
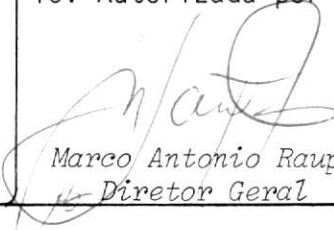


1. Publicação nº <i>INPE-4412-NTE/277</i>	2. Versão	3. Data <i>Outubro 1987</i>	5. Distribuição <input type="checkbox"/> Interna <input checked="" type="checkbox"/> Externa <input type="checkbox"/> Restrita
4. Origem <i>DMC-6300</i>	Programa <i>A7651 - 510912</i>		
6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) <i>ECLIPSES</i> <i>RAIZES DE POLINOMIOS</i>			
7. C.D.U.: <i>521.3:629.783</i>			
8. Título <i>INPE-4412-NTE/277</i> <i>CÁLCULO DE ECLIPSES PARA ÓRBITAS ELÍPTICAS</i>		10. Páginas: <i>47</i>	
		11. Última página: <i>A.18</i>	
		12. Revisada por	
9. Autoria <i>Hélio K. Kuga</i> <i>Ulisses T. V. Guedes</i> 		<i>K Rama Rao</i> <i>Kondapalli Rama Rao</i>	
Assinatura responsável		13. Autorizada por  <i>Marco Antonio Raupp</i> <i>Diretor Geral</i>	
14. Resumo/Notas <i>Este trabalho apresenta o desenvolvimento teórico do fenômeno de eclipses que ocorre em órbitas de satélites artificiais terrestres. O procedimento foi implementado em computador, em linguagem FORTRAN padrão. Testes, manual de uso e um apêndice com a listagem do programa são incluídos no relatório.</i>			
15. Observações			

ABSTRACT

This work presents the theoretical development of the eclipse phenomenon which occurs in orbits of artificial earth satellites. The procedure was implemented in the computer, in standard FORTRAN language. Tests, user's manual, and an appendix containing the program listing are included in the report.

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
LISTA DE FIGURAS	
1 - <u>INTRODUÇÃO</u>	1
2 - <u>CÁLCULO TEÓRICO DAS ECLIPSES</u>	2
2.1 - Forma de projeção (condição para ocorrência 2 de sombra)	2
2.2 - Determinação do ângulo solar (i_{\odot})	4
2.3 - Ângulo entre o perigeu e ponto de conjunção (λ) ângulo geocêntrico	5
2.4 - Determinação das anomalias de entrada e saída	7
2.4.1 - Polinômio transcendental	7
2.4.2 - Critérios de seleção de raízes válidas	11
2.5 - Simplificação para órbita circular	12
2.6 - Cálculo dos tempos de sombra	13
3 - <u>EXEMPLO</u>	14
4 - <u>MANUAL DE USO DAS SUB-ROTINAS</u>	15
4.1 - Sub-rotina SOMBEL	15
4.1.1 - Chamada	15
4.1.2 - Entradas	15
4.1.3 - Saídas	16
4.1.4 - Rotinas chamadas	16
4.1.5 - Observações	16
4.2 - Sub-rotina SOMBCI	17
4.2.1 - Chamada	17
4.2.2 - Entrada	17
4.2.3 - Saída	17
4.2.4 - Rotina chamada	17
4.3 - Sub-rotina SP4G	17
4.3.1 - Chamada	17
4.3.2 - Entradas	18
4.3.3 - Saídas	18
4.3.4 - Rotinas chamadas	18

	<u>Pág.</u>
4.4 - Sub-rotina SP3G	18
4.4.1 - Chamada	18
4.4.2 - Entradas	19
4.4.3 - Saídas	19
4.4.4 - Rotina chamada	19
4.5 - Sub-rotina SP2G	19
4.5.1 - Chamada	19
4.5.2 - Entrada	20
4.5.3 - Saídas	20
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	21
APÊNDICE A - LISTAGEM DAS SUB-ROTINAS	

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1 - Elipse de sombra	3
2 - Esfera celeste	4
3 - Geometria das elipses	5
4 - Esfera celeste	7
5 - Elipse	8

1 - INTRODUÇÃO

Eclipses são fenômenos de trânsitos e ocultações de objetos com respeito ao Sol, que bloqueiam toda ou parte significativa dos raios solares para um observador. Uma eclipse de qualquer objeto (e.g. um satélite artificial terrestre) é a sua ocultação por qualquer outro em relação ao Sol. Já que o Sol é o maior objeto do sistema solar, a sombra da Terra pode produzir uma eclipse para todos os corpos que gravitam ao seu redor. No caso de satélites artificiais terrestres, sua eclipse é definida pelos pontos de entrada e saída da sombra da Terra e pelo tempo de trânsito na sombra.

Algumas aplicações práticas exigem o cálculo da eclipse do satélite devido a requisitos da missão. Para preparar uma análise térmica é necessária a determinação da entrada de radiação solar direta para o dimensionamento de componentes. Requerimentos e vínculos críticos de iluminação também necessitam da situação do satélite em órbita (iluminado ou na sombra) para que possam ser analisados. Quando são empregadas células solares, os requerimentos de potência para suprimento de energia primária (solar) determinam a vida útil do sistema coletor de energia e o dimensionamento de baterias a bordo (Medeiros, 1982). Para a realização de todos esses estudos, deve ser possível estabelecer quanto tempo, por período orbital, o satélite gasta na sombra da Terra, bem como os ângulos que definem a entrada e saída da sombra na órbita. Esta é uma tarefa típica de análise de missão na qual se deseja calcular a fração de período na sombra (tempo de sombra) e a variação desta fração ao longo do tempo.

Vários autores tratam a determinação de eclipses para o caso de órbita circular analítica (Cunningham, 1962; Brown, 1969; Medeiros, 1982) ou mesmo graficamente (Patterson, 1961). Para o caso de órbitas elípticas, Stoddard (1961) e Escobal (1965) apresentam uma formulação analítica para o cálculo de eclipses em satélites artificiais.

O presente trabalho fornece um programa de computador, usando linguagem FORTRAN 66, para o cálculo dos parâmetros de sombra, baseando essencialmente nos trabalhos de Stoddard (1961) e Escobal (1965). Dada uma

órbita definida pelos elementos keplerianos clássicos, o programa, analiticamente, produz as anomalias de entrada e saída, bem como o tempo de sombra. O programa é válido para qualquer órbita elíptica, e está estruturado de maneira a otimizar o cálculo para o caso de órbita circular.

A Seção 2 apresenta o desenvolvimento teórico para o cálculo das eclipses. A Seção 3 fornece alguns exemplos de uso do programa, com os respectivos resultados. A Seção 4 descreve a utilização da sub-rotina principal, bem como a de outras agregadas. A listagem completa do programa está presente no Apêndice A.

2 - CÁLCULO TEÓRICO DAS ECLIPSES

A existência de eclipse está vinculada a certos parâmetros, tais como: forma de projeção, ângulo solar, ângulo entre o perigeu e o ponto de conjunção, os quais definirão os ângulos de entrada e saída da sombra.

Adotam-se as seguintes hipóteses simplificadoras:

- a) a sombra é cilíndrica com diâmetro idêntico ao diâmetro médio da Terra, suposta perfeitamente esférica;
- b) os elementos orbitais seguem o movimento kepleriano elíptico durante uma órbita;
- c) a sombra não apresenta penumbra;
- d) os efeitos de Refração Atmosférica são desprezadas.

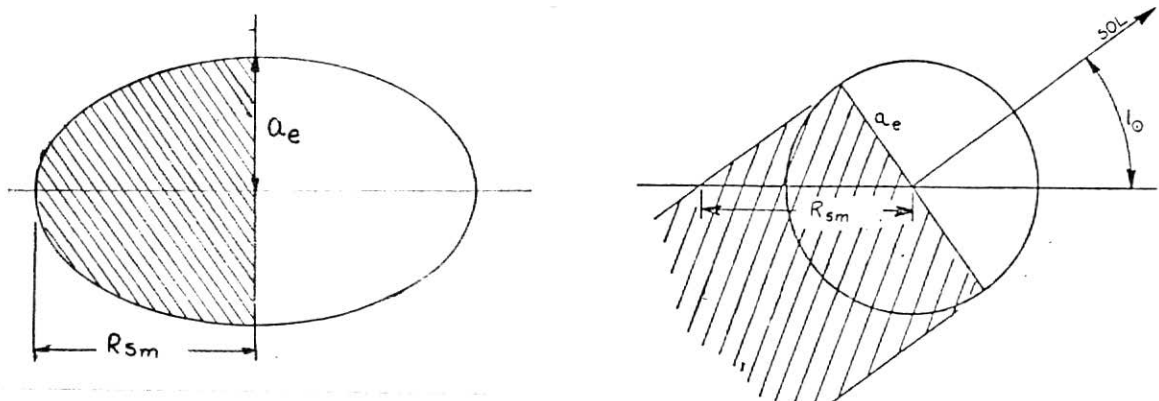
2.1 - FORMA DE PROJEÇÃO (CONDIÇÃO PARA OCORRÊNCIA DE SOMBRA)

A partir da consideração de que a sombra é cilíndrica, sua projeção no plano de órbita, para um ângulo solar i_0 , gera uma elipse, aqui

denominada ELIPSE DE SOMBRA, cujo semi-eixo menor será o raio da Terra (figura 1a).

Define-se ÂNGULO SOLAR i_{θ} como o ângulo entre o vetor Sol e o plano de órbita (Figura 1b). Imediatamente vem o semi-eixo maior R_{sm} da elipse de sombra dado por:

$$R_{sm} = a_e \operatorname{cosec} i_{\theta} \quad (1)$$



- a) Projeção da sombra sobre o plano de órbita b) Semi-eixo maior de elipse de sombra - Vista no plano de órbita

Fig. 1 - Elipse de sombra

Sendo R o módulo do vetor posição do satélite e R_p o raio do perifoco, tem-se:

- i) Se R é menor ou igual ao semi-eixo maior da elipse de sombra, então o satélite cruza a elipse de sombra.

Contudo , analisando a Figura 1b, pode-se afirmar que:

- ii) Se o Raio do perifoco R_p for maior que o semi-eixo maior da elipse de sombra, então o satélite NÃO cruza a região de sombra, qualquer que seja a configuração da elipse de sombra no plano da órbita.

2.2 - DETERMINAÇÃO DO ÂNGULO SOLAR (i_0)

Considerando a esfera celeste (Figura 2), são necessárias informações, tais como: ascensão reta (α_0) e declinação do Sol (δ_0), inclinação (i) e ascensão reta do nodo ascendente (Ω) da órbita, para determinar o ângulo entre o Sol e o plano de órbita (Ângulo Solar). Convencionou-se que para órbitas diretas a inclinação da órbita varia de 0 a 90 graus e para órbitas retrógradas ela varia de 90 a 180 graus.

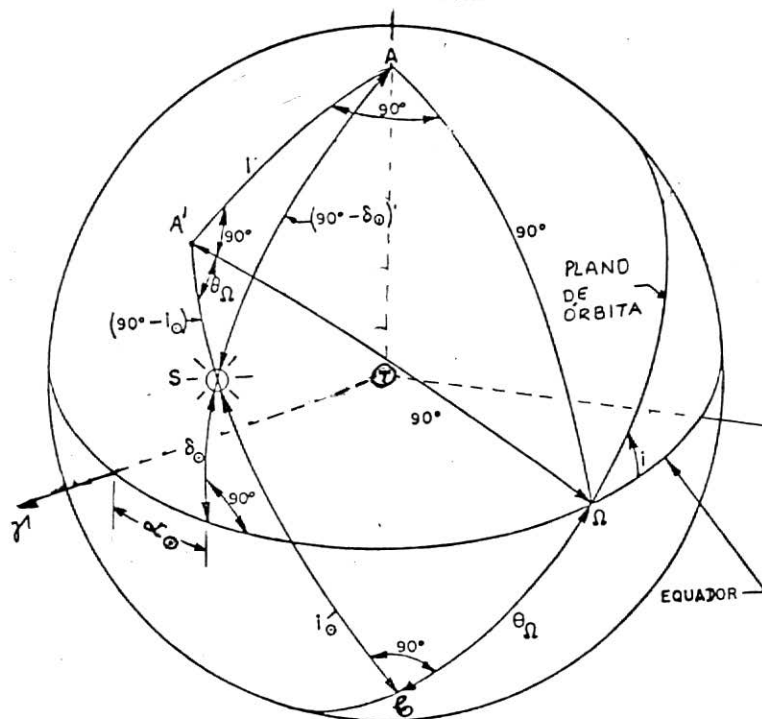


Fig. 2 - Esfera celeste

Da lei dos cossenos para triângulos esféricos (Figura 2 tem-se:

$$\cos(90 - i_{\theta}) = \cos i \cos (90 - \delta_{\theta}) + \sin i \sin (90 - \delta_{\theta}) \cos (90 - \Omega + \alpha_{\theta}),$$

ou

$$\sin i_{\theta} = \cos i \sin \delta_{\theta} + \sin i \cos \delta_{\theta} \sin (\Omega - \alpha_{\theta}). \quad (2)$$

Lembrando que:

$$\text{Se } i = 0 \Rightarrow \sin (i_{\theta}) = \sin (\delta_{\theta}) \Rightarrow i_{\theta} = \delta_{\theta} .$$

$$\text{Se } i = 180 \Rightarrow i_{\theta} = -\delta_{\theta} .$$

2.3 - ÂNGULO ENTRE O PERIGEU E PONTO DE CONJUNÇÃO (Λ) - ÂNGULO GEOCÊNTRICO

Define-se PONTO DE CONJUNÇÃO (τ) a intersecção entre a projeção da linha Terra-Sol no plano de órbita e a órbita propriamente dita (Figuras 2 e 3). O ÂNGULO GEOCÊNTRICO (Λ) é o ângulo no plano de órbita do satélite, medido na direção do movimento do satélite a partir do ponto de conjunção até ao perigeu (Figura 3).

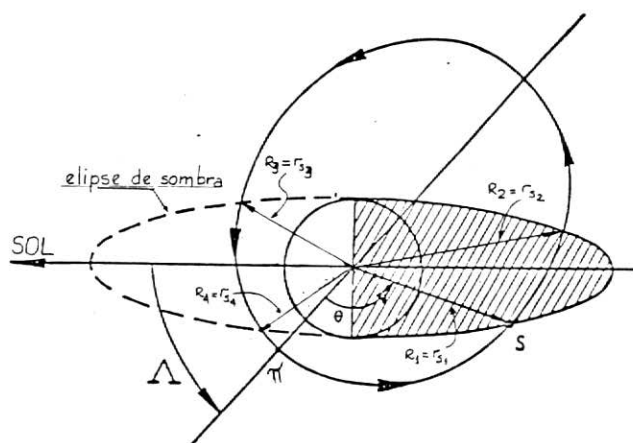


Fig. 3 - Geometria das elipses

Dos triângulos esféricos I, II e SBA (Figura 4a), vem:

$$\cos (\Lambda-\omega) = \cos \delta_{\theta} \cos (\Omega-\alpha_{\theta}) / \cos i_{\theta}, \quad (3)$$

$$\operatorname{sen} (\Lambda-\omega) = \frac{\operatorname{sen} i_{\theta} \cos i - \operatorname{sen} \delta_{\theta}}{\cos i_{\theta} \operatorname{sen} i} . \quad (4)$$

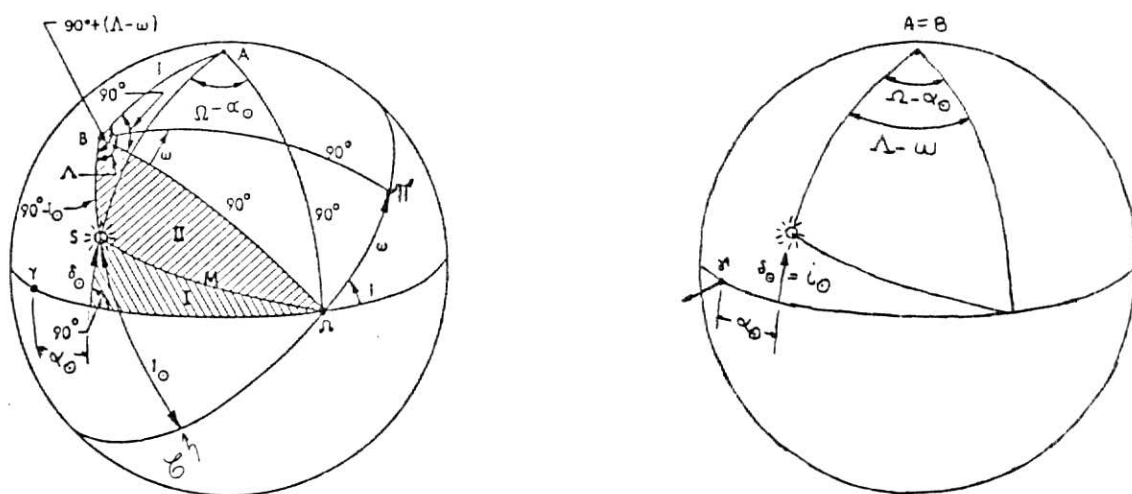
Para inclinação $i = 0$ ou 180 graus, a solução é encontrada a partir da análise das Figuras 3 e 4b. Admitindo a existência da longitude do nodo ascendente, ter-se-ia:

$$\Lambda - \omega = \Omega - \alpha_{\theta} .$$

Uma vez que Λ é medido na direção do movimento do satélite, para efeito de cálculo atribui-se $\omega, \Omega \neq 0$. Assim:

$$\Lambda = \Omega + \omega - \alpha_{\theta} \quad (5)$$

Para órbitas circulares com estas inclinações ($i = 0$ ou 180), portanto com uma indeterminação real de ω e Ω , as sub-rotinas SOMBEL e SOMBCI (Seção 4) assumirão os valores de ω e Ω definidos pelo usuário.



a) Órbita elíptica com $i \neq 0$ e $i \neq 180$ graus b) Órbita circular com $i = 0$

Fig. 4 - Esfera Celeste

2.4 - DETERMINAÇÃO DAS ANOMALIAS DE ENTRADA E SAÍDA

Nessa etapa o objetivo é determinar em que ponto da órbita o satélite cruza a região de sombra, ou seja, as anomalias verdadeiras de entrada e saída da sombra. Para isto obtêm-se um polinômio transcendental, que envolve cossenos de ângulos, que após a manipulação algébrica produz um polinômio de quarto grau, cujas raízes são obtidas analiticamente (Escoba1,1965). As raízes devem ser selecionadas mediante aplicação de condições e critérios facilmente dedutíveis.

2.4.1 - POLINÔMIO TRANSCENDENTAL

A equação da elipse com centro na origem (Fi

gura 5) \bar{e} :

$$r^2 = \frac{b^2}{1 - e^2 \cos^2 \theta} , \quad (6)$$

sendo:

$r \Rightarrow$ a distância do centro ao ponto P,

$b \Rightarrow$ o semi-eixo menor da elipse,

$e \Rightarrow$ a excentricidade, e

$\theta \Rightarrow$ o ângulo entre o semi-eixo maior OA de referência e o segmento OP.

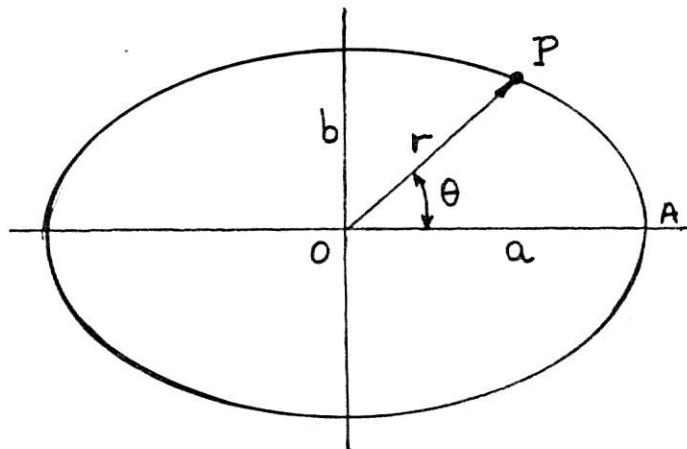


Fig. 5 - Elipse

Aplicando a Equação 6 na projeção da sombra da Terra no plano de órbita resulta em:

$$r_s^2 = \frac{a_e^2}{1 - e_s^2 \cos^2 \theta} , \quad (7)$$

onde a_e \bar{e} o raio médio da Terra. Se a excentricidade e da elipse de

sombra \bar{e} da por:

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}},$$

onde a \bar{e} o semi-eixo maior, e

b \bar{e} o semi-eixo menor,

logo, para a sombra, tomando a Equação 1 resulta:

$$e_s = \sqrt{\frac{a_e^2 \cos^2 i_\theta - a_e^2}{a_e \cos i_\theta}},$$

assim obtêm-se:

$$e_s = \cos i_\theta. \tag{8}$$

Pela Figura 3, a \bar{o} rbita do sat \bar{e} l \bar{e} lite cruza a elipse de sombra em quatro pontos, onde os raios vetores, quer devido \bar{a} elipse de sombra, quer da elipse orbital, coincidem. Obt \bar{e} m-se assim a primeira condi \bar{c} o de cruzamento do sat \bar{e} l \bar{e} lite com a regi \bar{a} o de sombra:

$$R = r_s. \tag{9}$$

Ainda na Figura 3, considerando que o semi-eixo maior de referência da elipse de sombra \bar{e} a proje \bar{c} o do vetor Terra-Sol, e lembrando os \bar{a} ngulos definidos na Se \bar{c} o 2.3 e na Equa \bar{c} o 6, tem-se:

$$\theta = \Lambda + v, \tag{10}$$

onde: v \bar{e} a anomalia verdadeira, e

Λ \bar{e} o \bar{a} ngulo geoc \bar{e} ntrico.

Agora, para que a elipse de \bar{o} rbita cruze a elipse de sombra na regi \tilde{a} o de sombra, obt \tilde{e} m-se geometricamente:

$$270^0 > \Lambda + v > 90^0 \quad (11)$$

que \bar{e} a segunda condi \tilde{c} o de sombra.

Dada a equa \tilde{c} o de uma \bar{o} rbita el \tilde{i} ptica:

$$R = \frac{a(1 - e^2)}{1 - e \cos v} , \quad (12)$$

e a Equa \tilde{c} o 7 para a elipse de sombra, e substituindo as Equa \tilde{c} o \tilde{e} s 10 e 8 na Equa \tilde{c} o 7, resulta em:

$$r_s^2 = \frac{a_e^2}{1 - \cos^2 i_\theta \cos^2 (\Lambda + v)} . \quad (13)$$

Aplicando a igualdade da Equa \tilde{c} o 9 e usando as Equa \tilde{c} o \tilde{e} s 11 e 12, tem-se:

$$\left[\frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos v} \right]^2 = \frac{a_e^2}{1 - \cos^2 i_\theta \cos^2 (\Lambda + v)} ,$$

da \tilde{i} ,

$$a^2 (1 - e^2)^2 \cos i_\theta \cos^2 (\Lambda + v) + e^2 a_e^2 \cos^2 v + 2 e a_e^2 \cos v + [a_e^2 - a^2 (1 - e^2)^2] = 0 \quad (14)$$

que dividido por a_e^2 , resulta em :

$$k_1 \cos^2 (\Lambda + v) + k_2 \cos^2 v + k_3 \cos v + k_4 = 0 , \quad (15)$$

onde:

$$\begin{aligned}k_1 &= (a/a_e)^2 (1 - e^2)^2 \cos^2 i_\theta , \\k_2 &= e^2 , \\k_3 &= 2e , e \\k_4 &= [1 - (a/a_e)^2 (1 - e^2)^2] .\end{aligned}$$

Após manipulação algébrica da Equação 15, tem-se:

$$A \cos^4 v + B \cos^3 v + C \cos^2 v + D \cos v + E = 0 , \quad (16)$$

onde:

$$\begin{aligned}A &= k_1^2 + k_2 \operatorname{sen} (2\Lambda) , \\B &= 2k_3 [k_1 \cos (2\Lambda) + k_2] , \\C &= k_3^2 + 2 [(k_1 \cos (2\Lambda) + k_2) (k_4 + k_1 \operatorname{sen}^2 \Lambda)] - k_1 \operatorname{sen} (2\Lambda) , \\D &= 2 (k_4 + k_1 \operatorname{sen}^2 \Lambda) + k_3 , e \\E &= k_4 + k_1 \operatorname{sen}^2 \Lambda .\end{aligned}$$

Substituindo $x = \cos (v)$ na Equação 16, obtém-se:

$$Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E = 0 , \quad (17)$$

cuja solução analítica, apresentada por Escobar (1965), fornece as quatro raízes x_1, x_2, x_3, x_4 .

2.4.2 - CRITÉRIOS DE SELEÇÃO DE RAÍZES VÁLIDAS

Uma vez obtidas as raízes da Equação 17, estas são reordenadas de modo a considerar apenas as reais, distintas entre si e menores que 1. Uma vez que cada raiz representa o cosseno de uma candidata a anomalia verdadeira,

É realizada mais uma triagem que deve satisfazer os pontos de cruzamento entre as elipses de sombra e órbita na região de sombra pela condição:

$$90 < \Lambda + v < 270 . \quad (18)$$

Observa-se também que a análise dos ângulos replementares é obrigatória. Para refinar definitivamente as anomalias, aplica-se a condição da equação transcendental, ou seja, que satisfaça a Equação 16. Consequentemente, os ângulos obtidos correspondem às anomalias de entrada e saída da região de sombra, restando ainda o problema da identificação dessas anomalias, que é resolvido pela análise dos quadrantes em que se encontram.

2.5 - SIMPLIFICAÇÃO PARA ÓRBITA CIRCULAR

Substituindo na Equação 9 o valor $e = 0$, resulta:

$$R = a . \quad (19)$$

Usando as Equações 19 e 12, obtêm-se:

$$a^2 = \frac{a_e^2}{1 - \cos^2 i_\theta \cos^2 \theta} ,$$

Logo;

$$\cos^2 (\Lambda + v) = [1 - (a_e/a)^2] / \cos^2 i_\theta ;$$

mas pela condição dada pela Equação 18, $\cos (\Lambda + v) < 0$, tem-se:

$$\cos (\Lambda + v) = - \sqrt{\frac{1 - (a_e/a)^2}{\cos^2 i_\theta}} . \quad (20)$$

A eventual singularidade de $\cos i_{\theta} = 0$ ou $\cos (\Lambda + v) > 1$ indica que não há cruzamento entre as curvas (elipse de sombra e órbita). Resolvendo a Equação 20, as anomalias correspondentes à entrada e saída da sombra (e lembrando-se da Equação 10) são:

$$\Lambda + v_1 = \cos^{-1} \theta_1 ,$$

$$\Lambda + v_2 = 2\pi - \cos^{-1} \theta_1 ,$$

ou seja:

$$v_1 = \cos^{-1} \theta_1 - \Lambda$$

$$v_2 = 2\pi - \cos^{-1} \theta_1 - \Lambda$$

2.6 - CÁLCULO DOS TEMPOS DE SOMBRA

Obtidas as anomalias verdadeiras, determinam-se as anomalias excêntricas pela relação:

$$\operatorname{tg} (E_i/2) = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} (v_i/2), \quad i = 1,2 . \quad (21)$$

Aplicando a Equação de Kepler, resultam as anomalias médias de entrada e saída, ou seja:

$$M_i = E_i - e \operatorname{sen} E_i , \quad i = 1,2 .$$

O período orbital é dado por: $P = 2\pi \sqrt{a^3/\mu}$. O intervalo de sombra resulta em:

$$\Delta t_s = \frac{\min |M_2 - M_1|}{P} .$$

3 - EXEMPLO

Construiu-se um programa de teste para o cálculo dos parâmetros de sombra, para uma determinada órbita, e para várias excentricidades, utilizando as sub-rotinas construídas (ver Seção 4 e listagens no Apêndice A). Os seguintes dados foram utilizados:

$$\text{Sol: } \alpha_{\theta} = 89,5731 \text{ graus;}$$

$$\delta_{\theta} = 23,4415 \text{ graus.}$$

$$\text{Órbita: } a = 7128278 \text{ m,}$$

$$e = \text{variável ,}$$

$$i = 25 \text{ graus ,}$$

$$\Omega = 4,7463 \text{ graus ,}$$

$$\omega = 12,26 \text{ graus,}$$

$$M = 0 \text{ graus.}$$

A Tabela 1 mostra os resultados dos testes.

TABELA 1

RESULTADOS DO TESTE

EXCENTRICIDADE	Δt SOMBRA (min)	v ENTRADA ($^{\circ}$)	v SAÍDA ($^{\circ}$)
0,24710	47,590	174,08968	330,03338
0,1	37,666	187,73960	317,98098
0,01	35,372	189,50680	316,47708
0,001	35,215	189,52371	316,46272
0,0001	35,200	189,52388	316,46258
0,00001	35,199	189,52388	316,46257
0	35,199	189,52388	316,46257

Nota-se que o método converge para o valor da órbita circular quando a

excentricidade tende a zero.

4 - MANUAL DE USO DAS SUB-ROTINAS

As sub-rotinas seguintes compõem o pacote FORTRAN para o cálculo das anomalias de entrada e saída de sombra e intervalo de tempo de um satélite em órbita elíptica ou circular. As seguintes sub-rotinas compõem o pacote FORTRAN:

SOMBEL - Sombra para órbita elíptica,
SOMBCI - Sombra para órbita circular,
SP4G - Raízes de polinômio de quarto grau.
SP3G - Raízes de polinômio de terceiro grau.
SP2G - Raízes de polinômio de segundo grau.
CONSOM - Constantes.

4.1 - SUB-ROTINA SOMBEL

O propósito desta sub-rotina é calcular o tempo de sombra de um satélite para uma órbita cuja excentricidade está compreendida entre 0 e 1.

4.1.1 - CHAMADA

CALL SOMBEL (EL, ASO, DSO, DTEMPO, KFLAG).

4.1.2 - ENTRADAS

EL - Vetor de 6 dimensões dos elementos orbitais:

EL(1) = Semi-eixo maior em metros,
EL(2) = Excentricidade,
EL(3) = Inclinação em radianos,
EL(4) = Longitude do nodo ascendente em radianos,
EL(5) = Argumento do perigeu em radianos;
EL(6) = Anomalia média em radianos,

ASO - Ascensão reta do Sol em radianos.

DSO - Declinação do Sol em radianos.

4.1.3 - SAÍDAS

DTEMPO - Intervalo de Tempo que o satélite permanece na sombra (segundos).

KFLAG - Flag de ocorrência:

KFLAG = 0 O satélite não cruza a região de sombra. A variável DTEMPO e as variáveis do COMMON /SOMB01/ não têm significado físico.

KFLAG = 1 Procedimento Normal. Informações corretas.

VIA COMMON

/SOMB01/ AVE, AVS, AEE, AES, AME, AMS

AVE - Anomalia Verdadeira de Entrada na sombra em radianos,

AVS - Anomalia Verdadeira de Saída da sombra em radianos,

AEE - Anomalia Excêntrica de Entrada na sombra em radianos,

AES - Anomalia Excêntrica de Saída da sombra em radianos,

AME - Anomalia Média de Entrada na sombra em radianos,

AMS - Anomalia Média de Saída da sombra em radianos.

4.1.4 - ROTINAS CHAMADAS

SOMBCI, SP4G, CONSOM.

4.1.5 - OBSERVAÇÕES

A sub-rotina SOMBEL chama a sub-rotina SOMBCI caso a excentricidade da órbita seja menor ou igual a 1.E-6.

4.2 - SUB-ROTINA SOMBCI

O propósito desta sub-rotina é calcular o intervalo de tempo de sombra e as correspondentes anomalias de entrada e saída da sombra para órbitas com excentricidade menores que 1.E-6, que, para efeito de cálculo, são consideradas circulares (ver Seção 2.5)

4.2.1 - CHAMADA

CALL SOMBCI (EL, ASO, DSO, DTEMPO, KFLAG).

4.2.2 - ENTRADA

Idem à Seção 4.1.2.

4.2.3 - SAÍDA

Idem à Seção 4.1.3.

4.2.4 - ROTINA CHAMADA

CONSOM

4.3 - SUB-ROTINA SP4G

O propósito desta sub-rotina é calcular analiticamente as raízes de polinômio de quarto grau. A sub-rotina foi baseada em Escobal (1965).

4.3.1 - CHAMADA

CALL SP4G (A, B, C, D, E, X, IFLAG).

4.3.2 - ENTRADAS

A, B, C, D, E - Coeficientes do polinômio de quarto grau:

$$A x^{**4} + B x^{**3} + C x^{**2} + D x + E = 0 .$$

4.3.3 - SAÍDAS

X - Vetor de dimensão 4 com as componentes reais das raízes.

IFLAG - Assume valores de -33 a 44, onde a dezena informa o grau do polinômio; a unidade informa o número de raízes puramente reais ; e quando negativo, a dezena informa o grau efetivo (que é menor que 4) do polinômio, e os valores dos conjuntos X e XI não têm significado matemático.

VIA COMMON

/SP4G01/ XI(4) - Vetor de dimensão 4 com as componentes imaginárias das raízes correspondentes a X(i).

4.3.4 - ROTINAS CHAMADAS

SP3G, SP2G.

4.4 - SUB-ROTINA SP3G

O propósito desta sub-rotina é calcular as raízes do polinômio de terceiro grau.

4.4.1 - CHAMADA

CALL SP3G (A, B, C, D, Y, IFLAG).

4.4.2 - ENTRADAS

A, B, C, D - Coeficientes do polinômio de terceiro grau:

$$A y^{**3} + B y^{**2} + C y + D = 0.$$

4.4.3 - SAÍDAS

Y - Vetor de dimensão 3 com as componentes reais das raízes do polinômio.

VIA COMMON

/SP3G01/ YI(3) - Vetor de dimensão 3 com as componentes imaginárias das raízes, correspondentes ao vetor Y.

IFLAG - Assume valores entre -20 a 33, onde a dezena informa o grau do polinômio; a unidade, o número de raízes puramente reais; e quando negativo, a dezena informa o grau efetivo do polinômio (que é menor que 3), e os valores dos conjuntos Y e YI não têm significado matemático.

4.4.4 - ROTINA CHAMADA

SP2G

4.5 - SUB-ROTINA SP2G

O propósito desta sub-rotina é calcular as raízes do polinômio de segundo grau, analiticamente.

4.5.1 - CHAMADA

CALL SP2G (A, B, C, Z, IFLAG).

4.5.2 - ENTRADA

A, B, C - Coeficientes do polinômio de segundo grau:

$$A z^2 + B z + C = 0 .$$

4.5.3 - SAÍDAS

Z - Vetor de dimensão 2 com as componentes reais das raízes.

IFLAG - assume valores de -10 e 22, onde a dezena informa o grau do polinômio; a unidade, o número de raízes puramente reais; e quando negativo, a dezena informa o grau efetivo do polinômio (que é menor que 2), e os valores dos conjuntos Z e ZI não têm significado matemático.

VIA COMMON

/SP2G01/ ZI(2) - Vetor de dimensão 2 com as componentes imaginárias das raízes correspondentes ao vetor Z.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BROWN,R.H. Mission planning as affected by Sun-orbit plane relationships. *AIAA Paper* no. 69-129, AIAA 7th Aerospace Sciences Meeting, NY, Jan. 1969.
- CUNNINGHAM,F.G. Calculation of the eclipse factor for elliptical satellite orbits. *ARS Journal*, Sept. 1962, pp. 1399-1400.
- ESCOBAL,P.R. *Methods of orbit determination*. John Wiley, NY, 1965.
- MEDEIROS,V.M. *Insolação do satélite coleta-de-dados sob o ponto de vista da geometria orbital para otimização do aproveitamento de energia*. São José dos Campos, INPE, set. 1982 (INPE-2545-RPE/419).
- PATTERSON,G.B. Graphical method for prediction of time in sunlight for a circular orbit. *ARS Journal*, Mar. 1961, p. 441-442.
- STODDARD,L.G. Prediction of eclipses of earth satellites. *AAS paper* 61-79, Aug. 1961, pp. 157-201.

APÊNDICE A

LISTAGENS DAS SUB-ROTINAS

```
C*.....
C*  MANUAL DE USO DAS SUBROTINAS SOLUCAO
C*  .....
C*
C*  ESTE MANUAL CONTEM AS SUBROTINAS NECESSARIAS A DETERMINAR
C*  AS ANOMALIAS VERDADEIRAS DE ENTRADA E SAIDA DE SOMBRA DE UM
C*  SATELITE EM ORBITA ELIPTICA OU CIRCULAR. PARA ISSO CONTA COM
C*  USO DE ROTINAS AUXILIARES TAIS COMO DETERMINACAO DE RAIZES DE
C*  POLINOMIOS DE ATÉ QUARTO GRAU ATRAVES DE SOLUCAO PURAMENTE
C*  ANALITICA.
C*  USA AINDA AS CONSTANTES DEFINIDAS PELA ROTINA CONSUM.
C*  AS ROTINAS PODEM SER UTILIZADAS POR MEIO DO COMANDO DE
C*  COMPILACAO :
C*          $SET AUTOBIND
C*          $BIND = FROM (ORBAT)SOLUCAO
C*
C*  ROTINAS UTILIZADAS:
C*          * SOMBEL
C*          * SOMBCI
C*          * SP4G
C*          * SP3G
C*          * SP2G
C*          * CONSUM
C*
C*.....

C*.....

SUBROUTINE SOMBEL(EL,ASO,DSC,TSOMB,KFLAG)
C*  *****
C*
C*  PROPOSITO:  CALCULAR O TEMPO DE SOMBRA DE UM SATELITE PARA
C*              1 ORBITA, CUJA EXCENTRICIDADE ESTA COMPREENDIDA
C*              ENTRE 0 E 1.
C*
C*  NOTA:      PARA EXCENTRICIDADES MENORES QUE 1E-06 O PRO
C*  *****  GRAMA A SUBROTINA ** SOMBCI ** (ORBITA CIRCULAR),
C*              UMA VEZ QUE A DIFERENCA ENTRE OS METODOS EH DA
C*              ORDEM DE SEGUNDOS DE GRAU NO CASO MAIS CRITICO,
C*              QUANDO NA AVALIACAO DAS ANOMALIAS VERDADEIRA,
C*              EXCENTRICA E MEDIA, EM MENOR TEMPO DE CPU.
C*
C*  ENTRADA:   EL - ELEMENTOS ORBITAIS (MKS)
C*              ASO - ASCENCAO REITA DO SOL ( RAD )
C*              DSO - DECLINACAO DO SOL ( RAD )
C*
C*              VIA COMMON:
C*              /CONSO1/ PI,PIV2,PID2
C*              /CONSO2/ RT,GMT
C*
C*              RT - RAI0 DA TERRA (METRO)
C*              GMT - CONSTANTE DE GRAVITACAO DA TERRA
C*
C*  SAIDA : DTEMPO - INTERVALO DE TEMPO QUE O SATELITE PERMANECE
C*              NA SOMBRA (SEGUNDO)
```

```
C*
C*
C*          VIA COMMON
C*          /SOMBO1/ AVE,AVS,AEE,AES,AME,AMS
C*
C*          AVE - ANOMALIA VERDADEIRA DE ENTRADA NA REGIAO DE
C*                SOMBRA ( RAD )          *****
C*          AVS - ANOMALIA VERDADEIRA DE SAIDA DA REGIAO DE
C*                SOMBRA ( RAD )          *****
C*          AEE - ANOMALIA EXCENTRICA DE ENTRADA NA REGIAO DE
C*                SOMBRA ( RAD )          *****
C*          AES - ANOMALIA EXCENTRICA DE SAIDA DA REGIAO DE
C*                SOMBRA ( RAD )          *****
C*          AME - ANOMALIA MECIA DE ENTRADA NA REGIAO DE
C*                SOMBRA ( RAD )          *****
C*          AMS - ANOMALIA MECIA DE SAIDA DA REGIAO DE
C*                SOMBRA ( RAD )          *****
C*
C*          KFLAG - = 0 -> SATELITE NAO CRUZA A REGIAO DE
C*                        SOMERA. ANOMALIAS OBTIDAS NAO
C*                        TEM SIGNIFICADO FISICO....
C*
C*                        = 1 -> PROCEDIMENTO NORMAL ... INFORMA
C*                        COES CORRETAS.
C*
C* ALGORITMO EXTRAIDO DE :
C* STODDARD,L. G. "PREDICTION OF ECLIPSES OS EARTH
C*   SATELLITES". AAS-PAPER. AGOSTO 1961.
C*
C* IMPLEMENTADO EM /07/86 POR ULISSES/HELIO
C*
C* *****
C*   DIMENSION X(4),AV(4),EL(6),RA(4)
C*   COMMON/CONSO1/PI,PIV2,PIQ2
C*   COMMON/CONSO2/RT,GMT
C*   COMMON/CONSO3/MA1
C*   COMMON/SOMBO1/AVE,AVS,AEE,AES,AME,AMS
C*   COMMON/SP4G/XI(4)
C*
C* PARA PEQUENAS EXCENTRICIDADES, A SOLUCAO PODE SER SIMPLIFICADA
C* CONSIDERANDO A ORBITA PERFEITAMENTE CIRCULAR.
C*
C*   IF(EL(2).LE.1E-6)CALL SOMBCI(EL,ASO,DSO,TSOMB,KFLAG)
C*   IF(EL(2).LE.1E-6)RETURN
C*   IF(MAT.EQ.0)CALL CONSO4
C*
C* TESTE DE PROCEDIMENTO ( SINGULARIDADE DEVIDO A INCLINACAO )
C*
C*   RTRAP = RI/(EL(1)*(1-EL(2)))
C*
C*   IF(EL(3).EQ.0.OR.EL(3).EQ.PI)GO TO 8
C*   CEL3=COS(EL(3))
C*   SEL3=SIN(EL(3))
C*   CDSO=COS(DSO)
C*   SDSO=SIN(DSO)
C*   DE4ASO=EL(4)-ASO
C*
C* CALCULO DO ANGULO SOLAR ( AIO )
C*
C*   SENIO=CEL3*SDSO+SEL3*CDSO*SIN(DE4ASO)
C*   IF(ABS(SENIO).LT.1E-10)SENIO=0.0
```

```
ASENIO=ABS(SENIO)
IF(ASENIO.GT.RTRAP)GO TO 99

C* ANGULO GEOCENTRICO NO PLANO DE ORBITA DO SATELITE MEDIDO NA
C* DIRECAO DO MOVIMENTO DO SATELITE ATE AO CRUZAMENTO DO PERIGEU
C* DENOMINACAO: APP

CAPP=CDSO*COS(DE4ASO)
SAPP=(SENIO*CEL3-SDSO)/SEL3
APP=ATAN2(SAPP,CAPP)
GO TO 7

8 APP = EL(4)-ASO
SENIO=SIN(DSO)
ASENIO=ABS(SENIO)
IF(ASENIO.GT.RTRAP)GO TO 99

7 IF(APP.L7.0)APP=APP+PIV2
APP=AMOD((APP+EL(5)),PIV2)

C* CALCULO DOS COEFICIENTES DA EQUACAO TRANSCEDENTAL

CK2=EL(2)*EL(2)
CK1=((EL(1)/RT)*(1-CK2))**2
CK4=1.-CK1
CK1=CK1*(1-SENIO*SENIO)

APP2=APP+APP
C1=CK1*COS(APP2)+CK2
C2=CK4+CK1*SIN(APP)**2
C3=CK1*SIN(APP2)

C* COEFICIENTES DA EQUACAO DO QUARTO GRAU

A=C1*C1+C3*C3
B=2*CK3*C1
C=CK3*CK3+2*C1*C2-C3*C3
D=2*C2*CK3
E=C2*C2

CALL SP4G(A,B,C,D,E,X,IFLAG)
IF(IFLAG.LE.0.OR.IFLAG/10.EQ.0)GO TO 99

C* ONDE X = COS(AV)
C* A SOMBRA TOMA LUGAR SOMENTE SE AS RAIZES EXISTEM
C* NA REGIAO 90 < (APP+AV) < 270 E SATISFAZEM
C* A EQUACAO:
C* 
$$CK1 \cdot \cos^2(APP+AV) + CK2 \cdot \cos^2(AV) + CK3 \cdot \cos(AV) + CK4 = 0$$

C*
C* ALEM DA CONDICAO ACIMA A SELECAO DAS RAIZES
C* DAR-SE-A PELA ELIMINACAO DAS REPETIDAS, ELIMINA-
C* CAO DAS COMPLEXAS. SE NENHUMA DELAS SATISFAZEM
C* OS CRITERIOS DAR-SE-A O RETORNO COM O VALOR DE
C* KFLAG = 1 .

AHAX=PI/2+PI
J=0

C* ELIMINACAO DAS RAIZES QUE APRESENTEM PARTE IMA-
```

```
C* GINARIA OU RAIZES REAIS MAIORES QUE 1.
C*
C* AS RAIZES ADMISSIVEIS SERAO ARMazenADAS NA
C* CONJUNIO " RA ".
C* J -> REPRESENTA NUMERO DE RAIZES PURAMENTE REAIS
C* E COM MODULO MENDR OU IGLAL A 1.

      DO 10 I=1,4
      IF(XI(I).NE.0.OR.ABS(X(I)).GT.1)GO TO 10
      J=J+1
      RA(J)=X(I)
10    CONTINUE

C* ELIMINACAO DAS RAIZES REPETIDAS
C*
C* AS RAIZES DISTINTAS SERAO ARMazenADAS EM "X"
C* J -> REPRESENTA NUMERO DE RAIZES DISTINTAS

15    I=1
      M=2
20    IF(RA(I).EQ.RA(M))GO TO 30
      IF(M.EQ.J)GO TO 25
      M=M+1;GO TO 20
25    IF(I.EQ.M-1)GO TO 52
      I=I+1
      M=I+1;GO TO 20
30    IF(J.EQ.2)GO TO 50
      IF(I.NE.M-1)GO TO 40
      IF(M.EQ.J)GO TO 45
35    RA(M)=RA(M+1)
      IF(J.EQ.M+1)GOTO45
      M=M+1;GOTO35
40    DO 43 K=I,J-1
      RA(K)=RA(K+1)
43    CONTINUE
45    J=J-1;GOTO15
50    J=J-1
52    DO 55 K=1,J
      X(K)=RA(K)
55    CONTINUE

C* VERIFICACAO DAS RAIZES QUE OBEDECEM A CONDICAO DE
C* ANGULO ** 270 > (V+APP) > 90 **
C* E QUE SATISFACAM A EQUACAO EM COSSENO.
C*
C* K -> REPRESENTA O NUMERO DE ANOMALIAS VERDADEIRAS
C* QUE SATISFAZEM OS CRITERIOS SE SELECAO
C* M -> REPRESENTA UM CONTOLE PARA PESQUISA DOS ANGU-
C* LOS REPLEMENTARES
C* CALCULO DA CANDIDATA A ANOMALIA VERDADEIRA

      K=0
      DO 71 I=1,J
      RA(I)=ARCOS(X(I))
      TES=CK2*X(I)*X(I)+CK3*X(I)+CK4
      M=0

C* APROVACAO DAS RAIZES
```

```
72 T=AMOD(RA(I)*APP,PIV2)
   IF(T.LI.0)T=1+PIV2
   IF(T.GE.AMAX.OR.T.LE.PID2)GO TO 73
   TESTE=CK1*COS(T)**2 +TES
   IF(ABS(TESTE).GT.1E-7.AND.M.EQ.C)GO TO 73
   IF(ABS(TESTE).GT.1E-7.AND.M.EQ.I)GO TO 71
   K=K+1
   AV(K)=RA(I)
```

C* ANGULOS REPLEMENTARES

```
73 IF(M.EQ.1)GO TO 71
   M=1
   RA(I)=PIV2-RA(I)
   GO TO 72
```

```
71 CONTINUE
   IF(K.GT.2)GO TO 98
   IF(K.EQ.1)AV(2)=AV(1)
   IF(K.EQ.0)GO TO 99
```

C* IDENTIFICACAO DAS ANOMALIAS DE ENTRADA E SAIDA
C* ANOMALIA VERDADEIRA DE ENTRADA -> AV(1)
C* ANOMALIA VERDADEIRA DE SAIDA -> AV(2)

```
T=AV(2)-AV(1)
IF((T.GE.0.AND.ABS(T).LI.PI).OR.
*(T.LI.0.AND.ABS(T).GT.PI))GOTO 90
T=AV(2)
AV(2)=AV(1)
AV(1)=T
90 KFLAG=1
   AVE=AV(1)
   AVS=AV(2)
```

C* CALCULO DAS ANOMALIAS EXCENTRICAS E MEDIAS DE ENTRADA E SAIDA

```
ANO = SQRT(GMT/(EL(1)*EL(1)*EL(1)))
FT=SQRT((1-EL(2))/(1+EL(2)))
```

```
DO 87 I=1,2
   AVD2=AV(I)*0.5
   SAVED2=SIN(AVD2)*FT
   CAVED2=COS(AVD2)
   AV(I)=ATAN2(SAVED2,CAVED2)
   AV(I)=AV(I)+AV(I)
   IF(AV(I).LI.0)AV(I)=AV(I)+PIV2
87 CONTINUE
```

```
AEE=AV(1)
AES=AV(2)
AME=AEE-EL(2)*SIN(AEE)
AMS=AES-EL(2)*SIN(AES)
```

C* CALCULO DO INTERVALO DE TEMPO DE SOMBRA

```
89 DAM=AMS-AME
   IF(DAM.LI.0)DAM=DAM+PIV2
   TSOMB = DAM/ANO
   KFLAG=1
```

```
RETURN  
C* SATELIYE NAO CRUZA A REGIAO DE SOMBRA  
99 KFLAG=0;AVE=0;AEE=0;AME=0;AVS=0;AES=0;AMS=0;ISOMB=0  
RETURN  
C* MENSAGEM EXPERIMENTAL  
98 PRINT*//,"NUMERO DE RAIZES QUE SATISFAZEM OS"  
PRINT*//,"OS CRITERIOS SAO",J,"E SAO ELAS"  
PRINT*//,AV,"PAREI";STOP  
STOP  
END
```



```
C*****
C          SUBROUTINE SOMB01(CEL,ASO,DSO,TSUMB,KFLAG)
C          *****
C* PROPOSITO:  CALCULAR O TEMPO DE SOMBRA RELATIVO A UM SATELITE
C*              EM ORBITA CIRCULAR.(EXCENTRIDADE <= 1E-6).
C*
C* ENTRADA:    EL - ELEMENTOS ORBITAIS (MKS)
C*              ASO - ASCENCAO REITA DO SOL ( RAD )
C*              DSO - DECLINACAO DO SOL ( RAD )
C*
C* SAIDA : DTEMPO - INTERVALO DE TEMPO QUE O SATELITE PERMANECE
C*              NA SOMBRA (SEGUNDO)
C*
C*              VIA COMMON
C*              /SOMBO1/ AVE,AVS,AEE,AES,AME,AMS
C*
C*              AVE - ANOMALIA VERDADEIRA DE ENTRADA NA REGIAO DE
C*                    SOMBRA ( RAD )          *****
C*              AVS - ANOMALIA VERDADEIRA DE SAIDA DA REGIAO DE
C*                    SOMBRA ( RAD )          *****
C*              AEE - ANOMALIA EXCENTRICA DE ENTRADA NA REGIAO DE
C*                    SOMBRA ( RAD )          *****
C*              AES - ANOMALIA EXCENTRICA DE SAIDA DA REGIAO DE
C*                    SOMBRA ( RAD )          *****
C*              AME - ANOMALIA      MECIA      DE ENTRADA NA REGIAO DE
C*                    SOMBRA ( RAD )          *****
C*              AMS - ANOMALIA      MECIA      DE SAIDA DA REGIAO DE
C*                    SOMBRA ( RAD )          *****
C*
C*              KFLAG - = 0 -> SATELITE NAO CRUZA A REGIAO DE
C*                    SOMBRA. ANOMALIAS OBTIDAS NAO
C*                    TEM SIGNIFICADO FISICO....
C*
C*                    = 1 -> PROCEDIMENTO NORMAL ... INFORMA
C*                    COES CORRETAS.
C*
C* IMPLEMENTADO EM /07/86 POR ULISSES/HELIO
C*
C*****
C          DIMENSION AV(4),EL(6)
C          COMMON/CONS01/PI,PIV2,PIU2
C          COMMON/CONS02/RT,GMT
C          COMMON/CONS03/MAT
C          COMMON/SOMBO1/AVE,AVS,AEE,AES,AME,AMS
C
C          IF(MAT.EQ.0)CALL CONSOM
C*
C* TESTE DE PROCEDIMENTO ( SINGULARIDADE DEVIDO AA INCLINACAO )
C
C          BTRAP = RT/(EL(1)*(1-EL(2)))
```

```
IF(EL(3).EQ.0.OR.EL(3).EQ.PI)GO TO 8
CEL3=COS(EL(3))
SEL3=SIN(EL(3))
CDSC=COS(DSO)
SDSC=SIN(DSO)
DE4AS0=EL(4)-AS0

C*  ANGULO SOLAR ( AIO )

SENIO=CEL3*SDSC+SEL3*CDSC*SIN(DE4AS0)
IF(ABS(SENIO).LT.1E-10)SENIO=C.0
ASENIO=ABS(SENIO)
IF(ASENIO.GT.RTRAP)GO TO 99

C*  ANGULO GEOCENTRICO NO PLANO DE ORBITA DO SATELITE MEDIDO NA
C*  DIRECAO DO MOVIMENTO DO SATELITE ATE AO CRUZAMENTO DO PERIGEU
C*  DENOMINACAO: APP

CAPP=CDSO*COS(DE4AS0)
SAPP=(SENIO*CEL3-SDSC)/SEL3
APP=ATAN2(SAPP,CAPP)
GO TO 7

8  APP = EL(4)-AS0
   SENIO=SIN(DSO)
   ASENIO=ABS(SENIO)
   IF(ASENIO.GT.RTRAP)GO TO 99

7  IF(APP.LT.0)APP=APP+PIV2
   APP=AMOD((APP+EL(5)),PIV2)

C*  PARA PEQUENAS EXCENTRICIDADES, A SOLUCAO PODE SER SIMPLIFICADA
C*  CONSIDERANDO A ORBITA PERFEITAMENTE CIRCULAR.
C*  LOGO O MODULO DO VETOR POSICAO SERA O SEMI-MAIOR
C*  MAIOR DA ORBITA.

COSIO=1-SENIO*SENIO
IF(COSIO.LE.1E-10)GO TO 99

CK1=(EL(1)/PI)**2
IES=1-CK1
CK1=CK1*COSIO

C*  VERIFICACAO DAS RAIZES QUE OBEDECEM A CONDICAO DE
C*  ANGULO ** 270 > (V+APP) > 90 **
C*  PARA ESTA CONDICAO O VALOR DE COS(V+APP)<0 LOGO:

X1=-SQRT((1-(R1/EL(1))**2)/COSIO)

C*  CONTUDO, X1 DEVE APRESENTAR VALORES ENTRE 0 E -1

IF(X1.LT.-1)GO TO 99
K=0
C*  AMAX=PI+PIV2
I=1
RA1=ARCCOS(X1)
M=0

C*  CALCULO DA CANDIDATA A ANOMALIA VERDADEIRA
```

C* APROVACAO DAS RAIZES

```
72  TESTE=CK1*COS(RA1)**2 +TLS
    IF(ABS(TESTE).GT.1E-7.AND.M.EQ.0)GO TO 73
    IF(ABS(TESTE).GT.1E-7.AND.M.EQ.1)GO TO 71
    K=K+1
    AV(K)=RA1-APP
    IF(AV(K).LT.0)AV(K)=AV(K)+PIV2
```

C* ANGULOS REPLEMENTARES

```
73  IF(M.EQ.1)GO TO 71
    M=1
    RA1=PIV2-RA1
    GO TO 72
```

```
71  CONTINUE
    IF(K.EQ.1)AV(2)=AV(1)
    IF(K.EQ.0)GO TO 99
```

C* IDENTIFICACAO DAS ANOMALIAS DE ENTRADA E SAIDA
C* ANOMALIA VERDADEIRA DE ENTRADA -> AV(1)
C* ANOMALIA VERDADEIRA DE SAIDA -> AV(2)

```
T=AV(2)-AV(1)
IF((T.GE.0..AND.ABS(T).LT.PI).OR.
*(T.LT.0.AND.ABS(T).GT.PI))GCTO90
I=AV(2)
AV(2)=AV(1)
AV(1)=I
90  KFLAG=1
```

C* ANOMALIAS DE ENTRADA E SAIDA ** IDENTIFICACAO **
ANO = SQRT(GMT/(CEL(1)*EL(1)*EL(1)))
AVE=AV(1) ; AVS=AV(2)
AEE=AV(1) ; AES=AV(2)
AME=AV(1) ; AMS=AV(2)

C* INTERVALO DE TEMPO DE SOMBRA

```
DAM=AMS-AME
IF(DAM.LT.0)DAM=DAM+PIV2
TSOMB = DAM/ANO
RETURN
```

C* SATELITE NAO CRUZA A REGIAO DE SOMBRA
99 KFLAG=0;AVE=0;AEE=0;AME=0;AVS=0;AES=0;AMS=0;TSOMB=0
RETURN

END

```
C*****
      SUBROUTINE SP4G(A,B,C,D,E,X,IFLAG)
C* *****
C* PROPOSITO:  CALCULAR AS RAIZES DE POLINOMIO DE QUARTO GRAU
C*
C* ENTRADAS:  COEFICIENTES  A,B,C,D,E DO POLINOMIO:
C*
C*              4      3      2
C*             A*X  + B*X  + C*X  + D*X + E = 0      (4.1)
C*
C* SAIDAS:  X - VETOR DIMENSAC 4. PARTE REAL DAS RAIZES
C*
C*          XI - VETOR DIMENSAC 4. PARTE IMAGINARIA
C*
C*          IFLAG - ASSUME VALOR DE ( -30 A 44 ) ONDE A DEZENA
C*                  INFORMA O GRAU POLINOMIO SOLUCIONADO. A UNI-
C*                  DADE INFORMA O NUMERO DE RAIZES PURAMENTE
C*                  NUMERO DE RAIZES PURAMENTE REAIS.
C*                  CASO SEJA NEGATIVO A DEZENA IN-
C*                  FORMA O GRAU DO POLINOMIO MINIMO, E
C*                  OS VALORES DOS CONJUNTOS X E XI NAO
C*                  TEM SIGNIFICADO MATEMATICO..
C*****
      DIMENSION X(4),Z(3),Y(2)
      COMMON/SP4G/XI(4)
      COMMON/SP3G/ZI(3)
      COMMON/SP2G/YI(2)

C* NA POSSIBILIDADE DOS COEFICIENTES (A), OU (A,B), OU (A,B,C)
C* SEREM NULOS, PESQUISA-SE O POLINOMIO DE MENOR GRAU QUE APRE-
C* SENTE ALGUMA RAIZ

      IF(A.EQ.0)GO TO 10

C* QUANDO O COEFICIENTE (E) FOR NULO A SOLUCAO E EFETUADA ATRAVES
C* DE SP3G.

      IF(E.EQ.0.)GO TO 66

C* NORMALIZACAO DOS COEFICIENTES

      C2=B/A
      C3=C/A
      C4=D/A
      C5=E/A
C* DADA A EQUACAO:
C*
C*      X**4 + C2 * X**3 + C3 * X**2 + C4 * X + C5 = 0      (4.2)
C*
```

```
C* FAZENDO X=X0+H , SENDO H DEFINIDO POR
      H=-0.25*C2
C* ENCONTRA-SE UMA EQUACAO DO TIPO
C*      X0**4 + P * X0**2 + Q * X0 + R = 0      (4.3)
C* SENDO:
C*      P = 6 * H**2 + 3 * C2 * H + C3
      P=H*(6*H+3*C2)+C3
      IF(ABS(P).LT.1E-11)P=0
C*      Q = 4 * H**3 + 3 * C2 * H**2 + 2 * C3 * H + C4
      Q=H*(H*(4*H+3*C2)+2*C3)+C4
      IF(ABS(Q).LT.1E-11)Q=0
C*      R= H**4 + C2*H**3 + C3*H**2 + C4*H + C5
      R=H*(H*(H*(H+C2)+C3)+C4)+C5
      IF(ABS(R).LT.1E-10)R=0
C* SE Q = 0 A SOLUCAO E EFETUADA COM AUXILIO DE SP2G
      IF(Q.EQ.0)GO TO 20
C*
C* CALCULA-SE AS RAIZES DA EQUACAO CUBICA
C*      3      2
C*      Z + P2*Z + P3*Z + P4 = C      (4.4)
C*
C* SENDO P2,P3 E P4 DEFINIDOS POR:
      P2=P*P
      P3=P*P-4*R
      P4=-Q*Q
C* CUJA SOLUCAO E EFETUADA POR SP3G
      CALL SP3G(1,P2,P3,P4,Z,IFLAG)
C* TOMA-SE O VALOR DA MAIOR RAIZ REAL POSITIVA
      RL=Z(1)
      IF(Z(2).GE.Z(1).AND.Z(2).GE.Z(3)
      *.AND.ABS(ZI(2)).EQ.0)RL=Z(2)
      IF(Z(3).GE.Z(1).AND.Z(3).GE.Z(2)
      *.AND.ABS(ZI(2)).EQ.0)RL=Z(3)
      IF(RL.LE.0)IFLAG=-40
      IF(RL.LE.0)RETURN
C* SENDO ASSIM O POLINOMIO DE QUARTO GRAU SERA FATORADO EM DOIS
C* OUTROS DOIS POLINOMIOS DE SEGUNDO GRAU, DA FORMA:
C*      2
C*      Y + RL2*Y + EPSLA =0
C*
C* SENDO QUE, PARA O PRIMEIRO POLINOMIO
```

```
      RL2=SQRT(RL)
      QDRL2=Q/RL2
      EPSLA=0.5*(P+RL-QDRL2)

C* CUJA SOLUCAO E EFETUADA POR SP2G
      CALL SP2G(1,RL2,EPSLA,Y,IFLAG)

C* E AS RAIZES RAIS INCREMENTADAS DE H
      X(1)=Y(1)+H
      XI(1)=YI(1)
      X(2)=Y(2)+H
      XI(2)=YI(2)
      IFL=IFLAG

C* PROCEDE-SE IGUALMENTE PARA O SEGUNDO POLINOMIO, AGORA COM:
      EPSLA=EPSLA*QDRL2
      RL2=-RL2

      CALL SP2G(1,RL2,EPSLA,Y,IFLAG)
      X(3)=Y(1)+H
      XI(3)=YI(1)
      X(4)=Y(2)+H
      XI(4)=YI(2)
      IFLAG=IFLAG+IFL
      RETURN

C* NA PESQUISA DO POLINOMIO MINIMO, ATRIBUI-SE FLAG NEGATIVO
C* CUJA DEZENA CORRESPONDE AO SEU GRAU
10  IFLAG=-30
     IF(B.EQ.0)IFLAG=IFLAG+10
     IF(B.EQ.0.AND.C.EQ.0)IFLAG=IFLAG+10
     IF(B.EQ.0.AND.C.EQ.0.AND.D.EQ.0)IFLAG=0
     RETURN

C*
C* VOLTANDO AO POLINOMIO (4.3) PARA A SITUACAO EM QUE Q=0
20  CALL SP2G(1,P,R,Y,IFLAG)
     IFLAG=40
     DO 100 I=1,2
        RR=SQRT(SQRT(Y(I)*Y(I)+YI(I)*YI(I)))
        FI=0.5*ATAN2(YI(I),Y(I))
        X(I)=RR*COS(FI)+H
        XI(I)=RR*SIN(FI)
        X(I+2)=-X(I)+2.*H
        XI(I+2)=-XI(I)
        IF(XI(I).EQ.0)IFLAG=IFLAG+2
100  CONTINUE
     RETURN

C* SOLUCAO DE (4.1) PARA O CASO DE E=0
66  X(4)=0.
     XI(4)=0
     IF(D.EQ.0)GO TO 67
     CALL SP3G(A,B,C,D,Z,IFLAG)
     X(1)=Z(1)
```

```
XI(1)=ZI(1)
X(2)=Z(2)
XI(2)=ZI(2)
X(3)=Z(3)
XI(3)=ZI(3)
X(4)=0.
XI(4)=0.
IFLAG=IFLAG+11
RETURN
```

C* SOLUCAO DE (4.1) PARA D=E=0

```
67  X(3)=0
    XI(3)=0
    IF(C.EQ.0)GO TO 68
    CALL SP2G(A,B,C,Y,IFLAG)
    X(1)=Y(1)
    X(2)=Y(2)
    XI(1)=YI(1)
    XI(2)=YI(2)
    IFLAG=IFLAG+20
    RETURN
```

C* SOLUCAO DE (4.1) PARA C=D=E=0

```
68  X(2)=0
    XI(2)=0
    IF(B.EQ.0)X(1)=-B/A
    IF(B.NE.0)X(1)=0
    XI(1)=0
    IFLAG=44
    RETURN
    END
```

```
C*****
      SUBROUTINE SP3G(A,B,C,D,Z,IFLAG)
C* *****
C* PROPOSITO:  CALCULAR AS RAIZES DE POLINOMIO DE TERCEIRO GRAU
C*
C* ENTRADAS:  COEFICIENTES      A,B,C,D      DO      POLINOMIO:
C*
C*          3      2
C*          A*Z  + B*Z  + C*Z  + D = 0          (3.1)
C*
C* SAIDAS:  Z - VETOR DIMENSAC 3. PARTE REAL DAS RAIZES
C*
C*          ZI - VETOR DIMENSAC 3. PARTE IMAGINARIA DAS RAIZES
C*
C* IFLAG - ASSUME VALOR DE 0 A 33 X ONDE A DEZENA
C*          INFORMA O GRAU POLINOMIO SOLUCIONADO. A UNI
C*          DADE INFORMA O NUMERO DE RAIZES PURAMENTE
C*          REAIS.
C*          CASO SEJA NEGATIVO A DEZENA IN-
C*          FORMA O GRAU DO POLINOMIO MINIMO, E
C*          OS VALORES DOS CONJUNTOS Z E ZI NAO
C*          TEM SIGNIFICADO MATEMATICO..
C*****
      DIMENSION Z(3),Y(2)
      COMMON/SP3G/ZI(3)
      COMMON/SP2G/YI(2)

C* PESQUISA DO POLINOMIO MINIMO PARA      A=0
      IF(A.EQ.0.)GO TO 70

      IF(D.EQ.0.)GO TO 77

C* NORMALIZACAO DOS COEFICIENTES

      C2=B/A
      C3=C/A
      C4=D/A

C* COM A EQUACAO NORMALIZADA
C*
C*          3      2
C*          Z  + C2*Z  + C3*Z  + C4 = 0          (3.2)
C*
C* FAZENDO Z0 = Z + S, SENDO:

      S=-C2/3

C* A EQUACAO (3.2) FICA:
C*          3
C*          Z0  + AA* Z0  + BB = 0          (3.3)
```


C* SENDO:

```
AA=C3-C2*C2/3
IF(ABS(AA).LT.1E-11)AA=0

BB=C2*(2*C2*C2/27-C3/3)+C4
IF(ABS(BB).LT.1E-11)BB=0

IF(AA.EQ.0.AND.B.EQ.0)GOTO3C
```

C* E DELTA DEFINIDO POR:

```
DELTA=(AA**3)/27+0.25*(BB*BB)
```

C* DEPENDENDO DO VALOR DE DELTA TEM-SE:

```
IF(DELTA)20,30,40
```

C* PARA DELTA MENOR QUE ZERO

```
20  E0=2*SQRT(-AA/3)
    PI=ATAN(1)*8./3.
    FI=ARCOS(-BB/(2*SQRT(-AA*AA*AA/27)))/3
    Z(1)=E0*COS(FI)
    ZI(1)=0.
    Z(2)=E0*COS(FI+PI)
    ZI(2)=0.
    Z(3)=E0*COS(FI-PI)
    ZI(3)=0.
    IFLAG=33
    GO TO 50
```

C* PARA DELTA NULO

```
30  Z(1)=2*SIGN(1,-BB)*(ABS(BB)/2)**(1./3.)
    ZI(1)=0.
    Z(2)=-0.5*Z(1)
    ZI(2)=0.
    Z(3)=Z(2)
    ZI(3)=0.
    IFLAG=33
    GO TO 50
```

C* PARA DELTA MAIOR QUE ZERO

```
40  DELTA=SQRT(DELTA)
    F1=(-0.5*BB+DELTA)
    F2=F1-2*DELTA
    F3=1./3.
    F1=SIGN(1,F1)*ABS(F1)**(F3)
    F2=SIGN(1,F2)*ABS(F2)**(F3)
    Z(1)=F1+F2
    ZI(1)=0.
    Z(2)=-0.5*Z(1)
    ZI(2)=0.5*SQRT(3.)*(F1-F2)
    Z(3)=Z(2)
    ZI(3)=-ZI(2)
```

C* ASSIM AS RAIZES DE 3.1 SERAO AS RAIZES DE
C* 3.3 INCREMENTADAS DE S

```
50   DO 60 I=1,3
      Z(I)=Z(I)+S
60   CONTINUE
      RETURN

70   IFLAG=-20
      IF(B.EQ.0)IFLAG=IFLAG+10
      IF(B.EQ.0.AND.C.EQ.0)IFLAG=IFLAG+10
      RETURN

77   Z(3)=0.
      ZI(3)=0.
      IF(C.EQ.0)GO TO 80
      CALL SP2G(A,B,C,Y,IFLAG)
      Z(1)=Y(1)
      ZI(1)=YI(1)
      Z(2)=Y(2)
      ZI(2)=YI(2)
      IFLAG=IFLAG+11
      RETURN

80   Z(2)=0;ZI(2)=0
      Z(1)=-B/A;ZI(1)=0
      IFLAG=33
      RETURN
      END
```

```
C*****
      SUBROUTINE SP2G(A,B,C,Y,IFLAG)
C* ***** *****
C* PROPOSITO:  CALCULAR AS RAIZES DE POLINOMIO
C*             SEGUNDO GRAU.
C*
C* ENTRADAS:  COEFICIENTES      A,B,C      DO
C*             POLINOMIO:
C*             2
C*             A*Y  + B*Y  + C = 0
C*
C* SAIDAS:  Y - VEIOR DIMENSAC 2.  PARTE REAL DAS
C*           RAIZES
C*           YI - VEIOR DIMENSAC 2.  PARTE IMAGINARIA
C*           DAS RAIZES
C*           IFLAG - ASSUME VALOR DE 9 -10 A 22 A ONDE
C*                 A DEZENA INFORMA O GRAU POLINOMIO
C*                 SOLUCIONADO. A UNIDADE INFORMA O
C*                 NUMERO DE RAIZES PURAMENTE REAIS.
C*                 CASO SEJA NEGATIVO A DEZENA IN-
C*                 FORMA O GRAU DO POLINOMIO MINIMO, E
C*                 OS VALORES DOS CONJUNTOS Y E YI NAO
C*                 TEM SIGNIFICACO MATEMATICO..
C*****
      DIMENSION Y(2)
      COMMON/SP2G/YI(2)
      IF(A.EQ.0)GO TO 40
      IF(C.EQ.0)GO TO 45
      BB=B/A
      CC=C/A
      DELTA=BB*BB-4*CC
      BB=-0.5*BB
      IF(ABS(DELTA).LT.1.E-11)DELTA=0
      IF(DELTA)10,20,30
10  DELTA=0.5*SQRT(-DELTA)
      Y(1)=BB
      YI(1)=DELTA
      Y(2)=Y(1)
      YI(2)=-DELTA
      IFLAG=20
      RETURN
20  Y(1)=BB
      YI(1)=0.
      Y(2)=Y(1)
      YI(2)=0.
      IFLAG=22
      RETURN
30  DELTA=0.5*SQRT(DELTA)
      Y(1)=BB+DELTA
      YI(1)=0.
      Y(2)=BB-DELTA
      YI(2)=0.
```

```
      IFLAG=22
      RETURN

40    IFLAG=-10
      RETURN

45    Y(2)=0;YI(2)=0
      Y(1)=-B/A;YI(1)=0
      IFLAG=22
      RETURN
      END
```

```
C*****
      SUBROUTINE CONSON
C* *****
C*
C* PROPOSITO : GERAR OS VALORES DE CONSTANTES USADAS NA ROTINA
C*
C* SAIDAS : VIA COMMON
C*          CONSTANTAS MATEMATICAS /CONSO1/PI,PIV2,PID2
C*
C*          PI = PI
C*          PIV2 = 2 * PI
C*          PID2 = PI / 2
C*
C*          CONSTANTES TERRESTRES /CONSO2/RT,GMT
C*
C*          RT - RAIO DA TERRA (METROS)
C*          GMT - CONSTANTE DE GRAVITACAO DA TERRA
C*                (M**3/S**2)
C*
C*****
      COMMON/CONSO1/PI,PIV2,PID2
      COMMON/CONSO2/RT,GMT
      COMMON/CONSO3/MAT
      DOUBLE PRECISION V

C* CONSTANTES MATEMATICAS

      V = DATAN(1.D0)
      V = V+V
      PID2=V
      V=V+V
      PI=V
      V=V+V
      PIV2=V

C* CONSTANTES TERRESTRES

      RT=6378160.
      GMT=3.9860E+14
      MAT=1
      RETURN
      END
```