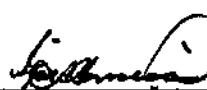
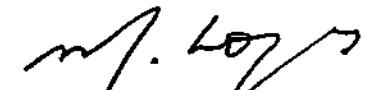
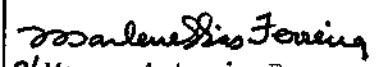


1. Publicação nº INPE-4744-PRE/1418	2. Versão	3. Data Dez. 1988	5. Distribuição <input type="checkbox"/> Interna <input checked="" type="checkbox"/> Externa <input type="checkbox"/> Restrita
4. Origem DCG	Programa A85.		
6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) ATITUDE "JITTER" DESALINHAMENTOS FLEXIBILIDADE ROTAÇÃO DUAL ROTOR PAINÉIS SOLARES			
7. C.D.U.: 629.7.062.2			
8. Título ESTUDO DO "JITTER" NA ATITUDE DE UM SATELITE ARTIFICIAL COM PAINÉIS FLEXÍVEIS: ESTABILIZADOS POR ROTAÇÃO DUAL	10. Páginas: ?		
9. Autoria Ijar Milagre da Fonseca	11. Última página: 6		
Assinatura responsável 	12. Revisada por  Marcelo Lopes O. Souza		
14. Resumo/Notas	13. Autorizada por  P/ Marco Antonio Raupp - Diretor Geral -		
<p>Este trabalho estuda o "Jitter" na atitude de um satélite artificial com painéis flexíveis estabilizado por rotação dual. Os deslocamentos elásticos dos painéis foram discretizados pelo método dos modos admitidos, tendo em vista a obtenção de um modelo descrito unicamente por equações diferenciais ordinárias. A formulação Lagrangiana foi utilizada na dedução das equações do movimento, que então foram integradas numericamente. Os resultados, apresentados em forma de gráficos, mostram o efeito do desalinhamento do rotor e da flexibilidade dos painéis na atitude. E mostram que o requisito do "Jitter" para o satélite em estudo é satisfeito.</p>			
15. Observações Este trabalho foi apresentado no 7º Congresso Brasileiro de Automática, 15 a 19 de agosto no ITA, São José dos Campos.			

ESTUDO DO "JITTER" NA ATITUDE DE UM SATELITE ARTIFICIAL COM
PAINÉIS FLEXÍVEIS ESTABILIZADO POR ROTAÇÃO DUAL

Ijar Milagre da Fonseca

Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE/São José dos Campos
Departamento de Controle e Guiagem - DCG
Caixa Postal 515 - CEP. 12201, MCT, SP

Resumo

Este trabalho estuda o "Jitter" na atitude de um satélite artificial com painéis flexíveis estabilizado por rotação dual. Os deslocamentos elásticos dos painéis foram discretizados pelo método dos modos admitidos, tendo em vista a obtenção de um modelo descrito unicamente por equações diferenciais ordinárias. A formulação Lagrangiana foi utilizada na dedução das equações do movimento, que então foram integradas numericamente. Os resultados, apresentados em forma de gráficos, mostram o efeito do desalinhamento do rotor e da flexibilidade dos painéis na atitude. E mostram que o requisito do "Jitter" para o satélite em estudo é satisfeito.

STUDY OF THE JITTER ON THE ATTITUDE OF A DUAL SPIN
STABILIZED SATELLITE WITH FLEXIBLE SOLAR PANELS

Abstract

This work studies the Jitter on the attitude motion of a spin stabilized satellite with two flexible solar panels. The panels vibration displacements are discretized by the assumed modes method to obtain a model described by ordinary differential equations only. The Lagrangian formulation was used to derive the equations of motion. These equations were integrated numerically and the results, presented in graphical form, show the effects of the rotor misalignment and of the flexibility of the solar panels on the attitude motion. They also show that the Jitter specification for the satellite under study is satisfied.

Keywords: Attitude, Jitter, Misalignments, Flexibility, dual spin, rotor, solar panels.

1. INTRODUÇÃO

Os movimentos de alta frequência e de pequena amplitude na atitude de satélites artificiais são denominados "Jitter". Eles têm sua origem, por exemplo, nos desalinhamentos de rotores e/ou nos efeitos da flexibilidade de partes elásticas da espaçonave. A importância do "Jitter" depende das especificações da missão, relativas ao apontamento de câmeras ou antenas para a Terra (1). Em adição tal tipo de movimento é estudado também quando se trata de missões tripuladas, tendo em vista o conforto da tripulação. As fontes de energia para o "Jitter", neste caso, são os movimentos de tripulantes na espaçonave (2). É desejável que os efeitos da flexibilidade de painéis solares e/ou outros elementos elásticos, bem como os de desalinhamentos de volantes de inércia e/ou de rodas a reação sejam de alta frequência e baixa amplitude, para não

sobrecarregar o sistema de controle. No entanto tendo em vista os problemas de combustível, peso da nave e espaço no veículo lançador, os painéis, por exemplo, tendem a ser delgados e muito flexíveis. Portanto é necessário um compromisso no sentido de otimizar a massa e a rigidez dos elementos elásticos para não sobrecarregar o sistema de controle.

No presente estudo tem-se o satélite constituído de um corpo central rígido com dois painéis flexíveis e um rotor para prover a estabilização por rotação dual, conforme mostrado na Figura 1. Seu objetivo é analisar se os efeitos do "Jitter" atendem às especificações de apontamento para a Terra.

2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Considerem-se os referenciais mostrados na Figura 1:

$PX_I Y_I Z_I$ - Referencial com direções iniciais e com sua origem no centro de massa, cm, da plataforma (ponto P);

$PXYZ$ - Sistema central de inércia do satélite no estado não deformado dos painéis;

$A^X_{ai} Y_{ai} Z_{ai}$ - Sistema de referência dos painéis, com origem no ponto A (Figura 1);

$R^X_R Y_R Z_R$ - Sistema central de inércia do rotor, cujo cm coincide com o ponto R.

e) A velocidade angular do rotor é constante;

2.1 - EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

A formulação Lagrangiana é utilizada na dedução das equações do movimento a seguir.

Sejam as posições absolutas dos elementos de massas da plataforma, rotor e painéis, dadas por:

$$\begin{aligned} \overset{+}{R}_S &= \overset{+}{r}_S \\ \overset{+}{R}_R &= h + \overset{+}{r}_R + \overset{+}{\epsilon} \\ \overset{+}{R}_{ai} &= b_i + \overset{+}{r}_{ai} + \overset{+}{e}_i \end{aligned} \quad (1)$$

$i = 1, 2$

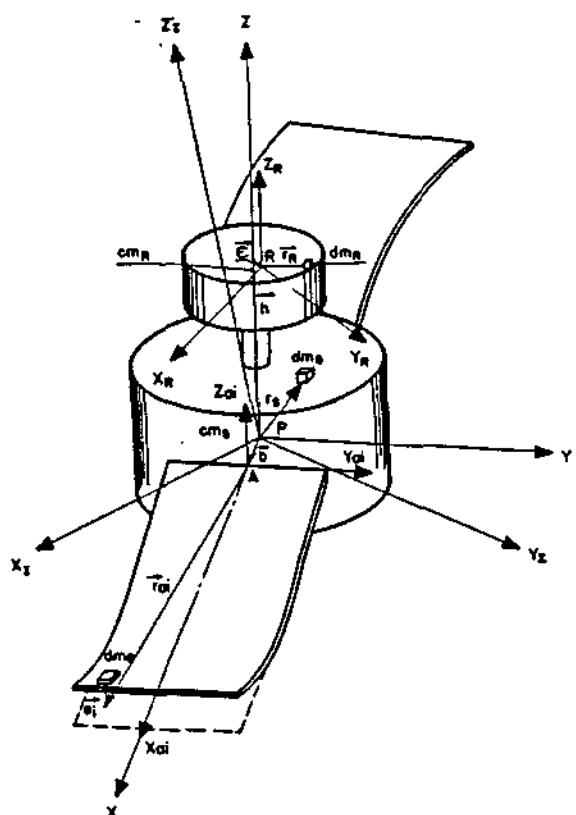


Fig. 1: Configuração do satélite no estado deformado dos painéis.

São admitidas as seguintes hipóteses:

- A plataforma e o rotor possuem simetria axial;
- O cm. do satélite é fixo e coincide com o cm. da plataforma;
- O desbalanceamento dinâmico do rotor é nulo;
- O movimento de flexão é considerado sómente na direção do eixo z;

É conveniente representar o deslocamento elástico $e(x, y, z, t)$ em termos de um conjunto de funções admissíveis, que podem ser arbitrárias desde que satisfacam, no mínimo, as condições geométricas de contorno. Os modos exatos de vibração de placas retangulares, engastadas de um lado e livre dos outros três lados, não são conhecidas. Contudo, para uma placa, o deslocamento elástico pode ser aproximado na forma:

$$e_i(x, y, z, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_m(x) \psi_n(y) q_{mn}(t) \quad (2)$$

Aqui $\phi_m(x)$ e $\psi_n(y)$ são escolhidos como seno das funções características de vigas engastada-livre e livre-livre, respectivamente. Considerando somente o 1º modo de vibração tem-se (1):

$$\begin{aligned} \phi_1(x) &= \phi(x) = \cos h \left[\frac{\lambda_1}{2} \right] x - \tau_1 \left[\sin h \left(\frac{\lambda_1}{2} \right) x - \right. \\ &\quad \left. - \sin \left(\frac{\lambda_1}{2} \right) x \right] - \cos \left(\frac{\lambda_1}{2} \right) x \quad (3). \end{aligned}$$

onde λ_1 é a raiz da equação transcendental:

$$1 + \cos h \lambda \cos \lambda = 0 \quad (4)$$

e

$$\tau_1 = \frac{\sin \lambda_1 - \sin h \lambda_1}{\cos \lambda_1 + \cos h \lambda_1} \quad (5)$$

$e_{111}(t) = q$ é a coordenada generalizada associada ao 1º modo de vibração para o painel 1. Neste trabalho considerou-se $q_{111}(t) = -q_{112}(t)$.

Seja a taxa de variação no tempo das eqs. (1):

$$\begin{aligned}\dot{\vec{r}}_s &= \vec{w} \times \vec{r}_s = [\vec{r}_s]^T (\vec{w}) \\ \dot{\vec{r}}_R &= (\vec{w} + \vec{v}_p) \times (\vec{h} + \vec{r}_R + \vec{e}) = [\vec{h} + \vec{r}_R + \vec{e}]^T (\vec{w}_z^R) \quad (6)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\vec{r}}_{ai} &= \vec{w} \times (\vec{b}_i + \vec{r}_{ai} + \vec{e}_i) + \vec{e}_i = \\ &= [\vec{b}_i + \vec{r}_{ai} + \vec{e}_i]^T (\vec{w}) + (\vec{e}_i)\end{aligned}$$

Os índices s , R , e e a_i significam satélite (s), rotor (R) e painéis (a_i).

Nas equações (6):

$(\vec{w}) = (w_x, w_y, w_z)^T$, velocidade angular absoluta do satélite;

$(\vec{w}_z^R) = (\vec{w}) + (\vec{w}_R)$, velocidade angular absoluta do rotor.

$$(\vec{e}_i) = (0 \ 0 \ \phi_i(x) q_i)^T$$

$$[\vec{r}_s] = \begin{bmatrix} 0 & -z_s & y_s \\ z_s & 0 & -x_s \\ -y_s & x_s & 0 \end{bmatrix}$$

$$[\vec{h} + \vec{e} + \vec{r}_R] = \begin{bmatrix} 0 & -(h + z_R) & (y_R + e_y) \\ (h + z_R) & 0 & -(x_R + e_x) \\ -(y_R + e_y) & (x_R + e_x) & 0 \end{bmatrix}$$

\vec{e} é o desalinhamento linear do rotor, dado por $(\vec{e}) = (e_x \ e_y \ 0)$

$(h) = (0 \ 0 \ h)$, posição do rotor em relação ao cm. do satélite;

$(\vec{b}_i) = (b_i \ 0 \ 0)$, posição do ponto A_i em relação ao cm. do satélite.

A energia cinética de rotação do satélite, T , é dado por:

$$\begin{aligned}T &= \frac{1}{2} (\vec{w})^T [J_T] (\vec{w}) + \frac{1}{2} (\vec{w}_R)^T [J_R] (\vec{w}_R) + \\ &\quad (\vec{w})^T [J_R] (\vec{w}_R) + \frac{1}{2} \int_{m_{ai}} (\vec{e}_i)^T (\vec{e}_i) dm_{ai} + \\ &\quad (\vec{w})^T [\vec{b}_i] (\vec{P}_i) + (\vec{w})^T (h_{Ei}) \dot{q}_i \quad (7)\end{aligned}$$

onde:

$$P_i = \int_{m_a} \vec{e}_i dm_a$$

$$h_E = \int_{m_a} (\vec{r}_a + \vec{e}) dm_{ai}$$

$[J_T]$ é a matriz de inércia total do satélite no estado deformado, dada por:

$$[J_T] = \begin{bmatrix} A + A_e q^2 & -m_R e_x e_y & -m_R e_x h - I_{xz} q \\ -m_R e_x e_y & B + A_e q^2 & -m_R b e_y \\ -m_R e_x h - I_{xz} q & -m_R e_y h & C \end{bmatrix}$$

$$A = A_u + m_R (h^2 + e_y^2)$$

$$B = A_u + m_R (h^2 + e_x^2) + m_a (b^2 + 2b \cdot d)$$

$$C = C_u + m_R (e_x^2 + e_y^2) + m_a (b^2 + 2b \cdot d)$$

$$[J_R] = \begin{bmatrix} A_R & 0 & 0 \\ 0 & A_R & 0 \\ 0 & 0 & C_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_R (h_x^2 + e_y^2) & -m_R e_x e_y \\ -m_R e_x e_y & m_R (h_x^2 + e_x^2) \\ -m_R h e_x & -m_R e_y h \end{bmatrix}$$

$$[\vec{b}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b \\ 0 & b & 0 \end{bmatrix}$$

$$(h_E) = \begin{cases} 0 \\ - \int_{m_a} \phi(x) x dm_a \\ 0 \end{cases}$$

A equação de movimento rotacional é:

$$(\ddot{\epsilon})^T \{ \dot{\epsilon} \} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ A_e \dot{q}^2 \end{Bmatrix}$$

$$A_e = \int_{m_a} (\phi(x))^2 dm_a$$

$$I_{xze} = \int_{m_a} (b + x_a) \phi(x) dm_a$$

A energia potencial do satélite pode ser escrita na forma:

$$V = \frac{1}{2} A_e w_f^2 q_1^2 \quad (8)$$

onde:

w_f é a frequência associada ao primeiro modo de vibração.

A função Lagrangiana é:

$$\begin{aligned} L = T - V = \frac{1}{2} [(A + 2A_e q^2) w_x^2 + (B + 2A_e q^2) w_y^2 + \\ C w_z^2 + C_R w_R^2] + A_e \dot{q}^2 - m_R \epsilon_x \epsilon_y w_x w_y \\ + 2I_{xze} w_x w_z \dot{q} - m_R \epsilon_y h w_y w_z - \\ m_R \epsilon_x h w_x w_R - m_R \epsilon_y h w_R + C_R w_z w_R + \\ 2I_{xze} w_y \dot{q} - A_e q^2 w_f^2 - m_R \epsilon_x h w_x w_z \quad (9) \end{aligned}$$

onde A , B e C são os momentos de inércia total do satélite no estado não deformado dos painéis.

As equações do movimento rotacional são dadas por (3):

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial T}{\partial \dot{w}} \right\} + [\tilde{\omega}] \left\{ \frac{\partial T}{\partial w} \right\} = \{M \} \quad (10)$$

onde:

$$[\tilde{\omega}] = \begin{bmatrix} 0 & -w_z & w_y \\ w_z & 0 & -w_x \\ -w_y & w_x & 0 \end{bmatrix}$$

$$\{M\} = \{M_x \ M_y \ M_z\}$$

MOVIMENTO ELÁSTICO

M_x , M_y e M_z são as componentes dos torques externos.

A equação do movimento elástico é dada por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = Q_q \quad (11)$$

onde Q_q é a força generalizada associada ao movimento elástico.

Usando as eqs. (9), (10) e (11) tem-se:

$$\begin{aligned} (A + 2A_e q^2) \dot{w}_x - m_R \epsilon_x \epsilon_y (\dot{w}_y - w_x w_z) - (m_R \epsilon_x h + \\ 2I_{xze} q) (\dot{w}_z + w_x w_y) + (C - B - 2A_e q^2) w_y w_z + \\ m_R \epsilon_y h (w_z^2 - w_y^2) - 2I_{xze} w_z \dot{q} + 2A_e q \dot{q} w_x + \\ C_R w_y w_R + m_R \epsilon_y h w_R = M_x \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (B + 2A_e q^2) \dot{w}_y - m_R \epsilon_x \epsilon_y (\dot{w}_x + w_y w_z) - m_R \epsilon_y h (\dot{w}_z - \\ w_x w_y) - m_R \epsilon_x h w_z w_R - (C - A - 2A_e q^2) w_x w_z + \\ (m_R \epsilon_x h + 2I_{xze} q) (w_x^2 - w_z^2) - C_R w_x w_R + 2I_{xze} \dot{q} + \\ 2A_e q \dot{q} w_y = M_y \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{w}_z - (m_R \epsilon_h + 2I_{xze} q) (\dot{w}_x - w_y w_z) - m_R \epsilon_y h (\dot{w}_y + \\ w_x w_z) + (B - A) w_x w_y + m_R \epsilon_x \epsilon_y (w_y^2 - w_x^2) + m_R \epsilon_x h w_y w_R \\ - m_R \epsilon_x w_x w_z - 2I_{xze} w_x \dot{q} = M_z \quad (14) \end{aligned}$$

$$\dot{q} + \{w_f^2 - (w_x^2 + w_y^2)\} q + \frac{c}{2A_e} \dot{q} + \frac{I_{xze}}{A_e} (\dot{w}_y - w_x w_z) = 0 \quad (15)$$

onde c é um coeficiente de amortecimento associado ao material dos painéis.

As eqs. (12) a (15) referem-se à dinâmica do satélite. Para determinar as equações cinemáticas de Euler associadas às equações dinâmicas considerem-se a sequência de rotações sucessivas descritas a seguir:

- Rotação de um ângulo θ_2 em torno do eixo y_1 .
- Rotação de um ângulo θ_1 em torno do eixo intermediário x'_1 .
- Rotação de um ângulo θ_3 em torno do eixo z do satélite.

As três rotações são ilustradas na Figura 2.

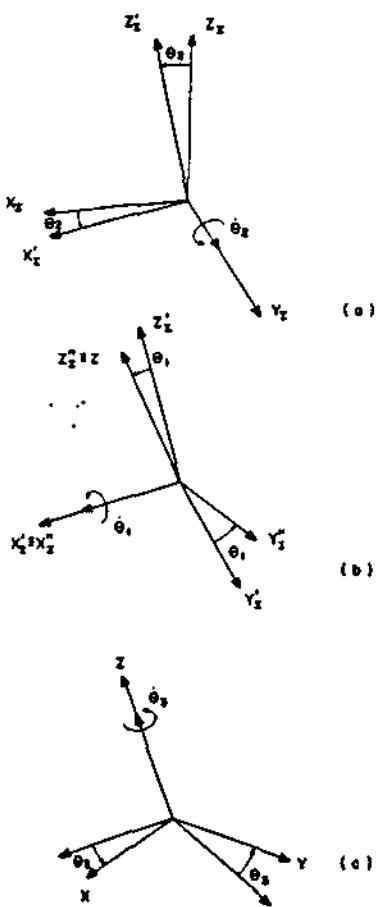


Fig. 2: Sequência de rotações que permitem relacionar os eixos do corpo com o sistema PK'Y'Z'.

Nota-se que os eixos segundo as velocidades angulares não são ortogonais. Além disso a velocidade angular orbital não é levada em conta tendo em vista o curto intervalo de tempo analisado nos pequenos movimentos de atitude (Jitter). A sequência de rotações descritas na Figura 2 permite escrever as componentes da velocidade angular absoluta no sistema de eixos principais de inércia do veículo em função dos ângulos de atitude e sua taxa de variação no tempo:

$$\begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & \cos \theta_1 \sin \theta_3 & 0 \\ -\sin \theta_3 & \cos \theta_1 \cos \theta_3 & 0 \\ 0 & -\sin \theta_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Invertendo este sistema de operações tem-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 \\ \sec \theta_1 \sin \theta_3 & \sin \theta_1 \cos \theta_3 & 0 \\ \tan \theta_1 \sin \theta_3 & \tan \theta_1 \cos \theta_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} \quad (17)$$

Considerem-se as definições:

$$\begin{aligned} x_1 &= q \\ x_2 &= \dot{x}_1 \\ x_3 &= w_x \\ x_4 &= w_y \\ x_5 &= w_z \\ x_6 &= \theta_1 \\ x_7 &= \theta_2 \\ x_8 &= \theta_3 \end{aligned} \quad (18)$$

Substituindo as eqs. (18) nas eqs. (12) a (15) e na eq. (17) obtém-se o sistema de equações diferenciais de 1ª ordem a serem integradas numericamente.

3. APLICAÇÃO NUMÉRICA E RESULTADOS

Para se fazer a integração numérica foram determinadas as condições iniciais em amplitude para os painéis. Para se fazer isso especificou-se o material dos painéis bem como sua secção transversal. Esta por sua vez foi dimensionada objetivando atender os requisitos de massa e área mínima dos painéis. Além disso procurou-se a máxima rigidez para os painéis em função de sua massa.

Os dados usados na simulação numérica foram:

ϵ	$= 5,08 \times 10^{-3}$ m
w_R	$= 2,000$ rpm
m_R	$= 2,663$ kg
m_a	$= 3,6$ kg
m_s	$= 147$ kg
d	$= 0,45 \times 10^{-3}$ m
l	$= 0,456$ m
L	$= 2,616$ m
E	$= 72 \times 10^9$ N/m ² (módulo de young)
C_o	$= 0,0127$ m
w_f	$= 9,046$ h ₂

onde: L , b , t são o comprimento, largura e espessura da chapa do painel, respectivamente; c é a altura da colmeia dos painéis solares. Os índices a , R e s indicam o painel, o rotor e o satélite, respectivamente. O valor do desalinhamento linear do cm do rotor, ϵ , caracteriza a alta precisão de tais equipamentos.

A especificação do "Jitter" para o satélite em estudo é de 20 segundos de arco. Os resultados, mostrados nos gráficos que se seguem, evidenciam que tal requisito é plenamente satisfeito. A alta frequência do rotor associada ao desalinhamento do mesmo em relação ao eixo principal de inércia z do satélite ondula o movimento de atitude do veículo espacial. É um movimento de alta frequência e de baixa amplitude conforme pode-se observar nos gráficos que se seguem:

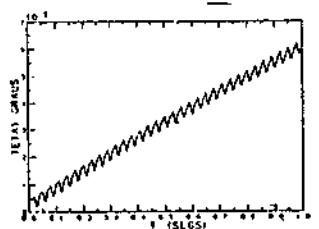


Fig. 3: Ângulo de atitude θ_1

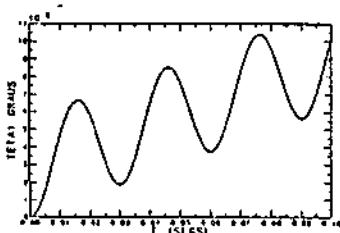


Fig. 4: Detalhe da Fig.3

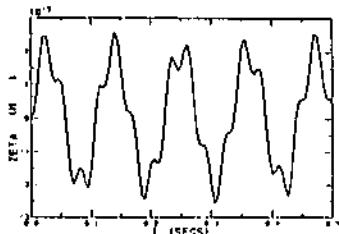


Fig. 5: Deslocamento elástico $q=\zeta$

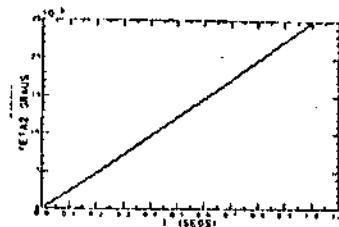


Fig.6 : Ângulo de atitude θ_2

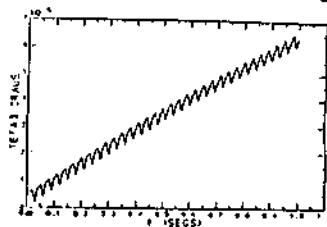


Fig.7 : Ângulo de atitude θ_2

A vibração dos painéis não afeta o movimento de atitude, para o primeiro modo aqui considerado. Isto se deve ao fato de a relação entre as massas dos painéis e do satélite ser pequena e a frequência do primeiro modo de vibração ser baixa.

4. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Foi desenvolvido o modelo matemática para um satélite tipo rotação dual, contendo dois painéis flexíveis. O deslocamento elástico foi discretizado pelo método dos modos admitidos e considerou-se somente o primeiro modo de vibração. As equações do movimento foram integradas numericamente e os resultados, mostrados em forma de gráficos, evidenciam o efeito "Jitter" na atitude do satélite. Como fonte do "Jitter" considerou-se somente o desalinhamento linear do rotor. Sugere-se em estudos posteriores a inclusão do desalinhamento angular do rotor e de modos de vibração superiores ao primeiro, como considerado aqui.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Hammond, M.J. (Oct 1973). A Survey of Earth Surface Observation Satellites and The Interface Between Remote Sensor and Attitude Control System. *ESA SP-128*.
- Burton, M., Farrow, J.B. and Elkins, P.J.A. (Oct. 1977). Preliminary Study of Attitude Measurement and Control Requirement for Earth Resources Satellites. *ESA SP-128*.
- Meirovitch, L. (1970), *Methods of Analytical Dynamics*, McGraw-Hill Book Company.



PROPOSTA PARA
PUBICAÇÃO

- DISSERTAÇÃO
 TESE
 RELATÓRIO
 OUTROS

TÍTULO
Estudo "Jette" na altitude de um satélite artificial com painéis flexíveis estabilizados por rotações dual".

IDENTIFICAÇÃO

AUTOR(ES)

ORIENTADOR

Iajar Milagre da Fonseca

CO-ORIENTADOR

ESSE OU TESSE

LIMITE DEFESA CURSO ORGÃO

/ / / /

NOME DO REVISOR

Marcelo Lopes de Oliveira e Souza

DÉCIO CASTILHO CEBALLOS

APROVADO

REV. TÉCNICA

RECEBIDO DEVOLVIDO ASSINATURA

/ / / /

APROVADO

SIM
NÃO

DATA DE APROVAÇÃO ASSINATURA

Centro de Pesquisas e Desenvolvimento
Centro de Engenharia e Pesquisa

DIRETOR

REV. LINGUAGEM

Nº PRIOR RECEBIDO NOME DO REVISOR

/ / / /

OS AUTORES DEVEM MENCIONAR NO VERSO INSTRUÇÕES ESPECÍFICAS, ANEXANDO NORMAS, SE HOUVER

PÁG. DEVOLVIDO ASSINATURA

/ / /

RECEBIDO DEVOLVIDO NOME DA DATILOGRAFA

/ / /

AUTORIZA PUBLICAÇÃO

 SIM
 NÃO

/ / /

DIRETOR

OBSERVAÇÕES E NOTAS