

1. Publicação nº <i>INPE-3925-PRE/959</i>	2. Versão	3. Data <i>Junho, 1986</i>	5. Distribuição <input type="checkbox"/> Interna <input checked="" type="checkbox"/> Externa <input type="checkbox"/> Restrita
4. Origem <i>DMC/DGC</i>	Programa <i>A81</i>		
6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) <i>DETERMINAÇÃO DE ATITUDE</i> <i>SENSORES INERCIAIS E NÃO-INERCIAIS</i> <i>FILTRO DE KALMAN</i>			<i>QUATERNIONS</i> <i>REDUÇÃO DA MATRIZ DE</i> <i>COVARIÂNCIAS</i>
7. C.D.U.: <i>629.7.062.2:629.783</i>			
8. Título <i>UTILIZAÇÃO CONJUNTA DE SENSORES INERCIAIS E NÃO-INERCIAIS EM DETERMINAÇÃO DE ATITUDE DE SATÉLITES VIA FILTRO DE KALMAN</i>		<i>INPE-3925-PRE/959</i>	10. Páginas: <i>07</i>
			11. Última página: <i>06</i>
9. Autoria <i>Valtair Antonio Ferraresi</i> <i>Atair Rios Neto</i> <i>Valcir Orlando</i>			12. Revisada por <i>João Moro</i> João Moro
Assinatura responsável <i>V. Ferraresi</i>			13. Autorizada por <i>Marco Antonio Raupp</i> Marco Antonio Raupp Diretor Geral
14. Resumo/Notas <i>Neste trabalho, são comparados quatro procedimentos que utilizam sensores inerciais (girômetros) e não-inerciais (sensores solares e de horizonte) na determinação de atitude de satélites artificiais de baixa altitude. A estimação de estado parametrizado em quatérnions é realizada através do filtro estendido de Kalman, com um procedimento adaptativo de estimação do ruído no estado. O uso dos quatérnions como parametrização do estado apresenta alguns problemas à aplicação do filtro de Kalman. Estes problemas devem-se à singularidade da matriz de covariâncias dos erros no estado parametrizado, que é uma condição difícil de se manter numericamente. São analisados quatro procedimentos que evitam esta dificuldade. A comparação e a análise do desempenho destes procedimentos são efetuadas através de resultados obtidos a partir de simulação digital.</i>			
15. Observações <i>Trabalho submetido ao 6º Congresso Brasileiro de Automática - (25-28 de novembro de 1986 em Belo Horizonte).</i>			

UTILIZAÇÃO CONJUNTA DE SENSORES INERCIAIS E NÃO-INERCIAIS EM DETERMINAÇÃO DE ATITUDE DE SATÉLITES VIA FILTRO DE KALMAN

Valtair Antonio Ferraresi
Atair Rios Neto
Valcir Orlando

Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE/MCT
São José dos Campos - 12201 - C.P. 515 - São Paulo
Brasil

RESUMO

Neste trabalho, são comparados quatro procedimentos que utilizam sensores inerciais (girômetros) e não-inerciais (sensores solares e de horizonte) na determinação de atitude de satélites artificiais de baixa altitude. A estimação de estado parametrizado em quatérnions é realizada através do filtro estendido de Kalman, com um procedimento adaptativo de estimação do ruído no estado. O uso dos quatérnions como parametrização do estado apresenta alguns problemas à aplicação do filtro de Kalman. Estes problemas devem-se à singularidade da matriz de covariâncias dos erros no estado parametrizado, que é uma condição difícil de se manter numericamente. São analisados quatro procedimentos que evitam esta dificuldade. A comparação e a análise do desempenho destes procedimentos são efetuadas através de resultados obtidos a partir de simulação digital.

CONJOINT UTILIZATION OF INERTIAL AND NONINERTIAL SENSORS IN SATELLITES ATTITUDE DETERMINATION BY KALMAN FILTER

ABSTRACT

Four procedures that use inertial sensors (gyrometers) and noninertial sensors (sun and horizon sensors) in the attitude determination of low orbits artificial satellites are compared. The parameterized state estimation in quaternion is made through the extended Kalman filter with an adaptive procedure for estimation of the noise in the state. The use of the quaternion as state parameterization results in some problems in the Kalman filter application. These problems are due to the error covariance matrix singularity in the parameterized state, that is a difficult condition to be numerically maintained. Four procedures that avoid this difficulty are analysed. These procedures performance comparison and analysis are made through results obtained from digital simulation.

1. INTRODUÇÃO

Neste trabalho, analisam-se quatro procedimentos de determinação de atitude, via filtro de Kalman, aplicados a satélites artificiais de baixa altitude, utilizando sensores inerciais acoplados ("strapdown") ao veículo (Joos, 1978; Cardenuto, 1984) e sensores não-inerciais. As medidas dos sensores inerciais são utilizadas para realizar a propagação da atitude através da integração de suas equações cinemáticas, durante um determinado período de tempo. As medidas dos sensores não-inerciais alimentam os procedimentos de estimação de atitude, os quais permitem a recalibração e reinicialização periódicas dos sensores inerciais.

Para a representação do estado utiliza-se o formalismo de quatérnions, cujas primeiras quatro variáveis de estado consistem nas quatro componentes do quatérnion e as três últimas, nas derivas dos girômetros ("drift"). O uso de quatérnions como parame-

trização do estado possui algumas vantagens significativas em relação às outras representações (Wertz, 1978) (por exemplo: a matriz de atitude é algébrica nas componentes dos quatérnions que eliminam assim a necessidade das funções trigonométricas), porém, impõem certas dificuldades à implementação do processo de estimação de estado via filtro de Kalman (Lefferts et alii, 1982). Isto se deve à não-independência de suas componentes, que estão submetidas à norma unitária, o que resulta na singularidade da matriz de covariâncias dos erros no estado. Os quatro procedimentos analisados e comparados neste trabalho evitam esta dificuldade de maneiras distintas.

Os procedimentos são aplicados, via simulação numérica em computador digital, ao problema de estimação de atitude de um satélite artificial de baixa altitude, a partir do emprego do filtro estendido de Kalman combinado a uma técnica adaptativa do ruído no estado (Rios Neto e Kuga, 1982).

instante t_k .

- (ii) verifica-se $t_{k+1} = t_{jn}$, $j = 1, 2, 3, \dots$. Caso esta igualdade se verifique, vá para o passo (iii). Caso contrário, retorne ao passo (i) incrementando k de uma unidade.
- (iii) Aplicam-se as equações de atualização do filtro de Kalman, com o procedimento adaptativo de estimação do ruído no estado, ao processamento das observações dos sensores não-inerciais correspondentes a este instante, a fim de corrigir as estimativas. Voltar a seguir ao passo (i) incrementando j de uma unidade.

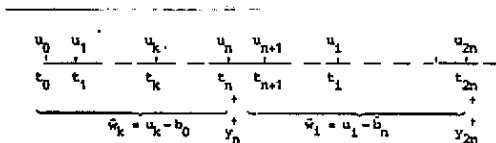


Fig. 1 - Evolução do algoritmo no tempo.

Em todos os procedimentos apresentados, os ruídos das medidas são não-correlacionados entre si, isto é, a matriz de covariâncias dos ruídos nas observações, $R(t)$, é diagonal. Isto permite que se processem as medidas sequencialmente para a atualização do estado e da respectiva matriz de covariâncias dos erros, o que evita uma inversão matricial na fase de atualização das estimativas do algoritmo do filtro de Kalman (Sorenson, 1966).

Conforme já mencionado, os quatérnions como parametrização do estado apresentam algumas dificuldades na aplicação do filtro estendido de Kalman, devido à não-independência de suas componentes que estão vinculadas pelo fato de os quatérnions possuírem norma unitária (Lefferts et alii, 1982), logo:

$$\Delta \hat{q}(t) \cdot \hat{q}(t) = 0, \quad (13)$$

sendo $\hat{q}(t)$ a estimativa dada pelo filtro de Kalman e $[\hat{q}(t), 0]$ um vetor nulo da matriz de covariâncias dos erros no estado, pois $\hat{q}^T(t) E[\Delta q(t) \cdot \Delta q^T(t)] \hat{q}(t) = 0$.

Este vínculo resulta na singularidade da matriz de covariâncias dos erros no estado. Devido a erros numéricos, esta singularidade é difícil de ser mantida durante o processo de estimação de estado. Os procedimentos a serem apresentados para evitar este problema baseiam-se em transformações que permitem a substituição da matriz de covariâncias dos erros no estado por uma matriz não-singular de dimensão menor.

3. DESCRIÇÃO DOS PROCEDIMENTOS PARA EVITAR PROBLEMAS DE SINGULARIDADE DA MATRIZ DE COVARIÂNCIAS DOS ERROS NO ESTADO.

3.1 - REPRESENTAÇÃO TRUNCADA DA MATRIZ DE COVARIÂNCIAS DOS ERROS NO ESTADO

Neste caso, o problema de manutenção do vínculo de módulo unitário para os quatérnions

durante o processo de estimação é resolvido, obtendo-se inicialmente, através da Equação 13, a expressão de uma das componentes em função das outras três. A seguir, substitui-se essa expressão nas equações cinemáticas, eliminando dessa forma uma componente dos quatérnions destas equações. No processo de determinação de atitude, estimam-se apenas as três componentes restantes, além das derivadas dos giros, calculando a componente eliminada, em cada passo, através da equação do vínculo, a partir dos valores estimados para as três demais componentes. Considerando por exemplo, a eliminação da componente q_4 , tem-se o seguinte vetor erro de estado reduzido (Lefferts et alii, 1982):

$$\Delta x(t) = [\Delta q(t), \Delta b(t)]^T, \quad (14)$$

onde $\Delta x(t) = \bar{x}(t) - \hat{x}(t)$, sendo $\bar{x}(t)$ os valores propagados do estado; $\Delta q(t) = [\Delta q_1, \Delta q_2, \Delta q_3]^T$ e $\Delta b(t) = [\Delta b_1, \Delta b_2, \Delta b_3]^T$.

O cálculo da componente $\Delta \hat{q}_4$, em cada passo, é feito através da Equação 13, que fornece:

$$\Delta \hat{q}_4 = \frac{-1}{\hat{q}_4} \hat{q}(t) \Delta \hat{q}(t), \quad (15)$$

onde $\hat{q}(t) = [\hat{q}_1, \hat{q}_2, \hat{q}_3]^T$ e \hat{q}_4 são os valores propagados do filtro de Kalman.

Essa redução do estado para o estimador implica uma equivalente redução da respectiva matriz de covariâncias dos erros que, neste caso, é não-singular, pois para o estado truncado não existe nenhum vínculo que liga suas componentes. Note que a Equação 15 pode conduzir a grandes erros quando \hat{q}_4 for pequeno. Isto é evitado eliminando em cada passo, da forma citada, a componente dos quatérnions de maior magnitude.

3.2 - REPRESENTAÇÃO REDUZIDA DA MATRIZ DE COVARIÂNCIAS DOS ERROS NO ESTADO ATRAVÉS DO VETOR ERRO DOS QUATÉRNIONS

Neste caso, o erro dos quatérnions é definido como um quatérnion que representa uma rotação infinitesimal, a qual leva a atitude estimada a coincidir com a atitude verdadeira. Define-se o incremento dos quatérnions por (Lefferts et alii, 1982; Shuster, 1981):

$$\delta q(t) = q(t) \otimes \hat{q}^{-1}(t), \quad (16)$$

onde $\delta q(t) = [\delta q_1, \delta q_2, \delta q_3, \delta q_4]^T$ é o vetor composto pelos incrementos das componentes dos quatérnions. Desde que este vetor corresponde a uma rotação infinitesimal, admite-se que a quarta componente, δq_4 , será unitária para uma aproximação de primeira ordem (Shuster, 1981). Assim, todas as informações de interesse estão contidas nas três componentes restantes deste vetor. O vetor de estado, para este caso, é definido por:

$$x(t) = [\delta q_1, \delta q_2, \delta q_3, b_1, b_2, b_3]^T. \quad (17)$$

A partir das Equações 4, 5, 16 e 17, obtêm-se as equações cinemáticas do sistema a serem usadas no processo de estimação de estado. A matriz de covariâncias dos erros,

2. ESQUEMA DE ESTIMAÇÃO E APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

O bom desempenho do filtro de Kalman depende, entre outros fatores, da precisão do modelo dinâmico utilizado nas sucessivas fases de propagação da estimativa mais recente entre instantes de amostragem. Os sensores inerciais do tipo girômetro, recalibrado periodicamente com auxílio de sensores não-inerciais, permitem a utilização somente do modelo cinemático e dispensa a necessidade de conhecimento do modelo dinâmico completo de atitude (Lefferts et alii, 1982) para as citadas propagações.

O emprego do filtro estendido de Kalman (e.g.: Jazwinski, 1970) na forma original para estimação de atitude geralmente é comprometido devido a problemas de divergência. A divergência é normalmente resultante de imprecisões de modelagem, de instabilidade numérica do algoritmo e de hipóteses de linearização adotadas (Jazwinski, 1970). Para eliminar este comportamento, utiliza-se um procedimento de estimação adaptativa, em tempo real, do nível de ruído a ser incluído na dinâmica do sistema (Rios Neto e Kuga, 1982). Por este procedimento o nível de ruído é estimado de modo a ser mantida uma coerência estatística entre o ruído no estado e o resíduo das observações.

As componentes do estado de atitude do satélite são compostas de duas partições: a primeira, $q(t)$, é formada pelas quatro componentes dos quatérnions; e a segunda, $b(t)$, pelos erros tendenciosos (derivados) dos giroscópios nos três eixos do referencial do satélite, ou seja:

$$x(t) = [q(t), b(t)]^T, \quad (1)$$

onde $q(t) = [q_1, q_2, q_3, q_4]^T$ e $b(t) = [b_1, b_2, b_3]^T$.

O vetor de erros reais das estimativas do estado e a matriz de covariâncias dos erros no estado são definidos por:

$$\Delta x(t) = x(t) - \hat{x}(t), \quad (2)$$

$$P(t) = E[\Delta x(t) \cdot \Delta x^T(t)], \quad (3)$$

onde $\hat{x}(t)$ é a estimativa do estado no instante t .

O modelo cinemático da atitude de satélites artificiais, parametrizados em quatérnions, é dada por (Lefferts et alii, 1982):

$$\frac{d}{dt} q(t) = \frac{1}{2} \Omega(w(t)) q(t), \quad (4)$$

$$\frac{db}{dt}(t) = \eta_2(t), \quad (5)$$

onde:

$$w(t) = u(t) - b(t) - \eta_1(t), \quad (6)$$

$$\Omega(w(t)) = \begin{bmatrix} 0 & w_z & -w_y & w_x \\ -w_z & 0 & w_x & w_y \\ w_y & -w_x & 0 & w_z \\ -w_x & -w_y & -w_z & 0 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

sendo $w(t) = [w_x, w_y, w_z]^T$ o vetor velocidade angular real; $u(t) = [u_x, u_y, u_z]^T$ o vetor velocidade angular medido pelos girômetros; $\eta_1(t)$ e $\eta_2(t)$ os ruídos aleatórios, por hipótese, com distribuições gaussianas de média nula e covariâncias dadas por:

$$E[\eta_1(t)\eta_1^T(\tau)] = Q_1(t)\delta(t-\tau), \quad (8)$$

$$E[\eta_2(t)\eta_2^T(\tau)] = Q_2(t)\delta(t-\tau), \quad (9)$$

e $\delta(t-\tau)$ é a função delta de Dirac.

Considerando a Equação 1, o modelo cinemático dado pelas Equações 4 e 5 pode ser descrito na forma:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t) + G(t)\eta(t), \quad (10)$$

onde $x(t)$ é o vetor de estado de dimensão n ; $f(x(t), t)$ é uma função vetorial não-linear do estado e de dimensão n ; $G(t)$ é uma matriz $n \times m$ contínua e dependente do tempo; e $\eta(t) = [\eta_1(t), \eta_2(t)]^T$ é um vetor de perturbações provavelmente aleatória de dimensão n .

Este modelo será utilizado para a propagação da atitude entre instantes de amostragem de observações, com auxílio dos valores da velocidade angular medidos pelos sensores inerciais (girômetros). A utilização dos sensores inerciais permite que se evite o uso das equações dinâmicas do sistema. A inclusão do vetor $b(t)$ nas equações cinemáticas tem por objetivo permitir a estimação conjunta das derivadas dos giroscópios.

Considerem-se as observações relativas aos sensores não-inerciais na forma:

$$Y(t_k) = h(x(t_k), t_k) + v(t_k), \quad (11)$$

onde $Y(t_k)$ é o vetor de observações de dimensão m ; $h(x(t_k), t_k)$ é um vetor de dimensão m de funções não-lineares do estado; $v(t_k)$ é um ruído branco gaussiano com média nula e covariância dada por:

$$E[v(t_i)v^T(t_j)] = R(t_i)\delta(t_i-t_j), \quad (12)$$

sendo $\delta(t_i-t_j)$ a função delta de Kronecker e $R(t_i)$ a matriz de covariâncias associada ao ruído $v(t_i)$ nas medidas. São ainda supostas as seguintes hipóteses adicionais: o ruído no estado, $\eta(t)$, é não-correlacionado tanto com o estado inicial quanto com o ruído nas observações, assim como este último é não-correlacionado com o estado (e.g.: Jazwinski, 19870).

Na Figura 1 apresenta-se um diagrama esquemático da evolução do processo de estimação, de modo a facilitar o entendimento do algoritmo utilizado nos procedimentos a serem apresentados. Este algoritmo consta das seguintes etapas:

- (i) propaga-se o estado do sistema e a respectiva matriz de covariâncias dos erros no estado do instante t_k ao t_{k+1} , com o auxílio das equações cinemáticas da atitude (Equações 4 e 5) e com o valor da velocidade angular obtida através das medidas dos giroscópios para o

considerando-se o vetor de estado dado pela Equação 17, é não-singular, já que para este novo estado inexistente o vínculo de norma unitária.

3.3 - REPRESENTAÇÃO REDUZIDA DA MATRIZ DE COVARIÂNCIAS DOS ERROS NO ESTADO, EMPREGANDO PROPRIEDADES DA MATRIZ DE ROTAÇÃO.

A matriz de rotação de dimensão 3×3 a qual transforma a matriz de atitude estimada do instante t' para t , é definida por (Lefferts et alii, 1982):

$$\Lambda(t, t') = A(\bar{q}(t)) A^T(\bar{q}(t')), \quad (18)$$

onde $A(\bar{q}(t))$ e $A(\bar{q}(t'))$ representam as matrizes de atitude em função dos quatérnions relativas aos instantes t e t' , respectivamente (Wertz, 1978).

Da Equação 18 pode-se obter a seguinte relação (Lefferts et alii, 1982):

$$\Lambda(t, t') = Z^T(\bar{q}(t)) \theta(t, t') Z(\bar{q}(t')), \quad (19)$$

onde $\theta(t, t')$ é a partição da matriz de transição de estado para o sistema da Equação 4, isto é, relativo, apenas às quatro primeiras componentes do vetor de estado, ou seja, as quatro componentes do quatérnion e:

$$Z(\bar{q}(t)) = \begin{bmatrix} \bar{q}_4 & -\bar{q}_3 & \bar{q}_2 \\ \bar{q}_3 & \bar{q}_4 & -\bar{q}_1 \\ -\bar{q}_2 & \bar{q}_1 & \bar{q}_4 \\ -\bar{q}_1 & -\bar{q}_2 & -\bar{q}_3 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Utilizando a Equação 19, consegue-se reduzir a dimensão da matriz de transição de estado e, conseqüentemente, reduzir a dimensão da matriz de covariâncias dos erros (Lefferts et alii, 1982). Esta redução implica uma matriz de covariâncias 6×6 sem singularidade. A utilização da matriz reduzida permite que se mantenha o vínculo imposto pela norma unitária dos quatérnions e se volte à forma de representação 7×7 sem que se perca a singularidade desta matriz devido ao acúmulo de erros numéricos durante o processo de estimação. Para estimar o estado, definido na Equação 1, transforma-se o ganho de Kalman da forma reduzida em forma original, fazendo o processo inverso de redução utilizado na determinação da matriz de covariâncias dos erros no estado reduzido.

3.4 - PROCEDIMENTO BASEADO EM RENORMALIZAÇÃO PERIÓDICA DOS QUATÉRNIONS

Neste procedimento, não se utiliza nenhum processo para a redução da matriz de covariâncias dos erros no estado. A manutenção do vínculo de norma unitária é efetuada através da renormalização dos quatérnions após cada atualização durante o processo de estimação de estado (Cardenuto et alii, 1984) os resultados relativos a este caso são também apresentados.

4. DESCRIÇÃO DOS TESTES EFETUADOS E APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS

O esquema de simulação adotado consta basicamente de dois modelos: um modelo de aviação formado pelo simulador de atitude, pelas observações dos sensores não-inerciais, e pelo simulador dos girômetros; e um modelo de trabalho utilizado no processo de estimação de atitude via filtro estendido de Kalman.

Os testes dos procedimentos foram efetuados a partir de simulação do satélite TD-1A (European Space Agency-ESA, 1977), cuja altitude é de aproximadamente 550 km, caracterizado pelos seguintes elementos keplerianos iniciais: semi-eixo maior $a = 6.910$ km; excentricidade $e = 0,0027$; inclinação $i = 97,6$ graus; ascensão reta $\Omega = 317,9$ graus; argumento do perigeu $w = 90,6$ graus; anomalia média $M = 15,3$ graus. As velocidades angulares e os valores dos quatérnions iniciais adotados foram: $w_x = 0,052$ (rad/s); $w_y = 0,052$ (rad/s); $w_z = 0,078$ (rad/s); $q_1 = 0$; $q_2 = 0$; $q_3 = 0$; $q_4 = 1$.

As observações dos sensores não-inerciais foram calculadas a partir de atitude gerada com o modelo de avaliação (Moro, 1983), somando a seguir aos valores assim calculados os erros aleatórios com desvio padrão de 1×10^{-3} rad (Wertz, 1978). Baseado no girômetro integrador (Todman et alii, 1977; Cardenuto, 1984), foi realizada a simulação de um sistema "strapdown" para obter dados de velocidades angulares que seriam obtidos pelos girômetros a partir dos dados reais de simulação, considerando um erro aleatório com desvio padrão de 1×10^{-5} (rad/s). Os erros aleatórios foram obtidos a partir de uma sub-rotina geradora de números aleatórios gaussianos.

As condições iniciais para o estimador foram obtidas a partir das condições iniciais para a simulação adicionando um erro de 1×10^{-3} para os quatérnions e de 1×10^{-3} (rad/s) para as derivas dos girômetros. A matriz de covariâncias dos erros no estado inicial foi considerada diagonal e formada pelos quadrados dos desvios padrões iniciais dos quatérnions e das derivas dos girômetros.

Para a análise dos resultados obtidos são calculados a cada instante o erro real e o erro estimado, assim definidos:

- erro real em quatérnions:

$$\Delta q = \left[\sum_{i=1}^4 (q_i - \bar{q}_i)^2 \right]^{1/2} \quad (21)$$

- erro estimado em quatérnions:

$$\Delta \bar{q} = \left[\sum_{i=1}^4 P(i, i) \right]^{1/2} \quad (22)$$

O erro real e o erro estimado em atitude (quatérnions) dos quatro procedimentos são apresentados nas Figuras 2, 3, 4 e 5, com a finalidade de avaliar o desempenho do filtro em cada caso, utilizando um intervalo de propagação de: $t_{k+1} - t_k = 0,1$ s e um intervalo de atualização de: $t_n - t_0 = 1$ s.

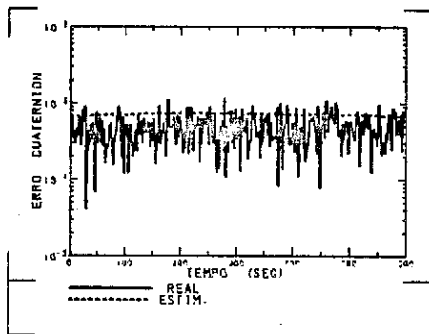


Fig. 2 - Erros real e estimado em quatérnions (Seção 3.1).

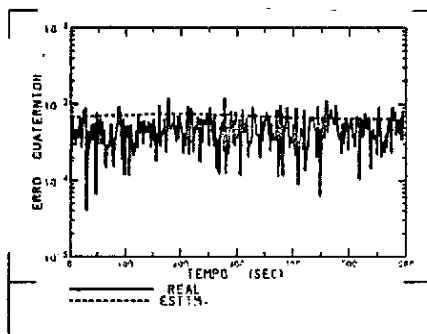


Fig. 3 - Erros real e estimado em quatérnions (Seção 3.2).

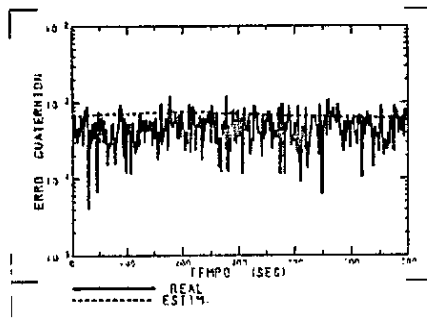


Fig. 4 - Erros real e estimado em quatérnions (Seção 3.3).

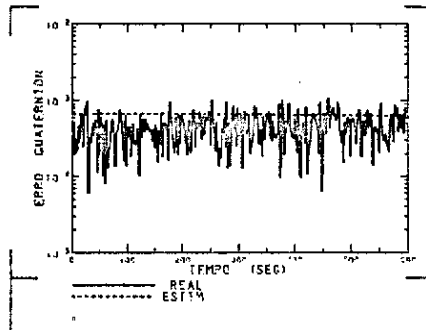


Fig. 5 - Erros real e estimado em quatérnions (Seção 3.4).

As análises das Figuras 2,3,4 e 5 mostram a coerência estatística das estimativas, isto é, o filtro apresenta um bom desempenho para todos os procedimentos apresentados, pois o erro estimado, fornecido pela diagonal da matriz de covariâncias dos erros no estado, está de acordo com os erros reais cometidos. A técnica do ruído adaptativo adotado neste trabalho mostrou-se adequada para assegurar boas características de convergência ao filtro estendido de Kalman. Verificou-se ainda, pelos resultados dos testes, que os três procedimentos que utilizam processos de redução da matriz de covariâncias apresentaram resultados mais conservadores que aquele descrito na Seção 3.4, além de uma ligeira redução no tempo de processamento computacional.

Para o processo normal de estimação, isto é, sem nenhum artifício matemático para evitar o problema da singularidade, verificou-se que a norma dos quatérnions diverge do valor unitário de maneira praticamente linear, isto ocorre devido aos erros numéricos acumulados durante o processo de estimação de estado. Estes erros tendem a aumentar a característica da matriz de covariâncias dos erros no estado, podendo conduzir a autovalores negativos (Lefferts et alii, 1982).

5. CONCLUSÃO

A representação que utiliza a matriz de covariâncias dos erros no estado de dimensão 7×7 , com renormalização periódica dos quatérnions (Seção 3.4), é o procedimento que apresentou a maior carga computacional, conforme o esperado, já que os outros utilizam uma redução de dimensão.

A representação truncada da matriz de covariâncias dos erros no estado mantém as propriedades da característica da matriz, mas não resulta em economia significativa de tempo de computação em relação a representação apresentada na Seção 3.4, devido à necessidade da implementação da matriz de transição de estado de dimensão 7×7 a cada instante, sendo a sua transformação para a dimensão 6×6 feita somente nos instantes de atualização. A carga computacional necessária para fazer esta redução cancela praticamente toda a economia computacional conseguida com o esquema de atualização utilizado num espaço de dimensão menor.

A representação reduzida da matriz de covariâncias dos erros no estado, para os dois procedimentos que empregam deste recurso, preserva as propriedades da característica da matriz com simplificação computacional considerável, pois a matriz de transição de estado e a respectiva matriz de covariâncias dos erros são computadas somente na forma reduzida, não sendo necessário o retorno às matrizes de dimensão 7×7 . Outra vantagem destes dois procedimentos com relação ao que utiliza a representação truncada da matriz de covariâncias é a inexistência do problema numérico relacionado ao cálculo do erro do

quaternions eliminado via equação de vínculo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CARDENUTO, N.C. (1984). Análise e simulação de um sistema inercial ("strapdown") de determinação de atitude auxiliado por estimação adaptativa da deriva. Dissertação de Mestrado em Ciência Espacial. São José dos Campos, INPE (INPE-3257-TDL/177).
- CARDENUTO, N.C.; RIOS NETO, A.; KUGA, H.K. (1984). Determinação de atitude através de sensores inerciais acoplados ("strapdown") e estimação adaptativa. São José dos Campos, INPE. (INPE-3180-PRE/545).
- EUROPEAN SPACE AGENCY (ESA) (1977)TD-1A. In: 6. REPORT PRESENTED BY THE EUROPEAN SPACE AGENCY TO THE 20th COSPAR MEETING, PARIS, p. 44 (ESA SP-1002).
- JAZWINSKI, A.H. (1970). Stochastic process and filtering theory. New York, Academic.
- JOOS, D.K. (1978). Comparison of typical gyro errors for strapdown application. In: SYMPOSIUM ON GYROSCOPE TECHNOLOGY, Stuttgart, West Germany, 1977. Proceedings Dusseldorf, Deutsche Gesellschaft für Ortung und Navigation, p. 2.1 - 2.23.
- LEFFERTS, E.J.; MARKLEY, F.F.; SHUSTER, M.D. (1982). Kalman filtering for spacecraft attitude estimation. AIAA Journal of Guidance and Control, 5(5): 417-429, Sep. 1 Oct.
- MORO, J. (1983). Simulação do movimento e de observações de atitude para satélites artificiais terrestres. São José dos Campos, INPE. (INPE-2649-RPI/076).
- RIOS NETO, A.; KUGA, H.K. (1982). Estimação adaptativa de ruído no estado para estimadores sequenciais. São José dos Campos, INPE. (INPE-2385-RPI/069).
- SORENSEN, H.W. (1966) Kalman filtering techniques. In: ADVANCES IN CONTROL SYSTEMS; Theory and applications. New York, Academic, v.3.
- SHUSTER, M.D.; OH, S.D. (1981) Three-axis attitude determination from vector observations. AIAA Journal of Guidance and Control, 4(1):70-77, Jan/Fev.
- TODMAN, D.; HUTCHESON, J.; EARDLEY, D.; CARRARA, L. (1977). Study of strapdown inertial optical attitude measurement systems; final report. Filtron, Bristol, British Aircraft Corporation, v.1. (Document Reference X 10: ESS/SS 738).
- WERTZ, J.R. (1978) Spacecraft attitude determination and control. London, D. Reidel.