
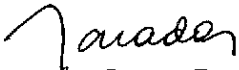


1. Publicação nº <i>INPE-3129-PRE/520</i>	2. Versão	3. Data <i>Maio, 1984</i>	5. Distribuição <input type="checkbox"/> Interna <input checked="" type="checkbox"/> Externa
4. Origem <i>DME/DAM</i>	Programa <i>RECAT</i>		<input type="checkbox"/> Restrita
6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) <i>CAMADA LIMITE</i> <i>FUNÇÕES DE SIMILARIDADE</i>			
7. C.D.U.: <i>551.551.2</i>			
8. Título <i>UM ESTUDO DAS FUNÇÕES DE SIMILARIDADE DA CAMADA LIMITE PLANETÁRIA. PARTE I: TEORIA</i>		10. Páginas: <i>28</i>	11. Última página: <i>26</i>
9. Autoria <i>Y. Viswanadham</i> <i>Júlio César Santos Chagas</i>		12. Revisada por  <i>José Aparecido Torsani</i>	
Assinatura responsável <i>Y. Viswanadham</i>		13. Autorizada por  <i>Nelson de Jesus Parada</i> <i>Diretor Geral</i>	
14. Resumo/Notas  <i>A extensão dos conceitos de similaridade assintótico ao escoamento nas camadas limites diabáticas é uma perspectiva desafiante. Nesta primeira parte, as expressões teóricas simplificadas das funções de similaridade A, B e C são apresentadas usando a teoria da similaridade do número de Rossby da Camada Limite Planetária. Na segunda parte, utilizam-se estas expressões para calcular os valores numéricos das funções A, B e C para uma ampla seleção de condições instáveis na atmosfera com os recentes dados experimentais de Koorin, Austrália.</i>			
15. Observações <i>Submetido à Revista Ciência e Cultura.</i>			

UM ESTUDO DAS FUNÇÕES DE SIMILARIDADE DA CAMADA  
LIMITE PLANETÁRIA. PARTE I: TEORIA

Y. Viswanadham<sup>1</sup>

Júlio Cesar Santos Chagas<sup>2</sup>

Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq  
Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE  
12.200 - São José dos Campos, SP, Brazil

RESUMO

A extensão dos conceitos de similaridade assintótica ao escoamento nas camadas limites diabáticas é uma perspectiva desafiante. Nesta primeira parte, as expressões teóricas simplificadas das funções de similaridade A, B e C são apresentadas usando a teoria da similaridade do número de Rossby da Camada Limite Planetária. Na segunda parte, utilizam-se estas expressões para calcular os valores numéricos das funções A, B e C para uma ampla seleção de condições insustentáveis na atmosfera com os recentes dados experimentais de Koorin, Austrália.

---

(1) Pesquisador, INPE, São José dos Campos, SP.

(2) Bolsista, FAPESP, São Paulo.

## 1. Introdução

Ultimamente têm sido desenvolvidos modelos numéricos da circulação geral da atmosfera. Tais modelos se propõem a simular as condições da atmosfera com o objetivo de fazer previsões das condições do tempo e de mudanças climáticas. Em geral, nesses modelos o espaçamento horizontal é da ordem de algumas centenas de quilômetros, e o vertical da ordem de cinquenta metros para a atmosfera inferior e de alguns quilômetros para a atmosfera livre (Bhumralkar, 1975a,b). Para a simulação em tempo maior que dois dias, devem-se levar em conta outros processos físicos de escala menor que o tamanho da grade que podem interagir com os processos de grande escala, tais como radiação, convecção e fluxos turbulentos de momentum, calor e umidade próximos à superfície. Com relação a esses fluxos, o problema consiste em entender como eles influenciam a circulação geral e, em contrapartida, como a circulação geral pode alterá-los, e como inserir esse conhecimento num modelo de circulação geral. É o que se chama parametrização dos fluxos turbulentos que ocorrem na Camada Limite (CL) ou, simplesmente, parametrização da Camada Limite. Não existe uma teoria fundamental da parametrização. Nos vários modelos atmosféricos têm sido usadas algumas teorias semi-empíricas, especialmente a "teoria K" e a "teoria da similaridade" (Monin e Obukhov, 1954; Blackadar, 1965; Monin e Zilitinkevich, 1967; Bhumralkar, 1975a; Orlanski et alii, 1975; Monin e Yaglom, 1977 e Viswanadham, 1982).

A Camada Limite Planetária representa papel importante na atmosfera como fonte de calor e sumidouro de momentum e o seu estudo, por si só, é tarefa cujos resultados encontram extensa aplicabilidade na solução de muitos problemas. A título de exemplo, podem-se citar os problemas ligados à agrometeorologia e à dispersão de poluentes. Além desses, devem-se incluir problemas de circulação geral da atmosfera em que, como já ficou dito, a CL influencia grandemente. Tal estudo deve estar baseado em alguma teoria a respeito da CL. O objetivo dessa teoria, quando a CL é considerada como parte da circulação geral, é relacionar a distribuição do vento e as distribuições dos fluxos de calor e vapor d'água dentro da CL com certos parâmetros externos.

Porém, ainda não foram obtidas, ao nível teórico, relações satisfatórias entre as covariâncias das flutuações turbulentas e a distribuição das variáveis médias. E isso constitui o principal obstáculo à consecução desse objetivo. Assim, os esforços dos pesquisadores têm-se concentrado na busca de relações empíricas.

Para chegar a essas relações, procede-se assim: a) Toma-se como ponto de partida um conjunto de equações gerais às quais deve obedecer o escoamento no interior da CL. b) Aplicam-se a essas equações condições de contorno apropriadas ao problema específico que se está estudando e fazem-se simplificações tendo em vista condições idealizadas (por exemplo, escoamento estacionário, homogeneidade horizontal). c) Consideram-se algumas hipóteses teóricas sobre os processos físicos envolvidos e sua descrição. d) Chega-se então a relações paramétricas onde aparecem funções ou constantes que podem ser determinadas empiricamente, ou seja, com a utilização de dados de observação.

## 2. Equações Básicas

O problema bidimensional (sem variação ao longo de uma das coordenadas horizontais) tem sido tratado mais extensivamente que o problema tridimensional (Bhumralkar, 1975a). Será apresentado, então, o primeiro, seguindo de perto a descrição de Estoque (1973). Para isso será usado um sistema de coordenadas cartesianas, sendo  $x$  e  $y$  as direções horizontais,  $z$  a direção vertical e  $t$  o tempo. Em geral, os chamados parâmetros externos são especificados em termos de características sinóticas e propriedades do terreno. Características sinóticas: vento geostrófico,  $\vec{V}_g(z)$  (ou o gradiente de pressão correspondente); distribuição em grande escala da temperatura potencial,  $\theta_g(z)$  e da razão de mistura,  $q_g(z)$ . Propriedades do terreno: parâmetro de rugosidade,  $z_0(x)$ ; temperatura,  $T_0(x,t)$ ; e razão de mistura,  $q_0(x,t)$ . As características internas da CL, que podem variar no espaço e no tempo, são: o vento horizontal  $\vec{V}$ , a velocidade vertical  $w$ , a temperatura  $T$ , a temperatura potencial  $\theta$ , a pressão  $p$  e a razão de mistura  $q$ . As equações básicas a serem resolvidas são as seguintes:

Equações do movimento:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -u \frac{\partial u}{\partial x} - w \frac{\partial u}{\partial z} + fv - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_x}{\partial z} \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -u \frac{\partial v}{\partial x} - w \frac{\partial v}{\partial z} - fu - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_y}{\partial z} \quad (2)$$

Equação da conservação do calor:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -u \frac{\partial \theta}{\partial x} - w \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} (H) + S_\theta \quad (3)$$

Equação da conservação da umidade:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -u \frac{\partial q}{\partial x} - w \frac{\partial q}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} (E) + S_q \quad (4)$$

Equação da continuidade:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

Equação do equilíbrio hidrostático e equação de estado:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g; \quad p = \rho RT \quad (6)$$

Definição da temperatura potencial:

$$\theta \equiv T \left( \frac{p_0}{p} \right)^{R/c_p} . \quad (7)$$

As quantidades  $\tau_x$ ,  $\tau_y$ , H e E representam, respectivamente, os fluxos totais de momentum, calor e vapor d'água.  $S_\theta$  e  $S_q$  são os termos fonte/sumidouro internos de calor e vapor d'água. Se  $\tau_x$ ,  $\tau_y$ , H, E,  $S_\theta$ ,  $S_q$  são especificados em termos das incógnitas, tem-se um problema fechdo.

As condições de contorno junto à superfície ( $z=z_0$ ) são:

$$u = v = w = 0,$$

$$T = T_0(x,t) \text{ ou } \theta = \theta_0(x,t),$$

$$q = q_0(x,t).$$

As condições laterais e superiores dependem do problema em questão. As condições iniciais consistem em especificar  $\vec{V}(x,z)$ ,  $\theta(x,z)$  e  $q(x,z)$  para o tempo  $t=0$ .

## 2.1 - Camada Limite Superficial

As hipóteses teóricas sobre as quais se assenta este estudo constituem a assim chamada Teoria da Similaridade. Essa teoria tem sido desenvolvida a partir da teoria de Monin e Obukhov(1954),apropriada à camada superficial, passando pela de Kazanski e Monin (1961) para uma camada limite atmosférica idealizada até teorias generalizadas e mais recentes (Garratt and Francey, 1978). A hipótese básica da teoria da similaridade pode ser assim enunciada: se for usado um valor característico apropriado para adimensionalizar uma certa variável no interior da CL, seu perfil seguirá uma função universal. A forma dessa função deve, em geral, ser determinada a partir de dados de observação.

Essa hipótese tem sido aplicada ao estudo de diversos modelos da CL. Apresentar-se-á um resumo dos principais resultados obtidos com essa aplicação. Ordenar-se-á a apresentação dos modelos mais simples até os mais complexos. Essa ordem corresponde aproximadamente à evolução cronológica do trabalho dos diversos pesquisadores.

Monin e Obukhov (1954), conforme assinalam Garratt e Francey (1978), aplicaram a hipótese de similaridade à camada superficial. Seus resultados são analisados pormenorizadamente por Monin e Yaglom (1977). O modelo utilizado tem as seguintes características: estratificação térmica, movimentos moleculares desprezíveis, escoamento estacionário, homogeneidade horizontal, ausência de fontes e/ou sumidouros internos, forças de Coriolis desprezíveis, eixo x do sistema de coordenadas orientado de modo a coincidir com a tensão de cisalhamento à superfície (dessa maneira,  $\tau_y=0$ ). Aplicando essas restrições às Equações básicas, 1 a 7, obtêm-se os resultados seguintes:

A Equação 1 se reduz a:

$$\frac{\partial \tau_x}{\partial z} = 0 \quad \text{ou} \quad \tau_x = - \rho_o \overline{u'w'} = \text{constante.} \quad (8a)$$

Em outras palavras, o fluxo de momentum é constante ( $\tau_o = \rho_o u_*^2$ ).

A Equação 3 fica:

$$\frac{\partial H}{\partial z} = 0 \quad \text{ou} \quad H = \rho_o c_p \overline{w'\theta'} = \text{constante} \quad (8b)$$

Ou seja, o fluxo de calor é constante.

Fazendo o mesmo com a Equação 4 conclui-se que o fluxo turbulento de vapor d'água ( $E = \rho_o \overline{w'q'}$ ) é constante na camada superficial.

Para aplicar conceitos de similaridade a esse modelo de camada superficial, é preciso saber de que parâmetros dependem as distribuições das variáveis médias. Para  $z \gg z_o$ , tal distribuição deve depender dos seguintes parâmetros dimensionais:

$$\left\{ u_*, \frac{H}{\rho_o c_p}, \frac{E}{\rho_o}, \frac{g}{\theta} \right\}, \quad (9)$$

onde  $u_*$  é a velocidade de fricção,  $H$  é o fluxo vertical turbulento de calor sensível,  $E$  é o fluxo vertical turbulento de vapor d'água,  $c_p$  é o calor específico do ar a pressão constante,  $\rho_0$  é a densidade absoluta média do ar,  $g$  é a aceleração devida à gravidade e  $\theta$  é a temperatura potencial média da camada. A partir desses parâmetros constroem-se os valores característicos para adimensionalizar as variáveis relevantes (velocidade do vento, temperatura, umidade e altura). Assim:

- Valor característico para a velocidade:

$$u_* = \left( \left| \tau_0 / \rho_0 \right| \right)^{1/2} \quad (10a)$$

- Valor característico para a temperatura:

$$T_* = \frac{-H}{k \rho_0 c_p u_*} \quad (10b)$$

- Valor característico para a umidade:

$$q_* = \frac{-E}{k \rho_0 u_*} \quad (10c)$$

- Valor característico para a altura:

$$L = \frac{-\theta \rho_0 c_p u_*^3}{k g H} \quad (10d)$$

$L$  é conhecido como escala de Monin-Obukhov. A constante de von Kármán,  $k$ , aparece por conveniência.

Expressa-se então a hipótese de similaridade: as variáveis adimensionais obtidas quando se usam os valores característicos  $u_*$ ,  $T_*$  e  $q_*$  são funções universais da altura não-dimensional  $\zeta$ , sendo  $\zeta = z/L$ . Pode-se então escrever:



$$\frac{kz}{u_*} \frac{\partial u}{\partial z} = \Phi_M(\zeta), \quad (11a)$$

$$\frac{z}{T_*} \frac{\partial \theta}{\partial z} = \Phi_H(\zeta), \quad (11b)$$

$$\frac{z}{q_*} \frac{\partial q}{\partial z} = \Phi_W(\zeta), \quad (11c)$$

onde  $\Phi_M(\zeta)$ ,  $\Phi_H(\zeta)$  e  $\Phi_W(\zeta)$  são funções universais. As Equações 11 implicam que os coeficientes de difusividade turbulenta para momentum, calor e vapor d'água sejam dados por:

$$K_M = \frac{k u_* z}{\Phi_M(\zeta)}, \quad K_H = \frac{k u_* z}{\Phi_H(\zeta)} \quad \text{e} \quad K_W = \frac{k u_* z}{\Phi_W(\zeta)},$$

respectivamente. Integrando a Equação 11 de  $z_0$  a  $z$  chega-se às expressões para os perfis de vento, temperatura potencial e umidade, respectivamente:

$$u = \frac{u_*}{k} \{ \ln(z/z_0) - \Psi_M(\zeta) \}, \quad (12a)$$

$$\theta - \theta_0 = \frac{T_*}{\alpha_1} \{ \ln(z/z_0) - \Psi_H(\zeta) \}, \quad (12b)$$

$$q - q_0 = \frac{q_*}{\alpha_2} \{ \ln(z/z_0) - \Psi_W(\zeta) \}. \quad (12c)$$

As funções  $\Psi_M(\zeta)$ ,  $\Psi_H(\zeta)$  e  $\Psi_W(\zeta)$  são conhecidas como funções de estabilidade e têm a seguinte forma:

$$\Psi_S(\zeta) = \int_0^{-\zeta} \frac{\{1 - \Phi_S(\xi)\}}{\xi} d\xi,$$

onde S pode ser M, H, ou W;  $\alpha_1 = K_H/K_M$ , inverso do número turbulento de Prandtl, e  $\alpha_2 = K_W/K_M$ , inverso do número turbulento de Schmidt. Segundo Monin (1973),  $\alpha_1 = \alpha_2$ . O conjunto de dados usado neste trabalho não dispõe de medidas de umidade necessárias à avaliação de  $\alpha_2$ . Assim, de agora em diante não serão feitas considerações sobre perfis de umidade.

## 2.2 - Camada Limite Planetária

Kazanski e Monin (1961) estenderam os conceitos de similaridade a toda a CL Planetária (Blackadar, 1967). Os resultados desse estudo foram perfis de vento da forma:

$$\frac{u}{u_*} = F_1\left(\frac{z}{h}, \frac{L}{h}\right) - F_1\left(\frac{z_0}{h}, \frac{L}{h}\right),$$

$$\frac{v}{u_*} = F_2\left(\frac{z}{h}, \frac{L}{h}\right) - F_2\left(\frac{z_0}{h}, \frac{L}{h}\right),$$

onde h é uma escala para a altura da CL, e  $F_1$  e  $F_2$  são funções universais. Essa formulação, entretanto, não é apropriada para a determinação de relações entre parâmetros externos e características internas da CL, pois não leva em conta o escoamento geostrófico que pode ser atingido na sua porção superior (Blackadar, 1967). Blackadar e Tennekes (1968) estudaram um modelo de CL barotrópica neutra. Nesse estudo usaram o conceito de "similaridade assintótica" ou "similaridade do número de Rossby" de que se voltará a falar adiante.

Tomando como base os resultados de Blackadar (1967), Monin (1973) e o levantamento feito por Bhumralkar (1975a), apresentar-se-á uma formulação aplicada à CL termicamente estratificada. O modelo utilizado tem as seguintes características: estratificação térmica, movimentos moleculares desprezíveis, escoamento estacionário, homogeneidade de horizontal, ausência de fontes e/ou sumidouros internos. Aplicando essas restrições às equações básicas, chegar-se-á às equações do movimento:

$$f (v-v_g) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_x}{\partial z} = 0, \quad (13a)$$

$$- f (u-u_g) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_y}{\partial z} = 0, \quad (13b)$$

e a Equação 8b para o fluxo de calor. A diferença principal entre esse modelo e o anterior está no fato de se estender até o topo da CL, através de uma região em que a força de Coriolis se torna significativa. Assim, ao Conjunto 9 de parâmetros relevantes deve-se acrescentar  $f$ , o parâmetro de Coriolis. Além disso, para uma formulação mais geral, não se considera a restrição  $z \gg z_0$  e assim as características da turbulência devem depender também de  $z_0$ . Deve-se ainda levar em conta o vento geostrófico  $\vec{V}_g$ . Tem-se então o conjunto de parâmetros dos quais devem depender as distribuições das variáveis médias:

$$\{u_*, \frac{H}{c_p \rho_0}, \frac{g}{\theta}, f, z_0, \vec{V}_g\}$$

Os valores característicos serão os mesmos já definidos na Equação 10. Além de  $L$  pode-se construir mais uma combinação com dimensão de altura:  $h = ku_*/f$  que, supõe-se, é proporcional à altura real da CL. Usando esses valores característicos, obtêm-se variáveis adimensionais que podem, nesse caso, ser escritas como funções universais de:

$$\xi = \frac{z}{h} = \frac{zf}{ku_*}, \quad \mu = \frac{h}{L} = \frac{-k^2 g H}{c_p \rho_0 \theta_*^2 f} \quad \text{e} \quad Ro = \frac{V_g}{f z_0},$$

onde  $\mu$  é um parâmetro que representa a estratificação vertical e foi introduzido por Kazanski e Monin (1960). A razão adimensional  $Ro$ , formada com os três novos parâmetros acrescentados, é o número de Rossby à superfície.  $\xi$  é uma nova altura adimensional colocada no lugar de  $z$  por conveniência, uma vez que essa última poderia ter sido mantida.

Dando prosseguimento à análise, far-se-á uso do conceito de similaridade assintótica. É um conceito amplo que, nos estudos da CL, tem sido aplicado ao número de Rossby à superfície. Por isso costuma ser chamado similaridade do número de Rossby. Se as funções universais adimensionais que descrevem a CL permanecerem finitas mesmo que o número de Rossby cresça infinitamente, então elas exibirão a similaridade do número de Rossby. Em outras palavras, elas são assintoticamente independentes do número de Rossby.

Admitindo, por hipótese, esse tipo de similaridade no modelo em consideração, pode-se chegar a dois tipos de soluções para os perfis de vento e temperatura. Cada tipo é apropriado para descrever uma região diferente da CL. Assim, para  $Ro \rightarrow \infty$ , existem as possibilidades:

- 1) Região perto da superfície:  $z$  é da ordem de  $z_0$ , isto é,  $z/z_0$  é finito,  $z/h \rightarrow 0$ ,  $Ro \rightarrow \infty$ . O problema se reduz ao estudo da camada superficial e os perfis são os mesmos descritos pela Equação 12.
- 2) Região longe da superfície:  $z$  é da ordem de  $h$ , ou seja,  $z/h$  é finito,  $z/z_0 \rightarrow \infty$ ,  $Ro \rightarrow \infty$ . Os perfis, de acordo com a hipótese de similaridade, podem-se escrever:

$$\frac{u-u_g}{u_*} = F_u(z/h, h/L) \quad (15a)$$

$$\frac{v-v_g}{u_*} = F_v(z/h, h/L) \quad (15b)$$

$$\frac{\theta-\theta_0}{T_*} = F_\theta(z/h, h/L) \quad (15c)$$

Embora a Equação 12 seja válida perto da superfície e a Equação 15 longe da superfície, deve haver, se  $R_0$  for suficientemente grande, uma região comum de validade (Tennekes, 1973). Essa região é conhecida como região de "overlap", de sobreposição, e foi chamada por Blackadar e Tennekes (1968) subcamada inercial. Partindo dessa hipótese, pode-se chegar à relação entre  $\bar{V}_g$  e  $u_*$  e entre  $(\theta - \theta_0)$  e  $T_*$ , desde que  $R_0$  seja conhecido. Na região de sobreposição tem-se, simultaneamente, que  $z/z_0 \rightarrow \infty$  e  $z/h \rightarrow 0$ . Nessa região, as Equações 12 e 15 e suas derivadas devem concordar uma com a outra. De acordo com Tennekes (1973), isso só será possível se também acima da camada superficial os perfis forem logarítmicos. Assim, igualando  $u$ ,  $v$  e  $\theta$  para as duas camadas, chega-se a:

$$\frac{u_g}{u_*} = \frac{1}{k} \left\{ \ln\left(\frac{u_*}{|f|z_0}\right) - A(\mu) \right\}, \quad (16a)$$

$$\frac{v_g}{u_*} = -\frac{1}{k} B(\mu) \text{ sign } f, \quad (16b)$$

$$\frac{\theta - \theta_0}{T_*} = \frac{1}{\alpha_1} \left\{ \ln\left(\frac{u_*}{|f|z_0}\right) - C(\mu) \right\}, \quad (16c)$$

onde  $\text{sign } f$  (o sinal algébrico do parâmetro de Coriolis) foi acrescentado para que essas relações sejam válidas para os dois hemisférios. As Equações 16 são as relações paramétricas para CL;  $A(\mu)$ ,  $B(\mu)$  e  $C(\mu)$  são funções que se supõem universais e cuja avaliação deve ser feita com base em dados experimentais.

### 2.3 - Modificações das Equações da Teoria da Similaridade

Na formulação descrita acima, que levou às relações paramétricas 16, utilizou-se, para adimensionalizar a altura da CL, o valor característico  $ku_*/|f|$ , que se supõe proporcional a  $h$ . Porém quando  $h/L$  é menor que um valor da ordem de  $-1$ , Deardorff (1972, 1974) e

Carson (1973) mostram que  $h$  não está relacionado com  $u_* / |f|$ . É então conveniente que as Relações 16 sejam modificadas para incluir a altura real da CL no lugar de  $ku_* / f$ . O valor de  $h$  pode ser obtido a partir de observações ou de alguma equação de predição como as apresentadas por Zilitinkevich (1975). As relações modificadas ficam então:

$$\frac{u_g}{u_*} = \frac{1}{k} \left\{ \ln\left(\frac{h}{z_0}\right) - A_i(\mu_i) \right\}, \quad (17a)$$

$$\frac{v_g}{u_*} = - \frac{1}{k} B_i(\mu_i) \text{ sign } f, \quad (17b)$$

$$\frac{\theta - \theta_0}{T_*} = \frac{1}{\alpha_1} \left\{ \ln\left(\frac{h}{z_0}\right) - C_i(\mu_i) \right\}, \quad (17c)$$

onde  $\mu_i = h/L$ .

Outra hipótese levada em conta para deduzir as relações paramétricas considerava a CL como barotrópica. De acordo com Arya (1975) e Melgarejo e Deardorff (1974), essa hipótese é um dos fatores que mais contribuem para o espalhamento dos pontos das funções de similaridade. É, portanto, interessante que se procure incluir na formulação acima os efeitos da baroclinicidade. Hess (1973) propôs, generalizadamente, que as funções  $A_i(\mu_i)$  e  $B_i(\mu_i)$  fossem modificadas para  $A_i(\mu_i, S_x/f, S_y/f)$  e  $B_i(\mu_i, S_x/f, S_y/f)$ , onde  $S_x$  e  $S_y$  são os componentes do cisalhamento geostrofico, suposto invariante com a altura. Arya e Wyngaard (1975), em vez de  $A_i$  e  $B_i$ , consideraram  $A_{i0} = A_i + A'_i$  e  $B_{i0} = B_i + B'_i$ . Assim, desdobraram as funções de similaridade em duas partes:  $A_i$  e  $B_i$  constituem a parte barotrópica, que depende apenas de parâmetros de estabilidade e da altura da CL, e podem ser expressos, da Equação 17, como:

$$A_i = \ln\left(\frac{h}{z_0}\right) - \frac{ku_g}{u_*} \quad \text{e} \quad B_i = - \frac{kv_g}{u_*} \text{ sign } f ;$$

$A_i^!$  e  $B_i^!$  são a parte dependente da baroclinicidade e se expressam como:

$$A_i^! = a M_o \cos \beta_o \quad \text{e} \quad B_i^! = b M_o \cos \beta_o,$$

onde a e b dependem da variação do cisalhamento geostrófico com a altura,

$$M_o = (M_{x0}^2 + M_{y0}^2)^{1/2} \quad \text{e} \quad \beta_o = \tan^{-1}(M_{y0}/M_{x0}),$$

sendo

$$M_{x0} = \frac{z_i}{u_*} \left( \frac{\partial u_g}{\partial z} \right)_o \quad \text{e} \quad M_{y0} = \frac{z_i}{u_*} \left( \frac{\partial u_g}{\partial z} \right)_o ;$$

$z_i$  é a altura da base da inversão e o sufixo o diz respeito a valores à superfície.

#### 2.4 - Formulação Utilizada

Até agora procurou-se apresentar uma visão breve e geral de como se tem desenvolvido os estudos da parametrização da CL à luz da teoria da similaridade de Monin e Obukhov. Considerou-se oportuna essa visão para que se fizessem presentes as hipóteses e conceitos teóricos que servem de fundamento a este estudo. Será apresentada agora a formulação utilizada.

Para aplicar a hipótese de similaridade à CL, será considerada a estrutura em duas camadas. A camada interior corresponde à camada superficial ou de fluxo constante. Nessa camada, a escala de altura é  $z_o$ . Os perfis de vento e temperatura são dados pelas Equações 12, aqui repetidas:

$$\frac{\bar{V}}{u_*} = \frac{\bar{1}}{k} \{ \ln(z/z_o) - \psi_M(z/L) \}, \quad (18)$$

$$\frac{\theta - \theta_0}{T_*} = \frac{1}{k\alpha_1} \{ \ln(z/z_0) - \psi_H(z/L) \}, \quad (19)$$

onde  $\hat{j}$  é o vetor unitário na direção da tensão à superfície.

A camada exterior estende-se da camada interior ao topo da CL. Aí a escala para a altura é  $h$ , que pode ser escolhida de diferentes maneiras. A diferença entre o vento e seu valor característico depende, quando adimensionalizada, da razão entre a altura  $z$  e  $h$ , e da razão entre  $h$  e a escala de Monin-Obukhov,  $L$ . Obtêm-se então os perfis, análogos aos das Equações 15:

$$\frac{\vec{V} - \hat{V}}{u_*} = \vec{F}(z/h, h/L) = F_u(z/h, h/L) \hat{i} + F_v(z/h, h/L) \hat{j}, \quad (20)$$

$$\frac{\theta - \hat{\theta}}{T_*} = F_\theta(z/h, h/L), \quad (21)$$

sendo  $\hat{V}$  e  $\hat{\theta}$  os valores característicos para vento e temperatura, respectivamente;  $\hat{j}$  o vetor unitário horizontal normal a  $\hat{i}$  e  $\vec{F}$ ,  $F_u$ ,  $F_v$  e  $F_\theta$  funções universais.

A hipótese de similaridade acrescenta-se a já citada hipótese de sobreposição, ou seja, a de que, numa região em que as duas camadas se sobrepõem, os perfis para ambas devem valer e, portanto, ser iguais. Igualam-se os perfis seguindo o procedimento, conhecido por "matching" (casamento), descrito por Hess (1973). Fazendo o casamento das Equações 18 e 20 obtêm-se:

$$\frac{\hat{i}}{k} \ln\left(\frac{h}{z_0}\right) - \frac{\hat{V}}{u_*} = \frac{\vec{E}}{k} \left(\frac{h}{L}\right), \quad (22)$$

onde  $\vec{E}(h/L)$  é uma função universal. Desdobrando  $\vec{E}$  em duas componentes, uma tangencial e outra normal à direção da tensão à superfície, tem-se:



$$E = A\left(\frac{h}{L}\right) \vec{i} + B\left(\frac{h}{L}\right) \vec{j},$$

e, substituindo a expressão acima na Equação 22, chega-se a:

$$A\left(\frac{h}{L}\right) = \ln\left(\frac{h}{z_0}\right) - \frac{kU}{u_*} \quad \text{e} \quad (23)$$

$$B\left(\frac{h}{L}\right) = -\frac{k\tilde{V}}{u_*} \text{ sign } f, \quad (24)$$

sendo  $\tilde{V} = U \vec{i} + \tilde{V} \vec{j}$ . Fazendo o casamento das Equações 19 e 21, obtêm-se:

$$C\left(\frac{h}{L}\right) = \ln\left(\frac{h}{z_0}\right) - k\alpha_1 \left(\frac{\bar{\theta} - \theta_0}{T_*}\right). \quad (25)$$

Para computar as características internas da CL a partir de parâmetros externos (o que, como já ficou dito, é o principal objetivo da parametrização), é interessante que se escreva expressões para o coeficiente de arrasto ( $C_D$ ), coeficiente de transferência de calor ( $C_H$ ) e ângulo ( $\alpha$ ) entre o vento e superfície e o vetor característico para o vento.  $C_D$  é obtido a partir das Equações 23 e 24:

$$C_D \equiv \frac{u_*}{|\tilde{V}|} = k \left\{ \left[ \ln\left(\frac{h}{z_0}\right) - A \right]^2 + B^2 \right\}^{-1/2}. \quad (26)$$

$C_H$  é obtido a partir da Equação 25:

$$C_H \equiv \frac{T_*}{\bar{\theta} - \theta_0} = k\alpha_1 \left[ \ln\left(\frac{h}{z_0}\right) - C \right]^{-1}. \quad (27)$$

$\alpha$  é obtido a partir da Equação 24:

$$\text{sen } \alpha = \frac{\tilde{V}}{|\tilde{V}|} = \frac{-u_* B}{k |\tilde{V}|} \text{ sign } f. \quad (28)$$

Quando se pretende determinar empiricamente, ou seja, a partir de observações, a forma das funções de similaridade A, B e C, uma das dificuldades que surgem é a escolha apropriada dos valores característicos para vento, temperatura e altura da CL. Arya e Wyngaard (1975) sugeriram o uso da média vertical do vento geostrofico como valor característico para o vento. Yamada (1976) retomou esse procedimento e estendeu-o, usando a média vertical da temperatura potencial como escala de temperatura. Assim:

$$\bar{V} = \langle \vec{V}_g \rangle \equiv \frac{1}{h} \int_{z_0}^h \vec{V}_g dz \quad e \quad (29)$$

$$\bar{\theta} = \langle \theta \rangle \equiv \frac{1}{h} \int_{z_0}^h \theta dz, \quad (30)$$

onde  $h$  é a altura da camada de mistura durante o dia e a altura da camada de inversão à superfície durante a noite. Para obter  $\langle \vec{V}_g \rangle$  seria preciso o perfil do vento geostrofico que, em geral, não é disponível. Portanto,  $\langle \vec{V}_g \rangle$  é deduzido a partir do perfil do vento real. Para isso, tomam-se como ponto de partida as equações médias do movimento para um escoamento estacionário e horizontalmente homogêneo:

$$\frac{\partial}{\partial z} (-\overline{u'w'}) = -f(v-v_g) \quad e \quad (31)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (-\overline{v'w'}) = f(u-u_g). \quad (32)$$

Integrando as Equações 31 e 32 de  $z_0$  a  $h$  obtêm-se:

$$\langle U_g \rangle = \langle U \rangle, \quad (33)$$

$$\langle V_g \rangle = \langle V \rangle - \frac{u_*^2}{fh}, \quad (34)$$

tendo sido usadas as seguintes condições de contorno:

$$(-\overline{u'w'})_{z_0} = u_*^2, \quad (-\overline{v'w'})_{z_0} = (-\overline{u'w'})_h = (-\overline{v'w'})_h = 0. \quad (35)$$

Substituindo as Equações 33 e 34 nas Equações 23 e 24 chega-se a:

$$A = \ln\left(\frac{h}{z_0}\right) - \frac{k \langle U \rangle}{u_*} \quad e \quad (36)$$

$$B = \frac{ku_*}{|f|h} - \frac{k \langle V \rangle}{u_*} \quad \text{sign } f. \quad (37)$$

Em vez de  $\langle \tilde{V}_g \rangle$ , podem ser usados outros valores característicos para o vento. Por exemplo: o vento medido no topo da CL (Melgarejo and Deardorff, 1974), o vento numa altura de  $0,15 u_* / |f|$  (Clarke and Hess, 1974), ou o vento máximo na CL (Clarke, 1970). Também, a temperatura no topo da CL pode ser usada como outra opção para escala. Do mesmo modo, no lugar da altura  $h$ , como definida acima (logo abaixo da Equação 30), pode ser usada a escala de altura da camada de Ekman,  $u_* / |f|$ . A maneira de julgar qual dos valores característicos é o mais apropriado é a análise dos dados de observação.

As relações aqui apresentadas são utilizadas na segunda parte para obter os resultados das funções de similaridade A, B e C, a partir de dados experimentais.

### 3. Conclusões

Uma breve teoria fundamental e várias teorias semi-empíricas foram apresentadas. Essencialmente elas relacionam o estresse superficial (stress), fluxo de calor e fluxo ascendente de umidade da superfície da terra, através da camada limite, com os parâmetros externos (atmosfera livre e superfície rígida). Também foram apresentadas expressões simplificadas para as funções de similaridade A, B e C. Uma outra generalização foi feita usando em vez da escala de altura

convencional  $u_* / f$ , a altura da camada limite  $h$ , que varia com o tempo e espaço. Estas relações são utilizadas na segunda parte a fim de obter os resultados das funções de similaridade A, B e C, que podem ser usadas nos modelos de circulação geral.

## Agradecimentos

Os autores expressam seus agradecimentos às autoridades do Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE) por possibilitarem a realização deste trabalho, parte da dissertação de mestrado em meteorologia apresentada pelo co-autor(Chagas) neste Instituto. Agradecem também ao Sr. José Aparecido Torsani a revisão do manuscrito e à Sueli Rosa Ferreira a datilografia. Um dos autores(Chagas) agradece a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) a bolsa concedida no decorrer desta pesquisa. Este trabalho foi parcialmente patrocinado pela Financiadora de Estudos e Projetos (FINEP), sob contrato B-54-81-042-00-00.

## Referências

1. Arya, S.P.S., 1975. Geostrophic drag and heat transfer relations for the atmospheric boundary layer. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 101:147-161.
2. Arya, S.P.S. e Wyngaard, J.C., 1975. Effect of baroclinicity on wind-profiles and the geostrophic drag law for the convective planetary boundary layer. *J. Atmos. Sci.* 32:767-778.
3. Bhumralkar, C.M., 1975a. *Parameterization of the planetary boundary layer in atmospheric general circulation models - a review.* Santa Monica, CA, Rand, R-1654-ARPA, 43 pp.
4. Bhumralkar, C.M., 1975b. *A survey of parametrization techniques for the planetary boundary layer in atmospheric circulation models.* Santa Monica, CA, Rand R-1653-ARPA, 84 pp.
5. Blackadar, A.K., 1965. *A single layer theory of the vertical distribution of wind in a baroclinic neutral atmospheric boundary layer.* Final report, contract AF(604)-6641, Dep. of Meteorology, Pennsylvania State University, 1-22.
6. Blackadar, A.K., 1967. External parameters on the wind flow in the barotropic boundary layer of the atmosphere. In: ICSU/IUGG; COSPAR; WMO. *The GARP 1967: Report of the study conference on the Global Atmospheric Research Programme.* Appendix IV, 11 pp.
7. Blackadar, A.K.; Tennekes, H., 1968. Asymptotic similarity in neutral barotropic boundary layers. *J. Atmos. Sci.*, 25:1015-1020.
8. Carson, D.J., 1973. The development of a dry inversion-capped convectively unstable boundary layer. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 99:450-467.
9. Clarke, R.H., 1970. Observational studies in the atmospheric boundary layer. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 96:91-114.
10. Clarke, R.H.; Hess, G.D., 1974. Geostrophic departure and the functions A and B of Rossby-number similarity theory. *Boun.-Layer Meteorology*, 7:267-287.
11. Deardorff, J.W., 1972. Parameterization of the planetary boundary layer for use in general circulation models. *Mon. Wea. Rev.*, 100: 93-106.

12. Deardorff, J.W., 1974. Three-dimensional numerical study of the height and mean structure of a heated planetary layer. *Boun.-Layer Meteorology*, 7:81-106.
13. Estoque, M.A., 1973. Numerical modeling of the planetary boundary layer. In: *Workshop on Micrometeorology* (Ed. by D.A. Haugen). American Meteorological Society, Boston, 392 pp.
14. Garratt, J.R.; Francey, R.J., 1978. Bulk characteristics of heat transfer in the unstable, baroclinic atmospheric boundary layer. *Boun. - Layer Meteorology*, 15:399-421.
15. Hess, G.D., 1973. On Rossby-number similarity theory for a baroclinic planetary boundary layer. *J. Atmos. Sci.*, 30:1722-1723.
16. Kazanski, A.B.; Monin, A.S., 1960. A turbulent regime above the surface atmospheric layer. *Izvestiya, An SSSR, Sev. Geofiz.*, 1:110-112.
17. Kazanski, A.B.; Monin, A.S., 1961. On the dynamical interaction between the atmosphere and the earth's surface. *Izvestiya, An SSSR, Sev. Geofiz.*, 5:786-799.
18. Melgarejo, J.W.; Deardorff, J.W., 1974. Stability functions for the boundary-layer resistance laws based upon observed boundary-layer heights. *J. Atmos. Sci.*, 31:1324-1333.
19. Monin, A.S., 1973. Boundary layers in planetary atmospheres. In: *Dynamic Meteorology, Lectures delivered at the summer school of space physics of the CNES held at Lannion, France, 1970* (Ed. by P. Morel). D. Reidel, Boston, 622 pp.
20. Monin, A.S.; Obukhov, A.M., 1954. Basic laws of turbulent mixing in the atmosphere near the ground. *Tr. Akademii Nauk SSSR, Geofizika Inst.*, No. 24(151):163-187.
21. Monin, A.S.; Yaglom, A.M., 1977. *Statistical Fluid Mechanics: Mechanics of Turbulence-1*. Cambridge, MA, MIT, 769 pp.
22. Monin, A.S.; Zilitinkevich, S.S., 1967. Planetary boundary layer and large-scale atmospheric dynamics. In: ICSU/IUGG; COSPAR; WMO. *The GARP 1967: Report of the study conference on the Global Atmospheric Research Programme*. Appendix V, 37 pp.

23. Orlanski, I.; Ross, B.B.; Polinsky, L.J., 1975. Diurnal variation of the planetary boundary layer in a meso-scale model. *J. Atmos. Sci.*, 31:965-989.
24. Tennekes, H., 1973. The logarithmic wind profile. *J. Atmos. Sci.*, 30:234-238.
25. Viswanadham, Y., 1982. Examination of the empirical flux-profile models in the atmospheric surface boundary layer. *Boun. - Layer Meteorology*, 22:61-77.
26. Yamada, T. 1976. On the similarity functions A, B and C of the planetary boundary layer. *J. Atmos. Sci.*, 33:781-793.
27. Zilitinkevich, S.S., 1975. Resistance laws and prediction equations for the depth of the planetary boundary layer. *J. Atmos. Sci.*, 32:741-752.



Apêndice A

Lista de Símbolos

Símbolo	Descrição	SI unidades
$A, B, C$	- Funções de similaridade da camada limite planetária.	-
$A_i, B_i, C_i$	- Funções de similaridade modificadas.	-
$A_{io}, B_{io}, C_{io}$	- Funções de similaridade modificadas para condições baroclínicas.	-
$A_i', B_i'$	- Parte das funções de similaridade dependente da baroclinicidade.	-
$C_D$	- Coeficiente de arrasto.	-
$C_H$	- Coeficiente de transferência de calor.	-
$c_p$	- Calor específico do ar a pressão constante.	$J kg^{-1} K^{-1}$ .
$E$	- Fluxo vertical turbulento de vapor d'água.	$kg m^{-1} s^{-1}$ .
$\vec{E}, \vec{F}, F_u, F_v, F_\theta$	- Funções universais.	-
$f$	- Parâmetro de Coriolis.	$s^{-1}$
$g$	- Aceleração devida à gravidade.	$m s^{-2}$
$H$	- Fluxo vertical turbulento de calor sensível.	$W m^{-2}$ .
$h$	- Altura da camada limite planetária.	$m$
$h_\theta$	- Altura da camada limite planetária obtida de perfis de temperatura potencial.	$m$
$\hat{i}, \hat{j}$	- Vetores unitários nas direções x e y, respectivamente.	-
$K_M, K_H, K_W$	- Coeficientes de difusividade turbulenta de momentum, calor e umidade, respectivamente.	$m^2 s^{-1}$ .
$k$	- Constante de von Kármán.	-
$L$	- Escala de Monin-Obukhov.	$m$

Símbolo	Descrição	SI unidades
$M_o$	- Gradiente vertical adimensional do vento geostrofico.	-
$M_{x_o}, M_{y_o}$	- Componentes de $M_o$ .	-
$p$	- Pressão média local.	$N m^{-2}$ .
$p_o$	- Pressão no estado de referência.	$N m^{-2}$ .
$q$	- Umidade específica média local.	-
$q_o$	- Umidade específica à superfície.	-
$q'$	- Desvio da umidade específica em relação à média.	-
$q_G$	- Distribuição da umidade específica em grande escala.	-
$q_*$	- Valor característico para umidade específica.	-
$R$	- Constante dos gases perfeitos.	$J kg^{-1} K^{-1}$ .
$R_o$	- Número de Rossby à superfície.	-
$S_q, S_\theta$	- Fontes e/ou sumidouros de umidade e calor.	$s^{-1}, Ks^{-1}$ .
$S_x, S_y$	- Componentes do cisalhamento geostrofico.	$s^{-1}$ .
$sign f$	- Sinal algébrico do parâmetro de Coriolis.	-
$T$	- Temperatura média local.	K
$T_o$	- Temperatura à superfície.	K
$T_*$	- Valor característico para temperatura.	K
$t$	- Tempo.	s
$U, V$	- Componentes do vetor característico para vento.	$m s^{-1}$ .
$\langle U \rangle, \langle V \rangle$	- Média vertical de U e V, respectivamente.	$m s^{-1}$ .
$\langle U_g \rangle, \langle V_g \rangle$	- Média vertical de $U_g$ e $V_g$ , respectivamente.	$m s^{-1}$ .
$u_*$	- Velocidade de fricção.	$m s^{-1}$ .

Símbolo	Descrição	SI unidades
$u, v$	- Componentes da velocidade média local.	$m s^{-1}$ .
$u_g, v_g$	- Componentes do vento geostrofico.	$m s^{-1}$ .
$u', w'$	- Desvio das velocidades $u$ e $w$ em relação à média.	$m s^{-1}$ .
$\bar{V}$	- Velocidade do vento.	$m s^{-1}$ .
$\bar{V}$	- Vetor característico para o vento.	$m s^{-1}$ .
$\bar{V}_g$	- Vento geostrofico.	$m s^{-1}$ .
$\bar{V}_h$	- Vento medido no topo da camada limite.	$m s^{-1}$ .
$\langle \bar{V}_g \rangle$	- Média vertical do vento geostrofico.	$m s^{-1}$ .
$x, y, z$	- Coordenadas espaciais.	-
$w$	- Componente vertical da velocidade do vento.	$m s^{-1}$ .
$z_0$	- Parâmetro de rugosidade.	$m$
$z_i$	- Altura da base da inversão.	$m$
$\alpha$	- Ângulo entre o vento à superfície e o vetor característico para o vento.	grau
$\alpha_1$	- Inverso do nº turbulento de Prandtl.	-
$\alpha_2$	- Inverso do nº turbulento de Schmidt.	-
$\beta_0$	- Ângulo entre o cisalhamento geostrofico e a direção $x$ .	grau
$\zeta$	- Altura adimensional ( $=h/L$ ).	-
$\theta$	- Temperatura potencial média.	K
$\theta'$	- Desvio da temperatura potencial em relação à média.	K
$\theta_G$	- Distribuição em grande escala da temperatura potencial.	K
$\bar{\theta}$	- Escala para temperatura.	K

Símbolo	Descrição	SI unidades
$\langle \theta \rangle$	- Média vertical da temperatura potencial.	K
$\theta_h$	- Temperatura potencial medida no topo da camada limite.	K
$\mu$	- Parâmetro de estratificação.	-
$\mu_j$	- Parâmetro de estratificação modificado.	-
$\rho$	- Densidade absoluta média do ar.	kg m <sup>-3</sup> .
$\rho_0$	- Densidade do ar à superfície.	kg m <sup>-3</sup> .
$\tau_x, \tau_y$	- Fluxos verticais turbulentos de momentum.	N m <sup>-2</sup> .
$\Phi_M, \Phi_H, \Phi_W$	- Funções adimensionais de momentum, calor e umidade, respectivamente.	-
$\Psi_M, \Psi_H, \Psi_W$	- Funções de estabilidade para momentum, calor e umidade, respectivamente.	-
$\xi$	- Altura adimensional (=z/h).	-