

1. Publicação nº <i>INPE-3966-PRE/981</i>	2. Versão <i>2ª versão</i>	3. Data <i>Agosto, 1986</i>	5. Distribuição <input type="checkbox"/> Interna <input checked="" type="checkbox"/> Externa <input type="checkbox"/> Restrita
4. Origem <i>DMC</i>		Programa <i>A81</i>	
6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) <i>DETERMINAÇÃO DE ATITUDE FILTRO DE KALMAN ALGORITMO QUEST (QUATERNION ESTIMATOR)</i>			
7. C.D.U.: <i>629.7.062.2:629.78</i>			
8. Título  <i>UM PROCEDIMENTO PARA DETERMINAÇÃO DA ATITUDE DE SATÉLITES ARTIFICIAIS UTILIZANDO TÉCNICAS DE ESTIMAÇÃO ÓTIMA ESTÁTICA E DINÂMICA</i>		<i>INPE-3966-PRE/981</i>	10. Páginas: <i>7</i>
			11. Última página: <i>6</i>
			12. Revisada por  <i>Agenor de Toledo Fleury</i> Agenor de Toledo Fleury
9. Autoria <i>SEBASTIÃO EDUARDO CORSATTO VAROTTO VALCIR ORLANDO ROBERTO VIEIRA DA FONSECA LOPES</i>			13. Autorizada por  <i>Marco Antonio Raupp</i> Marco Antonio Raupp Diretor Geral
Assinatura responsável  <i>Varotto</i>			
14. Resumo/Notas <i>Neste trabalho apresenta-se um algoritmo, aplicável em tempo real, desenvolvido para a estimação ótima de atitude de satélites artificiais. A estimação da atitude em cada instante de amostragem é feita em duas fases. Na primeira obtém-se uma estimativa preliminar por mínimos quadrados, baseada apenas em informações instantâneas de sensores de atitude não-inerciais, utilizando o algoritmo conhecido como QUEST ("Quaternion Estimator"). Na segunda fase, a estimativa preliminar, depois de tratada convenientemente, é utilizada como observação a ser processada por um estimador estocástico que utiliza um modelo dinâmico para propagar informações de estimativa passadas: o filtro estendido de Kalman. O procedimento é testado, via simulação numérica em computador digital, aplicado ao problema de determinação de atitude dos três eixos de um satélite artificial com estabilização por gradiente de gravidade e dotado de sensores de atitude dos tipos solar e magnético. A análise dos resultados evidencia o bom desempenho em termos de precisão, robustez e tempo de processamento, comparativamente à aplicação direta de um filtro estendido de Kalman no processamento das observações geradas pelos sensores de atitude.</i>			
15. Observações <i>Trabalho submetido ao 6º Congresso Brasileiro de Automática, Belo Horizonte, 25 a 28 de novembro de 1986 - UFMG.</i>  <i>2ª versão Setembro de 1986</i>			

# UM PROCEDIMENTO PARA DETERMINAÇÃO DA ATITUDE DE SATÉLITES ARTIFICIAIS UTILIZANDO TÉCNICAS DE ESTIMAÇÃO ÓTIMA ESTÁTICA E DINÂMICA

Sebastião Eduardo Corsato Varotto  
Valcir Orlando  
Roberto Vieira da Fonseca Lopes

Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE/MCT  
12201 - São José dos Campos - CP. 515 - SP

## RESUMO

Neste trabalho apresenta-se um algoritmo, aplicável em tempo real, desenvolvido para a estimação ótima de atitude de satélites artificiais. A estimação da atitude em cada instante de amostragem é feita em duas fases. Na primeira obtém-se uma estimativa preliminar por mínimos quadrados, baseada apenas em informações instantâneas de sensores de atitude não-inerciais, utilizando o algoritmo conhecido como QUEST ("Quaternion Estimator"). Na segunda fase, a estimativa preliminar, depois de tratada convenientemente, é utilizada como observação a ser processada por um estimador estocástico que utiliza um modelo dinâmico para propagar informações de estimativa passadas: o filtro estendido de Kalman. O procedimento é testado, via simulação numérica em computador digital, aplicado ao problema de determinação da atitude dos três eixos de um satélite artificial com estabilização por gradiente de gravidade e dotado de sensores de atitude dos tipos solar e magnético. A análise dos resultados evidencia o bom desempenho em termos de precisão, robustez e tempo de processamento, comparativamente à aplicação direta de um filtro estendido de Kalman no processamento das observações geradas pelos sensores de atitude.

## A PROCEDURE FOR ATTITUDE DETERMINATION OF ARTIFICIAL SATELLITES UTILIZING TECHNIQUES OF STATIC AND DYNAMIC OPTIMAL ESTIMATION

### ABSTRACT

This work presents an algorithm for optimal attitude estimation of artificial satellites, suitable for real time applications. The attitude estimation at each sampling time is made in two phases. In the first one a preliminary estimation is obtained by a least squares method based only on instantaneous information from noninertial attitude sensors. This is made by using the algorithm known as QUEST (Quaternion Estimator). In the second phase, the preliminary estimate, after conveniently treated, is used as an observation to be processed by a stochastic estimator: the extended Kalman filter. The procedure is tested by means of numerical simulation in a digital computer in a problem of three-axis attitude determination of an artificial satellite. This is a gravity gradient stabilized satellite and utilizes attitude sensors of two types: solar and magnetic. The analysis of the results shows good performance in terms of precision, robustness and processing time comparing to direct application of an extended Kalman filter estimator.

## 1. INTRODUÇÃO

Determinar a orientação angular de um satélite ao redor de seu centro de massa, ou seja, sua atitude, constitui uma tarefa essencial tanto para avaliar o desempenho do sistema de controle de atitude e órbita, como para interpretar corretamente os resultados dos experimentos realizados a bordo pela carga útil. Diversos métodos podem ser utilizados para a determinação de atitude, cada um deles adequado a aplicações típicas conforme forem os requisitos relacionados com

a precisão na estimativa e com o tempo de processamento disponível para isso.

Neste trabalho apresenta-se um procedimento para determinação da atitude de satélites artificiais através da combinação de duas técnicas comumente utilizadas isoladamente para esta finalidade: o filtro estendido de Kalman (Jazwinski, 1970) e o algoritmo QUEST (Shuster and Oh, 1981). Assim, viabiliza-se um procedimento automático que pode ser implementado em tempo real, o qual, por

incorporar as vantagens de ambas as técnicas, permite maior abrangência de aplicações, o que torna o desempenho global do procedimento melhor quando comparado com o desempenho de cada técnica aplicada separadamente.

## 2. REPRESENTAÇÃO DA ATITUDE

A representação da atitude e sua dinâmica podem ser supridas por Ângulos de Euler, elementos da Matriz de Rotação (Matriz de Atitude), Vetor de Gibbs, Quatérnions, além de outras representações menos usuais. Quatérnions, com a finalidade de caracterizar a atitude, têm sido utilizados em diversos trabalhos na área (Wertz, 1978; Lefferts et alii, 1982; Bar-Itzhack e Oshaman, 1985), nos quais suas vantagens são evidenciadas.

Neste trabalho a parametrização da atitude é feita através de quatérnions, tendo em vista as simplificações e facilidades que esta parametrização oferece. Assim sendo, o vetor de estado para o satélite será composto pelos elementos do quatérnion de atitude e pelos elementos do vetor velocidade angular do satélite em torno de seu centro de massa, ou seja:

$$X^T(t) \triangleq [q^T(t) : W^T(t)] , \quad (1)$$

que tem dimensão sete.

## 3. FILTRO ESTENDIDO DE KALMAN

Nesta seção faz-se uma breve revisão das principais equações do filtro estendido de Kalman (Jazwinski, 1970) visando introduzir a notação que será utilizada na próxima seção.

Considere-se um sistema dinâmico cuja equação de estado é dada por:

$$\dot{X}(t) = f[X(t), t] + G(t) n(t) , \quad (2)$$

onde  $X(t)$  é o vetor de estado de dimensão  $n$ ;  $f$  é uma função vetorial dos elementos do estado;  $G$  é uma matriz ( $n \times r$ ) com elementos contínuos no tempo;  $n(t)$  é, por hipótese, um vetor de dimensão  $r$  que representa o ruído dinâmico no estado, que possui distribuição gaussiana com estatística dada por:

$$\begin{aligned} E[n(t)] &= 0 , \\ E[n(t) n^T(t+\Delta t)] &= Q(t) \delta(\Delta t) , \end{aligned} \quad (3)$$

onde  $E[\cdot]$  denota a operação expectância e  $T$  indica operação de transposto.

A informação a priori sobre o vetor de estado é caracterizada por:

$$\begin{aligned} E[X(t_0)] &= \hat{X}(t_0) = X_0 , \\ E[(X(t_0) - X_0)(X(t_0) - X_0)^T] &= P(t_0) = P_0 \end{aligned} \quad (4)$$

O filtro estendido de Kalman aplicado ao problema de estimação de estado é constituído por duas fases que se repetem sucessivamente:

a fase de propagação do estado e respectiva matriz de covariância do erro entre instantes de amostragem e a fase de atualização, na qual as informações contidas nas observações presentes são incorporadas à estimativa propagada.

As equações do filtro estendido de Kalman relativas à fase de propagação são as seguintes (Jazwinski, 1970):

$$\frac{d}{dt} \hat{X}(t) = f[\hat{X}(t), t] , \quad (5)$$

para a propagação das estimativas do estado, e:

$$\dot{P}(t) = F(t)P(t) + P(t)F^T(t) + G(t)QG^T(t) , \quad (6)$$

onde:

$$F(t) = \left. \frac{\partial}{\partial x(t)} f[x(t), t] \right|_{x(t)=\hat{x}(t)} , \quad (7)$$

para a propagação da matriz de covariância do erro.

Admita-se que se dispõe de um conjunto de  $m$  medidas referentes ao instante  $t_k$ , relacionado com as variáveis de estado através da seguinte função de observação:

$$y_k = h(x_k) + v_k , \quad (8)$$

onde  $y_k$  representa o vetor de observação de dimensão  $m$ ;  $x_k$  representa o vetor de estado no instante  $t_k$ ;  $v_k$  é vetor  $m$  dimensão que representa o ruído das observações neste instante, sendo, por hipótese, um processo branco gaussiano discreto com estatística dada por:

$$\begin{aligned} E[v_k] &= 0 , \\ E[v_k y_j^T] &= R_k \delta_{k,j} , \end{aligned} \quad (9)$$

onde  $R_k$  é uma matriz  $m \times m$  positiva definida, e  $\delta_{k,j}$  é o símbolo de Kroenecker.

A estimativa de mínima variância para o estado  $x_k$ , que incorpora as informações contidas tanto nas medidas passadas quanto nas relativas ao instante  $t_k$ , é dada por:

$$\hat{X}_k(+) = \hat{X}_k(-) + K_k \{y_k - h(\hat{X}_k(-))\} , \quad (10)$$

onde  $K_k$  é a matriz ganho de Kalman dada por:

$$K_k = P_k(-) H_k^T [H_k P_k(-) H_k^T + R_k]^{-1} , \quad (11)$$

e  $H_k$  é a matriz linearizada das medidas, dada por:

$$H_k = \left. \frac{\partial}{\partial x(t)} h[x(t)] \right|_{x(t)=\hat{x}(-)} . \quad (12)$$

A equação para o cálculo da matriz de covariância do erro referente à estimativa do estado no instante  $t_k$  é dada por:

$$P_k(+) = (I - K_k H_k) P_k(-) . \quad (13)$$

As equações (10) a (13) são as equações relativas à fase de atualização do filtro estendido de Kalman.

#### 4. PROCEDIMENTO PROPOSTO

Considerando o vetor de estado definido pela equação (1), a equação (2) fica colocada na forma:

$$\dot{\bar{x}}(t) = f(\bar{x}) + G(t)n(t), \quad (14)$$

onde

$$f^T \triangleq [f_1^T : f_2^T],$$

$$G^T \triangleq [0(3 \times 4) : I(3 \times 4)], \quad (15)$$

$$\dot{q} = f_1(q, W),$$

$$\dot{W} = f_2(W) + n(t), \quad (16)$$

sendo  $n(t)$ , por hipótese, um processo branco gaussiano, de média nula e matriz de covariância diagonal  $Q$ , de dimensão  $(3 \times 3)$  não correlacionado com o estado nem com as observações.

O método desenvolvido por Shuster e Oh (1981), conhecido como Algoritmo QUEST ("Quaternion Estimator"), é um estimador estático que apresenta uma solução ótima baseada no critério de mínimos quadrados para a atitude parametrizada em quatérnios.

O desenvolvimento do procedimento de estimação de atitude proposto neste trabalho baseia-se na utilização do Algoritmo QUEST para gerar estimativas preliminares do quatérnio de atitude que vão alimentar, como observações do estado, o filtro estendido de Kalman.

A matriz de covariância do erro associada às componentes do quatérnio é não-diagonal e singular. Isto é ressaltado, por exemplo, por Shuster e Oh (1981), Lefferts et alii (1982) e decorre diretamente do fato de as quatro componentes do quatérnio serem sujeitas ao vínculo do módulo deste ser unitário. Desta forma, a utilização direta de quatérnios como observações acarreta uma dificuldade adicional durante a fase de atualização do filtro: especificamente dificulta o cálculo do ganho de Kalman (equação 11), que requer a inversão de uma matriz de dimensão  $4 \times 4$ , formada pela soma de duas matrizes com o mesmo tipo de singularidade, o que resulta na prática numa matriz mal condicionada.

A solução para este problema de singularidade reside em não estimar diretamente as variáveis de estado dadas pela Equação (1), mas sim estimar incrementos destas variáveis através de um filtro estendido de Kalman que utiliza como observação um quatérnio incremental. Através de um procedimento similar ao proposto por Lefferts et alii (1982), considera-se que o erro cometido na estimativa do quatérnio seja um quatérnio incremental que repre-

senta a transformação de coordenadas<sup>1</sup> do referencial estimado para o referencial verdadeiro; assim tem-se:

$$\delta q \triangleq \bar{q}^* \otimes q_v, \quad (17)$$

onde  $\delta q$  é o quatérnio incremental,  $q_v$  é o quatérnio verdadeiro,  $\bar{q}^*$  é o quatérnio estimado conjugado e  $\otimes$  indica multiplicação na álgebra de quatérnios.

Admitindo que o quatérnio propagado ( $\bar{q}$ ) seja uma informação a priori para a fase de atualização do filtro, o vetor de observação fica dado pela seguinte equação:

$$\delta q^Q \cong Z^T(\bar{q}) q^Q + \xi, \quad (18)$$

onde

$$Z^T(\bar{q}) = \begin{bmatrix} q_4 & q_3 & -q_2 & -q_1 \\ -q_3 & q_4 & q_1 & -q_2 \\ q_2 & -q_1 & q_4 & -q_3 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$q^Q$  é o quatérnio estimado pelo algoritmo QUEST;  $\delta q^Q$  é o erro angular entre a estimativa QUEST e o quatérnio propagado, cuja matriz de covariância do erro é não-singular (Shuster and Oh, 1981), dada por:

$$E[\xi \xi^T] = P_{\theta\theta}^Q. \quad (20)$$

Define-se então um vetor de estado reduzido, de dimensão 6, que será utilizado na fase de atualização do filtro como:

$$\bar{x}^T = [\delta_q^T : W^T]. \quad (21)$$

As variáveis de estado propagado e respectiva matriz de covariância do erro são transformadas nas variáveis de estado reduzido, como se segue:

$$\bar{x}_k(-) = S^T(\bar{q}) \bar{x}_k(-), \quad (22)$$

$$\bar{P}_k(-) = S^T(\bar{q}) P_k(-) S(\bar{q}), \quad (23)$$

onde

$$S = \begin{bmatrix} Z(\bar{q}) & \cdot & 0(4 \times 3) \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 0(3 \times 3) & \cdot & I(3 \times 3) \end{bmatrix}. \quad (24)$$

De maneira análoga ao desenvolvimento proposto por Lefferts et alii (1982), as equações para a atualização das estimativas do estado reduzido e da respectiva matriz de covariância ficam na forma:

<sup>1</sup>Neste ponto o leitor deve atentar para o fato de a ordem adotada na transformação de coordenadas (equação 17) ser contrária à utilizada por Shuster e Oh (1981). Deve-se atentar, ainda, para uma aparente discrepância em relação ao  $\delta q$  definido por Lefferts et alii (1982), é que este, embora utilizando a mesma ordem para a transformação, emprega uma regra invertida de multiplicação de quatérnios, ao contrário do presente trabalho.

$$\bar{X}_k(+)=\bar{X}_k(-)+K_k \delta_q^Q, \quad (25)$$

$$\bar{P}_k(+)=\left(I-K_k H_k\right) \bar{P}_k(-), \quad (26)$$

onde

$$K_k=\bar{P}_k(-) H_k\left\{H_k \bar{P}_k(-) H_k^T+P_{00}^Q\right\}^{-1}, \quad (27)$$

$$H_k=[I(3 \times 3): 0(3 \times 3)] . \quad (28)$$

Para obter as variáveis de estado originais faz-se a transformação contrária, ou seja:

$$\bar{X}_k(+)=S(\bar{q}) \bar{X}_k(+), \quad (29)$$

$$\bar{P}_k(+)=S(\bar{q}) \bar{P}_k(+)^T S^T(\bar{q}). \quad (30)$$

## 5. RESULTADOS OBTIDOS

Para testar o procedimento foi simulada numericamente em computador digital a atitude de um satélite em órbita aproximadamente circular, a 700km de altitude com 28° de inclinação, sujeito a torque devido à atração gravitacional, ao arrasto atmosférico e à radiação solar. Simularam-se a seguir dados de saídas de sensores de atitude considerando sensores do tipo solar e magnético a serem utilizados no processo de estimação de atitude de como observações do estado, (Moro, 1982; Lopes et alii (1982).

Uma vez simulada a atitude do satélite e as observações de seus sensores (incluindo erros aleatórios e/ou tendenciosos) através das rotinas de simulação, a rotina de estimação implementada a partir do procedimento proposto neste trabalho calcula, com base nas observações, uma estimativa para a atitude do satélite. Com isto, pode-se comparar os valores simulados (valores reais) com os estimados e avaliar a eficiência do procedimento.

Resultados ilustrativos são apresentados nas Figuras 1 a 5, onde se observa que o erro real cometido nas estimativas permaneceu na faixa de incerteza prevista pelo filtro, tanto em quatérnions (q) como em velocidade angular (W). Observa-se ainda um ganho em termos de precisão, em cada um dos três eixos, quando se compara a estimativa da atitude obtida pelo procedimento proposto com a obtida pela aplicação do algoritmo QUEST.

Neste trabalho os erros nos vetores de observação são considerados por hipótese como erros aleatórios; no entanto, o sensor magnético é sensível a erros tendenciosos devido à interferência do campo magnético externo gerado, principalmente, pelos equipamentos de bordo. Efetuaram-se então testes para verificar quantitativamente a influência do não-modelamento no filtro das tendenciosidades na precisão da estimativa do estado. Para isso foram acrescentados às observações simuladas referentes ao magnetômetro erros tendenciosos.

A Figura 6 ilustra o resultado de um teste típico onde o nível de tendenciosidade varia de zero a 12%, ficando evidente a robustez do procedimento proposto quando comparado com o algoritmo QUEST e com o filtro de Kalman aplicado diretamente no processamento das observações dos sensores.

Uma descrição mais detalhada a respeito dos testes aos quais o procedimento foi submetido é encontrada em Varotto (1986).

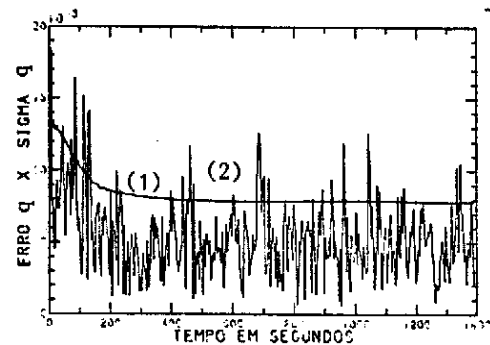


Fig. 1 - (1) precisão estimada ( $\delta q$ );  
(2) erro real ( $\Delta q$ ).

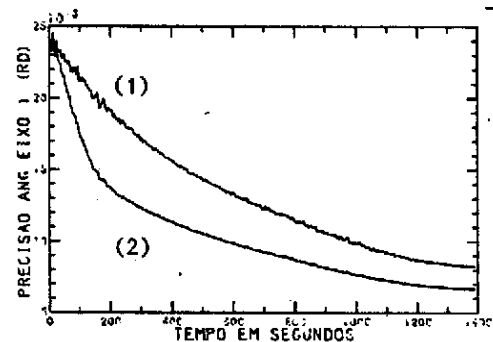


Fig. 2 - (1) - algoritmo QUEST;  
(2) - procedimento proposto.

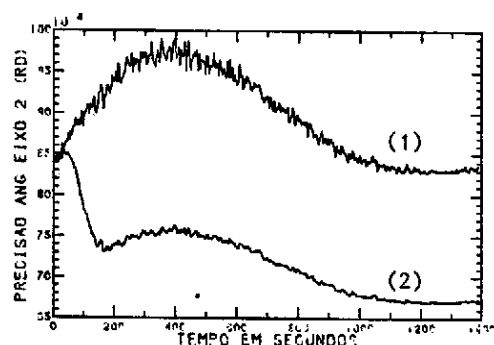


Fig. 3 - (1) algoritmo QUEST;  
(2) procedimento proposto.

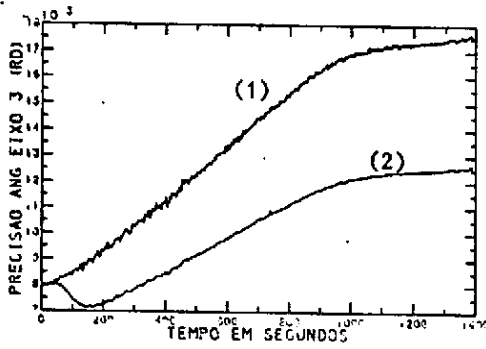


Fig. 4 - (1) algoritmo QUEST;  
(2) procedimento proposto.

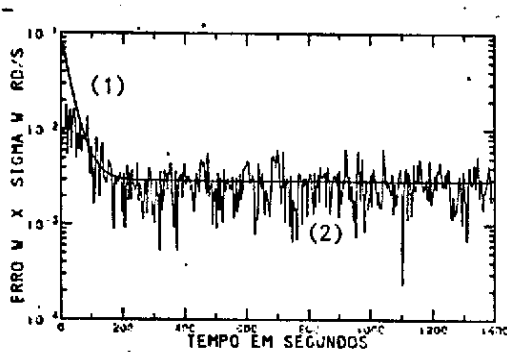


Fig. 5 - (1) precisão estimada ( $\delta w$ );  
(2) erro real ( $\Delta w$ ).

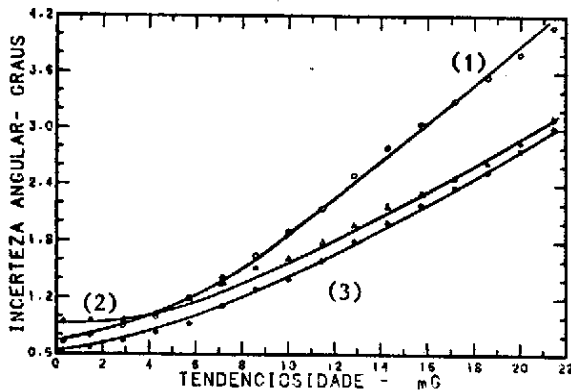


Fig. 6 - (1) filtro estendido de Kalman;  
(2) algoritmo QUEST;  
(3) procedimento proposto.

## 6. CONCLUSÕES

A análise do desempenho do estimador mostra que o procedimento cumpre os objetivos propostos, conciliando as características positivas das técnicas utilizadas (filtro estendido de Kalman e algoritmo QUEST) num único procedimento. Apesar da modelagem dinâmica simplificada, o procedimento foi robusto e suficiente para assegurar a convergência, estimando a atitude do satélite e sua velocidade angular com uma precisão razoável, mesmo na presença de erros tendenciosos nas observações.

O fato de utilizar, para o filtro, observações geradas a partir de estimativas ótimas

locais da atitude, portanto mais precisas que as observações dos sensores, permite que se obtenha um ganho de precisão em relação tanto ao filtro de Kalman alimentado diretamente pelas observações dos sensores como ao algoritmo QUEST isoladamente. O ganho em relação ao algoritmo QUEST se deve principalmente à incorporação da memória dinâmica do filtro de Kalman às estimativas estáticas geradas por esse algoritmo.

Com relação ao tempo de processamento, uma análise preliminar indica que, por se trabalhar com um estado de dimensão reduzida, associado ao fato de se evitarem os cálculos de derivadas devido ao processo de linearização das observações, houve redução do tempo de processamento superior ao gasto pelos cálculos devidos ao uso de algoritmo QUEST para gerar as observações. Esta análise preliminar sobre o tempo de processamento mostrou que o procedimento proposto é promissor com relação à satisfação dos requisitos para aplicações onde se requer processamento em tempo real.

## APÊNDICE A

### Equações de Estado

Considerando as variáveis de estado para o sistema dinâmico definidas pela equação (1), as funções vetoriais  $f_1(q, W)$  e  $f_2(W)$  que aparecem na equação (16) ficam dados por:

$$f_1(q, W) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & W_z & -W_y & W_x \\ -W_z & 0 & W_x & W_y \\ W_y & -W_x & 0 & W_z \\ -W_x & -W_y & -W_z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix}$$

e

$$f_2(W_x) = \lambda_1 W_y W_z,$$

$$f_2(W_y) = \lambda_2 W_z W_x,$$

$$f_2(W_z) = \lambda_3 W_x W_y,$$

$$\text{onde: } \lambda_1 = (J_y - J_z)/J_x,$$

$$\lambda_2 = (J_z - J_x)/J_y,$$

$$\lambda_3 = (J_x - J_y)/J_z,$$

sendo  $q_1, q_2, q_3$  e  $q_4$  as componentes do quaternion de atitude;  $W_x, W_y$  e  $W_z$  as componentes do vetor velocidade angular do satélite, e  $J_x, J_y, J_z$  os três momentos principais de inércia do satélite.

## APÊNDICE B

### Algoritmo QUEST

Apresentam-se a seguir as equações básicas para o algoritmo QUEST (Quaternion Esti

mator), segundo desenvolvimento proposto por Shuster e Oh (1981).

Para iniciar a descrição deste procedimento, suponha-se, a princípio, que se pretenda estimar a matriz de atitude (A) segundo o critério de minimização do seguinte funcional:

$$L(A) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n a_i |\bar{Y}_i - A \bar{V}_i|^2, \quad (B.1)$$

sendo  $\bar{Y}$  os versores de observação,  $\bar{V}$  os sensores de referência, A a matriz de atitude e  $a_i$ ;  $i=1, \dots, n$  um conjunto de pesos não-negativos sujeitos a vínculo dado por:

$$\sum_{i=1}^n a_i = 1. \quad (B.2)$$

Define-se a seguir uma função ganho como:

$$g(A) \triangleq 1 - L(A) = \sum_{i=1}^n a_i \bar{Y}_i^T A \bar{V}_i. \quad (B.3)$$

Expressando a matriz de atitude em termos dos elementos do quatérnion (q), a expressão (B.3) fica escrita como:

$$g(q) = q^T K q, \quad (B.4)$$

onde K é uma matriz 4x4, função dos vetores de observação e de referência.

O quatérnion q é dado por:

$$q = \begin{Bmatrix} E \sin(\theta/2) \\ \cos(\theta/2) \end{Bmatrix}, \quad (B.5)$$

onde E é o eixo de rotação e  $\theta$  o ângulo de rotação em torno do eixo E. O quatérnion satisfaz a um único vínculo, ou seja:

$$q^T q = 1. \quad (B.6)$$

A maximização da função ganho g(q) sujeito ao vínculo dado pela equação (B.6) leva a:

$$K q = \lambda q. \quad (B.7)$$

Desta forma, q é um autovetor da matriz K, e assim g(q) é maximizado se  $q_{opt}$  é escolhido como sendo o autovetor de K associado ao maior autovalor.

#### REFERÊNCIAS

- BAR-ITZHACK, I.Y. & OSHAMAN, Y., (1985) "Atitude Determination from Vectors Observations: Quaternions Estimation" IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-21, nº 1 : 128-135.
- JAZWINSKI, A.H., (1970). Stochastic Process and Filtering Theory, New York, Academic Press, Capítulo 8.

LEFFERTS, E.J. & MARKLEY, F.L. & SHUSTER, M.D., (1982) "Kalman Filtering for Spacecraft Attitude Estimation". AIAA Journal of Guidance, Vol. 5, nº 5 417-429.

LOPES, R.V.F.; CARRARA, V.; KUGA, H.K.; MEDEIROS, V.M., (1982). Cálculo Recursivo do Vetor Campo Geomagnético. São José dos Campos (INPE-2865-PRE/400).

MORO, J., (1982). Simulação do Movimento e de Observações de Atitude para Satélites Artificiais Terrestres. São José dos Campos, (INPE-2649-RPI/076).

SHUSTER, M.D. & OH, S.D., (1981). "Three-Axis Attitude Determination from Vector Observations". AIAA Journal of Guidance and Control, Vol. 4, nº 1 : 70-77.

VAROTTO, S.E.C., (1986). Determinação da Atitude de Satélites Artificiais através da Aplicação Conjunta Ótima Estática e Dinâmica. Dissertação de Mestrado em Ciência Espacial. (no prelo). São José dos Campos, INPE.

WERTZ, J.R., (1978). Spacecraft Attitude Determination and Control, London, D. Reidel, Capítulo 12.



PROPOSTA PARA PUBLICAÇÃO

DATA 16/9/86

131  
448

IDENTIFICAÇÃO	TÍTULO	
	UM PROCEDIMENTO PARA DETERMINAÇÃO DA ATITUDE DE SATÉLITES ARTIFICIAIS UTILIZANDO TÉCNICAS DE ESTIMAÇÃO ÓTIMA ESTÁTICA E DINÂMICA	
	AUTORIA	PROJETO/PROGRAMA
	Sebastião E.C. Varotto Valcir Orlando Roberto V.F. Lopes	A7
	DIVISÃO	DGC
	DEPARTAMENTO	DMC
DIVULGAÇÃO <input checked="" type="checkbox"/> EXTERNA <input type="checkbox"/> INTERNA MEIO: Congresso SBA		

REVISÃO TÉCNICA	REVISOR TÉCNICO	APROVADO: <input type="checkbox"/> SIM <input type="checkbox"/> NÃO <input type="checkbox"/> VER VERSO		APROVAÇÕES
	Agenor T. Fleury	DATA	CHEFE DIVISÃO	
	RECEBI EM: 16/9/86 REVISADO EM: 16/9/86	APROVADO: <input checked="" type="checkbox"/> SIM <input type="checkbox"/> NÃO <input type="checkbox"/> VER VERSO		
	OBSERVAÇÕES: <input checked="" type="checkbox"/> NÃO HÁ <input type="checkbox"/> VER VERSO	DATA: 16/9/86	CHEFE DEPARTAMENTO: <i>[Signature]</i>	
	DEVOLVI EM: 16/9/86	ASSINATURA: <i>[Signature]</i>		

REVISÃO DE LINGUAGEM	Nº: 380	PRIORIDADE: 1	O(S) AUTOR(ES) DEVE(M) MENCIONAR NO VERSO, OU ANEXAR NORMAS E/OU INSTRUÇÕES ESPECIAIS		DATILOGRAFIA
		DATA: 16.09.86			
	REVISADO <input type="checkbox"/> COM <input type="checkbox"/> SEM <input type="checkbox"/> CORREÇÕES <input type="checkbox"/> VER VERSO	RECEBIDO EM: _____			
	POR: <i>[Signature]</i>	CONCLUÍDO EM: _____			
	DATA: 17.09.86	DATILOGRAFA: _____			
	ASSINATURA: <i>[Signature]</i>	ASSINATURA: _____			

FAVORÁVEL: <input type="checkbox"/> SIM <input type="checkbox"/> NÃO		PARECER: _____	
<input type="checkbox"/> VER VERSO <input type="checkbox"/> VERSO		DATA: _____	RESPONSÁVEL/PROGRAMA: _____

EM CONDIÇÕES DE PUBLICAÇÃO EM: \_\_\_\_\_

AUTOR RESPONSÁVEL: \_\_\_\_\_

AUTORIZO A PUBLICAÇÃO: <input type="checkbox"/> SIM <input type="checkbox"/> NÃO
DIVULGAÇÃO <input type="checkbox"/> INTERNA <input type="checkbox"/> EXTERNA MEIO: _____
OBSERVAÇÕES: _____
DATA: _____ DIRETOR: _____

SEC	PUBLICAÇÃO: _____ PÁGINAS: _____ ÚLTIMA PÁGINA: _____
	CÓPIAS: _____ TIPO: _____ PREÇO: _____