 - Simulação com potencial gravitacional até $J_3$ .....	25
4.2 - Simulação com potencial gravitacional até $J_4$ .....	26
4.3 - Simulação com potencial gravitacional até $J_5$ .....	27

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	.....	semi-eixo maior
$A$	.....	área da secção de choque do satélite
$C_D$	.....	coeficiente de arrasto
$e$	.....	excentricidade
$e_f$	.....	excentricidade congelada
$e_x$	.....	$e \cos \omega$
$e_y$	.....	$e \sin \omega$
$f$	.....	anomalia verdadeira
$h$	.....	$e \sin \omega$
$i$	.....	inclinação
$J_n$	.....	coeficientes do geopotencial
$k$	.....	$e \cos \omega$
$m$	.....	massa do satélite
$M$	.....	anomalia média
$M_0$	.....	anomalia média do Sol ou da Lua no equador médio do planeta em $t_0$
$n$	.....	movimento médio do Sol em relação ao planeta
$N$	.....	número de revoluções da Terra em dias
$p$	.....	semi-latus rectum = $a(1 - e^2)$
$P_n^m(x)$	.....	polinômios associados de Legendre
$Q$	.....	fator de recorrência
$R_e$	.....	raio equatorial médio da Terra
$S_0$	.....	número de passagens do satélite pelo nodo por revolução do planeta
$t$	.....	tempo
$T_e$	.....	dia nodal
$T_{frozen}$	.....	período de oscilação da órbita congelada
$T_n$	.....	período nodal
$u$	.....	anomalia excêntrica
$\eta$	.....	$\sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$
$\eta'$	.....	velocidade angular do movimento terrestre em relação à órbita
$\eta_0$	.....	velocidade angular média do movimento terrestre ao redor do Sol em relação ao espaço inercial
$\mu$	.....	constante gravitacional terrestre
$\pi$	.....	pi
$\theta$	.....	ângulo horário em Greenwich
$\theta_0$	.....	tempo sideral em Greenwich em graus na época $t_0$
$\rho$	.....	densidade da atmosfera
$\omega$	.....	argumento do perigeu
$\omega_e$	.....	taxa de rotação terrestre em relação ao espaço inercial
$\Omega$	.....	longitude do nodo ascendente

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

### 1.0 OBJETIVOS E MOTIVAÇÕES DESTE TRABALHO

O objetivo deste trabalho é estudar o comportamento orbital e as manobras de correção de órbitas congeladas de satélites de sensoriamento remoto como, por exemplo, o CBERS, baseado no que foi anteriormente estudado por Prado <sup>[1]</sup>. O China-Brazil Earth Resources Satellite (CBERS) é um satélite de sensoriamento remoto que será mantido em uma órbita polar congelada (aproximadamente 98° de inclinação), garantindo assim uma cobertura total da Terra em latitude.

Satélites de sensoriamento remoto são satélites cujo objetivo é observar a Terra continuamente de uma órbita tipicamente polar para estudar recursos terrestres tais como características geológicas, vegetação, etc.

### 1.1 ÓRBITA HÉLIO-SÍNCRONA, RECORRENTE E CONGELADA

Órbitas circulares de baixa altitude estão sujeitas a perturbações devidas à não esfericidade do potencial gravitacional terrestre, entre outras. A magnitude destas perturbações depende dos valores iniciais de certos parâmetros orbitais, tais como semi-eixo maior, excentricidade, inclinação, e argumento do perigeu, assim seus efeitos podem ser minimizados através da escolha apropriada destes elementos orbitais.

Existe uma classe de órbitas fundamental para as missões de sensoriamento remoto que é chamada de hélio-síncrona. Estas órbitas giram acompanhando o movimento anual do Sol e têm a vantagem das passagens do satélite serem em horários locais constantes. Desta forma, as condições de iluminação são as

mesmas em todas as passagens, e isto facilita a interpretação dos sinais e a montagem das imagens finais.

O requisito de se manter as condições de iluminação constantes pode ser traduzido pelo requisito de se manter o plano orbital do satélite girando com a mesma velocidade angular com que o Sol se desloca (uma volta completa por ano).

O período de uma órbita varia com o semi-eixo do satélite. Uma órbita que tem repetibilidade é aquela cujo período faz o satélite passar sobre o mesmo ponto da superfície terrestre após algumas revoluções (do satélite e da Terra). Uma órbita que apresenta uma repetibilidade que garante uma cobertura completa da superfície terrestre é uma órbita recorrente.

Para observação da Terra seria conveniente escolher uma órbita com excentricidade nula (órbita circular), pois não haveria mudanças na altitude de observação dos dados. Porém, devido às perturbações, uma excentricidade nula nunca pode ser mantida e esta acaba se desviando do valor zero. Com isto a altitude do satélite vai variar com a anomalia verdadeira e, a partir daí, a precessão do perigeu provoca diferenças na altitude do satélite para um mesmo ponto na superfície da Terra. Uma escolha adequada para o argumento do perigeu ( $90^\circ$ ) e para uma pequena excentricidade ( $e_f$ ) pode manter o argumento do perigeu dentro de um estreito limite em torno da condição escolhida, que normalmente é chamada de congelada. Congelando o perigeu, a altitude do satélite se mantém fixa em função da latitude. Este é o conceito de órbita congelada (“frozen orbit”).

Uma órbita hélio-síncrona, recorrente e congelada é particularmente conveniente para aplicações terrestres e observações de sensoriamento remoto por várias razões:

- o satélite passa por cada latitude no mesmo tempo local e como consequência apresenta as mesmas condições de iluminação terrestre a cada passagem;



- a maior parte da superfície terrestre pode ser mapeada por faixas contínuas de norte a sul em um período fixo com repetibilidade;
- o ângulo médio de incidência do Sol no satélite se mantém dentro de limites definidos, assegurando suprimento estável de energia;
- o satélite passa por cada latitude com aproximadamente a mesma altitude, a despeito da pequena excentricidade.

## 1.2 HÉLIO-SINCRONISMO

Para obter a sincronização com o Sol é necessário que a variação da longitude do nodo ascendente seja igual à velocidade angular do Sol, que é de aproximadamente 0,986 graus/dia (uma volta completa em 365,25 dias):

$$\frac{d\Omega}{dt} = 0,986 \text{ graus/dia.} \quad (1.1)$$

A precessão do nodo ascendente, levando em conta apenas o coeficiente zonal do geopotencial  $J_2$ , é escrita como <sup>[2]</sup>:

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\eta \frac{3}{2} J_2 \frac{R_e^2}{p^2} \cos i, \quad (1.2)$$

onde,

$\Omega$  = longitude do nodo ascendente

$t$  = tempo

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$$

$$\mu = GM = 3,986\ 012 \times 10^5 \text{ km}^3/\text{s}^2$$

$a$  = semi-eixo maior

$$J_2 = 0,001\ 082\ 63$$

$R_e$  = raio equatorial médio da Terra

$$p = a(1 - e^2) = \text{semi-latus rectum}$$

$i$  = inclinação.

Existe uma relação entre as variáveis semi-eixo maior, excentricidade e inclinação que, uma vez satisfeita, gera uma órbita hélio-síncrona. Mesmo atendendo ao requisito adicional de que a órbita seja circular, para evitar que as variações de distância entre o satélite e o solo atrapalhem a análise dos dados, ainda resta uma família de órbitas que satisfaz as condições exigidas.

### 1.3 ÓRBITA RECORRENTE

Em várias aplicações de sensoriamento remoto é desejável que o satélite repita periodicamente o seu traço sobre a Terra. Para se conseguir isto, é preciso projetar uma órbita cujo período esteja sincronizado com a rotação terrestre. As órbitas que apresentam este tipo de sincronismo são normalmente chamadas de *órbitas recorrentes*. Como o achatamento da Terra também provoca precessão dos nodos, deve-se levar em consideração a altitude e a inclinação da órbita de forma a obter-se órbitas recorrentes como será explicado a seguir.

Suponha que um satélite cruze o Equador em uma dada longitude  $L$  e após  $m$  órbitas com  $N$  revoluções da Terra ele passe pela longitude  $L$  novamente. Assim, a cada  $m$  órbitas o satélite está sempre cruzando o Equador na longitude  $L$ , a despeito das perturbações.

Considerando-se uma órbita hélio-síncrona, o satélite está cruzando o Equador na longitude  $L$  sempre no mesmo horário e assim, o satélite repete este ciclo a cada  $N$  dias. O número de dias ( $N$ ) é chamado de ciclo de repetição. Quando uma

combinação de  $N$  e  $m$  é válida a órbita tem um fator de recorrência ( $Q$ ), dado pela relação <sup>[3]</sup>:

$$Q = \frac{m}{N}, \quad (1.3)$$

e como  $N$  coincide com o número de dias, para a órbita hélio-síncrona,  $Q$  representa o número de órbitas que o satélite executa por dia.

Em função dos elementos orbitais temos <sup>[3]</sup>:

$$Q = \frac{\dot{M} + \dot{\omega}}{\dot{\Theta} - \dot{\Omega}}, \quad (1.4)$$

onde  $\dot{M}$  é o movimento médio do satélite,  $\dot{\omega}$  é o movimento secular do perigeu,  $\dot{\Theta}$  é a taxa de rotação terrestre e  $\dot{\Omega}$  é a precessão do nodo.

#### 1.4 TEORIA DE ÓRBITAS CONGELADAS

Uma órbita congelada é aquela em que o valor do semi-eixo e a taxa de rotação dos apsides permanecem quase-constantes com o tempo, permitindo assim uma altitude quase-constante sobre qualquer ponto particular da superfície terrestre. Atinge-se a órbita congelada através da seleção de certos valores para a excentricidade ( $e$ ), argumento do perigeu ( $\omega$ ), semi-eixo maior ( $a$ ) e inclinação ( $i$ ), de tal forma que os efeitos da perturbação causada pelos harmônicos esféricos zonais ímpares sobre  $e$  e  $\omega$  sejam balanceados pelos efeitos causados pelos harmônicos esféricos zonais pares.

No caso de missões de sensoriamento remoto os valores de  $a$  (devido a restrições dos equipamentos de captação de dados) e de  $i$  (devido à necessidade da órbita ser hélio-síncrona) usualmente são dados *a priori*.

Os valores de  $e$  e  $\omega$  necessários para congelar uma órbita com  $a$  e  $i$  dados são determinados equilibrando-se os efeitos dos harmônicos zonais (até  $J_3$  em uma primeira aproximação) usando-se as equações <sup>[3]</sup>:

$$\frac{de}{dt} = \eta \frac{3}{2} J_3 \frac{R_e^3}{p^3} (1-e^2) \sin i \cos \omega \left( \frac{5}{4} \sin^2 i - 1 \right) + \dots \quad (1.5)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} = \eta \frac{3}{2} \left\{ J_2 \frac{R_e^2}{p^2} \left( 1 - \frac{5}{4} \sin^2 i \right) - J_3 \frac{R_e^3}{p^3} \frac{\sin \omega}{e \sin i} \left[ \left( \frac{5}{4} \sin^2 i - 1 \right) \sin^2 i + \right. \right. \\ \left. \left. + e^2 \left( 1 - \frac{35}{4} \sin^2 i \cos^2 i \right) \right] \right\} + \dots \end{aligned} \quad (1.6)$$

As equações mostram que as variações de  $e$  e  $\omega$  no tempo podem ser igualadas a zero pela seleção de valores apropriados de  $e$  e  $\omega$  para certos valores de  $a$  e  $i$ , resultando numa órbita congelada. Das condições para órbita hélio-síncrona tem-se que  $a$  e  $i$  são fixos, e desta forma, só quando  $\omega = \pm 90^\circ$  a equação (1.5) será igual a zero. Da equação (1.6) obtém-se o valor  $e_f$  (excentricidade congelada).

As oscilações de  $e$  e  $\omega$  podem ser observadas através do gráfico das componentes do vetor excentricidade. O resultado é um círculo centrado na condição de congelamento (figura 1.1). O período de oscilação ( $T_{frozen}$ ) está relacionado com a variação secular em  $\omega$  através de <sup>[3]</sup>:

$$T_{frozen} = \frac{2\pi}{\dot{\omega}}, \quad (1.7)$$

sendo  $\dot{\omega}$  a taxa de variação secular do perigeu.

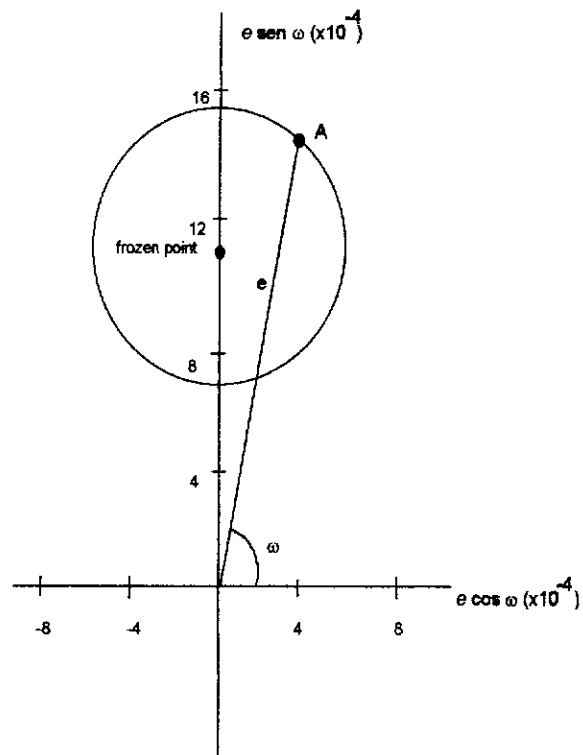


Fig. 1.1 - Oscilação de  $e$  e  $\omega$  em torno do ponto congelado <sup>[4]</sup>

## CAPÍTULO 2

### SELEÇÃO DA ÓRBITA DO CBERS

Neste capítulo a órbita do satélite CBERS será definida em termos de equações e serão escolhidos os elementos orbitais que geram uma órbita congelada. No Capítulo 3 será apresentado o software utilizado para o estudo dessas órbitas e no Capítulo 4 serão feitas simulações de propagação de órbitas para observar-se a evolução dos elementos orbitais com o tempo e prever a frequência das manobras.

#### 2.1 CRITÉRIOS PARA SELEÇÃO DA ÓRBITA

De acordo com os objetivos do satélite CBERS, a órbita a ser escolhida deve satisfazer as seguintes condições <sup>[5]</sup>:

- cobertura global, exceto em áreas próximas aos pólos;
- quando o satélite passar pela mesma latitude para tirar fotografias, devem ser providenciadas as mesmas condições de visão e iluminação e a altitude solar deve estar entre 20° e 80°;
- observações periódicas da mesma área devem ser obtidas e o intervalo entre encontros sucessivos deve ser o menor possível;
- a resolução espacial da Terra deve ser menor do que 20 m usando câmara CCD com foco de 520 mm;
- as variações na razão velocidade/altura do movimento do satélite devem ser as menores possíveis;
- variações na altitude do satélite na mesma latitude devem ser as menores possíveis, de forma que imagens da mesma área em tempos diferentes possam ter praticamente a mesma escala;

- coberturas adjacentes em áreas acima de 20°N ou abaixo de 20°S não devem apresentar superposição menor que 10%;
- o intervalo de tempo entre traços orbitais sucessivos, ou seja, passagens do satélite pelo mesmo local, deve ser o menor possível;
- o intervalo de tempo entre manobras orbitais deve ser o mais longo possível.

## 2.2 SELEÇÃO DA ÓRBITA NOMINAL

### 2.2.1 Órbita Hélio-Síncrona

Devido à perturbação causada pelo achatamento terrestre, a longitude do nodo ascendente da órbita sofre uma variação secular. Levando-se em consideração apenas a ação dos termos  $J_2$  e  $J_4$  do potencial gravitacional, tem-se <sup>[5]</sup>:

$$\dot{\Omega} = -\frac{3}{2} J_2 \left( \frac{R_e}{a} \right)^2 \eta \cos i \left\{ 1 - \frac{1}{4} J_2 \left( \frac{R_e}{a} \right)^2 (4 - 19 \cos^2 i) + \frac{5}{8} \frac{J_4}{J_2} \left( \frac{R_e}{a} \right)^2 (3 - 7 \cos^2 i) \right\}. \quad (2.1)$$

Os termos com a excentricidade ( $e$ ) foram retirados da expressão, pois um dos requisitos é que a órbita seja quase circular ( $e \cong 0$ ).

Sendo  $\eta_0$  a velocidade angular média do movimento da Terra ao redor do Sol em relação ao espaço inercial:

$$\eta_0 = 0,985 \ 612 \ 28^\circ/\text{dia}.$$

A órbita hélio-síncrona obedece à seguinte relação:

$$\dot{\Omega} = \eta_0. \quad (2.2)$$

### 2.2.2 Órbita Recorrente

A velocidade angular do movimento terrestre em relação à órbita é:

$$\eta' = \omega_e - \dot{\Omega}, \quad (2.3)$$

onde  $\omega_e$  é a taxa de rotação terrestre em relação ao espaço inercial. Assim, o tempo que a Terra gasta para completar uma revolução em relação à órbita do satélite é:

$$T_e = \frac{2\pi}{\omega_e - \dot{\Omega}}. \quad (2.4)$$

$T_e$  é chamado de dia nodal. O dia nodal será igual ao dia solar médio se  $\dot{\Omega} = \eta_0$ .

Definindo o periodo nodal da órbita como <sup>[5]</sup>:

$$T_n = \frac{2\pi}{\dot{M} + \dot{\omega}}, \quad (2.5)$$

onde,

$\dot{M}$  = taxa de variação da anomalia média

$\dot{\omega}$  = taxa de variação do argumento do perigeu.

tem-se que <sup>[6]</sup>:



$$\begin{aligned} \dot{M} + \dot{\omega} = \eta \left\{ 1 - \frac{3}{2} J_2 \left( \frac{R_e}{a} \right)^2 (1 - 4 \cos^2 i) + \right. \\ \left. + \frac{3}{16} J_2^2 \left( \frac{R_e}{a} \right)^4 (5 - 48 \cos^2 i + 133 \cos^4 i) + \right. \\ \left. - \frac{15}{32} J_4 \left( \frac{R_e}{a} \right)^4 (3 - 36 \cos^2 i + 49 \cos^4 i) \right\}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Se existirem dois números inteiros  $D$  e  $N$  de tal forma que:

$$N \cdot T_n = D \cdot T_e. \quad (2.7)$$

o contato com o mesmo ponto na superfície terrestre se repetirá após  $N$  revoluções e  $D$  dias nodais.

### 2.2.3 Órbita Congelada (perigeu congelado)

Fazendo-se;

$$\begin{aligned} e_x &= e \cos \omega \\ e_y &= e \sin \omega, \end{aligned} \quad (2.8)$$

as equações diferenciais são:

$$\begin{aligned} \dot{e}_x &= -K \cdot e_y + C \\ \dot{e}_y &= K \cdot e_x, \end{aligned} \quad (2.9)$$

onde,

$$K = 3 \left( \frac{\mu}{a^3} \right)^{1/2} J_2 \left( \frac{R_e}{a} \right)^2 \left( 1 - \frac{5}{4} \sin^2 i \right)$$

$$C = \left(\frac{\mu}{a^9}\right)^{1/2} \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n+1} \left(\frac{R_e}{a}\right)^{2n+1} \frac{n}{(n+1)(2n+1)} P_{2n+1}^1(0) P_{2n+1}^1(\cos i),$$

sendo  $J_n$  os coeficientes dos harmônicos zonais, e  $P_n^m(x)$  os polinômios associados de Legendre.

Uma solução analítica para as equações (2.9) é:

$$\begin{aligned} e_x &= A \cos(Kt + \alpha) \\ e_y &= A \sin(Kt + \alpha) + \frac{C}{K}, \end{aligned} \quad (2.10)$$

em que,  $A$  e  $\alpha$  são parâmetros dependentes dos elementos orbitais iniciais através das seguintes relações:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(e_0 \cos \omega_0)^2 + (e_0 \sin \omega_0 - C/K)^2} \\ \alpha &= \tan^{-1} \left( \frac{e_0 \sin \omega_0 - C/K}{e_0 \cos \omega_0} \right). \end{aligned} \quad (2.11)$$

A evolução de  $e_x$  e  $e_y$  pode ser descrita através de um sistema de coordenadas plano. O vetor excentricidade descreve um círculo como mostrado na figura (2.1) e  $e = |\Delta \vec{e}|$  varia com:

$$\frac{C}{K} - A \leq e \leq \frac{C}{K} + A. \quad (2.12)$$

Em particular, se  $A = 0$ , as relações  $e = C/K$  e  $\omega = \pi/2$  valem sempre. Uma órbita com esta característica é chamada de órbita congelada e a excentricidade desta órbita  $e_f$

é completamente determinada pelos elementos orbitais  $a$  e  $i$  bem como pelos coeficientes harmônicos.

Para uma órbita quase-congelada tem-se:

$$A = \sqrt{\Delta e^2 + (e_f \Delta \omega)^2}, \quad (2.13)$$

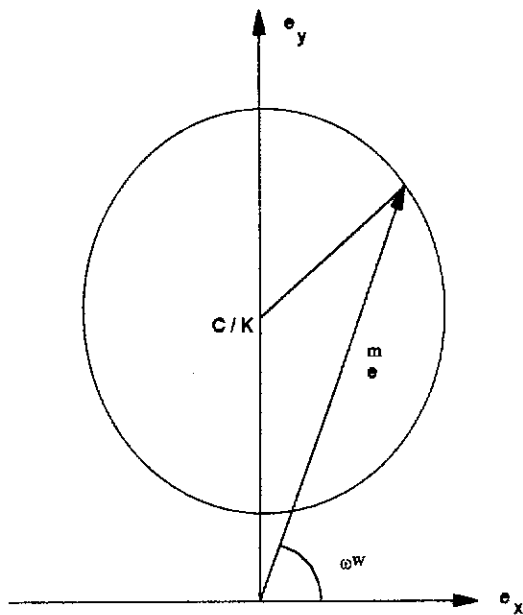


Fig. 2.1 - Variação do vetor excentricidade

onde,

$$\Delta e = e_0 - e_f$$

$$\Delta \omega = \omega_0 - \frac{\pi}{2}$$

#### 2.2.4 Variações na Altitude do Satélite sobre a mesma Latitude

Como,

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos(u-\omega)} \quad (2.14)$$

onde,

$$f = u - \omega = \text{anomalia verdadeira}$$

para um  $u$  fixo temos:

$$\begin{aligned} \dot{r} &= -\frac{2a(e_x \dot{e}_x + e_y \dot{e}_y)}{1+e_x \cos u + e_y \sin u} - \frac{a(1-e^2)}{(1+e \cos \theta)^2} (\dot{e}_x \cos u + \dot{e}_y \sin u) \cong \\ &\cong -a(\dot{e}_x \cos u + \dot{e}_y \sin u) = \\ &= aKA \sin(Kt + \alpha - u). \end{aligned} \quad (2.15)$$

Assim, a flutuação em altitude em qualquer latitude fixa será:

$$\Delta r = -aA \cos(Kt + \alpha - u) \Big|_{t_1}^{t_2} \quad (2.16)$$

e

$$\text{Max}(\Delta r) = 2aA. \quad (2.17)$$

O período de variação do vetor excentricidade é  $\frac{2\pi}{K} \cong 120$  dias.

Para uma órbita quase-congelada temos:

$$\text{Max}(\Delta r) = 2a\sqrt{\Delta e^2 + (e_f \Delta \omega)^2}. \quad (2.18)$$

Se  $\Delta e = e_f \Delta \omega$ , então:

$$\text{Max}(\Delta r) = 2\sqrt{2}a\Delta e \cong 2 \times 10^4 \Delta e \text{ km.} \quad (2.19)$$

De acordo com os requisitos do CBERS, a altitude orbital deve ser menor do que 800km. Por outro lado, o efeito do arrasto atmosférico cresce rapidamente com o decaimento da altitude. Quanto maior o arrasto atmosférico maior a deriva do satélite de sua posição nominal, o que implica maior consumo de combustível devido às correções orbitais. Além disto, em altitudes muito pequenas, a determinação e a previsão orbital se tornam mais difíceis. Desta forma, a altitude orbital não deve ser muito pequena. Para o CBERS foi escolhida uma altitude média de 778km.

### 2.2.5 Órbita Nominal e Parâmetros Importantes

Elementos médios orbitais nominais do CBERS <sup>[5]</sup>:

•semi-eixo maior	$\bar{a} = 7\,148,865 \text{ km}$
•excentricidade	$\bar{e} = 0,001\,100$
•inclinação	$\bar{i} = 98,504\,35^\circ$
•argumento do perigeu	$\bar{\omega} = 90,000\,00^\circ$
•longitude do nodo ascendente	$\bar{\Omega} = \theta_0 - 22,5^\circ + \eta_0(t - t_0)$

onde,

$\theta_0$  = tempo sideral em Greenwich em graus na época  $t_0$

$\eta_0 = 0,985\,612\,28^\circ / \text{dia}$  = movimento médio terrestre

$t$  = tempo em dias

Parâmetros relacionados com sensoriamento remoto <sup>[5]</sup>:

•ciclo orbital

26 dias

•revoluções por dia	14+9/26
•total de revoluções em um ciclo	373
•altitude média (sobre o raio médio terrestre)	778 km
•período orbital	100,26 min
•período nodal	100,38 min
•tempo médio local no nodo descendente	10:30 a.m.
•extensão do groundtrack	
no Equador	107,4 km
a 20° norte ou sul	101,0 km
•sobreposição	
no Equador	4,9 %
a 20° norte ou sul	10,7 %
•desvio para leste no groundtrack	3 dias
•resolução espacial	19,4 m

### CAPÍTULO 3

## MODELAGEM PARA PROPAGACÃO DE ÓRBITAS

Para propagar órbitas no tempo será utilizado o software LOP (Long-term Orbit Predictor) da NASA.

O LOP é uma ferramenta para análise de tempo de vida de satélites. O modelo matemático original foi desenvolvido por S.S. Dallas em 1976 e implementado no JPL (Jet Propulsion Laboratory). Além de propagar órbitas o programa tem capacidade de gerar gráficos e várias informações sobre projetos de missões espaciais.

Existe a opção de se incluir perturbações devido ao campo gravitacional terrestre até a ordem 21, devido à atração do Sol e/ou da Lua, arrasto atmosférico e pressão de radiação solar.

LOP usa o método da variação dos parâmetros na formulação das equações de movimento. Os parâmetros (elementos orbitais) usados são <sup>[7]</sup>:

$a$

$$h = e_y = e \sin \omega$$

$i$

$$k = e_x = e \cos \omega$$

$\Omega$

$$\lambda_N = \frac{(M + \omega)}{S_o} + (\Omega - \theta),$$

onde,

$M$  = anomalia média

$\theta$  = ângulo horário de Greenwich

$S_o$  = número de passagens do satélite pelo nodo por revolução do planeta.

Este conjunto de elementos orbitais gera equações de movimento que são não-singulares para excentricidade nula, mas singulares para inclinação nula. Para facilitar a integração numérica é usado um método que remove termos que envolvem a anomalia média no geopotencial e no potencial devido ao terceiro corpo antes de se iniciar o processo de integração. Entretanto, termos envolvendo a anomalia média, mas que são ressonantes com os harmônicos tesserais do geopotencial, são mantidos. Existe a opção de retirar todos os termos que envolvem a anomalia média. Esta opção é aplicável para satélites que orbitam em torno de planetas de rotação lenta ou para satélites naturais como a Lua.

É usada a quadratura numérica para arredondar o potencial devido à pressão de radiação solar e à força não-conservativa devida ao arrasto. As equações de movimento resultantes são integradas numericamente usando-se um integrador multi-passo, de ordem e tamanho de passo variáveis.

Devido à eliminação da anomalia média das equações de movimento, tamanhos de passo maiores (da ordem de dias) são possíveis. Consequentemente, LOP pode rodar muito mais rápido do que o método de Cowell para propagação de órbitas. Desta forma, LOP é indicado para estudos orbitais onde a evolução orbital devido às várias perturbações pode ser observada por centenas de dias. Por outro lado, LOP não gera informações de curto período, como da ordem de algumas revoluções orbitais.

### 3.1 EQUAÇÕES PLANETÁRIAS DE MOVIMENTO

As equações planetárias de Lagrange em função das coordenadas  $a$ ,  $e_x$ ,  $e_y$ ,  $i$ ,  $\Omega$ ,  $\lambda_N$  e de um potencial perturbador  $R$  são <sup>[7]</sup>:



$$\begin{aligned}
\frac{da}{dt} &= \frac{2}{\eta a S_o} \frac{\partial R}{\partial \lambda_N} \\
\frac{de_y}{dt} &= \frac{\sqrt{(1-e^2)}}{na^2} \frac{\partial R}{\partial e_x} - \frac{e_x \cot i}{\eta a^2 \sqrt{(1-e^2)}} \frac{\partial R}{\partial i} - \frac{e_y \sqrt{(1-e^2)}}{\eta a^2 S_o} \beta \frac{\partial R}{\partial \lambda_N} \\
\frac{di}{dt} &= \frac{\cot i}{\eta a^2 \sqrt{(1-e^2)}} \left( e_x \frac{\partial R}{\partial e_y} - e_y \frac{\partial R}{\partial e_x} + \frac{1}{S_o} \frac{\partial R}{\partial \lambda_N} \right) - \frac{1}{\eta a^2 \sqrt{(1-e^2)} \sin i} \left( \frac{\partial R}{\partial \Omega} + \frac{\partial R}{\partial \lambda_N} \right)
\end{aligned} \tag{3.1}$$

$$\begin{aligned}
\frac{de_x}{dt} &= -\frac{\sqrt{(1-e^2)}}{\eta a^2} \frac{\partial R}{\partial e_y} + \frac{e_y \cot i}{\eta a^2 \sqrt{(1-e^2)}} \frac{\partial R}{\partial i} - \frac{e_x \sqrt{(1-e^2)}}{\eta a S_o} \beta \frac{\partial R}{\partial \lambda_N} \\
\frac{d\Omega}{dt} &= \frac{1}{\eta a^2 \sqrt{(1-e^2)} \sin i} \frac{\partial R}{\partial i} \\
\frac{d\lambda_N}{dt} &= \frac{\eta}{S_o} \frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{\eta a^2 S_o} \left\{ \sqrt{(1-e^2)} \beta \left( e_y \frac{\partial R}{\partial e_y} + e_x \frac{\partial R}{\partial e_x} \right) - 2a \frac{\partial R}{\partial a} + \frac{S_o - \cos i}{\sqrt{(1-e^2)} \sin i} \frac{\partial R}{\partial i} \right\},
\end{aligned}$$

onde,

$$\beta = \frac{1}{1 + \sqrt{(1-e^2)}}.$$

### 3.2 POTENCIAL PERTURBADOR DEVIDO A UM CORPO CENTRAL

O potencial perturbador devido a um corpo central  $R$ , de um planeta não esférico em função dos elementos orbitais clássicos  $a$ ,  $e$ ,  $i$ ,  $\Omega$ ,  $\omega$ , e  $M$  é dado por <sup>[7]</sup>:

$$R = \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{\mu R_e^n}{a^{n+1}} \sum_{p=0}^n F_{nmp}(i) \sum_{q=-\infty}^{\infty} G_{npq}(e) S_{nmpq}(\omega, M, \Omega, \theta), \tag{3.2}$$

onde,

$$S_{nmpq} = \begin{bmatrix} C_{nm} \cos \phi + S_{nm} \sin \phi \\ -S_{nm} \cos \phi + C_{nm} \sin \phi \end{bmatrix}_{n-\text{mímpar}}^{n-\text{mímpar}}$$

$$\phi = (n-2p)\omega + (n-2p+q)M + m(\Omega - \theta)$$

$$F_{nmp}(i) = \sum_{t=0}^T \frac{(2n-2t)!}{t!(n-t)!(n-m-2t)! 2^{2n-2t}} (\sin^{n-m-2t} i) \times \\ \times \sum_{s=0}^m \binom{m}{s} \cos^s i \sum_c \binom{n-m-2t+s}{c} \binom{m-s}{p-t-c} (-1)^{c-k}$$

$$G_{np(2p-n)} = \frac{1}{(1-e^2)^{n-1/2}} \sum_{k=0}^{p-1} \binom{n-1}{2k+n-2p} \binom{2k+n-2p}{k} \left(\frac{e}{2}\right)^{2k+n-2p}$$

$$p' = \min(p, n-p)$$

$$k = \text{valor inteiro de } (n-m)/2$$

$$T = \text{o menor entre } p \text{ e } k$$

$c = \text{ todos os números inteiros em que os coeficientes binomiais não são nulos.}$

### 3.3 POTENCIAL PERTURBADOR DEVIDO A UM TERCEIRO CORPO

O potencial perturbador devido a um terceiro corpo  $R'$ , é dado por <sup>[7]</sup>:

$$R' = \frac{\mu'}{a'} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{a'}\right)^n \sum_{m=0}^n K_{nm} \sum_{p=0}^n F_{nmp}(i) H_{npq}(e) \sum_{h=0}^n F_{nmh}(i') \sum_{j=-\infty}^{\infty} G_{nhj}(e') \cos \phi, \quad (3.3)$$

onde,

$$\phi = -q\omega - (n-2h)\omega' - (n-2h+j)M' + m(\Omega - \Omega')$$

$$K_{nm} = \frac{2(n-m)!}{(n+m)!}$$

$$q = 2p - n.$$

As variáveis com super escrito ' se referem ao corpo perturbador.

### 3.4 EQUAÇÕES DE MOVIMENTO DEVIDAS AO ARRASTO

As equações de movimento devidas ao arrasto, para uma atmosfera não-girante, são dadas por <sup>[7]</sup>:

$$\begin{aligned}
 \frac{da}{dt} &= -\frac{C_D A}{m} \rho \eta a^2 \left( \sqrt{\frac{1+e^2+2e \cos f}{1-e^2}} \right)^3 \\
 \frac{de_y}{dt} &= -\frac{C_D A}{m} \rho \eta a (e_y + \sin u) \sqrt{\frac{1+e^2+2e \cos f}{1-e^2}} \\
 \frac{de_x}{dt} &= -\frac{C_D A}{m} \rho \eta a (e_x + \cos u) \sqrt{\frac{1+e^2+2e \cos f}{1-e^2}} \\
 \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{C_D A}{m} \rho \eta a \frac{\sin f}{e} \sqrt{\frac{1+e^2+2e \cos f}{1-e^2}} \\
 \frac{dM}{dt} &= -\frac{C_D A}{m} \rho \eta a \frac{\sin f}{e} \frac{1+e^2+2e \cos f}{1+e \cos f} \sqrt{1+e^2+2e \cos f},
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

onde,

$$e \cos f = e_x \cos u + e_y \sin u$$

$$e \sin f = e_x \sin u - e_y \cos u$$

$$u = \omega + f$$

$\rho$  = densidade da atmosfera

$C_D$  = coeficiente de arrasto

$A$  = área da secção de choque do satélite

$m$  = massa do satélite.

### 3.5 ACELERAÇÃO DEVIDA À PRESSÃO DE RADIAÇÃO SOLAR

A aceleração que o satélite sofre devida à pressão de radiação solar é dada por <sup>[7]</sup>:

$$\ddot{\bar{r}} = \gamma P_S \frac{A \left( \frac{r_{sol}}{r_v} \right)^2}{m} \bar{r}_v, \quad (3.5)$$

onde,

$\bar{r}$  = vetor posição do satélite em relação ao centro do planeta

$r_{sol}$  = distância do Sol a 1 unidade astronômica

$\bar{r}_v = \bar{r} - \bar{r}_S$

$\bar{r}_S$  = vetor posição do Sol em relação ao centro do planeta

$P_S = 4,4 \times 10^{-3} \text{ kg/km-s}^2$

$\gamma$  = constante adimensional que varia com a capacidade de absorção do material.

### 3.6 EFEMÉRIDES LUNI-SOLARES

O programa LOP permite a inclusão de perturbações devidas à atração do Sol e da Lua, sendo que para isto são usadas equações do movimento de dois corpos. Isto significa que os elementos orbitais  $a$ ,  $e$ ,  $i$ ,  $\omega$ ,  $\Omega$  do Sol e da Lua são fixos. Apenas a anomalia média  $M$  é calculada de acordo com:

$$M = M_0 + n(t - t_0), \quad (3.6)$$

onde,

$n$  = movimento médio do Sol em relação ao planeta

$M_0$  = anomalia média do Sol ou da Lua no equador médio do planeta em  $t_0$ .

Este método funciona muito bem para a efeméride solar, mas não tão bem para a lunar.

## CAPÍTULO 4

### SIMULACÕES

Foram feitas três simulações no LOP para se observar o comportamento da excentricidade e do argumento do perigeu da órbita congelada do CBERS.

O argumento do perigeu foi escolhido como inicialmente igual a  $90^\circ$  ( $\cos\omega = 0$ ). Sendo assim a expressão (1.5) fica:

$$\frac{de}{dt} = 0, \tag{4.1}$$

i.e., a excentricidade é congelada. Dada a inclinação da órbita do CBERS igual a  $98,50435^\circ$  e o semi-eixo maior igual a 7148,865 km, pode-se calcular a excentricidade igualando-se a expressão (1.6) a zero, ou seja, fazendo-se:

$$\frac{d\omega}{dt} = 0. \tag{4.2}$$

A órbita do CBERS usada para as simulações foi:

$$a = 7\,148,865 \text{ km}$$

$$e = 0,001\,100$$

$$i = 98,504\,35^\circ$$

$$\omega = 90^\circ$$

$$\Omega = 0^\circ$$

$$M = 0^\circ$$

#### 4.1 SIMULAÇÃO COM POTENCIAL GRAVITACIONAL ATÉ $J_3$

Neste caso foram consideradas a perturbação secular de  $J_2$  e a perturbação de longo período devida a  $J_3$  sobre o argumento do perigeu e sobre a excentricidade, que são dadas pelas expressões (1.5) e (1.6).

Na figura 4.1 está representado a excentricidade versus o argumento do perigeu para 2 anos. Pode-se notar que a órbita permanece congelada, ou melhor, em torno da condição congelada.

#### 4.2 SIMULAÇÃO COM POTENCIAL GRAVITACIONAL ATÉ $J_4$

Pode-se expandir as variações da excentricidade e do argumento do perigeu, dadas pelas expressões (1.5) e (1.6), para incluir termos zonais de ordem maior e se achar a excentricidade adequada para órbitas congeladas. No LOP isto é possível simplesmente integrando-se a órbita para ordens maiores.

Nesta simulação a órbita foi integrada levando-se em conta  $J_4$  e o resultado está na figura 4.2.

#### 4.3 SIMULAÇÃO COM POTENCIAL GRAVITACIONAL ATÉ $J_5$

Nesta simulação levou-se em conta também o  $J_5$ . O resultado pode ser observado na figura 4.3.

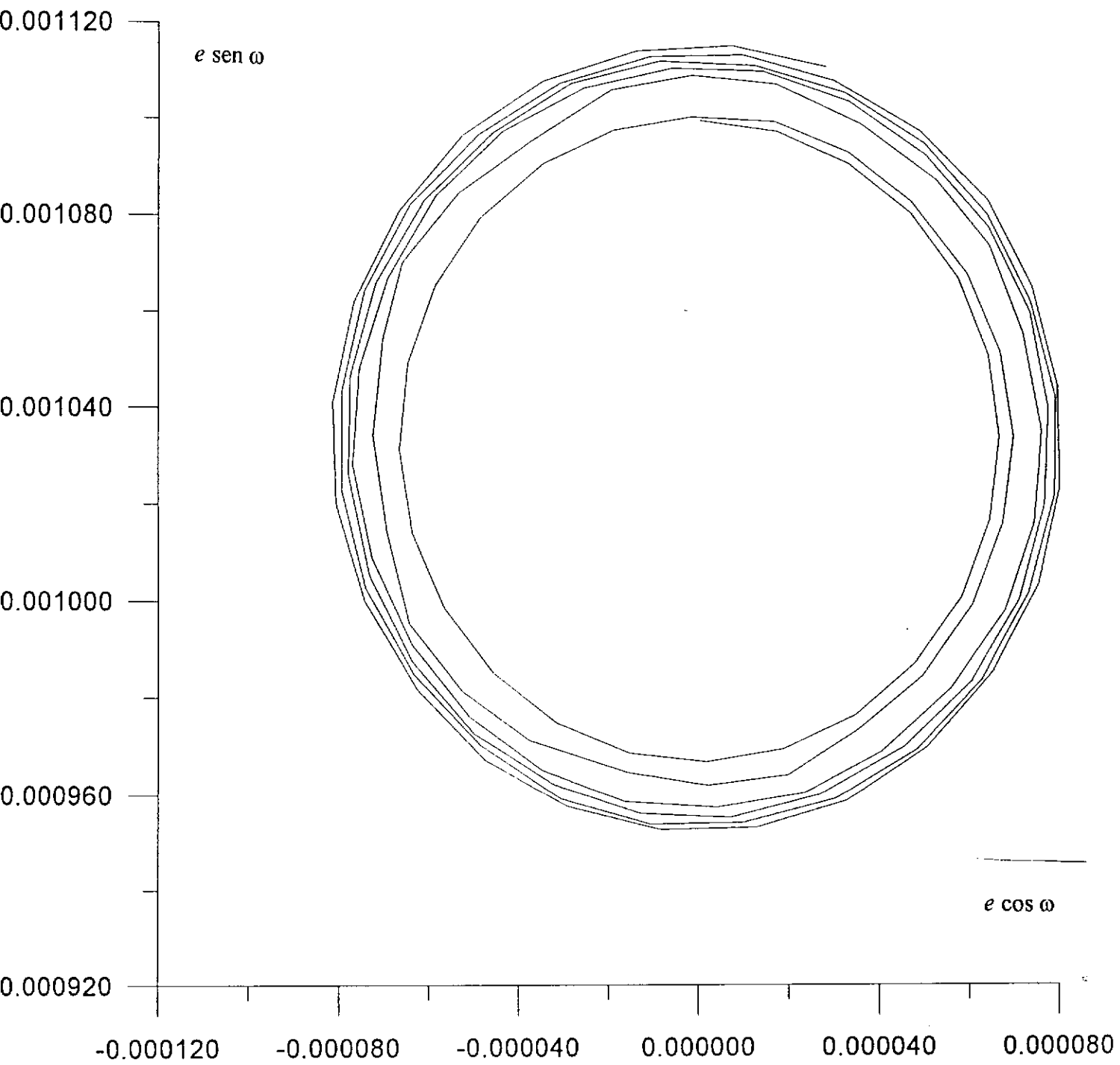


Fig. 4.1 - Vetor excentricidade para a simulação com potencial gravitacional até J3

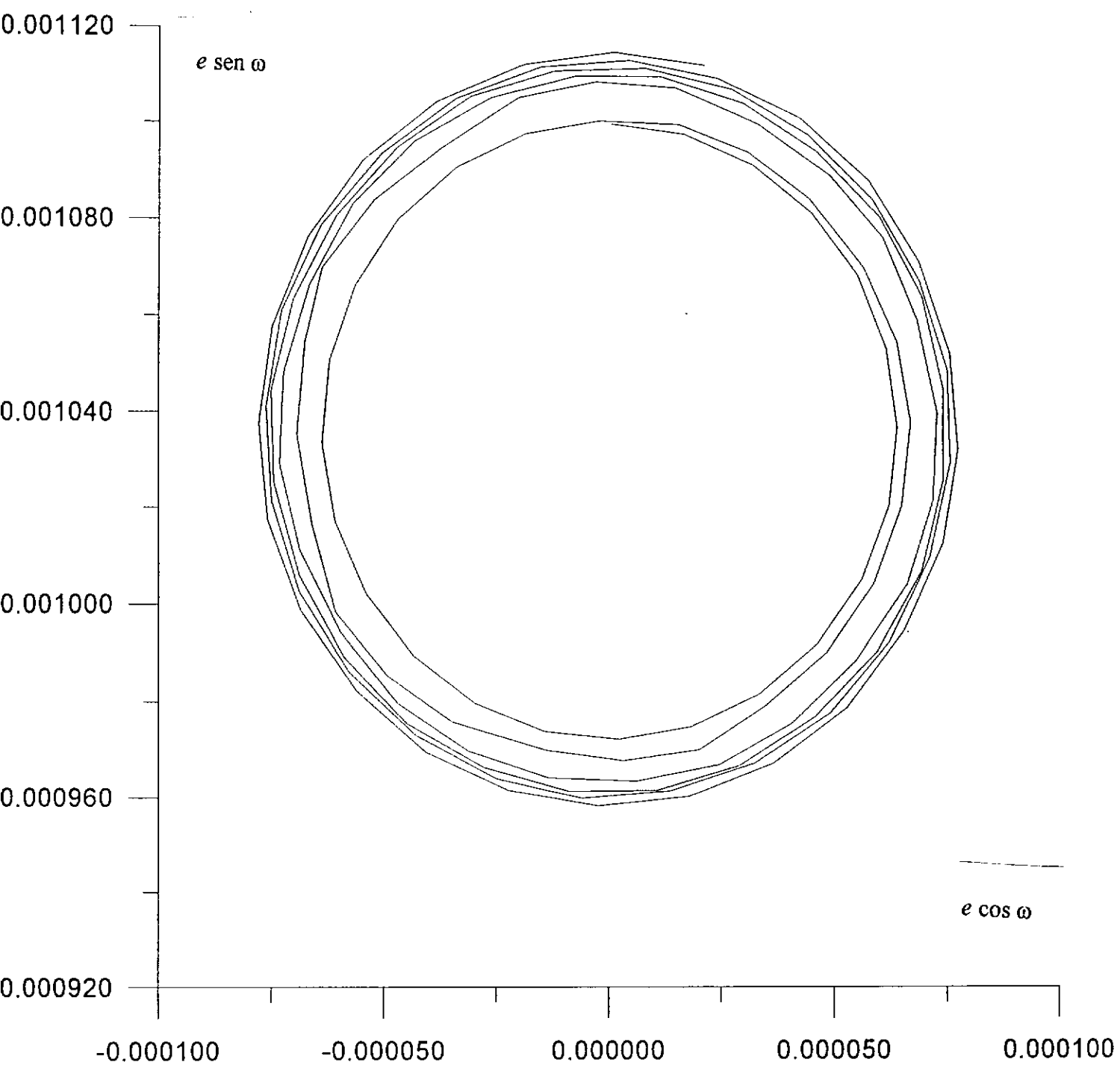


Fig. 4.2 - Vetor excentricidade para a simulação com potencial gravitacional até J5



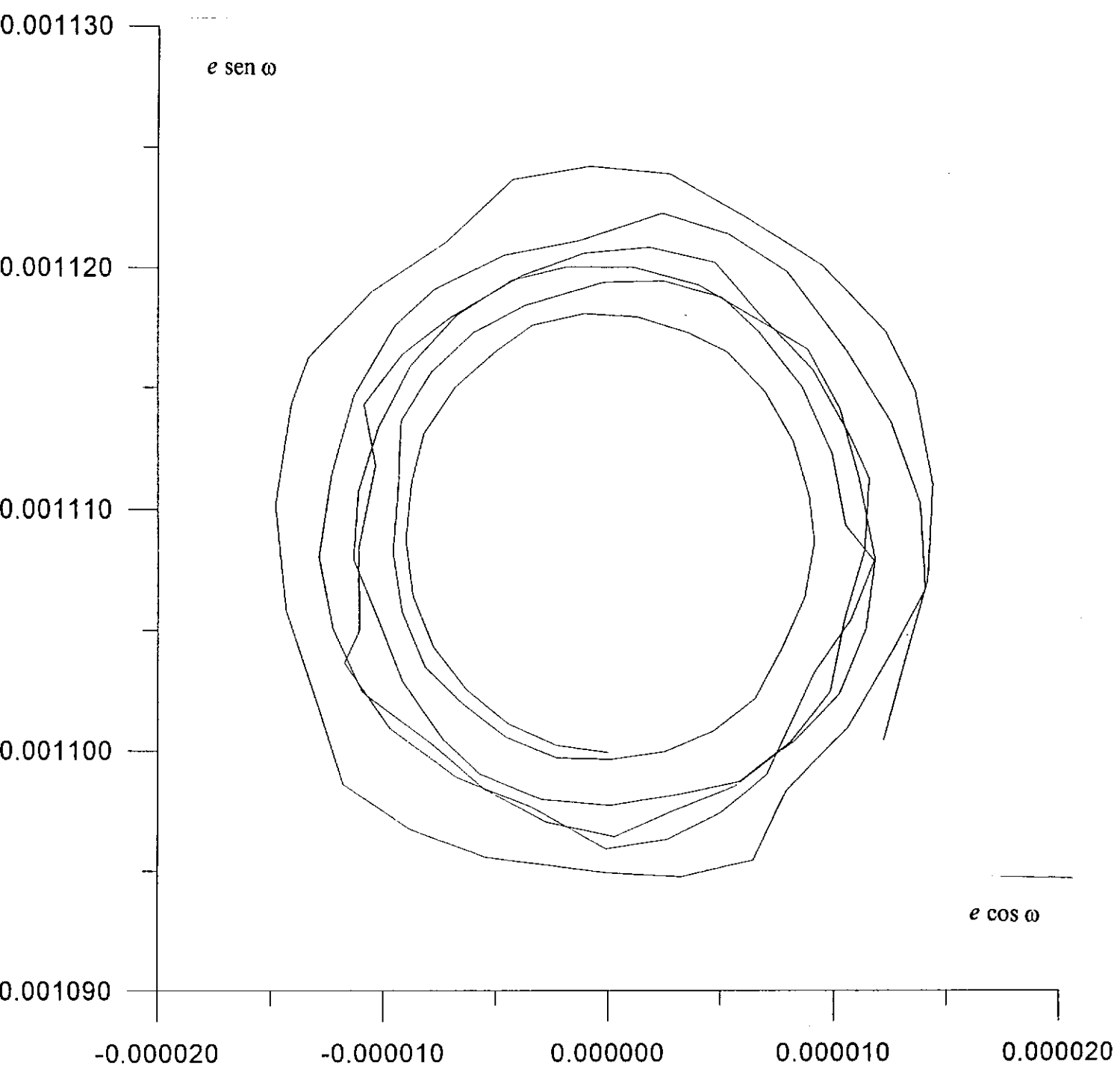


Fig. 4.3 - Vetor excentricidade para a simulação com potencial gravitacional até J5

## CAPÍTULO 5

### CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Foram feitas simulações para se observar o comportamento da excentricidade e do argumento do perigeu do CBERS durante o período de 2 anos levando em conta os efeitos das perturbações devidas a  $J_2$ ,  $J_3$ ,  $J_4$  e  $J_5$ . Com base nestas simulações pode-se avaliar a necessidade de manobras orbitais.

As integrações numéricas mostraram que as previsões teóricas (fig. 1.1) para o comportamento da excentricidade e do argumento do perigeu foram alcançadas, com a variação na excentricidade da ordem de  $10^{-4}$  e no argumento do perigeu da ordem de  $5^\circ$ .

Uma vez que o satélite seja colocado na órbita congelada, com base nas perturbações estudadas, ele irá permanecer nesta órbita sem requisitar grandes manobras corretivas pelo menos por 2 anos. Neste trabalho, o efeito do arrasto atmosférico não foi considerado, e este pode modificar a conclusão no que diz respeito à realização de manobras corretivas.

Neste caso particular pode-se observar também que o resultado obtido levando-se em conta o efeito de  $J_4$  é bastante similar ao de  $J_3$ .

A continuidade deste trabalho será realizada através do estudo da propagação de órbitas levando em conta outras perturbações, tais como: arrasto atmosférico, não esfericidade da Terra e perturbação luni-solar.

## CAPÍTULO 6

### PROPOSTA DE UMA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Esta dissertação de mestrado pretende realizar alguns dos diversos estudos que ainda necessitam ser efetuados referentes ao problema da necessidade de manobras orbitais com o satélite CBERS. Conforme já citado anteriormente, é preciso conhecer o comportamento de todos os elementos orbitais ao longo do tempo para se efetuar uma previsão mais precisa desta necessidade. Para isto será preciso propagar a órbita com um modelo matemático mais completo, que inclua arrasto atmosférico e outras perturbações. Esse trabalho pode ser efetuado com o software LOP, já descrito anteriormente.

A questão seguinte a ser abordada é a da realização das manobras orbitais. Para isto será preciso desenvolver um método de cálculo e um software que obtenha a solução mais econômica de uma transferência entre duas órbitas dadas. Será adotada como modelo de propulsor a manobra bi-impulsiva (variação instantânea na velocidade nos instantes inicial e final da manobra), que é o caso mais popular na literatura.

Esse método de cálculo deverá ser dividido em duas etapas distintas. Em uma primeira etapa será considerado que as únicas forças envolvidas na dinâmica do sistema sejam as forças dos propulsores (instantâneas) e a força gravitacional da Terra (assumida como um ponto de massa). Assim sendo, o problema será o de obter uma órbita de transferência kepleriana entre duas outras órbitas keplerianas não coplanares conhecidas previamente. Essa manobra deverá ser efetuada de tal forma que a soma das magnitudes dos dois impulsos aplicados seja mínima.

Após essa primeira etapa, irá se buscar um método de solução para o problema não kepleriano baseado no Two-Point Boundary Value Problem (TPBVP).

Será assumido que a dinâmica do sistema inclui forças perturbadoras, tais como arrasto atmosférico, atração luni-solar, entre outras. A solução obtida pelo método anterior (com modelo kepleriano) será utilizada como estimativa inicial. Com essa solução será iniciado um método numérico de busca direta, consistindo dos seguintes passos:

- 1) *Propagação da órbita*: Propagação da órbita de transferência (que é obtida a partir da aplicação na órbita inicial do primeiro impulso obtido no caso kepleriano) do tempo inicial ao tempo final da transferência;
- 2) *Busca dos vínculos*: Verificação da satisfação ou não dos vínculos no instante final da manobra. Caso não estejam satisfeitos, deve-se buscar um novo valor para os impulsos de tal forma que o sistema caminhe para a satisfação dos vínculos. Diversos métodos numéricos (como por exemplo o método da projeção do gradiente) podem ser utilizados para a solução deste problema;
- 3) *Busca do ponto de ótimo*: Após atingidos os vínculos, deve-se buscar um novo ponto que reduza o custo da manobra ( $\Delta V$  total).

Os passos 1 a 3 devem ser repetidos até que a convergência tenha sido obtida.

Com este esquema, terá sido obtida a solução do problema de transferência em veículo espacial entre duas órbitas dadas, através da aplicação de dois impulsos, com consumo mínimo de combustível em uma dinâmica não kepleriana.

Um outro ponto que poderá ser abordado nessa dissertação é a transformação entre elementos orbitais osculadores e médios. Esse problema é importante, porque a manobra é efetivamente realizada com os elementos osculadores, enquanto que os vínculos desejados para a manobra são especificados em termos de elementos médios.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1]Prado, A.F.B.A. *A Study of the stationkeeping maneuvers for the CBERS satellite*. São José dos Campos, INPE, 1994. (CB-ITRT-052).
- [2]Moura, D. et al. The VAP (autonomous planetary vehicle) mission. In: Carrou, J. ed. *Spaceflight dynamics*. Toulouse, Cépaduès-Éditions, 1995. p. 1749-1801.
- [3]Micheau, P. Orbit control techniques for low earth orbiting (LEO) satellites. In: Carrou, J. ed. *Spaceflight dynamics*. Toulouse, Cépaduès-Éditions, 1995. p.739-902.
- [4]LANDSAT-5 orbit, adjust maneuver report. Greenbelt, Maryland, Computer Sciences Corporation, Jun. 1984. (NASA CR-175250).
- [5]Medeiros, V.M.; Werlian, Y. *CBERS Satellite Orbit Design*. São José dos Campos, INPE, Oct. 1988. (CB-TRP-018).
- [6]Brouwer, D.; Clemence, G.M. *Methods of celestial mechanics*. New York, Academic Press, 1961.
- [7]Kwok, J.H. *The long-term predictor (LOP)*. Pasadena, CA, Jet Propulsion Laboratory, Jun. 1986. (COSMIC Program # NPO-17052 EM 312/86-151).