
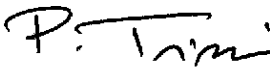



1. Publicação nº <i>INPE-3435-PRE/693</i>	2. Versão	3. Data <i>Março, 1985</i>	5. Distribuição <input type="checkbox"/> Interna <input checked="" type="checkbox"/> Externa <input type="checkbox"/> Restrita
4. Origem <i>DTL/DAF</i>	Programa <i>ESPAC/TMTC</i>		
6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) <i>OTIMIZAÇÃO MINIMAX ANTENAS</i>			
7. C.D.U.: <i>621.396.67:519.688</i>			
8. Título <i>UM ALGORITMO PARA A OTIMIZAÇÃO MINIMAX DA ILUMINAÇÃO PRODUZIDA POR UMA ANTENA DE FEIXE MOLDADO</i>		10. Páginas: <i>05</i>	
		11. Última página: <i>04</i>	
9. Autoria <i>P. Tissi</i>		12. Revisada por  <i>Carlos E. Santana</i>	
Assinatura responsável 		13. Autorizada por  <i>Nelson de Jesus Parada Diretor Geral</i>	
14. Resumo/Notas <i>Apresenta-se um novo algoritmo, bastante rápido, para a otimização minimax de iluminação devida a uma antena de feixe moldado. O algoritmo baseia-se na representação do campo irradiado numa base derivada dos autovetores de uma matriz hermiteana convenientemente definida, cujas normas são as potências totais correspondentes computadas sobre o contorno escolhido.</i>			
15. Observações <i>Submetido para apresentação no Simpósio Internacional de Microondas no Desenvolvimento Industrial, Brasil, de 22 a 25 de julho de 1985, Campinas, SP, Brasil.</i>			

UM ALGORITMO PARA A OTIMIZAÇÃO MINIMAX DA ILUMINAÇÃO PRODUZIDA POR
UMA ANTENA DE FEIXE MOLDADO

P. Tissi

Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq
Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE
12200 - São José dos Campos, SP, Brasil

ABSTRACT

A fast new algorithm for the minimax optimization of the illumination due to a shaped-beam antenna is presented. The algorithm is based upon the representation of the illumination field intensities in a basis derived from the eigenvectors of a suitable Hermitean matrix, whose norms are the corresponding total illumination powers over the chosen contour.

Apresenta-se aqui um novo algoritmo, bastante rápido, para a otimização minimax da iluminação produzida por uma antena de feixe moldado. O algoritmo baseia-se na representação do campo irradiado numa base derivada dos autovetores de uma matriz hermiteana, definida convenientemente, cujas normas representam as potências totais sobre o contorno escolhido. Apresenta-se apenas a idéia básica do método, acompanhada de alguns dados numéricos obtidos até agora. Acredita-se que o algoritmo possa ser adaptado a outros problemas do tipo minimax (ou maxmin) relativos às coordenadas de um vetor complexo que é imagem de outro vetor, via transformação linear, sendo este último restrito à esfera unitária.

É de grande interesse o problema da síntese da iluminação produzida por uma antena de feixe moldado, formada tipicamente por um refletor alimentado por vários excitadores. Aborda-se aqui um caso particular, que consiste na maximização da intensidade de campo mínima sobre determinada superfície iluminada, com potência de entrada fixa nos alimentadores e desprezando-se o acoplamento entre eles. O que se deseja determinar são as correntes de alimentação, em módulo e fase. Problemas deste tipo são clássicos em teoria das redes de antenas (1, 2), e, normalmente, o parâmetro a ser maximizado é a potência global na área iluminada, ou então, é minimizado um certo erro quadrático, definido, em cada caso, de maneira conveniente. Considera-se mais realista, principalmente no caso da iluminação produzida por um satélite de telecomunicações, a caracterização do problema, aqui definida, do tipo minimax. Por outro lado, os critérios de tipo quadrático prestam-se a soluções analíticas exatas, o que normalmente não ocorre com os critérios de tipo minimax. Por limitações de espaço, dá-se aqui apenas uma descrição sucinta do algoritmo, o qual será exposto detalhadamente em outro trabalho (4).

Seja $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ um vetor coluna de n números complexos, que representa as correntes nos n alimentadores, normalizadas de tal modo que a potência total de alimentação seja:

$$P_a = \underline{x}^* \underline{x} = \sum_{i=1}^n |x_i|^2 .$$

Seja também $\underline{u} = (u_1, u_2, \dots, u_m)^T$ o vetor que representa as intensidades de campo nos m pontos do contorno, ou área, considerado. A análise da antena fornece as $n \times m$ intensidades de campo produzidas pelos n alimentadores nos m pontos, de tal forma que fica assim definida a matriz A , $m \times n$, tal que $\underline{u} = A \underline{x}$. O problema consiste na determinação do vetor \underline{x} , com $\underline{x}^* \underline{x} = \|\underline{x}\|^2 = 1$, que maximiza a quantidade $\min_i \{ |u_i(\underline{x})| \}$.

A potência total de iluminação é dada pela forma hermiteana:

$$P_i = \underline{u}^* \underline{u} = \sum_{i=1}^m |u_i|^2 = \underline{x}^* A^* A \underline{x} ,$$

sendo possível definir um rendimento de potência sob a forma:

$$E = \frac{P_i}{P_a} = \frac{\|\underline{u}\|^2}{\|\underline{x}\|^2} = \frac{\underline{x}^* A^* A \underline{x}}{\underline{x}^* \underline{x}} = E(\underline{x}) .$$

Um teorema clássico da álgebra linear (3) caracteriza os vetores extremantes de $E(\underline{x})$, da seguinte forma: Sejam $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ os autovalores da matriz hermiteana $A^* A$ (todos reais e não-negativos), ordenados em ordem decrescente, e $\underline{\hat{x}}_1, \underline{\hat{x}}_2, \dots, \underline{\hat{x}}_n$ seus autovetores correspondentes (ortogonais entre si e normalizados). Tem-se então:

$$\begin{aligned} E(\underline{\hat{x}}_1) &= \lambda_1 = \max\{E(\underline{x})\}, \underline{x} \text{ arbitrário}, \\ E(\underline{\hat{x}}_2) &= \lambda_2 = \max\{E(\underline{x})\}, \underline{x} \perp \underline{\hat{x}}_1, \\ &\vdots \\ E(\underline{\hat{x}}_k) &= \lambda_k = \max\{E(\underline{x})\}, \underline{x} \perp \{\underline{\hat{x}}_1, \underline{\hat{x}}_2, \dots, \underline{\hat{x}}_{k-1}\}, \\ &\vdots \\ E(\underline{\hat{x}}_n) &= \lambda_n = \min\{E(\underline{x})\}, \underline{x} \text{ arbitrário}. \end{aligned}$$

Seja agora $\underline{\hat{u}}_i$ a iluminação produzida pela alimentação $\underline{\hat{x}}_i$, $\underline{\hat{u}}_i = A \underline{\hat{x}}_i$, $i=1 \rightarrow n$. Como $\underline{\hat{x}}_i^* \underline{\hat{x}}_j = \delta_{ij}$, resulta em:

$$\underline{\hat{u}}_i^* \underline{\hat{u}}_j = \underline{\hat{x}}_i^* A^* A \underline{\hat{x}}_j = \underline{\hat{x}}_i^* \lambda_j \underline{\hat{x}}_j = \lambda_j \delta_{ij}, \quad i, j = 1 \rightarrow n$$

o que significa que os vetores \hat{u}_i são ortogonais e suas potências dadas pelos autovalores λ_i . Sendo $\underline{x} = a_1 \hat{x}_1 + a_2 \hat{x}_2 + \dots + a_n \hat{x}_n$ o vetor alimentação genérico, representado na base $\{\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n\}$, a iluminação correspondente é dada por:

$$\underline{u} = a_1 \hat{u}_1 + a_2 \hat{u}_2 + \dots + a_n \hat{u}_n .$$

O vínculo $\|\underline{x}\| = 1$ traduz-se em:

$$\sum_{i=1}^n |a_i|^2 = 1 .$$

Sendo pois $\underline{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)^T$, com $\|\underline{a}\| = a$, as propriedades extremantes citadas anteriormente convertem-se nas seguintes:

$$\lambda_1 = \max\{E\}, \quad \underline{a} \text{ arbitrário},$$

$$\lambda_2 = \max\{E\}, \quad \underline{a} = (0, a_2, \dots, a_n)^T,$$

\vdots

$$\lambda_k = \max\{E\}, \quad \underline{a} = (0, \dots, a_k, \dots, a_n)^T,$$

\vdots

$$\lambda_n = \min\{E\}, \quad \underline{a} \text{ arbitrário}.$$

Seja agora $\hat{a}_i = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)^T$, $i = 1 \rightarrow n$, com a unidade na posição i . Pode-se então enunciar a idéia central deste trabalho, como a busca da solução minimax:

- a) sobre a esfera unitária no espaço complexo dos vetores \underline{a} , com base natural real $\{\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_n\}$;
- b) com ponto inicial $\underline{a}^{(1)} = \hat{a}_1 = (1, 0, \dots, 0)$;
- c) resolvendo o problema minimax no subespaço bidimensional $\{\underline{a}^{(1)}, \hat{a}_2\}$ com solução $\underline{a}^{(2)}$;
- d) resolvendo o mesmo problema de forma iterativa cíclica, nos subespaços bidimensionais $\{\underline{a}^{(k)}, \hat{a}_{k+1}\}$, com solução $\underline{a}^{(k+1)}$ e com $\hat{a}_k = \hat{a}_{k-n}$, para $k > n$.

O problema minimax num subespaço bidimensional pode ser descrito tomando $n = 2$, o que acarreta $A = [\underline{a}_1, \underline{a}_2]$, $\underline{x} = (x_1, x_2)^T$, com $|x_1|^2 + |x_2|^2 = 1$, e $\underline{u} = x_1 \underline{a}_1 + x_2 \underline{a}_2$. Sua solução envolve apenas geometria analítica no plano e programação unidimensional, e não apresenta dificuldades intrínsecas. Além disso, uma solução global e exata é obtida. Não se pretende dizer que estas propriedades, bastante desejáveis, estendam-se ao algoritmo proposto como um todo. Todavia, os resultados numéricos obtidos até agora mostraram que, em alguns casos, um ponto próximo à solução global - determinada por outros algoritmos, bastante exaustivos - pode ser obtido em apenas n iterações, de forma extremamente rápida. Num caso típico, com $m = 12$ e $n = 6$, obtiveram-se os resultados da tabela a seguir.

k	$ u_i $ MÍNIMO	$ u_i $ MÉDIO	$ \hat{u}_{ki} $ MÉDIO	$ a_k^{(6)} ^2$ x100
1	8,28	27,11	27,11	68,95
2	19,98	26,57	24,15	16,14
3	20,17	26,51	21,56	1,27
4	22,02	25,27	12,98	11,74
5	22,07	25,22	11,47	0,50
6	22,44	25,05	3,61	1,39

O algoritmo deixou de fornecer algum melhoramento nos passos seguintes. Note-se na segunda coluna da tabela o aumento rápido de $\min\{|u_i|\}$, e, na terceira coluna, o correspondente decréscimo da intensidade média de iluminação. Na quarta coluna constam as intensidades médias, decrescentes, correspondentes aos seis modos de alimentação $\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_6$, e, na última, as porcentagens da potência de alimentação atribuída, na solução final, a cada um dos 6 modos. Note-se que três modos absorvem 96,8% da potência total.

Espera-se que esse algoritmo possa ser estendido a situações mais complexas, p. ex. incluindo o controle dos lobos laterais, ou seja, a minimização da iluminação numa segunda área. Outra extensão a ser considerada é sua adaptação à obtenção de:

$$\min_{\underline{x}}(\max_i\{|u_i|\}),$$

o que, no caso de ser \underline{u} um vetor de erro, forneceria a minimização do erro no sentido de Tchêbichev.

AGRADECIMENTO

Ao Dr. C.E. Santana, por ter sugerido o tema e acompanhado este com valiosas discussões.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. POPOVIC, B.D. Synthesis of antennas by numerical optimization. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ANTENNAS AND PROPAGATION, 3., norwich, UK, 12-15 Abr. 1983. London, IEE, 1983, p. 331-340.
2. C.A. Klein. Design of shaped-beam antennas through minimax gain optimization. *IEEE Trans. Antennas Propagation*, AP-32, (9) 963-968, Sep. 1984.
3. F.R. Gantmacher. [Teoriya matrirts]: The theory of matrices, New York, NY, Chelsea, 1956. 2v.
4. INPE, Relatório interno, em preparação.