



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

INPE-6745-TDI/635

**CONTROLE DE ATITUDE DE SATÉLITES ARTIFICIAIS
TERRESTRES UTILIZANDO REDES NEURAS ARTIFICIAIS**

Sebastião Eduardo Corsatto Varotto

Tese de Doutorado em Mecânica Espacial e Controle, orientada pelo Dr. Atair Rios Neto, aprovada em julho de 1997.

INPE
São José dos Campos
1997

629.7.062.2

VAROTTO, S.E.C.

Controle de atitude de satélites artificiais terrestres
utilizando redes neurais artificiais / S.E.C. Varotto - São
José dos Campos: INPE, 1997.

199 p. - (INPE-6745-TDI/635).

1.Kalman. 2.Redes neurais. 3.Controle de atitude.
4.Satélites artificiais. 5.Simulação digital. I.Título.



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

INPE-6745-TDI/635

**CONTROLE DE ATITUDE DE SATÉLITES ARTIFICIAIS
TERRESTRES UTILIZANDO REDES NEURAS ARTIFICIAIS**

Sebastião Eduardo Corsatto Varotto

Tese de Doutorado em Mecânica Espacial e Controle, orientada pelo Dr. Atair Rios Neto, aprovada em
julho de 1997.

INPE
São José dos Campos
1997

Publicado por:

Coordenação de Ensino, Documentação e
Programas Especiais - CEP

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Caixa Postal 515

12201-970 - São José dos Campos - SP - Brasil

Fone: (012) 345.6911

Fax: (012) 345.6919

E-Mail: marciana@sid.inpe.br

- Solicita-se intercâmbio
- We ask for exchange
- Si sollecita intercambio
- On demande l'échange
- Mann bittet un Austausch
- Pidese canje
- Просим обмена
- 歡迎交換
- 出版物交換不難

Publicação Externa - É permitida sua reprodução para interessados.

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

INPE-6745-TDI/635

**CONTROLE DE ATITUDE DE SATÉLITES ARTIFICIAIS
TERRESTRES UTILIZANDO REDES NEURAS ARTIFICIAIS**

Sebastião Eduardo Corsatto Varotto

Tese de Doutorado em Mecânica Espacial e Controle, orientada pelo Dr. Atair Rios Neto, aprovada em
julho de 1997.

INPE
São José dos Campos
1997

629.7.062.2

VAROTTO, S.E.C.

Controle de atitude de satélites artificiais terrestres
utilizando redes neurais artificiais / S.E.C. Varotto - São
José dos Campos: INPE, 1997.

199 p. - (INPE-6745-TDI/635).

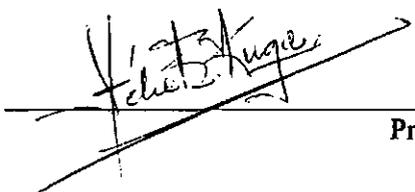
1.Kalman. 2.Redes neurais. 3.Controle de atitude.
4.Satélites artificiais. 5.Simulação digital. I.Título.

“O cérebro e seu sistema nervoso são um sistema altamente complexo, multidimensional e de múltiplos níveis, que se tem mantido profundamente misterioso em muitos de seus aspectos, apesar de várias décadas de intensa pesquisa em neurociência. O cérebro humano é um sistema vivo por excelência. (...) Ele nunca se desgasta ou exaure; pelo contrário, quanto mais é usado e estimulado, mais poderoso se torna.”

Fritjof Capra

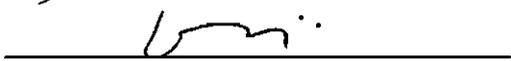
Aprovada pela Banca Examinadora em
cumprimento a requisito exigido para a
obtenção do Título de Doutor em Ciência
Espacial

Dr. Hélio Koiti Kuga



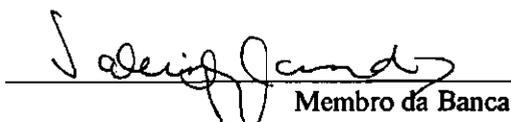
Presidente

Dr. Atair Rios Neto



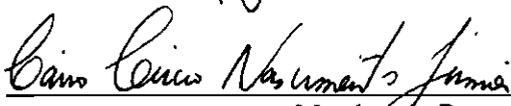
Orientador

Dr. Valcir Orlando



Membro da Banca

Dr. Cairo Lúcio Nascimento Júnior



Membro da Banca
- Convidado -

Dr. Luiz Carlos Sandoval Góes



Membro da Banca
- Convidado -

Candidato: Sebastião Eduardo Corsatto Varotto

São José dos Campos, 07 de julho de 1997

Dedico este trabalho a minha esposa Antonia e
aos meus filhos Bruna, Bianca e Bernardo.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar minha profunda gratidão às pessoas que me deram sua ajuda e seu apoio durante os anos em que trabalhei neste projeto de pesquisa. Seria impossível mencionar todas. Entretanto, estou especialmente grato:

- Ao Professor Atair Rios Neto, que além de orientador é um grande amigo, estando sempre a disposição para as discussões técnicas, transmitindo confiança, motivação e auto-estima. Sinto-me honrado por receber sua orientação;

- À banca examinadora: Dr. Hélio Koiti Kuga, Dr. Valcir Orlando, Dr. Cairo Lúcio Nascimento Júnior e Dr. Luiz Sandoval Góes que foram muito tolerantes e efetivamente contribuíram para o êxito do presente trabalho;

- A minha esposa e filhos pela compreensão e ajuda nos momentos difíceis, que não foram poucos.

RESUMO

Neste trabalho investiga-se a utilização de redes neurais em controle de atitude de satélites artificiais. Com a intenção de validar esta aplicação, optou-se por um satélite constituído por um corpo rígido central, do qual pendem apêndices articulados que são considerados flexíveis após o desdobramento. A dinâmica assim gerada tem o carácter não-linear típico para utilização de redes neurais. As equações do movimento para geração dos dados de treinamento e teste das redes são obtidas pelo método da Função Lagrangeana, adotando-se um processo de discretização para o movimento elástico. Para validar o controle de atitude, é utilizado como exemplo a geometria de um satélite similar ao satélite de sensoriamento remoto da Missão Espacial Completa Brasileira (MECB) durante a manobra de apontamento fino da atitude, após a fase de abertura dos painéis, assim como também em situações onde considera-se a presença de torques perturbadores externos e incertezas nas propriedades de massa do veículo. O treinamento das redes neurais é feito com um algoritmo de Filtragem de Kalman com processamento local. Emprega-se um controlador com a estrutura do tipo “*Internal Model Control*” (IMC).

NEURAL NETWORK APPLIED TO
ATTITUDE CONTROL FOR ARTIFICIAL SATELLITE

ABSTRACT

This work evaluates the use of artificial neural networks for satellite attitude dynamics identification and control. In order to exemplify this application, a satellite with a rigid main body, three reaction wheel and three flexible solar panels is chosen (lay-out similar to Brazilian Remote Sensing Satellite). The differential equations therefore show the nonlinear dynamic effects to be identified by neural nets. The equations of motion used to generate training and testing data are derived by the Lagrangian approach for quasi-coordinates (rotational motion) and for generalized coordinates (elastic motion). To validate the attitude control the situation of fine pointing, with open solar panels is considered in the presence of perturbing torques and errors in the satellite moments of inertia. The identification of neural nets parameters is performed by a Kalman filtering algorithm local parallel processing and control structure used is that of the Internal Model Control (IMC).

SUMÁRIO

| | <u>Pag.</u> |
|---|-------------|
| LISTA DE FIGURAS | xix |
| LISTA DE TABELAS | xxii |
| LISTA DE SÍMBOLOS | xxiii |
| | |
| <u>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO</u> | 1 |
| | |
| 1.1 - Redes neurais - Generalidades | 1 |
| 1.2 - Redes neurais - Revisão Histórica | 2 |
| 1.3 - Sistemas espaciais flexíveis | 6 |
| 1.4 - Objetivos do trabalho | 8 |
| 1.5 - Apresentação do trabalho | 9 |
| | |
| <u>CAPÍTULO 2 - FUNDAMENTOS TEÓRICOS</u> | 11 |
| | |
| 2.1 - Redes neurais artificiais | 11 |
| 2.1.1 - Arquiteturas utilizadas nas RNAs | 12 |
| 2.1.2 - O Modelo do neurônio | 18 |
| 2.1.3 - Funções de ativação | 21 |
| 2.1.4 - Regras de aprendizagem | 22 |
| 2.2 - Representação de sistemas dinâmicos | 25 |
| 2.2.1 - Identificação e controle de sistemas dinâmicos | 27 |
| 2.3 - Aplicações de redes neurais ao controle de sistemas dinâmicos | 29 |
| 2.3.1 - Aspectos Gerais | 29 |
| 2.3.2 - Identificação de sistemas dinâmicos | 30 |
| 2.3.3 - Controladores utilizando Redes Neurais Artificiais | 34 |
| 2.3.3.1 - Controle supervisionado | 34 |
| 2.3.3.2 - Controle inverso direto | 35 |

| | |
|---|----|
| 2.3.3.3 - Controle por modelo de referência | 36 |
| 2.3.3.4 - Controle com modelo interno | 37 |
| 2.3.3.5 - Controle adaptativo | 39 |
| 2.3.3.6 - Controle preditivo | 40 |
| 2.3.3.7 - Controle inteligente | 41 |
| 2.4 - Redes neurais de alimentação direta | 42 |
| 2.4.1 - Método de treinamento para RNAs de alimentação direta | 45 |
| 2.4.1.1 - O algoritmo de retro-propagação | 46 |
| 2.4.1.2 - O método do Gradiente | 49 |
| 2.4.1.3 - Método utilizando estimação ótima de parâmetros | 52 |
| | |
| <u>CAPÍTULO 3 - MODELAMENTO MATEMÁTICO</u> | 59 |
| | |
| 3.1 - Metodologia utilizada | 60 |
| 3.2 - Considerações cinemáticas | 60 |
| 3.2.1 - Definição dos sistemas de referência | 61 |
| 3.2.2 - Localização inercial dos elementos de massa | 64 |
| 3.2.3 - Velocidade inercial dos elementos de massa | 67 |
| 3.3 - Energia cinética | 68 |
| 3.4 - Energia potencial | 70 |
| 3.4.1 - Energia potencial gravitacional | 70 |
| 3.4.2 - Energia potencial elástica | 72 |
| 3.5 - Discretização do sistema | 73 |
| 3.6 - Equações do movimento | 76 |
| 3.6.1 - Equações linearizadas | 77 |
| 3.6.2 - Equações não lineares | 81 |
| | |
| <u>CAPÍTULO 4 - DESENVOLVIMENTO DO MODELO DINÂMICO</u> <u>PARA O CASO ESTUDADO</u> | 83 |

| | |
|--|-----|
| 4.1 - Modelo físico do veículo e atitude nominal de operação | 83 |
| 4.2 - O programa EQDIN | 86 |
| 4.3 - Seqüência de rotações e ângulos de atitude | 88 |
| 4.3.1 - Velocidade angular absoluta | 91 |
| 4.3.2 - Obtenção dos cosenos diretores da vertical local | 92 |
| 4.4 - Descrição física do satélite | 92 |
| 4.4.1 - Características físicas do corpo central | 93 |
| 4.4.2 - Caracterização dos rotores | 94 |
| 4.4.3 - Caracterização dos painéis abertos | 95 |
| 4.5 - Equações do Movimento | 98 |
| 4.5.1 - Equações linearizadas | 98 |
| 4.5.2 - Equações não lineares | 102 |
| 4.6 - Simulação em malha aberta | 103 |
| 4.6.1 - Sistema linearizado..... | 104 |
| 4.6.2 - Sistema não linear | 107 |
| | |
| <u>CAPÍTULO 5 - APLICAÇÃO DO PROCEDIMENTO DE CONTROLE,</u> | |
| <u>SIMULAÇÕES E RESULTADOS</u> | 111 |
| | |
| 5.1 - Controle de atitude de veículos espaciais | 112 |
| 5.2 - Procedimento de controle proposto | 114 |
| 5.2.1 - Aspectos gerais | 114 |
| 5.2.2 - Rede neural de identificação | 116 |
| 5.2.3 - Rede neural de controle | 119 |
| 5.3 - Particularização para o caso estudado | 122 |
| 5.3.1 - Treinamento da rede de identificação | 125 |
| 5.3.2 - Identificação do modelo inverso | 130 |
| 5.4 - Teste do controlador IMC | 133 |
| 5.4.1 - Teste condição nominal | 133 |
| 5.4.1.1 - Manobra no eixo de arfagem | 134 |

| | |
|---|-----|
| 5.4.1.2 - Manobra no eixo de guinada | 135 |
| 5.4.1.3 - Manobra no eixo de rolamento | 136 |
| 5.4.2 - Teste na presença de perturbações | 138 |
| 5.4.2.1 - Perturbação nas propriedades de massa | 138 |
| 5.4.2.2 - Torque perturbador externo | 140 |
| | |
| <u>CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS FINAIS</u> | 143 |
| | |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 149 |
| | |
| <u>APÊNDICE A - ENERGIA CINÉTICA TOTAL</u> | 159 |
| | |
| A.1 - Movimento do centro de massa instantâneo | 159 |
| A.2 - Energia cinética dos componentes | 160 |
| A.2.1 - Energia cinética da base | 160 |
| A.2.2 - Energia cinética dos rotores | 160 |
| A.2.3 - Energia cinética dos painéis abertos | 161 |
| A.3 - Energia cinética do veículo | 162 |
| | |
| <u>APÊNDICE B - ENERGIA POTENCIAL GRAVITACIONAL</u> | 165 |
| | |
| <u>APÊNDICE C - ENERGIA POTENCIAL ELÁSTICA</u> | 169 |
| | |
| C.1 - Tensões atuantes no elemento de massa | 169 |
| C.2 - Deformações sofridas por um elemento de massa | 170 |
| C.3 - Trabalho realizado pelas tensões | 172 |
| C.4 - Energia potencial elástica | 173 |

LISTA DE FIGURAS

| | <u>Pag.</u> |
|--|-------------|
| 1.1 - Neurônio biológico | 1 |
| 2.1 - Rede estática alimentação direta | 13 |
| 2.2 - Rede com realimentação e saída | 14 |
| 2.3 - Rede de Kohonen | 15 |
| 2.4 - Rede com realimentação entre camadas, conexões laterais..... | 15 |
| 2.5 - Neurônio artificial- relação entrada/saída | 19 |
| 2.6 - Funções de ativação | 22 |
| 2.7 - Identificador típico | 27 |
| 2.8 - Identificação do modelo direto | 31 |
| 2.9 - Identificação do modelo inverso | 32 |
| 2.10 - Modelo especializado inverso | 34 |
| 2.11 - Controle supervisionado | 35 |
| 2.12 - Controle inverso direto | 36 |
| 2.13 - Controle por modelo de referência | 36 |
| 2.14 - Controle com aprendizagem via erro de realimentação | 37 |
| 2.15 - Controle IMC | 38 |
| 2.16 - Controle adaptativo direto | 39 |
| 2.17 - Controle adaptativo indireto | 40 |
| 2.18 - Controle preditivo | 41 |
| 2.19 - Controle inteligente | 42 |
| 3.1 - Representação do satélite e do sistema geocêntrico..... | 61 |
| 3.2 - Sistemas de referência fixo ao datélite e instantâneo | 62 |
| 3.3 - Sistemas utilizados na descrição do movimento dos apêndices..... | 63 |
| 3.4 - Sistema orbital | 64 |
| 3.5 - Localização inercial dos elementos de massa | 65 |
| 3.6 - Localização dos elementos de um painel deformado | 66 |
| 3.7 - Localização dos elementos de massa a partir de C | 71 |
| 4.1 - Modelo físico do satélite exemplo | 84 |

| | Pag. |
|---|------|
| 4.2 - Satélite exemplo numa órbita polar circular | 85 |
| 4.2 - Esquema simplificado do funcionamento do programa EQDIN | 86 |
| 4.3 - Seqüência de rotações e ângulos de atitude | 89 |
| 4.4 - Referenciais adotado | 92 |
| 4.5 - Disposição dos rotores | 95 |
| 4.6 - Satélite exemplo com painéis deformados elasticamente..... | 96 |
| 4.7 - Deslocamento elástico na extremidade dos painéis | 105 |
| 4.8 - Movimento induzido nos ângulos de atitude | 106 |
| 4.9 - Deslocamento elástico na extremidade dos painéis | 106 |
| 4.10 - Movimento induzido nos ângulos de atitude | 107 |
| 4.11 - Deslocamento elástico na extremidade dos painéis | 108 |
| 4.12 - Movimento induzido nos ângulos de atitude | 109 |
| 4.13 - Deslocamento elástico na extremidade dos painéis | 110 |
| 4.14 - Movimento induzido nos ângulos de atitude | 110 |
| 5.1 - Controle de um sistema dinâmico | 113 |
| 5.2 - Modelagem inversa especializada | 119 |
| 5.3 - Ângulo em guinada | 127 |
| 5.4 - Ângulo em arfagem | 128 |
| 5.5 - Ângulo em rolamento | 128 |
| 5.6 - Velocidade angular no eixo de guinada | 129 |
| 5.7 - Velocidade angular no eixo de arfagem | 129 |
| 5.8 - Velocidade angular no eixo de rolamento | 129 |
| 5.9 - Ângulo de atitude (manobra no eixo de arfagem) | 134 |
| 5.10 - Velocidade angular(manobra no eixo de arfagem) | 134 |
| 5.11 - Torque demandado ao atuador (manobra no eixo de arfagem) | 135 |
| 5.12 - Ângulo de atitude (manobra no eixo de guinada) | 135 |
| 5.13 - Velocidade angular(manobra no eixo de guinada) | 136 |
| 5.14 - Torque demandado ao atuador (manobra no eixo de arfagem) | 136 |
| 5.15 - Ângulo de atitude (manobra no eixo de rolamento) | 137 |

| | Pag. |
|---|------|
| 5.16 - Velocidade angular(manobra no eixo de rolamento) | 137 |
| 5.17 - Torque demandado ao atuador (manobra no eixo de rolamento) | 137 |
| 5.18 - Ângulo de atitude (manobra no eixo de arfagem) | 139 |
| 5.19.- Velocidade angular(manobra no eixo de arfagem) | 139 |
| 5.20 - Torque demandado ao atuador (manobra no eixo de arfagem) | 140 |
| 5.21 - Ângulo de atitude (manobra no eixo de arfagem) | 141 |
| 5.22 - Velocidade angular(manobra no eixo de arfagem) | 141 |
| 5.23 - Torque demandado ao atuador (manobra no eixo de arfagem) | 140 |

LISTA DE TABELAS

| | Pag. |
|--|------|
| 4.1 - Descrição física do satélite | 88 |

LISTA DE SÍMBOLOS

- \vec{a} - Eixo alinhado com a direção de arfagem.
- A_i - Ponto de engaste do i -ésimo painel aberto do satélite.
- $\{A_i, \vec{i}_{A_i}, \vec{j}_{A_i}, \vec{k}_{A_i}\}$ - Sistema do i -ésimo painel aberto.
- b_i^k - Patamar (bias) de ativação do neurônio i da camada k .
- $\{B, \vec{x}_B, \vec{y}_B, \vec{z}_B\}$ - Sistema principal da base do satélite.
- C - Centro de massa instantâneo do veículo.
- $\{C, \vec{a}, \vec{g}, \vec{r}\}$ - Sistema de referência orbital.
- $\{C, \vec{i}_c, \vec{j}_c, \vec{k}_c\}$ - Sistema de referência instantâneo do veículo.
- CM_{A_i} - Posição do centro de massa do i -ésimo painel aberto.
- dm_{A_i} - Elemento de massa do i -ésimo painel aberto.
- dm_B - Elemento de massa da base.
- Dm_{R_j} - Elemento de massa do j -ésimo rotor.
- \vec{e}_{A_i} - vetor deslocamento elástico.
- E_c - Vetor de erro para treinar a rede de controle.
- E_m - Vetor de erro para treinar a rede de identificação.
- E_i - Módulo de elasticidade longitudinal.
- $E[\cdot]$ - Operador média ou esperança.
- $f^k(\cdot)$ - Função de ativação utilizada na camada k .
- $f_r(\cdot)$ - Funcional que resume as operações praticadas pela rede neural.
- F^k - Matriz diagonal das derivadas da função de ativação da camada k .
- \vec{g} - Eixo alinhado com a direção de guinada.
- G - Matriz giroscópica.
- h_i - Espessura do i -ésimo painel do satélite.
- $H(t)$ - Matriz das derivadas parciais do vetor de saídas da rede com relação aos pesos.

| | |
|----------------------|---|
| H_i^k | - Matriz de derivadas parciais do vetor de saída da rede com relação aos pesos associados ao neurônio i da camada k . |
| $\{I, X, Y, Z\}$ | - Sistema geocêntrico de referência (considerado inercial). |
| J_R | - Momento principal de inércia dos rotores. |
| K | - Matriz de rigidez. |
| $K(t)$ | - Ganho de Kalman no instante t . |
| l | - Número de camadas da rede neural. |
| l_x, l_y, l_z | - Cossenos diretores da vertical local. |
| L | - Função Lagrangiana. |
| L_{CAi} | - Matriz de rotação entre o sistema de referência do i -ésimo painel e o sistema de referência instantâneo. |
| L_{CC} | - Matriz de rotação entre os sistemas orbital e instantâneo. |
| L_{CRj} | - Matriz de rotação entre o sistema de referência do j -ésimo rotor e o sistema de referência instantâneo. |
| L_i | - Dimensões dos painéis. |
| m | - Massa total do veículo. |
| M | - Matriz de massa. |
| n_k | - Número de neurônios da camada k . |
| q | - Vetor de coordenadas generalizadas. |
| \dot{q} | - Vetor de velocidades generalizadas. |
| Q_{nc} | - Vetor de forças generalizadas com origem não conservativa |
| $P(t)$ | - Matriz de covariância do erro de estimação no instante t . |
| $\bar{P}(t)$ | - Propagação da matriz de covariância do erro de estimação. |
| $R(t)$ | - Matriz de covariância do erro nas observações. |
| \bar{r} | - Eixo alinhado com a direção de rolamento. |
| \bar{R}_{SC} | - Vetor posição do centro de massa instantâneo em relação ao ponto S . |
| $\bar{\dot{R}}_{SC}$ | - Vetor velocidade do centro de massa instantâneo. |
| R_j | - Centro de massa do j -ésimo rotor. |
| \bar{R}_{SAi} | - Vetor posição do centro de massa do i -ésimo painel em relação a S . |

- \vec{R}_{SRj} - Vetor posição do centro de massa do j -ésimo rotor em relação a S .
- $\{R_j, \vec{i}_{Rj}, \vec{j}_{Rj}, \vec{k}_{Rj}\}$ - Sistema de referência do j -ésimo rotor.
- S - Centro de massa do satélite em sua configuração final (não deformado).
- $\{S, \vec{i}_S, \vec{j}_S, \vec{k}_S\}$ - Sistema de referência fixo ao satélite.
- T - Energia cinética do satélite.
- $Tr(.)$ - Operação traço de uma matriz.
- V_E - Energia potencial elástica.
- V_G - Energia potencial gravitacional.
- \vec{V} - Velocidade inercial de um elemento de massa genérico.
- \vec{V}_{Ai} - Velocidade, com relação ao sistema inercial, de um elemento de massa do i -ésimo painel aberto.
- \vec{V}_B - Velocidade, com relação ao sistema inercial, de um elemento de massa da base do satélite.
- \vec{V}_C - Velocidade do centro de massa do satélite.
- \vec{V}_{Rj} - Velocidade, com relação ao sistema inercial, de um elemento de massa do j -ésimo rotor.
- $u(t)$ - Vetor de controle (entradas) do sistema dinâmico no instante t .
- w_i^k - Vetor dos pesos associados ao neurônio i da camada k .
- w_{ij}^k - Peso entre a saída do neurônio j da camada $k-1$ com neurônio i da camada k .
- W^k - Matriz dos pesos entre as saídas da camada $k-1$ e a camada k .
- x^k - Vetor das variáveis de saída da camada k .
- x_i^k - Saída apresentada pelo neurônio i da camada k .
- \bar{x}^k - Vetor de argumentos da função de ativação da camada k .
- $y_m(t)$ - Saída apresentada pela rede no instante t .
- $y(t)$ - Vetor de saídas do sistema dinâmico no instante t .
- $y_r(t)$ - Vetor de saída da rede neural no instante t .

| | |
|---------------------|--|
| $y^d(t)$ | - Saída apresentada pelo sistema (desejada para a rede) no instante t . |
| δ^k | - Vetor do erro retro-propagado transposto da camada k . |
| δ_i^k | - Vetor correspondente à i -ésima coluna da matriz Δ^k . |
| Δ^k | - Matriz de retro-propagação do erro na saída da rede neural relativo à camada k . |
| $\nabla(\cdot)$ | - Operador gradiente. |
| $\varepsilon(t)$ | - Erro na saída da rede neural no instante t . |
| ϕ^a | - a -ésimo modo de vibração de uma viga engastada-livre. |
| ψ^b | - b -ésimo modo de vibração de uma viga livre-livre. |
| λ | - Parâmetro de convergência do treinamento no método do gradiente. |
| θ_i | - Ângulos de atitude. |
| ζ | - Vetor de coordenadas generalizadas proveniente do processo de discretização dos deslocamentos elásticos. |
| ω | - Vetor de velocidade angular do satélite. |
| $\bar{\omega}_C$ | - Vetor velocidade angular do sistema instantâneo em relação ao inercial. |
| $\bar{\omega}_{Rj}$ | - Vetor velocidade angular do rotor em relação à base. |
| $\bar{\omega}_O$ | - Vetor velocidade orbital do veículo. |

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 - Redes Neurais - Generalidades

Redes Neurais Artificiais (RNAs) vêm sendo objeto de pesquisa nos últimos anos ganhando motivação devido a grande perspectiva de utilização como um novo meio para o Processamento de Informações. As RNAs procuram, “imitar” a Rede Neural Biológica do cérebro humano através de modelos matemáticos apropriados. O cérebro humano pode ser visto como um sistema constituído por inúmeras células nervosas fundamentais denominadas “neurônios”, a Figura 1.1 mostra de forma esquemática as partes que constituem um neurônio biológico. Como é sabido, o cérebro humano possui várias características que o tornam um excelente manipulador de informações, como por exemplo: processamento paralelo das informações, função de aprendizagem, capacidade de se auto organizar, memória associativa, reconhecimento de padrões, entre outras.

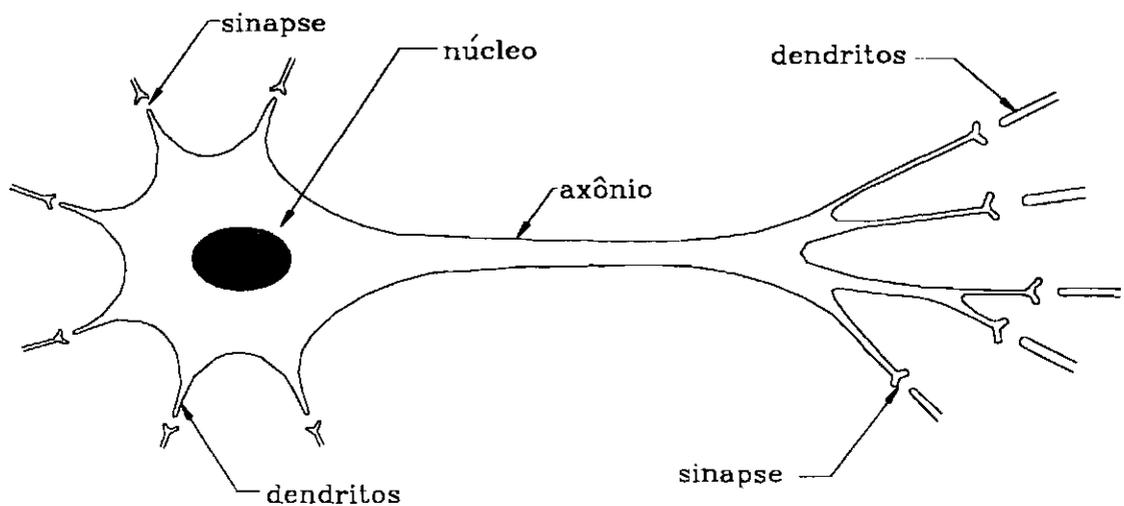


Fig. 1.1 - Neurônio Biológico.

Nas RNAs, um comportamento análogo ao do cérebro humano é emulado através de um arranjo conveniente de vários elementos fundamentais, “neurônios artificiais”, possibilitando o processamento paralelo da informação de forma distribuída. Nos Processadores Convencionais de Von Neumann, a propagação de atrasos limitam a velocidade de processamento, dada a característica seqüencial dos cálculos. Graças a natureza intrinsecamente paralela, as RNAs podem executar cálculos a uma velocidade extremamente alta, e ainda mais, possuem muitos aspectos atrativos e interessantes, como por exemplo, a capacidade de “aprender” e de se auto organizar. Desta forma, as RNAs podem adaptar-se facilmente às mudanças dos dados graças ao treinamento em tempo real. Elas são capazes de efetuar mapeamentos altamente não lineares entre sinais de entrada e saída, além de sintetizar associações que recuperam a saída apropriada quando for submetida a sinais de entrada desconhecidos. Além disso, devido a sua natureza intrinsecamente não linear, as RNAs são capazes de executar aproximações de funções não lineares contínuas e filtragem de sinais de forma muito mais precisa e conveniente que os tradicionais métodos de otimização linear (Widrow, 1985).

1.2 - Redes Neurais - Revisão Histórica

Nas décadas de 40 a 60, pesquisas interdisciplinares envolvendo o cérebro humano e os computadores estabeleceram os princípios básicos para o processamento das informações de forma ordenada e inteligente. McCulloch e Pitts na década de 40 conforme Kovacs (1993) propuseram a idéia de uma “Máquina Pensante”, possível de ser construída através da interconexão de modelos baseados no funcionamento dos neurônios biológicos. Tal idéia traduzia o conceito de “Redes Neurológicas”. Eles construíram um modelo de neurônio representando o elemento básico de processamento do cérebro humano e mostraram que este elemento era capaz de realizar operações lógicas simples.

Com o progresso das pesquisas sobre o cérebro humano e os computadores, o objetivo inicial que era a construção da “Máquina Pensante” foi alterado e passou-se a propor a construção de uma “Máquina de Aprender”. No final da década de 50,

Rosenblatt(1961) propôs o “*Perceptron*” fornecendo uma linha mestra para o projeto de sistemas específicos de aprendizagem. Segundo Kovacs (1993) na década de 60 Widrow e Hoff propuseram o *Adaptive Linear Element (ADALINE)* e Steinbuch formalizou a Matriz de Aprendizagem para o *ADALINE* baseando-se em funções de discriminantes lineares, a qual mais recentemente foi utilizada para reconhecimento de padrões (Hertz, 1991). O “*Perceptron*” ocasionou uma considerável excitação entre os pesquisadores da época devido a ser seu conceito extremamente simples. Entretanto, Minsky e Papert (1969) provaram, matematicamente, que o “*Perceptron*” não podia ser usado para gerar computacionalmente a maioria das funções lógicas elementares. Então, a excitação inicial terminou e as pesquisas em Inteligência Artificial, independente da estrutura biológica do cérebro, tiveram início. Por outro lado, o *ADALINE*, que é constituído por uma soma ponderada das entradas, em conjunto com o Procedimento de Mínimos Quadrados para ajustar os pesos de ponderação de forma a minimizar a diferença entre o sinal desejado e a saída, passou a ser bastante empregado como ferramenta poderosa no campo de processamento de sinais e controle adaptativo, devido, principalmente, ao rigor matemático deste tipo de formulação (Nielsen, 1990).

Contudo, alguns pesquisadores continuaram a trabalhar com Redes Neurais Artificiais durante a década de 70, Grossberg fez contribuições significativas à área com o desenvolvimento da Teoria Ressonante Adaptativa (*Adaptive Resonance Theory-ART*) baseada na idéia de que o cérebro humano possui a capacidade de organizar-se espontaneamente.

Ainda na década de 70, Werbos desenvolveu o algoritmo denominado Algoritmo de Retropropagação (*Back-Propagation Algorithm*), que no início foi utilizado em aplicações práticas para estimar modelos dinâmicos na área da Ciência e Comunicação Social. Apesar disto, os trabalhos de Werbos permaneceram desconhecidos pela comunidade científica. Somente nos meados de 1980, o Algoritmo de Retropropagação foi utilizado no procedimento de aprendizagem de Redes Neurais Artificiais do tipo “*feed-forward*” por Rumelhart (1986).

Por outro lado, nesta mesma época, Hopfield (1982) desenvolveu um determinado tipo de rede com características próprias que ficaram conhecidas como Redes Neurais Artificiais Recorrentes (*Recurrent Neural Networks*) pois tinham como base a interação entre os neurônios, sendo que o procedimento de treinamento era baseado em um conjunto de equações diferenciais não lineares de primeira ordem resultantes da minimização de uma certa função de energia. Além disso, Kosko (1987), com base em algumas idéias de Grossberg e Hopfield, desenvolveu um procedimento adaptativo para Memórias Associativas Bidirecionais (*Bidirectional Associative Memory*). Os resultados das pesquisas realizadas nesta área, na década de 80, motivaram a comunidade científica e atualmente as RNAs encontram aplicações nos mais diversos campos do conhecimento humano (Werbos, 1991).

As RNAs para reconhecimento de padrões foram largamente exploradas nas últimas décadas, sendo que as de Hopfield e as do tipo “*feed-forward*” em conjunto com o Algoritmo de Retropropagação são atualmente bastante aplicadas para manipulação de imagens e reconhecimento da fala (Fukuda e Shibata, 1992), assim como também para classificação e organização de documentos (Troina e Walker, 1996).

As RNAs são atualmente empregadas com sucesso em várias áreas, como por exemplo: em sistemas de guiagem automática para veículos, análises para o mercado financeiro, disposição de componentes em placa de circuito impresso, síntese de voz, visão artificial, reconhecimento de padrões, controle de processo em manufatura, sistemas visuais de inspeção de qualidade, controle de manipuladores robóticos, reconhecimento de linguagem falada e tradução instantânea, entre outros (Demuth e Beale, 1992). Na indústria química, as RNAs vêm sendo empregadas com bastante sucesso no monitoramento dos processos de destilação fracionada através de uma técnica denominada de Controle Preditivo para Sistemas não Lineares (Willis et al, 1992 e Mills et al., 1994).

A área aeronáutica também contempla inúmeras possibilidades para aplicações das RNAs, principalmente no campo de pilotos automáticos de aeronaves, e controle/deteção de falhas de sistemas de voo.

Já na área aeroespacial, o uso das RNAs para modelagem e controle de satélites artificiais ainda se encontra bastante restrito (Vadali et al., 1993); entretanto são bastante promissoras as possibilidades para futuras aplicações desta nova ferramenta, para a solução de problemas relativos a : predição e propagação de órbita (Rios Neto e Rao, 1996) e da atitude, deteção e análise de falhas em subsistemas, controle de atitude em circunstâncias adversas, controle autônomo de órbita e roteamento de canais de comunicação, reconfiguração de sistemas de controle autônomo para longo período de funcionamento e controle das vibrações em estrutura espaciais. Rao (1994) aplicou pela primeira vez as RNAs para resolver um problema relacionado com a estimação dos parâmetros que caracterizam sistemas aeroespaciais não estáveis onde pode-se constatar a robustez e confiabilidade do método proposto.

Chiu e Centinkunt (1995) desenvolveram um esquema de controle utilizando redes neurais artificiais que foi aplicado com êxito a sistemas mecânicos flexíveis, sendo que o algoritmo para ajustar os parâmetros da rede foi desenvolvido com base no Filtro Estendido de Kalman, conferindo ao procedimento a possibilidade de treinamento em tempo real uma vez que o mesmo mostrou-se muito mais eficiente, demandando um menor tempo de convergência, quando comparado com os métodos convencionais de Mínimos Quadrados.

Yang e Linkens (1994) propuseram um Controlador Adaptativo “on-line” baseado nas RNAs. O procedimento desenvolvido foi aplicado com sucesso ao controle de sistemas não lineares com parâmetros variantes de forma lenta e contínua no tempo.

Yen (1995) propôs o uso de um Sistema de Controle Autônomo com capacidade de reconfiguração. Tal proposta tem como base a conexão de forma híbrida entre as Redes Neurais do tipo Função Base Radial (*Adaptive Time-delay Radial Basis Function*), Memórias Associativas (*Eigenstructure Bidirecional Associative Memory*) e

um sistema “Fuzzy” (*Fuzzy-based Backpropagation Network*). Tais ferramentas associadas adequadamente constituem um Sistema Inteligente que é capaz de melhorar seu desempenho com base nas informações e experiências passadas.

1.3 - Sistemas Espaciais Flexíveis

No início da era espacial, quando os veículos lançados tinham pequenas dimensões e configurações simples, as investigações envolvendo procedimentos para o seu controle, eram feitas aproximando-os por corpos rígidos. Sabe-se que o movimento rotacional de um corpo rígido livre de torque é estável se ele tem como eixo de rotação o eixo de maior ou menor momento de inércia, sendo o movimento instável em relação ao eixo cujo momento de inércia é o intermediário (Kaplan,1973). Um satélite lançado nos meados de 1958 pelos EUA, denominado *Explorer 1*, possuía quatro antenas distribuídas de maneira simétrica num plano perpendicular ao seu corpo. Seu projeto previa que sua estabilização ocorreria de forma passiva, por rotação em torno do eixo de menor momento de inércia; no caso em questão, o eixo longitudinal ao corpo do satélite. Quando da realização da missão, o satélite em órbita começou a apresentar um movimento de cone divergente estabilizando finalmente com a rotação em torno do eixo de maior momento de inércia. Thomson (1963) analisou tal fenômeno e mostrou que este comportamento foi provocado pela dissipação interna de energia devida à vibração das antenas. Após a missão do *Explorer 1*, estudos foram feitos no sentido de estabelecer um critério que levasse em consideração os efeitos da dissipação interna de energia na estabilização por rotação, conhecido como Critério do Maior Momento de Inércia, Hughes e Fung (1971).

Outro exemplo, que ilustra os efeitos da flexibilidade na estabilização por rotação, é o *Alouette 1*, lançado pelo Canadá em 1962. Apesar de utilizar a experiência anterior adquirida com a missão do *Explorer 1*, o *Alouette 1* também não obteve êxito pois sua velocidade de rotação diminuiu gradualmente de 1,5 rpm para zero em pouco mais de 2 anos. Este decaimento relativamente rápido só pôde ser explicado em 1967 por Etkin e Hughes, os quais apontaram como causa a interação entre a flexibilidade e a

deformação térmica das antenas, resultando numa assimetria do sistema, o que acabou por favorecer o aparecimento de um torque desacelerador devido à pressão de radiação solar.

Além destes, existem vários outros exemplos de satélites que apresentaram em órbita um comportamento adverso daquele esperado, relacionado de alguma forma à flexibilidade dos apêndices, como por exemplos, longas antenas, telescópios, painéis solares, etc. Na área espacial as restrições impostas pelo veículo lançador como por exemplo a massa, o envelope dimensional e a energia disponível levam os arquitetos responsáveis pelas missões a conceberem satélites com configurações cada vez mais complexas. As limitações de peso e de energia fazem também com que os apêndices sejam geralmente construídos com materiais muito leves. Tal fato, aliado a limitação de espaço e devido às grandes acelerações a que são submetidas as estruturas durante a fase de lançamento, acarreta a necessidade dos satélites serem lançados carregando seus apêndices recolhidos de forma compacta para posterior desdobramento quando em órbita. Todos estes fatores somados fazem com que a configuração final do satélite apresente uma grande flexibilidade. No artigo publicado por Modi e Ibrahim (1984) são feitas inúmeras citações de sistemas com elevado grau de flexibilidade que ilustram os aspectos mencionados anteriormente, como por exemplo os satélites: *Communications Technology Satellite*, *Radio Astronomy Explorer* e *Tethered Orbiting Interferometer*.

Ao analisar a evolução das estruturas espaciais, pode-se notar o quanto é importante o estudo detalhado das interações entre as partes da estrutura considerada flexível e os fatores relacionados com sistemas de controle ativo da atitude, campo geomagnético, campo gravitacional terrestre, pressão de radiação solar, arrasto atmosférico, propriedades térmicas dos materiais, entre outros. Nas últimas décadas, tais aspectos têm adquirido enorme importância e é tratado com muito cuidado, pois uma dada missão pode ter seus objetivos seriamente comprometidos pela falta de compreensão destes fenômenos.

1.4 - Objetivos do Trabalho

A flexibilidade dos veículos espaciais, encarada a princípio apenas como um fenômeno responsável pela introdução de perturbações no comportamento dinâmico dos veículos, transformou-se num fator crítico nos projetos dos sistemas de controle ativos desenvolvidos atualmente. Existe vasta literatura nas áreas de controle, de métodos numéricos, de modelagem e de análise de estruturas flexíveis; entretanto, alguns problemas na área espacial assumem caráter interdisciplinar transcendendo os limites de cada um destes campos de conhecimento isolado, gerando problemas com elevada complexidade. Tais características fizeram com que a área de dinâmica e controle de atitude de veículos espaciais com apêndices flexíveis se mantivesse como foco de interesse principal dos pesquisadores durante as últimas décadas.

Outra característica inerente à área de dinâmica de atitude é a dificuldade que se tem para deduzir as equações do movimento, mesmo para configurações não muito complexas. Dependendo do caso, o número de graus de liberdade exigidos para a descrição da dinâmica do veículo torna praticamente impossível a obtenção das equações sem o auxílio de um manipulador algébrico.

Neste contexto, tendo em vista a enorme importância do estudo de problemas relacionados com a área de dinâmica de atitude o presente trabalho procura contemplar os seguintes objetivos:

- detalhar e sistematizar um procedimento para obtenção computacional de um modelo matemático para representar o comportamento dinâmico de um satélite em órbita circular, contendo painéis solares flexíveis e rotores para o controle ativo de atitude;
- desenvolver um *software* que empregando o manipulador simbólico *Mathematica*, seja capaz de obter as equações do movimento para uma dada configuração;
- efetuar uma análise qualitativa envolvendo as principais estruturas de controladores neurais, com enfoque voltado para as aplicações na área espacial;

- viabilizar um controlador neural para a atitude de veículos espaciais capaz de atuar de forma satisfatória em situações adversas, como por exemplo durante a fase de aquisição da atitude e também durante as manobras para correção de órbita, nas quais é grande o efeito das perturbações externas ao sistema dinâmico.

Neste trabalho de pesquisa, a principal motivação está em utilizar Redes Neurais Artificiais, explorando suas propriedades de modelamento não linear, adaptabilidade e tolerância a falhas, no desenvolvimento de estratégias de controle para a atitude de satélites artificiais.

1.5 - Apresentação do Trabalho

Após a introdução feita no presente capítulo, segue-se o Capítulo 2 dedicado ao estabelecimento da fundamentação teórica relacionada com a aplicação de redes neurais ao controle de sistemas dinâmicos, enfocando-se a Modelagem e Arquitetura das RNAs, o Modelo Matemático para um Neurônio Artificial típico, os Esquemas de Controle mais usuais e os Algoritmos de Treinamento empregados.

No Capítulo 3, são obtidas as expressões das energias cinética, potencial gravitacional e elástica, para um satélite constituído por um corpo central rígido contendo rotores e painéis solares flexíveis. Em seguida, através do método conhecido como Método dos Modos Admitidos (Meirovitch, 1967) faz-se uma discretização do sistema dinâmico com o objetivo de escrever a Função Lagrangiana que será utilizada para gerar as equações que representam o sistema dinâmico.

No Capítulo 4, é introduzido o modelo físico adotado para um satélite exemplo, tomando-se como base a configuração preliminar do satélite de Sensoriamento Remoto da MECB. O modelo assim obtido será utilizado para exemplificar e validar a aplicação do procedimento proposto no presente trabalho. Obtêm-se, então, as matrizes de massa, giroscópica e de rigidez para o satélite, na configuração com os painéis completamente abertos, utilizando-se um programa desenvolvido com o Manipulador

Algébrico Mathematica, completando as equações dinâmicas que representam o caso estudado. Para fins de ajuste dos parâmetros envolvidos na modelagem, inicialmente será mostrado as equações para um caso onde o sistema dinâmico foi linearizado em torno de um ponto de equilíbrio e logo após, apresenta-se o equacionamento para o caso completamente não linear.

No Capítulo 5, enfocam-se as particularidades e restrições inerentes ao caso estudado, definindo-se a topologia, vetor de entrada, funções de ativação e vetor de saída para ambas as redes neurais do modelo e do controle. Descrevem-se, ainda neste capítulo, os testes aos quais a metodologia proposta é submetida. As simulações são executadas e os resultados obtidos são analisados de forma gráfica, procurando mostrar a robustez e eficácia do procedimento tanto para o caso não linear.

Finalmente, o Capítulo 6 é dedicado às conclusões finais onde os objetivos propostos são confrontados com os resultados obtidos. São também identificadas possíveis linhas de prosseguimento e desdobramentos para o presente trabalho. Alguns comentários relevantes sobre os tópicos abordados são expostos encerrando o trabalho.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Este capítulo é dedicado ao estabelecimento dos fundamentos teóricos relacionados com a aplicação de redes neurais ao controle de sistemas dinâmicos.

Na Seção 2.1 discorre-se sobre aspectos gerais como: arquiteturas mais empregadas, modelo matemático para o neurônio artificial, funções de ativação utilizadas e as regras básicas para se efetuar o treinamento das redes neurais.

A Seção 2.2 faz menção aos aspectos relevantes sobre as alternativas para se proceder a representação de sistemas dinâmicos não lineares através da utilização de redes neurais e um breve relato sobre os problemas encontrados na identificação e controle de sistemas dinâmicos.

A Seção 2.3 é dedicada ao estabelecimento das linhas básicas referentes à aplicação de redes neurais ao controle de sistemas, enfocando os principais esquemas de controle empregados para o controle de sistemas não lineares.

Finalmente, na Seção 2.4, discorre-se sobre as redes neurais com alimentação direta (“*feed-forward*”), as quais serão empregadas neste trabalho, enfocando os principais métodos para treiná-las.

2.1 - Redes Neurais Artificiais

Redes Neurais Artificiais (RNAs), são estruturas compostas por um conjunto de unidades processadoras elementares, denominadas neurônios, conectados entre si de forma conveniente. A rede típica consiste de várias camadas, total ou parcialmente interligadas, onde duas dessas camadas fazem a interface com o meio externo; a camada onde os dados são apresentados à rede, denominada genericamente por camada de entrada, e a camada onde a rede fornece a resposta a um dado exemplo,

denominada por camada de saída. As demais camadas são as intermediárias as quais são chamadas de camadas ocultas.

As RNAs são caracterizadas por três aspectos fundamentais:- sua arquitetura, seus elementos processadores e seus algoritmos de treinamento. A seguir passaremos a discorrer com mais detalhe sobre estes fatores que caracterizam uma rede neural.

2.1.1 - Arquiteturas Utilizadas nas RNAs

A arquitetura de uma rede neural depende basicamente da geometria de como são realizadas as conexões entre seus neurônios, que afeta diretamente o comportamento e a forma de treinamento. Vale salientar que cada configuração arquitetônica possui uma analogia direta com alguma particularidade do sistema nervoso humano, sendo que para cada aplicação específica existe uma arquitetura de rede que melhor se adapta à solução do problema.

As Figuras 2.1 a 2.4 ilustram de forma esquemática algumas arquiteturas possíveis para as conexões entre os neurônios em uma RNA.

A Figura 2.1 mostra uma rede estática ou de alimentação direta (“*feed-forward*”), onde pode-se notar claramente o caráter direto da transferência da informação entre a camada de entrada e a camada de saída, através das várias camadas ocultas; por simplicidade é mostrado uma rede de apenas três camadas com 3, 5 e 2 neurônios respectivamente da camada de entrada para a camada de saída. As redes mais conhecidas com este tipo de arquitetura são: Rede de Perceptrons (*Perceptron Neural Networks*) com aplicação no campo de reconhecimento de padrões; Rede Linear Adaptativa (*Multilayer Adaptive Linear Element*) que foi desde o início utilizada como filtro para atenuação de ruídos em linhas telefônicas durante a década de 60 por Widrow, e que hoje é também utilizada com sucesso na área de previsão do tempo; Rede de Retro Propagação (*Back-Propagation Neural Network*) na atualidade é largamente utilizada nas mais diversas áreas em virtude do seu elevado poder de

bem da verdade, este tipo de rede constitui uma generalização da Rede de Perceptrons, no que diz respeito a função de ativação, e utiliza uma técnica de treinamento que ajusta os parâmetros de ponderação associados às conexões no sentido contrário ao da propagação da rede (retro propagação).

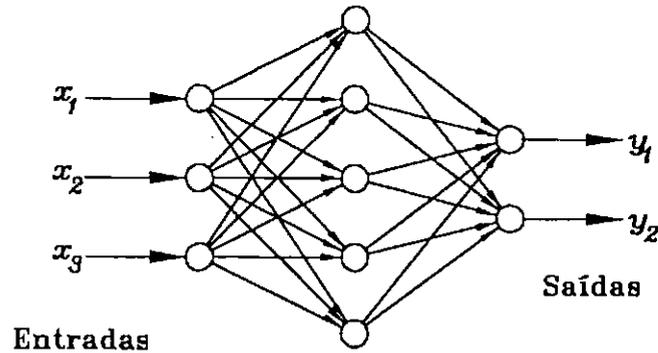


Fig. 2.1 - Rede estática ou com alimentação direta.

Para uma rede estática, as saídas num dado instante dependem apenas das entradas da rede neste mesmo instante, podendo ser representada por uma relação entrada/saída do tipo:

$$y = f(x), \quad (2.1)$$

que reflete com exatidão, por exemplo, as aplicações relacionadas com a área de identificação/reconhecimento de padrões. Deve-se salientar que, no entanto, estas redes estáticas apresentam limitações, relacionadas principalmente com instabilidade e treinamento deficiente, quando aplicadas na identificação e no controle de sistemas dinâmicos. No entanto, em situações especiais onde seja viável projetar um controlador discretizado, como por exemplo em sistemas com realimentação de erro através de um ganho não linear, a utilização deste tipo de rede pode ser feita com sucesso (Zbicowski e Gawthrop, 1992).

A Figura 2.2 mostra uma arquitetura do tipo recorrente ou dinâmica, sendo as saídas da rede realimentadas nas entradas (Narendra e Parthasarathy, 1990). Esta rede totalmente conectada é também conhecida como Rede Associativa em Linha Transversal

ou simplesmente Rede de Hopfield, em homenagem ao grande pesquisador da área John Hopfield. Nesta arquitetura, a saída de todos os elementos processadores está ligada à entrada de todos os demais elementos, exceto a si próprio; além disso, os pesos das conexões são simétricos, ou seja, o peso w_{ij} possui o mesmo valor que o peso w_{ji} .

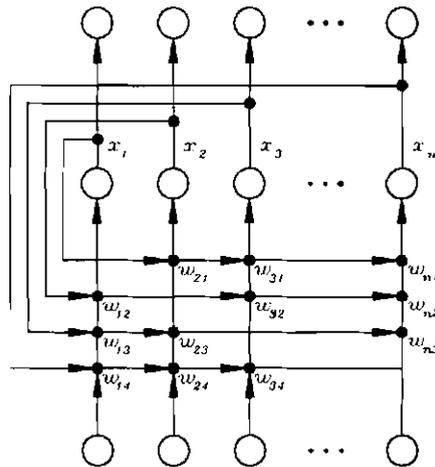


Fig. 2.2 - Rede com realimentação da saída.

Ordenar itens em categorias apropriadas é uma atividade freqüente, difícil e fundamental. A rede neural auto-organizável entra nesta área criando mapas bidimensionais proporcionando soluções elegantes e eficientes para estes problemas. Os mapas auto-organizáveis, também chamados de Redes com Aprendizado Competitivo, surgiram na década de 70, quando o pesquisador Kohonen descreveu e analisou vários algoritmos adaptativos constituídos por regras nas quais os pesos das conexões eram ajustados com base no valor anterior da saída do elemento, e no valor das conexões de entrada entre o elemento em questão e os demais.

Uma arquitetura do tipo competitiva tem tipicamente duas camadas: a camada de entrada e a camada de Kohonen. A Figura 2.3 ilustra de forma esquemática esta arquitetura. Na verdade, a principal contribuição de Kohonen foi o estabelecimento das regras para o treinamento deste tipo de rede, denominado por Aprendizado Competitivo. Durante o processo de treinamento, o elemento vencedor ajusta os seus pesos para ficarem próximos dos valores de entrada, e os elementos vizinhos a este

também ajustam os seus pesos, mas de forma menos intensa, nos demais é produzido um efeito inibidor, que pode ser implementado computacionalmente por uma função parecida com um “sombrero mexicano”. Este tipo de aprendizado competitivo pode ser visto como uma formalização das interações laterais entre grupos de neurônios vizinhos existentes no cérebro humano.

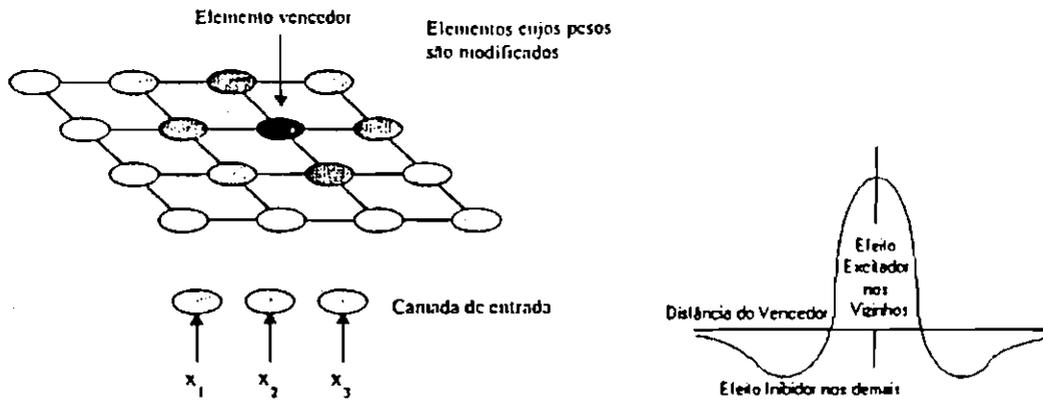


Fig. 2.3 - Rede de aprendizado competitivo de Kohonen.

Na configuração mostrada na Figura 2.4, existe uma realimentação entre cada camada, ou seja, as saídas de uma determinada camada são realimentadas na camada anterior. Pode ocorrer ainda, neste tipo de configuração, conexões laterais sendo que a saída de um neurônio de uma determinada camada alimenta os neurônios desta mesma camada (Jin et al., 1994).

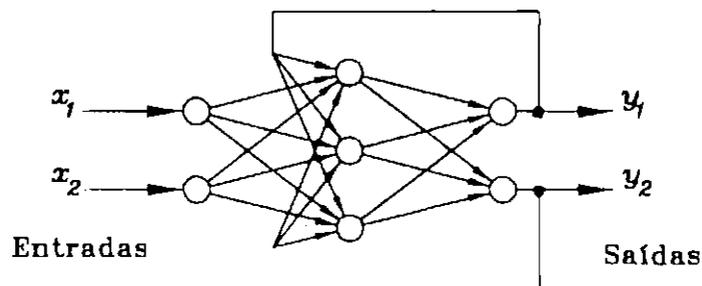


Fig. 2.4 - Rede com realimentação entre camadas, conexões laterais

Nas redes com configuração complexa onde a saída de cada neurônio alimenta todos os outros, inclusive a si próprio, a idéia de subdividir a rede em camadas perde o sentido pois, além da realimentação entre os neurônios, as entradas da rede também excitam todos os neurônios da rede. A saída dos neurônios internos é algumas vezes denominada de hiperestado da rede (Zbicowski e Gawthrop, 1992).

Existem ainda outros tipos de arquiteturas que ainda não tiveram suas potencialidades totalmente exploradas, como por exemplo as Redes Espaço-Temporais, Redes Estocásticas, as Redes Hierárquicas e as Redes do tipo Função Base Radial ("*RBF - Radial Base Functions*"). As Redes Espaço-Temporais são empregadas no tratamento de dados e emitem saídas que são funções do tempo; foram idealizadas durante as décadas de 60 e 70 por Stephen Grossberg, como uma tentativa de modelar o processo cognitivo de uma seqüência de eventos (Grossberg, 1976).

As Redes Estocásticas possuem um componente probabilístico que atua de acordo com determinada distribuição estatística; é também conhecida como Rede Neural Probabilística ("*PNN - Probabilistic Neural Network*"). Esta rede consiste na implementação neural dos classificadores Bayesianos, permitindo uma abordagem ótima para a classificação de padrões (Kan e Aleksander, 1987).

Nas Redes Hierárquicas, a idéia básica estabelece que seus elementos processadores estejam conectados a apenas um subconjunto de elementos das demais camadas, e não a todos. Isto implica que cada elemento pode agir somente sobre um conjunto parcial de informações. A rede hierárquica original é o *Neocognitron*, desenvolvida por Kunihiro Fukushima, Sei Miyabe e Takayuki Ito, de 1980 a 1988, cuja função básica é o reconhecimento de imagens, em particular de caracteres alfanuméricos (Kovaks, 1993).

As Redes Função Base Radial oferecem uma alternativa viável através do arranjo de perceptrons em duas camadas para o processamento de sinais. A cada elemento processador da primeira camada está associado um vetor denominado de

centro, e o elemento calcula a distância “Euclidiana” entre a entrada da rede e os centros; na seqüência este valor é submetido a uma função não linear. O treinamento ocorre via um algoritmo híbrido onde encontra-se primeiro os centros e depois os pesos das interconexões (Chen et al., 1990b e Chen et al., 1992).

Um aspecto bastante importante nas redes com realimentação está relacionado com o sincronismo entre a propagação direta da rede e as linhas de realimentação. A título de ilustração pode-se notar, por exemplo na Figura 2.2, que a rede está fornecendo a saída no instante $t+\delta t$, sendo que esta informação é realimentada no instante t . Nestes casos, deve-se adotar neurônios dinâmicos na especificação da rede, ou ainda, pode-se introduzir um elemento de atraso (armazenador, por exemplo) na malha de realimentação, sendo portanto a saída da rede discretizada dada por uma relação do tipo:

$$y(t+1) = f[y(t), x(t)]. \quad (2.2)$$

Já nas redes contendo conexões laterais, como as ilustradas nas Figuras 2.4, o procedimento de adotar elementos de atrasos não pode ser aplicado, devendo-se, então, assumir que os neurônios possuam uma dinâmica própria gerando os atrasos necessários ao sincronismo da rede neural. A saída no instante $k+1$ de um dado neurônio, está submetida ao estado no instante k dos demais neurônios a ele conectados, independente da camada a que ele pertença. O estado no instante $t+1$ da camada k na rede da Figura 2.4, por exemplo, pode ser dado pela seguinte relação:

$$x^k(t+1) = f^k [W^{k-1,k} x^{k-1}(t) + W^{k,k} x^k(t) + W^{k+1,k} x^{k+1}(t)] \quad (2.3)$$

onde W^{ij} é a matriz de peso que relaciona a saída dos neurônios da camada i à entrada dos neurônios da camada j , e f^k é a função de ativação da camada k . O primeiro, segundo e terceiro termo, colocados no argumento da função de ativação representam, respectivamente a alimentação direta da rede (“*feed-forward*”), as conexões laterais e recorrência (“*crosstalk/recurrency*”), e a realimentação da camada posterior (“*feed-back*”). Devido a complexidade das interconexões existentes esta arquitetura de rede

possui um poder bastante grande para a representação de sistemas dinâmicos, e por esta mesma razão apresenta um certo grau de dificuldade adicional relacionado com o procedimento de treinamento (Jin et al., 1994).

O estudo da estabilidade das redes neurais realimentadas é um problema bastante abordado na literatura, onde os resultados teóricos garantem a estabilidade da rede quando são assumidas algumas hipóteses simplificadoras (Hunt et al., 1992; Etxebarria, 1994).

2.1.2 - O Modelo de Neurônio

O neurônio biológico é a unidade celular básica do sistema nervoso dos humanos. Cada um deles pode ser visto como um elemento processador simples, que recebe e combina impulsos elétricos de muitos outros através de estruturas chamadas dendritos, como ilustrado na Figura 1.1, do Capítulo 1. Se o estímulo combinado for suficientemente forte, ativa o neurônio, que emite um sinal de saída, este percorre um prolongamento da célula, chamado axônio que ramificado termina em sinapses; estas são, por sua vez, conectadas com dendritos de outros neurônios que repetem o processo. Esta transferência simples de informação é de natureza química, mas produz efeitos elétricos que podem ser medidos, sua intensidade depende da quantidade e substâncias químicas liberadas através do axônio, sendo que esta quantidade é modificada à medida que o cérebro aprende.

Nas RNAs, a unidade análoga ao neurônio biológico do cérebro denomina-se “unidade processadora elementar”. Esta possui uma conexão de saída, análoga ao axônio, e várias conexões de entrada, análogas aos dendritos. Desta forma, cada unidade processadora elementar (neurônio artificial) é na verdade um operador que transforma diversas entradas numa única saída segundo uma lei matemática pré-estabelecida.

Do ponto de vista matemático a transformação efetuada pelo neurônio artificial dá-se em várias etapas. Num primeiro momento é feita uma ponderação das

entradas a que o neurônio está sujeito, através dos parâmetros denominados pesos , associados a cada entrada independentemente; em seguida, este valor é modificado por uma transformação, que na sua forma geral consiste na aplicação de uma dinâmica linear, seguida por uma função de ativação geralmente não linear.

A Figura 2.5, mostra de forma esquemática as etapas envolvidas na transformação entrada/saída para um neurônio artificial.

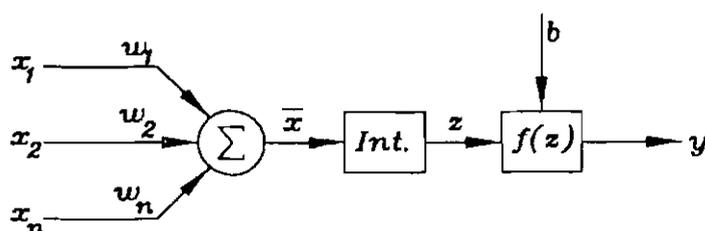


Fig. 2.5 Neurônio artificial - relação entrada/saída.

Os pesos associados às conexões podem ser determinados a partir de métodos de otimização que acabam gerando os conhecidos processos de treinamento ou aprendizagem (Sartori e Antsaklis, 1992). Durante o processo de treinamento ou aprendizagem, os pesos são ajustados por um método iterativo com o uso de uma função objetivo que deve ser minimizada; por conseguinte, a cada iteração a rede “aprende” o comportamento do sistema na vizinhança dos pontos utilizados para o treinamento.

Para efeito da implementação computacional de uma rede neural admite-se que a informação flui através dos neurônios de forma seqüencial e instantaneamente, ou seja, não existe atraso temporal significativo entre os sinais de entrada e de saída do neurônio. Na realidade, tal fato não ocorre com os neurônios biológicos, pois estes são conectados sem nenhuma espécie de sincronismo, existindo um atraso intrínseco entre a excitação e a resposta. Para procurar minimizar as diferenças entre o funcionamento do neurônio artificial e do neurônio biológico, Hopfield (1982) e Hunt et al. (1992),

sugeriram a introdução de uma dinâmica linear na transformação efetuada pelo neurônio artificial. Associado a esta dinâmica ter-se-ia um atraso na resposta fazendo com que o neurônio artificial funcione ao longo do tempo como um elemento armazenador de informação. Neurônios que contemplam estes aspectos de modelagem são aplicados preferencialmente às redes com realimentação, conforme descrito anteriormente quando discorreremos sobre as arquiteturas das RNAs.

A dinâmica linear quando presente na modelagem do neurônio é representada matematicamente por uma integral de convolução nos valores de entrada, dada por:

$$z(t) = \int_{-\infty}^t h(t - \tau) \bar{x}(\tau) d\tau \quad (2.4)$$

sendo \bar{x} o somatório ponderado dos sinais de entrada no neurônio, dado por:

$$\bar{x}(t) = \sum_{i=1}^n w_i x_i(t) \quad (2.5)$$

onde x_i , $i = 1, \dots, n$, representam as entradas do neurônio que são combinadas linearmente no somatório através dos pesos w_1, w_2, \dots, w_n .

Caso a transformação $h(t)$ seja representada por uma função exponencial, a integral resulta em:

$$\alpha_0 \dot{z}(t) + \alpha_1 z(t) = \bar{x}(t), \quad (2.6)$$

onde α_0 e α_1 são constantes associadas às condições iniciais. Se considerarmos o caso discreto, a equação anterior fica escrita como:

$$\alpha_0 z(t+1) = \bar{x}(t) - \alpha_1 z(t), \quad (2.7)$$

onde pode-se observar claramente o atraso introduzido pela dinâmica linear.

O resultado da dinâmica linear, quando presente, é acrescido de um valor estabelecido a priori denominado por limiar de ativação (“*threshold*”) e representado

pela letra b (“bias”). Na sequência, ao valor resultante desta operação é aplicada uma função de ativação, $f(\cdot)$, e a saída do neurônio fica expressa por:

$$y(t) = f(z(t) + b) . \quad (2.8)$$

2.1.3 - Funções de Ativação

O desempenho de uma rede neural é influenciado diretamente pelo tipo de função de ativação empregada, entre outros aspectos. Em problemas de classificação, reconhecimento de padrões e memorização, onde as respostas geralmente assumem valores binários (sim ou não, 0 ou 1, etc.) as funções de ativação descontínuas do tipo degrau, linear limitada ou a função sinal são bastante utilizadas (Hunt et al., 1992; Demuth e Beale, 1992). Já nas aplicações voltadas para a identificação e o controle de sistemas dinâmicos as funções de ativação mais empregadas são as funções não lineares pertencentes a classe C^1 , diferenciáveis e limitadas; tais como: a sigmóide, a tangente hiperbólica e a gaussiana. A utilização de funções de ativação desta classe está intimamente relacionada com os procedimentos de ajuste dos pesos (procedimento de treinamento da rede) que na maioria das vezes, como veremos logo a seguir, requerem o cálculo da derivada desta função para efetuar o ajuste dos pesos das interconexões.

Em algumas implementações práticas de redes neurais voltadas para o controle de sistemas dinâmicos, um fator bastante importante é o tempo de processamento da rede neural, que pode ser incompatível com a taxa de amostragem do sistema a ser controlado. Grande parte deste tempo é gasto no cálculo da função de ativação dos neurônios, que na maioria das vezes emprega a tangente hiperbólica. Com o objetivo de tentar reduzir este tempo de processamento, Caminhas et al. (1994) propôs uma função de ativação constituída por um quociente de dois monômios do primeiro grau. A função assim obtida é também de classe C^1 e aproxima com extrema fidelidade a função tangente hiperbólica, apresentando a vantagem de demandar uma carga computacional bastante inferior.

A Figura 2.6, mostra de forma gráfica as funções de ativação mencionadas.

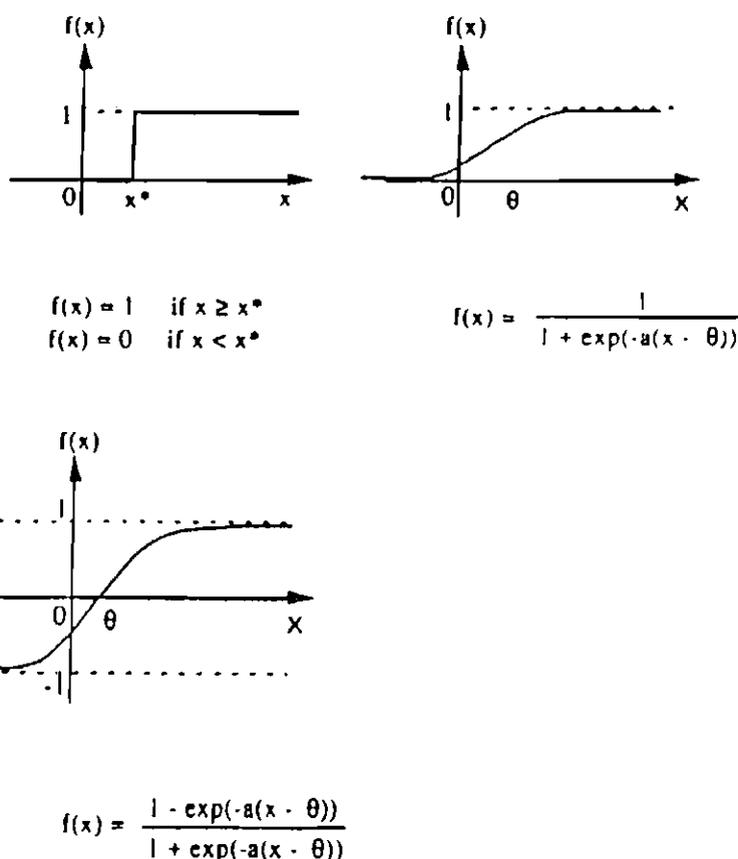


Fig. 2.6 Funções de Ativação.

2.1.4 - Regras de Aprendizagem

O processo de aprendizagem em uma RNA implica na mudança do comportamento da rede em relação ao meio externo. Como já mencionado, o valor da saída da rede neural é calculado em função da soma ponderada dos valores de entrada, sendo que normalmente esta função é definida durante a fase de construção da rede permanecendo inalterada daí por diante. Desta forma, modificar o valor da saída da rede implica necessariamente em modificar os pesos que ponderam as entradas para cada elemento processador dentro da arquitetura da rede neural. Embora seja possível em determinadas situações obter os pesos da rede diretamente a partir de um processo algébrico (Sartori e Antsaklis, 1992), os métodos iterativos são mais utilizados. Nestes

métodos utilizam-se critérios de busca por aproximações sucessivas, onde a função objetivo a ser minimizada depende do erro dado pela diferença entre o valor desejado na saída da rede neural e o valor realmente apresentado. Enquanto a função objetivo é minimizada, os pesos são ajustados e em cada passo a rede “aprende” o comportamento do sistema em torno do ponto de treinamento. Quando a função objetivo atinge um mínimo, o processo de treinamento está concluído, de tal modo que a precisão gerada (diferença entre o sistema real e o resultado da rede neural) é apenas uma função do número de elementos processadores, do tipo de função de ativação adotada e da arquitetura escolhida para a rede.

Um dos algoritmos de aprendizagem mais utilizado, denominado por Regra Delta, ou Algoritmo dos Mínimos Quadrados (*Least Mean Squares*), foi desenvolvido por B. Widrow e Marcian Hoff, em 1960. Neste algoritmo a minimização do erro caminha sobre a superfície do funcional a ser minimizado na direção oposta a do seu gradiente, ocasionando uma convergência segura e relativamente rápida. Com base neste algoritmo, Rumelhart, Hinton e Williams em 1986, desenvolveram um método mais geral e eficiente para o ajuste dos pesos denominado de Algoritmo de Retro-Propagação (“*Back-Propagation*”), o qual é atualmente muito utilizado para efetuar o treinamento de RNAs que possuem camadas escondidas.

Recentemente, o problema de treinamento das RNAs passou também a ser tratado como um problema de estimação de parâmetros através de Técnicas Estocásticas. Rios Neto (1994) propôs um procedimento no qual a identificação dos parâmetros da rede é encarada como um problema de otimização, cuja solução emprega as conhecidas técnicas de perturbação de primeira ordem em conjunto com o modelamento estocástico para as matrizes de peso, reduzindo, desta maneira, o problema geral de otimização a um problema de estimação de parâmetros na forma recursiva utilizando uma solução semelhante a Filtragem de Kalman, preservando o paralelismo no processamento das informações durante o treinamento.

Com base no que foi discorrido, conclui-se que é no processo de treinamento onde são encontradas as maiores diferenças entre as diversas maneiras arquitetônicas utilizadas na implementação das redes neurais. Desta maneira, os procedimentos utilizados no treinamento diferem a princípio, dependendo da topologia da rede, quer seja a rede estática ou dinâmica, e objetivam conferir à rede características para que melhor se adaptem a solução do problema em questão. Nas RNAs estáticas, algoritmos desenvolvidos com base no método do gradiente, com retro-propagação do erro, têm-se mostrado bastante eficientes no processo de treinamento. Esta mesma filosofia pode ser empregada no desenvolvimento dos procedimentos para treinar as redes dinâmicas, requerendo apenas algumas adaptações no caso da utilização de neurônios dinâmicos (Hopfield, 1982).

Na literatura, encontra-se uma variada gama de métodos de treinamento onde as formulações variam em função de uma aplicação específica, no entanto, na grande maioria das vezes, sempre fazem uso do algoritmo de retro-propagação para propagar o erro da saída através das camadas internas (camadas ocultas) da rede neural. Devido ao fato de que grande parte do esforço necessário para a solução de um problema específico é absorvido pelas etapas de elaboração dos códigos computacionais para a representação da rede e do processo de treinamento, algumas empresas especializadas na elaboração de “*softwares*” vislumbraram nesta área um fértil campo comercial, e direcionaram para ela parte de suas pesquisas e desenvolvimento. Atualmente, existem ferramentas computacionais implementadas nas linguagens MATLAB e C++ que permitem a construção e o treinamento de redes com arquitetura variada (Demuth e Beale, 1992; Norgaard, 1995).

As redes realimentadas podem ser treinadas para trabalhar com reconhecimento de padrões (treinamento de padrões) ou emulação de sistemas dinâmicos não lineares (treinamento de trajetória), sendo que em cada uma das situações, o procedimento adotado para o treinamento é diferente. No primeiro caso, a RNA deve apresentar uma saída análoga ao padrão de entrada. Inicialmente a rede é treinada com padrões livres de ruídos até que ela tenha “aprendido” todos os padrões de entrada; em

entrada; em seguida, são apresentados para a rede alguns dos mesmos padrões só, que, corrompidos por um determinado nível de ruído. Nesta etapa do treinamento, a cada nova iteração, a saída da rede se aproxima de um ponto de equilíbrio que está relacionado com o padrão apresentado e após algumas iterações a rede se estabiliza e o resultado final é conseguido dentro do nível de precisão pré-estabelecido. Já no treinamento de trajetória, o que se pretende é forçar a rede a seguir o mais próximo possível uma trajetória pré-especificada de tal sorte que ao final do treinamento a rede seja capaz de emular o comportamento dinâmico de sistemas físicos não lineares. Na solução deste tipo de problema é necessário fornecer, como entrada para a rede, informações atuais e atrasadas do estado do sistema, fazendo com que a rede funcione como um propagador numérico para o sistema dinâmico (Hopfield, 1982; Hunt et al., 1992).

2.2. - Representação de Sistemas Dinâmicos

O método de representar o sistema dinâmico através de um sistema de equações diferenciais e de respostas encontra-se muito bem estabelecido pela teoria de sistemas e pode ser aplicado a uma extensa gama de problemas. Por exemplo, as equações do tipo:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t) = \Phi[x(t), u(t)], \quad t \in R^+ \quad (2.9)$$

$$y(t) = \Psi[x(t)] \quad (2.10)$$

onde $x(t)=[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$, $u(t)=[u_1(t), u_2(t), \dots, u_p(t)]^T$ e $y(t)=[y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)]^T$, representam respectivamente as p variáveis de entrada e as m variáveis de saída do sistema de ordem n . O vetor $x(t)=[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$ denota o estado do sistema no tempo t e é determinado a partir das condições iniciais no instante t_0 ; o vetor de entradas $u(t)$ é definido sobre todo o intervalo de tempo considerado, e o vetor de saídas $y(t)$ é determinado completamente pelo estado do sistema no tempo t .

O sistema de equações dado pelas Equações 2.9 e 2.10 é chamado de representação em termos das variáveis de entrada/saída para o sistema dinâmico. Na

maioria das aplicações práticas é conveniente obter uma representação discretizada para o sistema. O sistema discretizado pode então ser representado por um sistema de equações de diferenças em correspondência ao sistema de equações diferenciais. A versão discretizada para o sistema fica dada por:

$$x(k+1) = \Phi[x(k), u(k)] \quad (2.11)$$

$$y(k) = \Psi[x(k)] \quad (2.12)$$

onde nesta formulação, $u(\cdot)$, $x(\cdot)$ e $y(\cdot)$ são seqüências temporais discretas. Caso o sistema descrito pelas relações anteriores seja assumido por hipótese como linear e invariante no tempo, as equações que regem o fenômeno ficam dadas por:

$$x(k+1) = A x(k) + B u(k) \quad (2.13)$$

$$y(k) = C x(k) \quad (2.14)$$

onde A , B e C , são matrizes constantes de dimensões $n \times n$, $n \times p$ e $m \times n$ respectivamente. A teoria hoje existente para controlar sistemas lineares está solidamente estabelecida, porém não garante a eficácia do controlador no caso de sistemas não-lineares. A solução encontrada foi utilizar a teoria de controle linear em sistemas linearizados, isto é, sistemas não-lineares onde foram aplicadas técnicas de linearização em torno de um ponto ou trajetória de operação e, a partir daí, usar métodos consagrados de estabilidade e obtenção do ganho para o controlador. Ainda assim, o controlador pode falhar na presença de perturbações não consideradas no modelo ou quando o estado do sistema encontrar-se longe da região linearizada.

A teoria de controle para sistemas lineares invariantes no tempo encontra-se atualmente bem estruturada e solidamente estabelecida, de tal forma que os conceitos de controlabilidade, estabilidade e observabilidade constituem ferramentas eficazes na análise e tratamento de sistemas dinâmicos, onde o ganho do controlador pode ser calculado segundo métodos que otimizem um dado índice de performance. As diferentes formas de tratar este problema baseiam-se no fato de que sempre é possível reduzir-se o problema original à solução de um sistema linear de n equações e n incógnitas. Por

outro lado, a solução de problemas envolvendo equações não lineares, na forma das Equações 2.11 e 2.12, onde as funções são conhecidas, resulta numa equação algébrica não linear para a qual não existem métodos de otimização suficientemente poderosos para resolvê-la. Conseqüentemente, muitas hipóteses devem ser feitas para tornar o problema analiticamente tratável (Antsaklis, 1990).

2.2.1 - Identificação e Controle de Sistemas Dinâmicos

Quando os mapeamentos não lineares dados pelas funções $\Phi(\cdot)$ e $\Psi(\cdot)$ nas Relações 2.11 e 2.12, ou as matrizes A , B , C nas Equações 2.13 e 2.14 são desconhecidas, a identificação dos parâmetros da planta que representa o sistema dinâmico deve ser a primeira providência a ser tomada.

Considera-se então, que a planta seja estável com uma parametrização conhecida mas com valores desconhecidos para os parâmetros. O objetivo consiste em construir um modelo identificador apropriado o qual quando estiver submetido a mesma entrada $u(k)$ da planta, produza uma saída $y_m(k)$ que aproxima $y_p(k)$. A Figura 2.7 mostra um diagrama de blocos para um identificador típico.

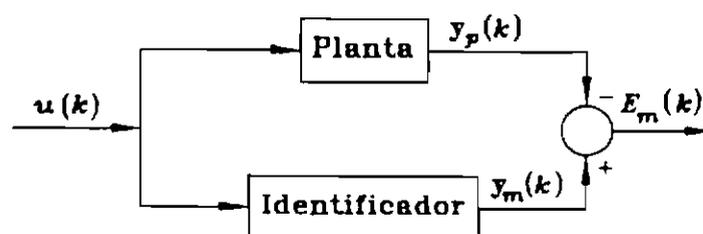


Fig. 2.7 - Identificador típico.

A teoria de controle trabalha com a análise e síntese de sistema dinâmicos nos quais uma ou mais variáveis devem estar dentro de limites pré-estabelecidos. Se as funções que regem o sistema dinâmico são conhecidas, o problema de controle está em projetar um controlador que gere as entradas desejadas $u(k)$ com base em todas as informações disponíveis até o instante k .

Enquanto muitas técnicas existentes no domínio da frequência ou do tempo podem ser utilizadas para projetar um controlador para sistemas lineares como os descritos pelas Equações 2.13 e 2.14, onde as matrizes A , B , e C são conhecidas, não existem métodos similares para sistemas não lineares, mesmo quando as funções $\Phi(\cdot)$ e $\Psi(\cdot)$ são conhecidas. Para garantir um tratamento matemático adequado a este tipo de planta, muito esforço tem sido feito na direção do controle adaptativo para sistemas lineares invariantes no tempo com parâmetros desconhecidos (Narendra e Parthasarathy, 1990).

Sistemas adaptativos nos quais utilizam-se explicitamente modelos para o controle têm sido bastante estudados. Tais sistemas são denominados como Controle Adaptativo por Modelo de Referência (*Model Reference Adaptive Control*).

Mais recentemente, os esforços foram direcionados para o desenvolvimento de controladores adaptativos, que compensam variações na dinâmica do sistema devido a degradação de sensores e atuadores ou ainda devido as perturbações ambientais, através de adaptações e correções nos parâmetros utilizados pelo controlador, de forma a garantir e assegurar o desempenho e a robustez da malha de controle. Alguns sistemas, entretanto, não permitem a aplicação desta abordagem simplificada, por possuírem dinâmica altamente não-linear, gerando problemas devido as falhas na identificação das variáveis de estado, ou ainda devido as imprecisões do modelo linearizado (Lightbody et al., 1992). Os fatores mencionados anteriormente induzem ao desenvolvimento de controladores que empreguem técnicas não-lineares como forma de aumentar a confiabilidade e robustez.

São principalmente as não-linearidades inerentes a todo sistema dinâmico que tornam difícil de ser obtida a correspondência matemática entre o erro e o controle. Neste aspecto, justamente por proporcionarem excelente modelagem de sistemas não-lineares, redes neurais vêm apresentando bons resultados quando empregadas na identificação tanto da planta do sistema como do próprio controlador (Chen et al., 1990; Chen e Billings, 1992).

2.3 - Aplicações de RNAs ao Controle de Sistemas Dinâmicos

2.3.1 - Aspectos Gerais

Existem muitos casos onde a Teoria de Controle Automático tem papel de importância fundamental; com o progresso desta técnica, atualmente, o controle automático possui inúmeras aplicações nas quais observa-se uma acentuada melhoria da performance do sistema dinâmico. Controles Adaptativos, tal como o Controle Adaptativo por Modelo de Referência (*Model Reference Adaptive Control*) e o Controle Auto-Sintonizado (*Self-Tuning Regulators*) foram aplicados com sucesso a sistemas contendo elevado grau de incerteza. Entretanto, tais controladores apresentam problemas devido a grande quantidade de cálculos que crescem exponencialmente com o número de parâmetros desconhecidos.

Nas últimas décadas, muitos esforços têm sido empregados no sentido de aplicar as RNAs ao controle de sistemas dinâmicos não lineares, onde elas podem ser usadas para lidar com as não linearidades e incertezas, como também, para ajustar as funções na identificação do sistema dinâmico (Narendra e Parthasarathy, 1990).

Durante o processo de desenvolvimento de um sistema de controle baseado em redes neurais existe uma seqüência lógica de atividades que na maioria dos casos devem ser executadas: inicialmente treina-se a rede que irá desempenhar o papel de simulador para o sistema dinâmico (processo de identificação). Para tanto a rede neural é alimentada com as entradas do sistema real, e os pesos são ajustados comparando-se as saídas da rede com as saídas medidas pelos sensores existentes na planta a ser controlada; em seguida, uma outra rede neural que fará o papel do controlador é treinada. Após isto, estando o simulador e o controlador identificados, ambos já estão aptos a fazer parte da malha de controle.

Em muitos casos, o processo de treinamento pode continuar ativo durante o funcionamento da malha de controle, caso tenha-se a intenção de melhorar o desempenho do sistema dinâmico (Nguyen e Widrow, 1990).

2.3.2 - Identificação de Sistemas Dinâmicos

Utilizando-se redes do tipo estática para esta finalidade as informações a respeito do comportamento dinâmico do sistema são fornecidas através de entradas “atrasadas” referentes ao seu estado. Estas informações atrasadas representam, na verdade, uma realimentação realizada com valores oriundos do sistema dinâmico ou até mesmo da própria rede neural, fazendo com que a rede estática incorpore a dinâmica do sistema passando a ter um comportamento semelhante a uma rede de Hopfield. O número destas informações atrasadas que devem ser utilizadas está relacionado diretamente com a ordem do sistema real, ou seja, o grau da equação diferencial que rege seu comportamento. Billings et al., (1992), fazem importantes conclusões sobre a relação entre o número de entradas atrasadas e a ordem do sistema dinâmico, estabelecendo que o erro apresentado pela rede após o treinamento diminui conforme se aumenta o número de entradas atrasadas, até atingir um valor mínimo, sendo que este valor mínimo ocorre quando o número de entradas atrasadas for compatível com a ordem das equações que representam o fenômeno físico.

Na literatura da área encontra-se uma distinção clara com relação às configurações nas quais a rede neural pode ser utilizada com a finalidade de identificar uma determinada planta. Considera-se uma primeira configuração denominada Modelagem Direta e uma segunda denominada Modelagem Inversa (Hunt, et al., 1992; Warwick et al., 1992).

Como os próprios nomes indicam, na Modelagem Direta a RNA irá procurar imitar exatamente as saídas do sistema físico real, para tanto, a rede é colocada em paralelo com o sistema real sendo que a saída da rede neural é comparada com a saída da planta do sistema real e o erro é utilizado para o treinamento da RNA que funcionará, após o treinamento, como um simulador para o referido sistema dinâmico. A Figura 2.8, mostra um diagrama de blocos para a configuração descrita anteriormente. No caso de utilizar-se redes estáticas, as informações sobre a dinâmica do sistema físico real são

fornechas através de valores atrasados no tempo das variáveis de entrada, ou seja, a saída da rede neste caso é dada por:

$$y_m(t+1) = f_m(y_p(t), y_p(t-1), \dots, y_p(t-n), u(t), u(t-1), \dots, u(t-k)) \quad (2.15)$$

Vale a pena observar que, se a rede é alimentada com valores passados do sistema é necessário alguma forma de armazenamento destas informações. Este fato indica que a estrutura de treinamento não é exatamente paralela, e por isso este modelo é algumas vezes chamado de série-paralelo. Após o treinamento, o erro entre a saída da rede neural e o sistema real é bastante pequeno e, desta forma, é possível trocar a realimentação dos valores de saída da planta $y_p(t)$ pela saída obtida pela própria rede $y_m(t)$. Neste caso, o funcional fica:

$$y_m(t+1) = f_m(y_m(t), y_m(t-1), \dots, y_m(t-n), u(t), u(t-1), \dots, u(t-k)) \quad (2.16)$$

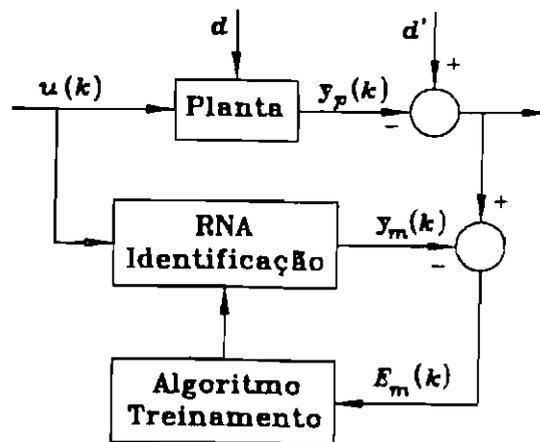


Fig. 2.8 - Identificação do modelo direto.

Psaltis et al., (1988), propuseram duas alternativas para se proceder a identificação do modelo inverso da planta; uma primeira denominada Modelagem Inversa Generalizada e outra denominada Modelagem Inversa Especializada. A modelagem Inversa Generalizada, apresentada na Figura 2.9, utiliza um sinal de referência u para excitar a planta, e a sua resposta é usada como entrada na rede neural. A saída da rede é em seguida comparada com o sinal de referência e o erro é empregado no processo de treinamento da rede. Esta configuração força a rede neural a comportar-

se de forma inversa ao sistema. O principal problema nesta abordagem é garantir que a rede seja treinada numa região bastante ampla dos valores possíveis da saída y_p , o que pode ser difícil de se conseguir sem um modelo matemático do sistema que mapeie a referência u na saída y_p .

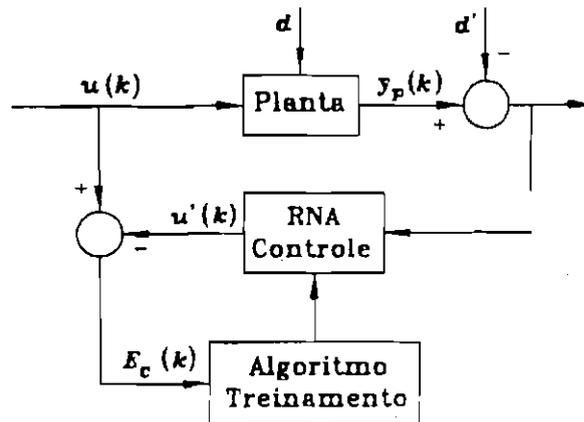


Fig. 2.9 - Identificação do modelo inverso.

Quando o sistema apresenta mais de uma saída para a mesma entrada provavelmente a rede não irá apresentar a resposta correta. Na maioria dos casos é necessário o conhecimento prévio do controle u de forma a garantir o aprendizado da rede; entretanto, nem sempre se dispõe de uma lei de controle válida para todo o domínio de atuação do sistema. Dado que o comportamento dinâmico do sistema depende, dentre outros fatores, do histórico dos sinais de controle, torna-se imediato e natural supor que o modelo inverso também dependa destas informações. Desta forma, deve-se garantir que a rede receba como entrada valores atrasados do controle, e neste caso, a função de transferência pode ser escrita como:

$$u_m(t) = f_m(y_p(t), \dot{y}_p(t-1), \dots, y_p(t-n), u(t-1), u(t-2), \dots, u(t-k)) \quad (2.17)$$

Após o treinamento, a rede com o modelo inverso, pode ser utilizada como um controlador não-linear em malha aberta, cuja entrada é o valor de referência desejado na saída do sistema. Entretanto, como mencionado anteriormente, não há meios de garantir que o treinamento desta rede seja efetuado em todo o domínio da

planta, ou mesmo nas imediações da referência a ser mantida, pois desconhece-se como o sistema se comporta com relação à uma dada atuação do controle.

Já a Modelagem Inversa Especializada (Psaltis et al., 1988), como mostra a Figura 2.10, é composta por duas redes neurais: a primeira recebe um sinal de referência igual ao estado desejado para o sistema; a segunda rede é essencialmente uma rede que representa o modelo direto, colocada em paralelo com o sistema dinâmico.

O treinamento é realizado com o erro dado pela diferença entre o sinal de referência y_d e a saída da planta y_p . Uma outra alternativa para calcular o erro e treinar a rede consiste em utilizar a saída do modelo direto y_m ao invés de y_p , o que pode ser conveniente quando o treinamento não puder ser realizado com a própria planta, ou quando a saída do sistema for muito ruidosa. Deve-se tomar cuidado neste caso, uma vez que a representação do modelo inverso estará vinculada à exatidão do modelo direto, pois, eventuais erros no modelo direto podem se propagar para o modelo inverso durante a aprendizagem, levando a rede a se comportar de forma diferente do sistema real.

A principal vantagem do modelo especializado inverso com relação ao modelo inverso está principalmente no fato de que o sinal de referência é mais fácil de ser obtido do que o sinal de controle para a planta, pois o sinal de referência consiste no próprio estado do sistema, além de permitir que seja feito um treinamento “on-line”. Outra particularidade deste tipo de treinamento está no fato de que, o modelo inverso dado pelo inverso da Relação 2.15, requer o conhecimento prévio do estado no instante $t+1$, o que constitui um problema, pois normalmente esta informação não se encontra disponível; sugere-se então, a substituição do estado no instante $t+1$ pela referência, visto que ambos estarão próximos, no caso de representação correta do modelo inverso pela rede neural. O funcional matemático que representa esta rede pode ser dado por:

$$u(t) = f_m^{-1} \left(y_d(t+1), y_p(t), y_p(t-1), \dots, y_p(t-n), \right. \\ \left. u(t-1), u(t-2), \dots, u(t-k) \right) \quad (2.18)$$

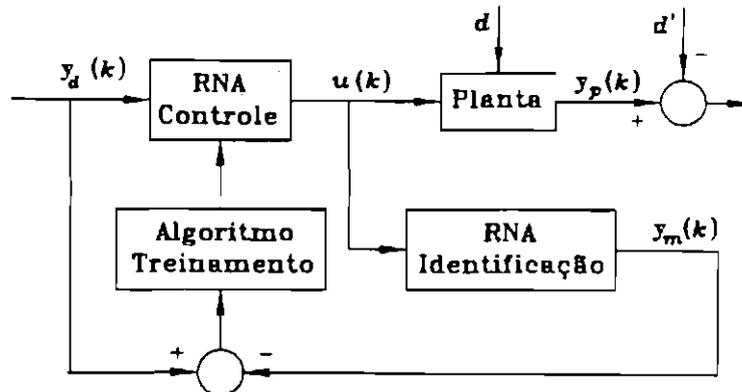


Fig. 2.10 - Modelo especializado inverso.

2.3.3 - Controladores utilizando Redes Neurais Artificiais

Modelos de sistemas dinâmicos e seus inversos possuem utilidade imediata em controle de sistemas. Na bibliografia existente na área de controle de sistemas não lineares utilizando RNAs, encontram-se inúmeras referências onde as estruturas dos controladores são estudadas com profundidade e particularizadas para a solução de um problema específico. Nesta seção enfocam-se em detalhe aquelas estruturas que são mais genéricas com aplicação confiável e sistemas com modelo direto e inverso. É assumido, a priori, que o modelo da planta a ser controlada possa ser considerada na forma de uma rede neural a qual foi previamente treinada utilizando-se uma das técnicas já mencionadas.

Na literatura sobre arquiteturas de RNA para controle, um grande número de estruturas de controladores têm sido propostas e usadas. Faz-se, a seguir, um relato daquelas estruturas de controladores que são mais utilizadas.

2.3.3.1 - Controle Supervisionado

Na prática, encontram-se muitas situações nas quais a ação de “feedback” para o sistema de controle é fornecida pelo homem quer seja durante a realização de uma tarefa específica ou quando torna-se muito complicado projetar um controlador

automático usando as técnicas padrões de controle (pode ser impossível de se obter um modelo analítico para o sistema de controle). Em algumas situações pode ser desejável projetar-se um controle automático que imite a ação do elemento humano.

As redes neurais fornecem uma possibilidade interessante para resolver este problema. O treinamento da rede acontece de forma similar ao processo de identificação com Modelo Direto. Neste caso, no entanto, as entradas para a RNA correspondem às entradas das informações dos sensores recebidas pelo elemento humano. A rede neural fornece saídas usando para treinamento as entradas que o elemento humano fornece para o sistema de controle. A Figura 2.11 mostra um diagrama de blocos para este tipo de controlador.

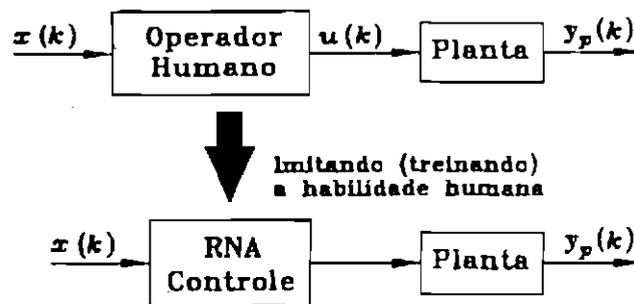


Fig. 2.11 - Controle Supervisionado.

2.3.3.2 - Controle Inverso Direto

Este esquema de controle é bastante empregado em aplicações práticas. A popularidade desta metodologia está relacionada com a simplicidade que a mesma oferece. A idéia envolvida neste método teve sua origem provavelmente inspirada nos esquemas de controladores auto-sintonizados, onde o sinal de controle para a planta é obtido a partir de um modelo matemático inverso da planta. O Controle Inverso Direto utiliza um modelo inverso da planta que representa o sistema dinâmico o qual é colocado em série com o sistema a ser controlado de tal forma que o sistema composto resulta em um mapeamento idêntico entre a resposta desejada (entrada da rede) e a saída do sistema controlado. Assim, nesta configuração, a RNA funciona diretamente como

um controlador (Narendra e Parthasarathy, 1990). A Figura 2.12 mostra um diagrama de blocos para esta configuração de controlador.

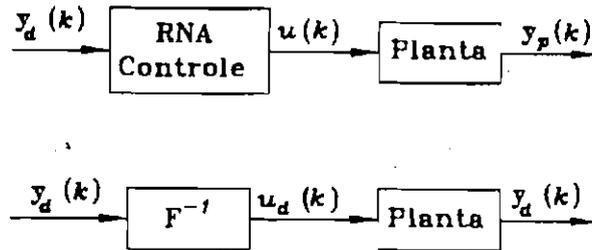


Fig. 2.12 - Controle Inverso Direto.

2.3.3.3 - Controle por Modelo de Referência

Nesta estrutura de controle a performance desejada para o sistema em malha fechada é especificada através de um modelo de referência, o qual é definido por pares entrada/saída $[r(k), y_r(k)]$. O sistema de controle tenta fazer a saída da planta $y_p(k)$ seguir a saída do modelo de referência assintoticamente, ou seja; $\lim_{k \rightarrow \infty} \|y_p(k) - y_r(k)\| \leq \varepsilon$ para alguma constante pré estabelecida, $\varepsilon > 0$.

A Figura 2.13 mostra um diagrama de blocos para esta estrutura de controlador (Narendra e Parthasarathy, 1990), onde observa-se que o erro definido anteriormente é utilizado no processo de treinamento da rede neural controladora, e o treinamento dá-se segundo o modelo inverso descrito anteriormente.

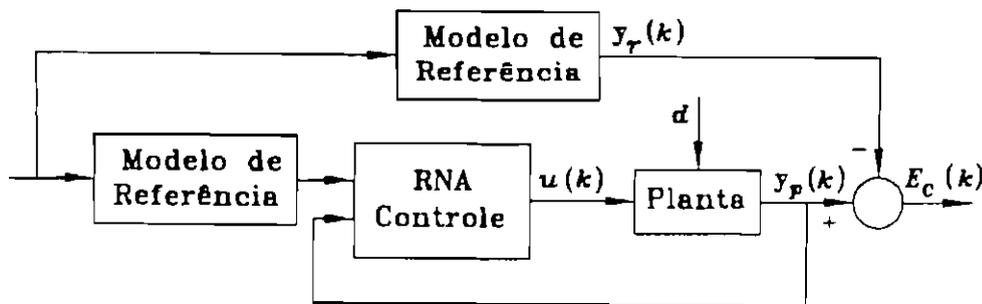


Fig. 2.13 - Controle por Modelo de Referência.

Uma outra metodologia bastante interessante para treinar a rede neural de controle com base em um modelo de referência foi proposta por Kawato et al. (1988), objetivando principalmente aplicações em sistemas robóticos. Esta estrutura de controle assume o não conhecimento da planta e o treinamento da rede neural é assistido por um controlador convencional, o qual é colocado em paralelo com o controlador neural, conforme ilustra a figura a seguir. Durante o processo de treinamento o controlador convencional funciona como uma espécie de “professor” para o controlador neural, desta forma, o controle e o treinamento são feitos simultaneamente observando-se que a medida que o controlador neural vai se aproximando da ação desejada, o sinal de realimentação deixa de ter influência no controle ficando apenas o sinal de saída do controlador neural a comandar o sistema dinâmico. A Figura 2.14 ilustra de forma esquemática esta estrutura de controle.

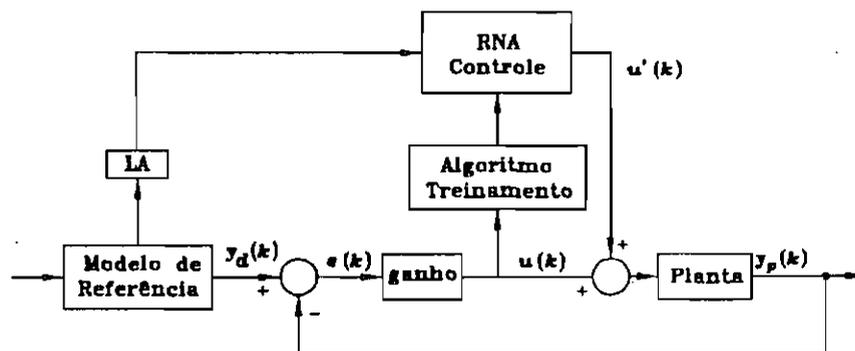


Fig. 2.14 - Controle com aprendizagem via erro de realimentação.

Nascimento Jr. (1994) explorou com profundidade este esquema de controle e propôs modificações na estrutura básica proposta por Kawato com o objetivo de introduzir maior generalidade, permitindo e viabilizando sua aplicação a uma grande variedade de sistemas dinâmicos, além de desenvolver a formulação matemática necessária para o algoritmo de treinamento.

2.3.3.4 - Controle com Modelo Interno (IMC)

Nesta estrutura de controle os modelos diretos e inversos da planta que representa o sistema dinâmico são utilizados diretamente como elementos internos ao

“loop de feedback” do controlador (Hunt e Sbarbaro, 1991). Esta estrutura de controle foi profundamente examinada onde mostrou-se de forma clara aspectos favoráveis em termos de robustez e estabilidade (Chen e Billings, 1992).

Na estrutura de controle interno; IMC, a RNA de modelo do sistema é treinado para se comportar como o sistema dinâmico. Uma segunda rede, a rede de controle é a seguir treinada segundo o modelo inverso, usando no treinamento o erro retro-propagado do modelo direto. Como as redes neurais controladora e de identificação não são alimentadas com informações que permitem a modelagem das perturbações que afetam o comportamento do sistema dinâmico, elas, por si só, não conseguem eliminar os erros na trajetória de referência devido aos efeitos destas perturbações. Na verdade, o conhecimento adquirido pela rede neural retrata o comportamento dinâmico “médio” da planta, ou seja, o comportamento que o sistema teria na ausência de perturbações.

Objetivando aumentar a robustez do controlador, a diferença entre a trajetória real da planta, incluindo as não linearidades e perturbações, e a trajetória fornecida pela rede neural do modelo é então utilizada como uma realimentação de forma a corrigir o estado e compensar os efeitos das perturbações (Garcia e Morari, 1982). Visto sob um outro ângulo, este tipo de controle obriga o sistema a assumir o comportamento dinâmico da rede de modelo. A Figura 2.15. ilustra esta estrutura de controlador neural. O objetivo do filtro linear que aparece no diagrama é introduzir uma maior robustez ao sistema de controle.

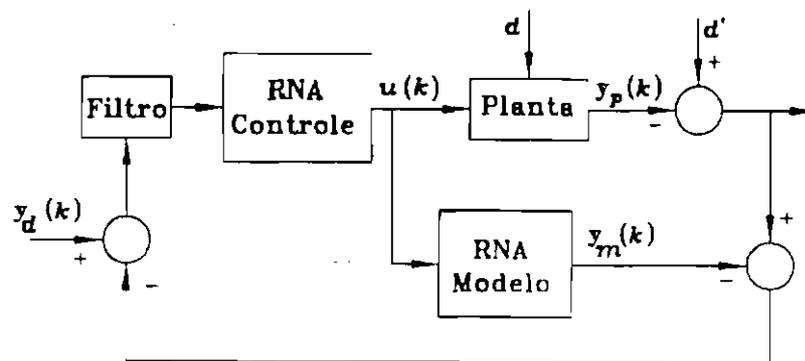


Fig. 2.15- Controlador IMC.

2.3.3.5 - Controle Adaptativo

O Controle Adaptativo Parametrizado é identificado como o problema de controlar as saídas de um sistema que possui uma estrutura parametrizada conhecida onde os parâmetros envolvidos não são conhecidos. Para tornar este problema tratável analiticamente, segundo a teoria de controle adaptativo, a planta do sistema deve ser considerada como sendo linear e invariante no tempo com parâmetros desconhecidos.

Duas metodologias distintas podem ser utilizadas para empregar o controle adaptativo a sistemas com planta desconhecida: o controle direto e o controle indireto. No controle direto, os parâmetros do controlador são ajustados diretamente tal que uma norma do erro de saída seja minimizada. Já, no controle indireto, os parâmetros da planta do sistema dinâmico são estimados e os parâmetros do controlador são escolhidos assumindo que os parâmetros estimados para a planta retratem a realidade do fenômeno físico (Chen e Khalil, 1992).

O Controle Adaptativo Direto, como mostrado na Figura 2.16, apresenta dificuldades de implementação uma vez que as saídas da planta que representa o sistema dinâmico não estão disponíveis. Desta forma, nenhum algoritmo conhecido atualmente pode ser utilizado para o treinamento das redes neurais, pois não se dispõe de meios para avaliar numericamente as derivadas parciais necessárias durante o processo de aprendizagem.

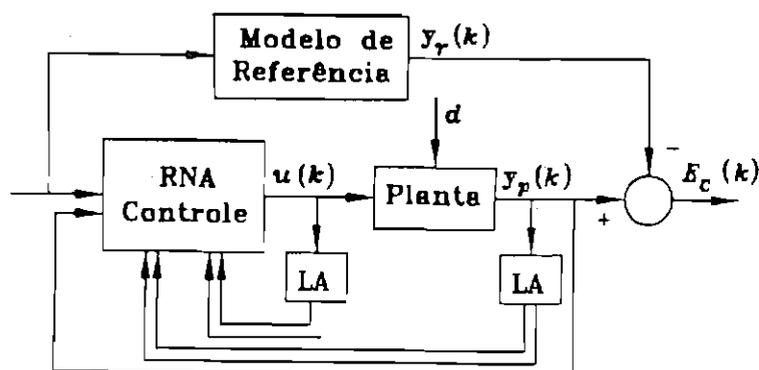


Fig. 2.16 - Controle Adaptativo Direto.

Na Figura 2.16 e Figura 2.17, observa-se a existência de um bloco denominado “LA”, significando Linhas de Atraso, que são necessárias ao procedimento de treinamento das RNA.

Os problemas inerentes ao esquema de controle mostrado na Figura 2.16, podem ser solucionados através da utilização de um outro esquema onde a planta é modelada por outra rede neural, tornando possível a aplicação do procedimento de aprendizagem, como pode ser visto na Figura 2.17. Entretanto o treinamento da rede neural do controle deve ser feito “on-line” demandando cuidados especiais na escolha da topologia da rede e algoritmo de treinamento (Zhang et al., 1995; Linkens e Yang, 1994).

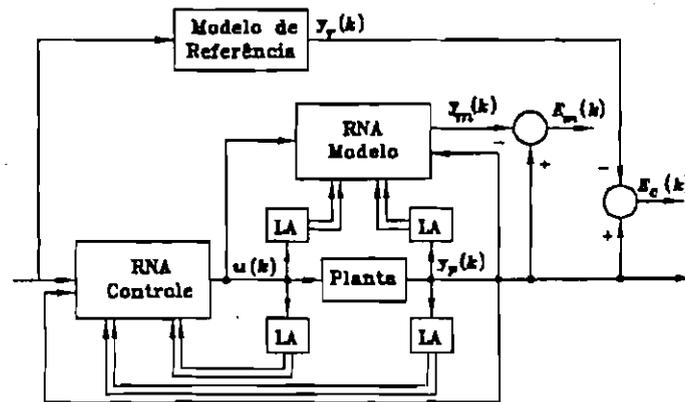


Fig. 2.17 - Controle Adaptativo Indireto.

2.3.3.6 - Controle Preditivo

Neste esquema de controle, uma RNA Identificadora fornece uma estimativa para a resposta do sistema dinâmico dentro de um horizonte pré-estabelecido. Esta estimativa passa por um procedimento de otimização com o objetivo de calcular um sinal de controle $u'(k)$ tal que um determinado índice de desempenho seja atendido. A Figura 2.18 mostra de forma esquemática esta estrutura de controle.

A RNA Controladora é então treinada para produzir um sinal de controle $u(k)$, para a planta, compatível com o sinal da rotina de otimização $u'(k)$. Uma vantagem

deste método reside no fato de que o “loop externo”, em linhas tracejadas na Figura 2.18, pode ser desativado tão logo as RNAs estejam treinadas.

Este esquema de controle pode também ser visto como um Controlador Adaptativo com Modelo de Referência (Hunt et al., 1992).

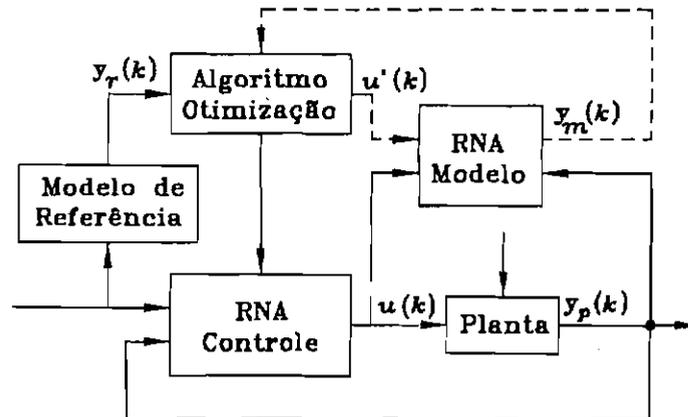


Fig. 2.18 - Controle Preditivo.

2.3.3.7 - Controle Inteligente

O Controle Inteligente utilizando RNA apresenta grande vantagem em relação aos esquemas tradicionais de controle pois pode ser aplicado a sistemas dinamicamente complexos que estão sujeitos a falhas estruturais, ou que demandam atuação em situações bastante complexas e distintas do ponto de vista dinâmico.

Quando uma falha ocorre, o sistema dinâmico assume uma nova configuração para a qual existe uma nova estratégia de controle. Uma estrutura de controle em dois níveis é utilizada. No primeiro nível (nível mais alto) a falha é detectada utilizando-se técnicas de reconhecimento de padrões e ativa um determinado controlador em função da identificação do tipo de falha (Astrom, 1991 ; Bavarian, 1988; Shoureshi, 1991). No segundo nível um controle adaptativo é utilizado para controlar o sistema dinâmico.

A Figura 2.19 mostra de forma esquemática esta estrutura de controle onde pode-se observar os dois níveis operacionais mencionados anteriormente.

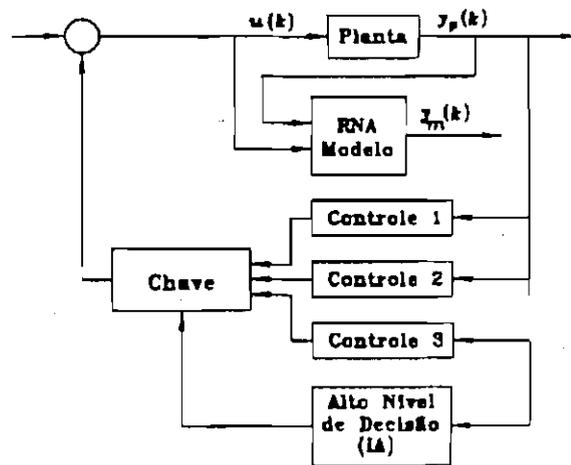


Fig. 2.19 - Controle Inteligente.

Redes neurais artificiais multicamadas são utilizadas no segundo nível para a identificação e controle do sistema dinâmico e como reconhecimento de padrões no nível mais alto para identificar a falha do sistema (Narendra, 1991; Narendra e Mukhopadhyay, 1992).

2.4 - Redes Neurais de Alimentação Direta

Como mencionado, as RNAs estáticas não possuem características relacionadas ao comportamento dinâmico, entretanto, a realimentação do estado do sistema, ou a saída da própria rede neural, permite que elas adquiram tal comportamento, mesmo na ausência da dinâmica linear embutida no modelo dos neurônios. Esta particularidade referente as redes estáticas, aliada a relativa facilidade de treinamento através do algoritmo de retro-propagação do erro, fizeram com que esta arquitetura de rede se tornasse uma ferramenta de grande poder para a identificação e controle de sistemas dinâmicos. Em virtude disto, optou-se por trabalhar com tal arquitetura para as redes neurais utilizadas na elaboração do procedimento de controle proposto no presente trabalho. Desta forma, passaremos a discorrer sobre as

particularidades envolvidas nesta arquitetura, dando-se um enfoque especial aos procedimentos utilizados para o treinamento da rede neural.

Uma rede neural de alimentação direta “*feedforward*” pode ser vista como sendo uma transformação não linear de mapeamento entre os n_0 elementos da entrada e os n_l elementos da saída. A apresentação desta arquitetura dá-se por várias camadas de neurônios artificiais não dinâmicos conectados entre si de forma conveniente. As diferentes camadas da rede ponderam suas respectivas entradas utilizando os pesos e aplicam, logo a seguir, a função ativação no somatório das entradas ponderadas. Cada camada da rede neural é composta por vários neurônios. Assim, se considerarmos que o i -ésimo neurônio da camada k possui n_{k-1} argumentos de entrada as suas saídas serão dadas por:

$$x_i^k = f^k \left(\sum_{j=1}^{n_{k-1}} w_{ij}^k x_j^{k-1} + b_i^k \right). \quad (2.19)$$

Vale a pena observar que o “bias” , b^k , parte integrante do argumento da função de ativação, pode ser suprimido quando se inclui mais uma componente, normalmente de valor unitário, no vetor constituído pelos argumentos de entrada, e desta forma, a determinação do valor do “bias” é feito de forma automática através do ajuste de mais um conjunto de pesos, o qual está associado às entradas unitárias. Este artifício pode ser interessante do ponto de vista computacional pois pode trazer algumas simplificações à implementação. Os cálculos efetuados durante propagação das informações através da rede neural podem ser colocados numa forma algébrica através da utilização de vetores e matrizes. Nesta notação, o vetor de saída da camada k fica dado por;

$$x^k = f^k(W^k x^{k-1}) \quad (2.20)$$

$$x^k = \begin{bmatrix} f^k(\bar{x}_1^k) \\ \vdots \\ f^k(\bar{x}_{n_k}^k) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

onde x^{k-1} é o vetor de saída da camada $k-1$ e W^k é a matriz de pesos da camada k composta por:

$$W^k = \begin{bmatrix} w_{11}^k & \cdots & w_{1n_{k-1}}^k & b_1^k \\ w_{21}^k & \cdots & w_{2n_{k-1}}^k & b_2^k \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ w_{n_k 1}^k & \cdots & w_{n_k n_{k-1}}^k & b_{n_k}^k \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

onde pode-se observar que na última coluna temos os valores dos “bias”, e com isso as dimensões de x^k e W^k devem ser estendidas para n_k+1 e $n_k \times n_{k-1}+1$, respectivamente.

Numa configuração típica, diversas camadas são conectadas para formar uma rede estática, sendo que na maioria das vezes os neurônios das camadas ocultas (camadas intermediárias) fazem uso de um mesmo tipo de função de ativação, diferente daquela utilizada pelos neurônios da camada de saída. Desta forma se considerarmos uma rede neural composta por l camadas, o conjunto dos elementos de saída x^l , pode ser representado através de uma função do vetor de entrada x^0 da seguinte forma:

$$x^l = f^l(W^l f^{l-1}(W^{l-1} \dots f^1(W^1 x^0) \dots)) \quad (2.23)$$

O desempenho de uma RNA estática depende diretamente do número de camadas que ela possua, sendo que uma rede com um número maior de camadas geralmente apresenta resultados melhores quando comparados com uma rede com um número menor de camadas, mas com a mesma quantidade de neurônios (Nguyen e Widrow, 1990; Chen e Billings, 1989). Entretanto a capacidade de generalização da rede, isto é, o grau de aproximação para situações onde a rede não foi treinada, é mais pronunciada nas redes com poucas camadas ocultas (Baffes et al., 1991).

Os sistemas dinâmicos estáveis, que possuem característica de continuidade e confinamento são passíveis de serem emulados por redes neurais; nestas condições, uma rede neural estática com duas ou três camadas produzirá resultados satisfatórios na grande maioria das aplicações. Entretanto, uma vez concluído o

o treinamento da rede, o erro em relação ao sistema real é função exclusiva do número de neurônios empregado e da forma de treinamento. O número de neurônios e o número de camadas devem ser ajustados empiricamente, já que ainda não se dispõe de meios mais precisos que relacionem estas variáveis com o grau de representação desejado para o modelo.

O treinamento de redes estáticas consiste de métodos para ajustar o conjunto de parâmetros associados às conexões que ligam os diversos neurônios e seus respectivos patamares (“bias”). Os métodos de treinamento normalmente partem da minimização do erro apresentado na saída da rede e variam também conforme a forma de implementação. Aborda-se a seguir, o Algoritmo de Retro-propagação, o Método do Gradiente e Filtro Estendido de Kalman.

2.4.1 - Métodos de Treinamento para RNAs com Alimentação Direta

Treinar uma rede neural consiste em submetê-la a procedimentos numéricos de otimização com o objetivo de ajustar os pesos das interconexões dos neurônios. Tais procedimentos, na maioria das vezes, são desenvolvidos com base na aplicação de técnicas de otimização, para resolver um problema de minimização de uma função objetivo. Procedimentos numéricos distintos aliados a diferentes funções de minimização levam a métodos de treinamento distintos, com características particulares, adaptados à solução de um dado problema específico. Entretanto, a maioria dos métodos utilizam a retro-propagação do erro na estimativa dos pesos das camadas ocultas (Rumelhart et al., 1986).

O algoritmo de retro-propagação nada mais é do que um método recorrente que permite avaliar as derivadas; as quais na maioria das vezes pode ser colocada em termos da variação apresentada na saída de um dado neurônio, quando um dos pesos da rede é alterado. Dada a topologia particular deste tipo de rede neural artificial, esta derivada é relacionada com as derivadas dos neurônios da camada imediatamente seguinte, caracterizando desta forma a relação de recorrência. Assim, o procedimento consiste em calcular de início a derivada para a camada de saída (última camada), a

seguir para a penúltima e assim por diante. O método do gradiente utiliza esta forma de retro-propagação para propagar o erro na saída da rede até as camadas ocultas, e com isso efetuar um ajuste nas matrizes de pesos destas camadas. O método de estimação ótima baseado no filtro estendido de Kalman utiliza este método para avaliar o valor das derivadas do erro em relação aos pesos nas camadas ocultas da rede.

2.4.1.1 - O Algoritmo de Retro-propagação

O algoritmo de retro-propagação é utilizado para avaliar a derivada parcial do valor amostrado na saída de um dado neurônio em relação a um determinado peso de uma camada anterior. Tomemos então, a i -ésima componente do vetor x^k apresentado na saída da camada k . A derivada desta componente com relação ao peso j associado a este neurônio é obtida derivando-se a Expressão 2.20, e resulta:

$$\frac{\partial x_i^k}{\partial w_{ij}^k} = f^{k'}(\bar{x}_i^k) x_j^{k-1} \quad (2.24)$$

onde $f^{k'}(\cdot)$ é a derivada da função de ativação da camada k com relação ao seu argumento, a qual pode ser avaliada para todos os valores de \bar{x}^k , uma vez que as funções de ativação empregadas são contínuas e diferenciáveis, conforme mencionado anteriormente. Note-se que, para qualquer outra componente do vetor x^k , esta derivada é nula, uma vez que esta componente não depende do peso w_{ij} . A equação anterior pode ser escrita numa forma vetorial, que resulta em:

$$\frac{\partial x^k}{\partial w_{ij}^k} = F^k \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ x_j^{k-1} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.25)$$

sendo que a i -ésima componente é a única não nula do vetor que aparece no segundo membro da relação anterior, e F^k é uma matriz diagonal contendo as derivadas da função de ativação, dada por:

$$F^k = \frac{df^k(\bar{x}^k)}{d\bar{x}^k} = \begin{bmatrix} f^{k'}(\bar{x}_1^k) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & f^{k'}(\bar{x}_{n_k}^k) \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Como as funções de ativação por hipótese devem ser contínuas e diferenciáveis, a derivada pode ser avaliada em todos os valores de \bar{x}^k . De maneira análoga, a variação da componente m com relação ao peso w_{ij} pertencente a camada imediatamente anterior, $k-1$, fica dada por:

$$\frac{\partial x_m^k}{\partial w_{ij}^{k-1}} = f^{k'}(\bar{x}_m^k) \sum_{s=1}^{n_{k-1}} w_{ms}^k \frac{\partial x_s^{k-1}}{\partial w_{ij}^{k-1}}. \quad (2.27)$$

Vale a pena notar, neste ponto, que no caso do índice s ser igual a i , a derivada da componente x_s pertencente a camada $k-1$ é análoga à derivada obtida na Relação 2.24, que pode ser substituída na equação anterior, resultando em:

$$\frac{\partial x_m^k}{\partial w_{ij}^{k-1}} = f^{k'}(\bar{x}_m^k) w_{mi}^k f^{k-1'}(\bar{x}_i^{k-1}) x_j^{k-2} \quad (2.28)$$

que a exemplo do que foi feito anteriormente, também pode ser escrita na forma vetorial resultando em:

$$\frac{\partial x^k}{\partial w_{ij}^{k-1}} = F^k W^k F^{k-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ x_j^{k-2} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.29)$$

onde, novamente, todas as componentes dos vetor do segundo membro da relação anterior são nulas exceto a i -ésima componente.

Analisando as expressões anteriores, percebemos a existência de uma relação de recorrência intrínseca que permite obter a derivada com relação aos pesos das

conexões associados a uma dada camada, a partir de valores calculados durante a avaliação das derivadas das camadas anteriores.

Finalmente, podemos então generalizar o procedimento efetuado anteriormente e avaliar a derivada da m -ésima componente do vetor x^l apresentado na camada l (camada de saída da rede), com relação ao peso w_{ij} (peso j associado ao neurônio i) da camada k como:

$$\frac{\partial x_m^l}{\partial w_{ij}^k} = \delta_{m,i}^k x_j^{k-1} \quad (2.30)$$

onde os escalares $\delta_{m,i}^k$ são obtidos segundo a seguinte relação de recorrência,

$$\delta_{m,i}^k = f'^k(\bar{x}_i^k) \sum_{s=1}^{n_{k+1}} \delta_{m,s}^{k+1} w_{si}^{k+1}, \quad (2.31)$$

sendo que,

$$\delta_{m,i}^{k+1} = \begin{cases} f'^{k+1}(\bar{x}_i^{k+1}), & \text{se } i = m \\ 0 & , \text{ se } i \neq m \end{cases} \quad (2.32)$$

As relações obtidas até então podem ser escritas na forma vetorial, e a derivada do vetor de saídas da rede pode ser avaliada por:

$$\frac{\partial x^l}{\partial w_{ij}^k} = \Delta^k \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ x_j^{k-1} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.33)$$

onde a matriz de retro-propagação, Δ^k é dada por:

$$\Delta^k = F^l W^l F^{l-1} W^{l-1} \dots F^{k+1} W^{k+1} F^k \quad (2.34)$$

que na forma recorrente fica,

$$\Delta^k = \Delta^{k+1} W^{k+1} F^k, \quad (2.35)$$

sendo que no início do processo a matriz Δ^l , para a camada de saída, l , vale $\Delta^l = F^l$. As demais componentes da matriz de retro-propagação são dadas pelos $\delta_{m,i}^k$, fornecidos na Relação 2.31.

É importante notar que a matriz de retro-propagação Δ^k , possui dimensão de $n_l \times n_k$, e ao ser multiplicada pelo erro na saída da rede neural, a matriz resultante pode ser vista como uma espécie de retro-propagação do erro, permitindo o ajuste dos pesos da interconexões nas camadas ocultas da rede neural. Do ponto de vista computacional, vale frisar que a dimensão da matriz de pesos da camada k é de $n_k \times n_{k-1} + 1$, pois já foram incluídos os pesos referentes ao patamar de ativação na última coluna; com isto, a matriz de derivadas da função de ativação, F^k , deveria possuir dimensão $n_{k-1} + 1 \times n_{k-1} + 1$, mas como o último elemento da diagonal é sempre nulo, pois representa a derivada de uma constante, pode-se reduzir a dimensão da matriz de pesos e da matriz F durante as multiplicações.

2.4.1.2 - O Método do Gradiente

Este método é com certeza o mais explorado e utilizado entre todos os outros métodos de treinamento. É conhecido na literatura como o Método de Gradiente do Erro, e por vezes chamado simplesmente de Retro-Propagação, por alguns autores. A principal vantagem deste método reside no alto grau de paralelismo alcançado na atualização dos pesos da rede (Hunt et al., 1992). Tal método teve origem no início da década de 60, quando Bernard Widrow desenvolveu uma rede com alimentação direta baseada em elementos processadores adaptativos lineares *ADALINE*, a qual passou a ser utilizada com muito sucesso na filtragem de ruídos em linhas telefônicas (Nguyen e Widrow, 1990).

A rede *ADALINE* possui uma série de pesos ajustáveis os quais são utilizados para ponderar as entradas, em seguida estes valores passam por um somador e finalmente esta soma é submetida a uma função não-linear, originalmente uma função

sinal, ou degrau, obtendo-se assim a saída da rede. Um mecanismo de controle recebe o valor das entradas, da saída da rede e da saída desejada, e os utiliza para ajustar os pesos. Desta forma, uma rede *ADALINE* pode ser visualizada como uma rede neural de uma única camada. Este método de treinamento, proposto por Widrow foi adaptado e generalizado para redes múltiplas-camadas e funções de transferência diferenciáveis e não-lineares originando o método do gradiente. O método de ajuste caminha na direção do gradiente do funcional a ser minimizado, acarretando uma convergência segura, sendo que os pesos são ajustados a partir da última camada da rede, fornecendo desta forma as informações necessárias para o ajuste dos pesos da camada imediatamente anterior e assim sucessivamente, decorrendo deste fato o nome alternativo de retro-propagação dado por alguns autores (Rumelhart et al., 1986).

O funcional a ser minimizado neste caso é o erro quadrático na saída da rede, ou seja:

$$J(t) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}(t)^T \boldsymbol{\varepsilon}(t) \quad (2.36)$$

onde $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ é o vetor de erros no instante t , entre a saída da rede $\mathbf{y}(t)$ e o valor desejado para esta saída $\mathbf{y}_d(t)$, dado por:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t) = \mathbf{y}_d(t) - \mathbf{y}(t) \quad , \quad (2.37)$$

O processo de ajuste dos pesos, tal que o funcional original seja minimizado dá-se segundo a direção negativa do gradiente do referido funcional conforme a relação seguinte:

$$\mathbf{W}^k(t+1) = \mathbf{W}^k(t) - \lambda \nabla \mathbf{J}^k \quad (2.38)$$

onde $\nabla \mathbf{J}^k$ é a matriz de derivadas parciais do funcional com relação aos pesos das conexões (Gradiente do funcional) dada por:

$$\nabla J^k = \begin{bmatrix} \frac{\partial J}{\partial w_{11}^k} & \cdots & \frac{\partial J}{\partial w_{1n_{k-1}+1}^k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial J}{\partial w_{n_k 1}^k} & \cdots & \frac{\partial J}{\partial w_{n_k n_{k-1}+1}^k} \end{bmatrix}, \quad (2.39)$$

e W^k é a matriz de pesos dada por:

$$W^k = \begin{bmatrix} w_{11}^k & \cdots & w_{1n_{k-1}+1}^k \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n_k 1}^k & \cdots & w_{n_k n_{k-1}+1}^k \end{bmatrix}, \quad (2.40)$$

sendo que os patamares de ativação (“*bias*”) referentes aos neurônios da camada k estão presentes no processo de ajuste através da última coluna, $w_{in_{k-1}+1}^k$ na matriz de pesos, e λ é um parâmetro de convergência do aprendizado, responsável pela manutenção das hipóteses envolvidas nas linearizações entre duas iterações sucessivas na direção de busca do mínimo.

Derivando o funcional, representado pela Equação 2.36, com relação ao j -ésimo peso associado ao i -ésimo neurônio da camada k , e lembrando que o vetor de saída da rede, $y(t)$, é dado por:

$$y(t) = x^l(t), \quad (2.41)$$

obtém-se a seguinte equação:

$$\frac{\partial J}{\partial w_{ij}^k} = -\varepsilon^T \frac{\partial x^l}{\partial w_{ij}^k}, \quad (2.42)$$

onde a derivada que aparece do lado esquerdo da expressão anterior é obtida utilizando-se o algoritmo de retro propagação descrito anteriormente, utilizando a Relação 2.33.

Desta forma, o gradiente do funcional pode ser calculado e os pesos associados às conexões são ajustados segundo um critério de otimização visando encontrar um mínimo global para o funcional. Entretanto, em algumas situações, poderemos nos deparar com problemas inerentes aos processos de otimização, tais como: o mínimo global não é atingido, ocorrência de instabilidade numérica ou ainda uma taxa de aprendizagem muito baixa. Objetivando contornar esses problemas potenciais, Chen e Billings, (1992), desenvolveram métodos de ajuste para o Parâmetro de Convergência λ , de forma a se ter valores grandes no início do processo, que são gradativamente reduzidos à medida em que a rede neural aprende o comportamento do sistema dinâmico.

2.4.1.3 - Método utilizando Estimação Ótima de Parâmetros

O treinamento supervisionado de uma RNA para “aprender” um mapeamento não linear representado matematicamente por:

$$f(x): x \in D \subset R^{nI} \rightarrow y \in R^{nO} \quad (2.43)$$

pode ser tratado naturalmente como um problema de estimação dos parâmetros (pesos) de conexão, w , entre os neurônios que constituem a rede (Rios Neto, 1995).

O mapeamento não linear fornecido pela rede, que na verdade representa uma aproximação para o mapeamento dado pela relação anterior, é matematicamente representado por:

$$f^e(x, w): x \in D \subset R^{nI} \rightarrow y^e \in R^{nO} \quad (2.44)$$

de tal forma que $f^e(x, w)$ deve estar o mais próximo possível de $f(x)$ para $x \in D$. Um conjunto de pares $(x(t), y(t))$, $t=1, 2, \dots, N$, fornecidos pelo mapeamento dado pela Relação 2.43 são selecionados com a finalidade de prover a aproximação desejada, sendo que neste processo os parâmetros são determinados sob a condição de minimização do seguinte funcional:

$$J(w) = \frac{1}{2} \left[[w - \bar{w}]^T \bar{P}^{-1} [w - \bar{w}] + \sum_{t=1}^N [y(t) - y^e(t)]^T R^{-1} [y(t) - y^e(t)] \right] \quad (2.45)$$

onde \bar{w} é o valor conhecido a priori para o parâmetro w , $y^e(t) = f^e(x(t), w)$ e finalmente as matrizes \bar{P} e R , por hipóteses, assumidas como sendo definidas positivas, são as matrizes de ponderação.

Para resolver o problema colocado pela Relação 2.45, um procedimento iterativo baseado na Teoria de Perturbação Linear é utilizado. Numa iteração típica teremos:

$$J(w^k) = \frac{1}{2} \left[[w^k - \bar{w}]^T \bar{P}^{-1} [w^k - \bar{w}] + \sum_{t=1}^N \left[\alpha^k [y(t) - \bar{y}^k(t)] - f_w^e(x(t), \bar{w}^k) [w^k - \bar{w}^k] \right]^T R^{-1}(t) \left[\alpha^k [y(t) - \bar{y}^k(t)] - f_w^e(x(t), \bar{w}^k) [w^k - \bar{w}^k] \right] \right] \quad (2.46)$$

onde $k=1, 2, \dots, k_c$; $\bar{w}^1 = \bar{w}$, $\bar{y}^k(t) = f^e(x(t), \bar{w}^k)$, $f_w^e(x(t), \bar{w}^k)$ é a matriz de derivadas parciais de primeira ordem com respeito aos pesos; $0 < \alpha \leq 1$ é um parâmetro de ajuste para garantir que a hipótese de perturbação linear seja satisfeita. A solução para o problema colocado pela Relação 2.46 é formalmente equivalente ao seguinte problema de estimação estocástica de parâmetros:

$$\bar{w} = w^k + \bar{\varepsilon} \quad (2.47)$$

$$\alpha^k [y(t) - \bar{y}^k(t)] = f_w^e(x(t), \bar{w}^k) [w^k - \bar{w}^k] + v(t) \quad (2.48)$$

onde, por hipótese, assume-se que os erros ε e $v(t)$ sejam não correlacionados entre si com distribuição gaussiana e ainda mais, assume-se também que $v(t)$ seja não correlacionado ao longo de $t=1, 2, \dots, N$; com as seguintes estatísticas :

$$E[\bar{\varepsilon}] = 0 \quad , \quad E[\bar{\varepsilon} \bar{\varepsilon}^T] = \bar{P}; \quad (2.49)$$

$$E[v(t)] = 0 \quad , \quad E[v(t) v^T(t)] = R(t); \quad (2.50)$$

sendo $E[.]$ o operador esperança e $R(t)$ é uma matriz diagonal.

O problema anterior pode ser expresso numa forma mais compacta. Após alguma manipulação algébrica tem-se:

$$\bar{w} = w^k + \bar{\varepsilon} \quad (2.51)$$

$$z^k = H^k w^k + v \quad (2.52)$$

onde na Relação 2.48, o termo $f_w^e(x(t), \bar{w}^k) \bar{w}^k$ foi transferido para o lado esquerdo e todos os valores de t foram considerados na definição da matriz de derivadas da saída da rede H^k e do vetor de observações z^k ,

$$H^{kT} = [H_k^T(1): H_k^T(2): \dots : H_k^T(N)]$$

$$H^k(t) = f_w^e(x(t), \bar{w}^k) \quad (2.53)$$

$$z^{kT} = [z_k^T(1): z_k^T(2): \dots : z_k^T(N)]$$

$$z^k(t) = \alpha^k [y(t) - \bar{y}^k(t)] + f_w^e(x(t), \bar{w}^k) \bar{w}^k(t) \quad (2.54)$$

Assim, o problema de estimar o vetor de pesos w , pode ser resolvido através de um estimador de Gauss Markov, na forma de Kalman (Maybeck, 1979; Gelb, 1974), resultando nas seguintes equações para uma iteração típica onde, $k=1,2,\dots, kc$:

$$w^{ek} = \bar{w} + K^k [z^k - H^k \bar{w}] \quad (2.55)$$

$$P^k = [I - K^k H^k] \bar{P} \quad (2.56)$$

$$K^k = \bar{P} H^{kT} [H^k \bar{P} H^{kT} + R]^{-1} \quad (2.57)$$

onde $R=E[\nu\nu^T]$ é por hipótese diagonal, e a reiteração do cálculo é feita tomando-se $\bar{w}^{k+1} = w^{ek}$ e reprocessando-se as Expressões 2.55 e 2.56.

Com a finalidade de explorar as potencialidades inerentes deste método, deve-se observar os seguintes aspectos (Rios Neto, 1995):

- a) - desde que as componentes do vetor ν na Relação 2.52 sejam não correlacionados (matriz R diagonal), o algoritmo recursivo dado pelas Relações 2.55 a 2.57 pode ser utilizado para processar o vetor z^k componente por componente, e desta forma evitar a necessidade da inversão da matriz existente na Expressão 2.57
- b) - se um novo conjunto de pares for considerado no processo de treinamento da rede neural, a estimativa atual pode ser considerada como uma informação a priori e o novo conjunto de observações é processado normalmente pelo algoritmo recursivo;
- c) - existem vários algoritmos desenvolvidos com o objetivo de garantir uma boa performance para o estimador dado pelas Relações 2.55 a 2.57 como por exemplo, o métodos de fatorização (Bierman, 1977) que melhora o condicionamento numérico do processo e o método de estimação do ruído de forma adaptativa (Jazwinski, 1970; Rios Neto e Kuga, 1985) para garantir um bom comportamento numérico e consistência estatística dos erros de estimação.

O algoritmo estocástico de estimação de parâmetro descrito pelas Relações 2.55 a 2.57 representa uma versão completa, na qual as características de processamento paralelo não são contempladas. Chen e Billings (1992), mostraram que para algoritmos com estrutura similar a dos mínimos quadrados recursivos é possível obter-se versões simplificadas, e ainda mais gerais que o algoritmo de retro propagação, os quais apresentam a capacidade de processamento paralelo. Visando este objetivo, passa-se à exploração da possibilidade de aliar o procedimento estocástico de estimação de

parâmetros proposto anteriormente com o processamento paralelo das informações, característica inerentes das redes neurais.

Examinando criteriosamente a expressão para as observações, dada pela Relação 2.48, vemos que ela apresenta um certo grau de parentesco com a proposta de processamento local, bastando para tanto que sejam admitidas as seguintes hipóteses (Rios Neto 1995):

- a) - para os parâmetros w_a^k que estão em camadas à frente ou depois de uma dada camada em questão, existe uma estimativa $w_a^{e^k}$ com um erro ε_a^k efetuada previamente como consequência do caráter de retro processamento paralelo;
- b) - para os parâmetros w_s^k relacionados com os outros neurônios pertencentes a mesma camada em questão, existe uma estimativa a priori \bar{w}_s^k com um erro $\bar{\varepsilon}_s^k$;
- c) - para os parâmetros w_e^k que estão nas camadas anteriores a uma dada camada em questão, também existe uma estimativa a priori \bar{w}_e^k com um erro $\bar{\varepsilon}_e^k$.

Considerando-se estas hipóteses, é possível obter-se uma versão aproximada para o problema de estimação colocado pelas Relações 2.47 e 2.48, sendo que o seguinte problema de estimação resulta para o vetor de parâmetros w_{li}^k relacionado com o i -ésimo neurônio da l -ésima camada;

$$\bar{w}_{li} = w_{li}^k + \bar{\varepsilon}_{li} \quad (2.58)$$

$$\alpha^k \left[y(t) - \bar{y}^k(t) \right] - f_{w_a}(x(t), \bar{w}^k) \left[w_a^{e^k} - \bar{w}_a^k \right] = f_{w_{li}}(x(t), \bar{w}^k) \left[w_{li}^{e^k} - \bar{w}_{li}^k \right] + f_{w_a}(x(t), \bar{w}^k) \bar{\varepsilon}_a^k + f_{w_s}(x(t), \bar{w}^k) \bar{\varepsilon}_s^k + f_{w_e}(x(t), \bar{w}^k) \bar{\varepsilon}_e^k + v(t) \quad (2.59)$$

sendo que as seguintes aproximações foram tomadas, em função das hipóteses assumidas anteriormente com relação aos parâmetros:

$$w_a^k \cong w_a^{e^k} + \varepsilon_a^k;$$

$$w_s^k \equiv \bar{w}_s^k + \bar{\epsilon}_s^k;$$

$$w_e^k \equiv \bar{w}_e^k + \bar{\epsilon}_e^k.$$

Tais expressões podem ser colocadas numa forma mais compacta bastando para isto que se redefina o vetor de observações, a matriz de derivadas parciais e o vetor de erros associados às observações, o que resultaria em:

$$\bar{w}_{li} = w_{li}^k + \bar{\epsilon}_{li} \quad (2.60)$$

$$\bar{z}_{li}^k = H_{li}^k w_{li}^k + \bar{v}_{li}^k \quad (2.61)$$

onde o termo $f_{w_{li}}(x(t), \bar{w}^k) \bar{w}_{li}^k$ foi transferido para o lado esquerdo e todos os valores de t foram considerados na definição da matriz de derivadas da saída da rede, H^k e do vetor de observações z^k ,

$$H^{kT} = [H_k^T(1): H_k^T(2): \dots: H_k^T(N)]$$

$$H_{li}^k(t) = f_{w_{li}}(x(t), \bar{w}^k) \quad (2.62)$$

$$z^{kT} = [z_k^T(1): z_k^T(2): \dots: z_k^T(N)]$$

$$\bar{z}_{li}^k(t) = \alpha^k [y(t) - \bar{y}^k(t)] - f_{w_a}(x(t), \bar{w}^k) [w_a^{e^k} - \bar{w}_a^k] + f_{w_{li}}(x(t), \bar{w}^k) \bar{w}_{li}^k \quad (2.63)$$

$$\bar{v}_{li}^k(t) = f_{w_a}(x(t), \bar{w}^k) \bar{\epsilon}_a^k + f_{w_s}(x(t), \bar{w}^k) \bar{\epsilon}_s^k + f_{w_e}(x(t), \bar{w}^k) \bar{\epsilon}_e^k + v(t) \quad (2.64)$$

Assim, o problema de estimar o vetor de pesos w_{li} , pode ser resolvido de forma análoga como colocado anteriormente, através de um estimador de Gauss Markov, na forma de Kalman (Maybeck, 1979; Gelb, 1974), resultando nas seguintes equações para uma iteração típica onde, $k=1,2,\dots,k_c$:

$$w_{li}^k = \bar{w}_{li} + \bar{K}_{li}^k [\bar{z}_{li}^k - H_{li}^k \bar{w}_{li}^k] \quad (2.65)$$

$$P_{li}^k = \left[I - \bar{K}_{li}^k H_{li}^k \right] \bar{P}_{li} \quad (2.66)$$

$$\bar{K}_{li}^k = \bar{P}_{li} H_{li}^{kT} \left[H_{li}^k \bar{P}_{li} H_{li}^{kT} + \bar{R}_{li}^k \right]^{-1} \quad (2.67)$$

onde $\bar{R}_{li}^k = E \left[\bar{v}_{li}^k \bar{v}_{li}^{kT} \right]$ é a matriz de covariância do erro nas observações, que pode ser avaliada com o auxílio da Relação 2.64 da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \bar{R}_{li}^k &= f_{w_a}(x(t), \bar{w}^k) P_a^k f_{w_a}(x(t), \bar{w}^k)^T + f_{w_s}(x(t), \bar{w}^k) \bar{P}_s^k f_{w_s}(x(t), \bar{w}^k)^T + \\ &f_{w_e}(x(t), \bar{w}^k) \bar{P}_e^k f_{w_e}(x(t), \bar{w}^k)^T + R(t) \end{aligned} \quad (2.68)$$

Como consequência desta estrutura recursiva com processamento local, aliado ao fato da condição inicial para a matriz \bar{P} (a covariância a priori de $\bar{\varepsilon}$) ser diagonal, os erros ε_a^k , ε_s^k , ε_e^k e ε_{li}^k associados aos parâmetros em diferentes neurônios são não correlacionados.

Este método com capacidade para processamento local permite ainda algumas aproximações que resultam em ganhos significativos do ponto de vista da implementação computacional, como por exemplo, desprezar os termos fora da diagonal da matriz de covariância \bar{R}_{li}^k , o que permite processar o vetor de observações componente por componente, evitando desta forma a inversão de matriz no cálculo do ganho de Kalman. Esta aproximação corresponde a considerar $v(t)$ não correlacionado com os erros ε_a^k , ε_s^k , ε_e^k e desprezar os termos fora da diagonal das matrizes $f_{w_a}(x(t), \bar{w}^k) P_a^k f_{w_a}(x(t), \bar{w}^k)^T$, $f_{w_s}(x(t), \bar{w}^k) \bar{P}_s^k f_{w_s}(x(t), \bar{w}^k)^T$ e $f_{w_e}(x(t), \bar{w}^k) \bar{P}_e^k f_{w_e}(x(t), \bar{w}^k)^T$.

CAPÍTULO 3

MODELAMENTO MATEMÁTICO

Neste capítulo, será apresentada toda a formulação básica necessária à obtenção das equações do movimento, utilizando-se a abordagem Lagrangiana. O desenvolvimento é direcionado para uma classe particular de satélites, aqueles constituídos por um corpo central rígido contendo rotores também rígidos, e do qual pendem painéis solares extensíveis, com formato retangular, sendo estes considerados flexíveis após o seu desdobramento.

A abordagem Lagrangiana para a modelagem de sistemas mecânicos espaciais tem sido freqüentemente usada por inúmeros autores, como por exemplo Meirovitch (1970), Lourenção (1981) e Roma (1991), cuja linha de pesquisa é seguida de perto no presente trabalho.

Depois de apresentada, na Seção 3.1, a metodologia que se pretende usar na obtenção do modelo matemático para a classe de veículos em consideração, na Seção 3.2 são introduzidos os referenciais adotados para descrição da dinâmica do veículo. Após, são definidos os vetores de localização e velocidade dos elementos de massa do satélite, utilizados posteriormente na obtenção das energias cinética e potencial gravitacional, partes da Lagrangiana do Sistema.

Nas Seções 3.3 e 3.4 são apresentadas respectivamente as expressões das energias cinética, potencial gravitacional e elástica. O desenvolvimento detalhado destas expressões pode ser encontrado nos Apêndices A, B e C.

Na Seção 3.5, após breve discussão sobre alguns dos tipos de métodos de discretização disponíveis, executa-se a discretização dos deslocamentos elásticos diretamente na função Lagrangiana, antes da obtenção das equações do movimento, conseguindo-se, assim, equações do movimento livres de derivações parciais.

3.1 - Metodologia Utilizada

O modelo matemático aqui desenvolvido para a descrição do comportamento dinâmico do satélite será obtido pela formulação Lagrangiana, considerando-se o veículo composto por partes rígidas e por meios elásticos contínuos.

Quando veículos flexíveis são tratados como um meio elástico contínuo, o seu movimento é descrito por um conjunto híbrido de equações diferenciais, isto é, um conjunto composto tanto por equações diferenciais ordinárias quanto por equações de derivadas parciais. As equações diferenciais ordinárias estão associadas às coordenadas discretas, as quais descrevem a evolução no tempo das rotações e translações (movimento de corpo rígido), enquanto que as equações de derivadas parciais estão associadas às coordenadas distribuídas, as quais descrevem as deformações elásticas sofridas ao longo do tempo, pelas partes flexíveis. Infelizmente, na maioria dos casos práticos, o conjunto híbrido de equações obtido não é manipulável com facilidade, nem analítica, nem numericamente.

Um procedimento bastante utilizado para evitar-se a obtenção de sistemas híbridos é recorrer-se à discretização espacial. Com isto, consegue-se, ao invés de equações de derivadas parciais, um conjunto infinito de equações diferenciais ordinárias. Posteriormente, um modelo de ordem reduzida pode ser selecionado para o sistema de coordenadas distribuídas, truncando-se o conjunto inicial de equações diferenciais ordinárias segundo a necessidade de aplicação.

Assim sendo, o procedimento a ser seguido requer o cálculo das energias cinética, potenciais gravitacional e elástica e a escolha de um método de discretização, uma vez que a abordagem adotada encara o modelo físico como um meio elástico contínuo.

3.2 - Considerações Cinemáticas

Nesta seção, depois de introduzidos os sistemas de referência utilizados na descrição do comportamento dinâmico do veículo, são obtidas as expressões dos vetores

de posição e de velocidade de cada um dos elementos de massa que constituem o veículo, dados num referencial considerado inercial para estudos de curta duração. Estes vetores serão posteriormente utilizados no cálculo das energias cinética e potencial gravitacional, necessárias à abordagem Lagrangiana.

3.2.1 - Definição dos Sistemas de Referência

Considere o satélite de massa m mostrado na Figura 3.1, constituído por um núcleo central considerado rígido, denominado *Base*, e por um número qualquer de apêndices, os quais podem se apresentar como *Rotores Rígidos* e *Painéis Solares Abertos*. Será admitido que os rotores, de formato cilíndrico, estão perfeitamente balanceados tanto dinâmico quanto estaticamente; já os painéis solares, após estarem completamente abertos, serão considerados como sendo corpos flexíveis, de formato retangular, constituídos por um meio elástico contínuo. Todos os componentes do veículo serão supostos constituídos de material homogêneo, distribuído uniformemente. As quantidades relativas à base, aos rotores e aos painéis abertos serão identificadas com sub-índices B, R , e A respectivamente.

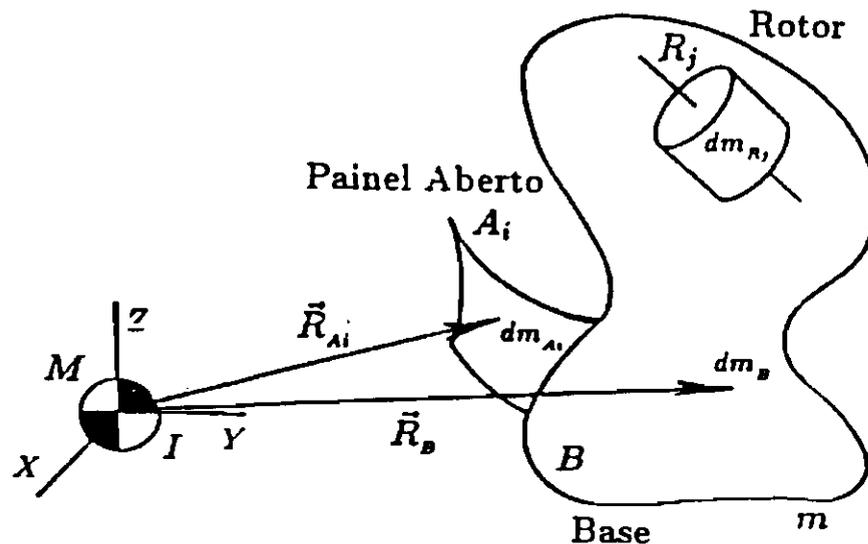


Fig. 3.1 - Representação do Satélite e do Sistema Geocêntrico $\{I, XYZ\}$.

O Sistema Geocêntrico $\{I, XYZ\}$, representado na Figura 3.1, pode, para efeitos práticos ser considerado como inercial para análises de curta duração, como por exemplo no caso de estudos envolvendo a dinâmica e o controle de atitude de satélites artificiais. Tal sistema possui origem em I , centro do campo de atração gravitacional gerado pelo corpo de massa M , e eixos com direções inerciais.

Em sua configuração final, com os painéis completamente abertos, não deformados elasticamente, define-se o Sistema do Satélite Não Deformado $\{S, \bar{i}_s, \bar{j}_s, \bar{k}_s\}$, onde a origem S coincide com seu centro de massa nesta situação, e os eixos $\bar{i}_s, \bar{j}_s, \bar{k}_s$, estão em direções geometricamente convenientes. Numa configuração intermediária, na qual o veículo possui painéis deformados elasticamente o movimento de atitude é descrito pelo Sistema Instantâneo $\{C, \bar{i}_c, \bar{j}_c, \bar{k}_c\}$, que tem origem em C , centro de massa instantâneo do satélite, e os eixos $\bar{i}_c, \bar{j}_c, \bar{k}_c$ paralelos aos eixos $\bar{i}_s, \bar{j}_s, \bar{k}_s$. Como é ilustrado na Figura 3.2.

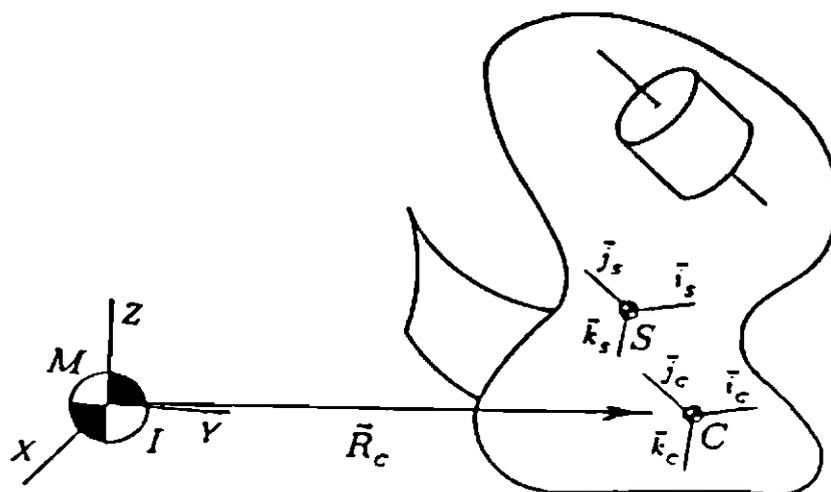


Fig. 3.2 - Representação dos Referenciais $\{S, \bar{i}_s, \bar{j}_s, \bar{k}_s\}$ e $\{C, \bar{i}_c, \bar{j}_c, \bar{k}_c\}$.

Para a descrição do movimento dos elementos de massa dos apêndices, é bastante conveniente que sejam adotados referenciais apropriados, como os ilustrados na Figura 3.3, os quais são definidos a seguir:

Sistema do i-ésimo Painel Aberto , $\{A_i, \bar{i}_{A_i} \bar{j}_{A_i} \bar{k}_{A_i}\}$ - P_i é um ponto no mecanismo de engaste do i -ésimo painel do satélite. Dois eixos quaisquer dentre as direções estabelecidas pelo referencial $\bar{i}_{A_i} \bar{j}_{A_i} \bar{k}_{A_i}$ estão contidos no plano determinado pelo i -ésimo painel não deformado, cada um paralelo a um lado do painel, e o terceiro completa a base de maneira destrógiara. Nestes sistemas serão referenciados os deslocamentos elásticos dos painéis devido a flexibilidade.

Sistema do j-ésimo Rotor , $\{R_j, \bar{i}_{R_j} \bar{j}_{R_j} \bar{k}_{R_j}\}$ - R_j é o centro de massa . do j -ésimo rotor, e o eixo de simetria geométrica, em torno do qual o rotor gira é alinhado com a direção de um dos eixos coordenados definidos pelo sistema de referência $\{R_j, \bar{i}_{R_j} \bar{j}_{R_j} \bar{k}_{R_j}\}$.

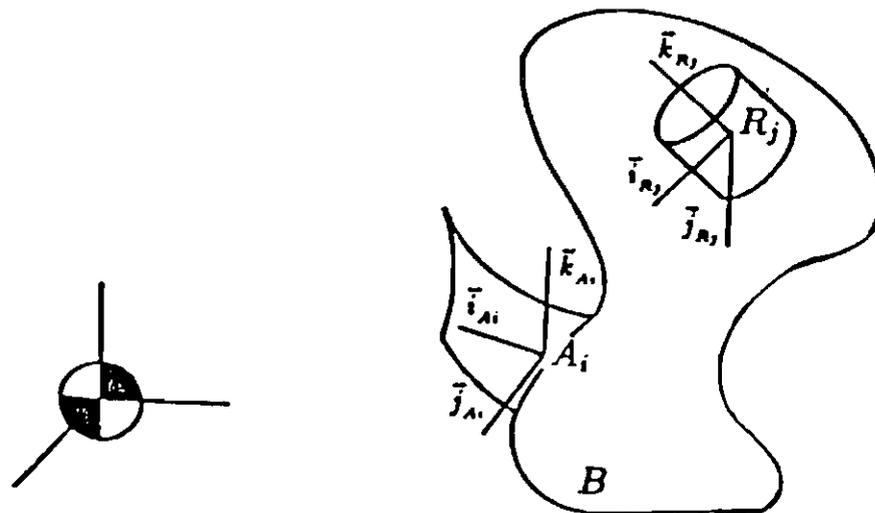


Fig. 3.3 - Sistemas Utilizados na Descrição do Movimento dos Apêndices.

Finalmente, o *Sistema Orbital* $\{C, \bar{a} \bar{g} \bar{r}\}$ como ilustrado na Figura 3.4, possui origem em C , tem o eixo de guinada (eixo \bar{g}) na direção da vertical local com sentido exterior à trajetória, o eixo de arfagem (eixo \bar{a}), na direção normal ao plano da órbita com sentido do movimento angular do satélite visto como uma massa pontual, e o eixo de rolamento (eixo \bar{r}) completa o sistema de maneira destrógiara. Note-se que o

diversos componentes do satélite, como ilustrado na Figura 3.5, escritos no *Sistema Instantâneo*, são dados por:

$$\text{base: } \vec{R}_B = L_{CC} \vec{R}_C - \vec{R}_{SC} + \vec{r}_B$$

$$\text{j-ésimo rotor: } \vec{R}_{R_j} = L_{CC} \vec{R}_C - \vec{R}_{SC} + \vec{R}_{SR_j} + L_{CR_j} \vec{r}_{R_j} \quad (3.2)$$

$$\text{i-ésimo painel aberto: } \vec{R}_{P_i} = L_{CC} \vec{R}_C - \vec{R}_{SC} + \vec{R}_{SP_i} + L_{CP} (\vec{r}_{A_i} + \vec{e}_{A_i})$$

onde \vec{r}_B aponta um elemento de massa da base a partir de S ; \vec{r}_{R_j} aponta um elemento do j -ésimo rotor a partir de R_j , \vec{r}_{A_i} aponta um elemento de massa do i -ésimo painel no estado não deformado e finalmente \vec{e}_{A_i} é a deformação elástica sofrida pelo elemento de massa do i -ésimo painel, ambos escritos no referencial $\{A_i, \vec{i}_{A_i}, \vec{j}_{A_i}, \vec{k}_{A_i}\}$.

Observe que nas expressões anteriores, o vetor R_{SC} localiza C a partir de S . A localização de S a partir de C , em termos deste vetor foi obtida invertendo-se seu sentido, escrevendo-se $-\vec{R}_{SC}$.

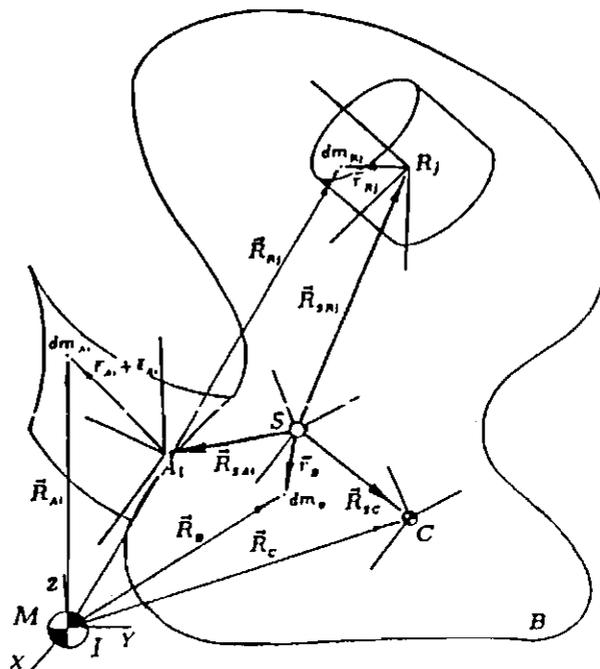


Fig. 3.5 - Localização Inercial dos Elementos de Massa.

A Figura 3.6 apresenta uma visão detalhada dos vetores \vec{r}_{A_i} , que mostra a posição de um elemento de massa do i -ésimo painel no estado não deformado a partir de A_i , e \vec{e}_{A_i} , que mostra o deslocamento elástico ao qual este elemento de massa está submetido. Escritos no sistema $\{A_i, \vec{i}_{A_i}, \vec{j}_{A_i}, \vec{k}_{A_i}\}$, suas expressões assumem a forma

$$\vec{r}_{A_i} = x_{A_i} \vec{x} + y_{A_i} \vec{y}$$

$$\vec{e}_{A_i} = \vec{e}_{A_i}(x_{A_i}, y_{A_i}, t) = u_{A_i}(x_{A_i}, y_{A_i}, t) \vec{x} + v_{A_i}(x_{A_i}, y_{A_i}, t) \vec{y} + w_{A_i}(x_{A_i}, y_{A_i}, t) \vec{z}$$

onde $\{\vec{x}, \vec{y}\} \in \{\vec{i}_{A_i}, \vec{j}_{A_i}, \vec{k}_{A_i}\}$, sendo \vec{x} paralelo a direção longitudinal e \vec{y} paralelo a direção transversal do painel; $\vec{z} \in \{\vec{i}_{A_i}, \vec{j}_{A_i}, \vec{k}_{A_i}\}$, é normal ao plano formado pelo i -ésimo painel em repouso (livre dos deslocamentos elásticos). Observe que a componente de \vec{r}_{A_i} na direção \vec{z} foi ignorada pelo fato do painel possuir espessura desprezível quando comparada às outras dimensões.

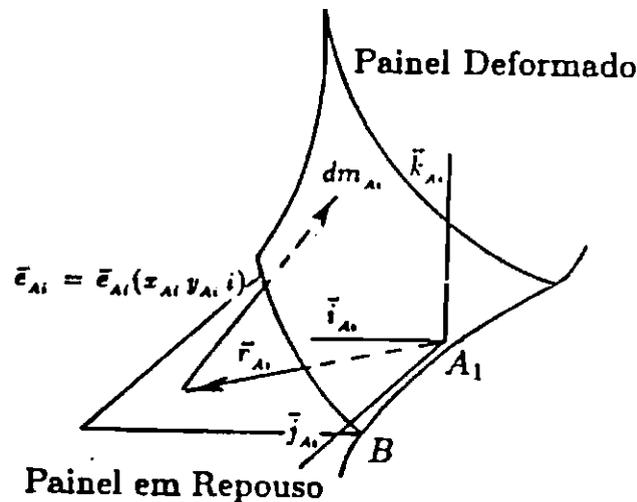


Fig. 3.6 - Localização dos Elementos de um Painel Deformado.

Será admitido que os deslocamentos elásticos são transversais ao plano do painel em repouso, isto é, $u_{A_i} = 0$ e $v_{A_i} = 0$. Conseqüentemente, estes deslocamentos passam a ser escritos como:

$$\vec{e}_{A_i}(x_{A_i}, y_{A_i}, t) = w_{A_i}(x_{A_i}, y_{A_i}, t) \vec{z} \quad (3.3)$$

3.2.3 - Velocidade Inercial dos Elementos de Massa

Definindo-se $\vec{\omega}_C$, como sendo a velocidade angular do *Sistema Instantâneo* $\{C, \vec{i}_c \vec{j}_c \vec{k}_c\}$, com relação ao *Sistema Inercial*, a velocidade angular inercial dos referenciais $\{P_i, \vec{i}_{P_i} \vec{j}_{P_i} \vec{k}_{P_i}\}, \{R_j, \vec{i}_{R_j} \vec{j}_{R_j} \vec{k}_{R_j}\}$ serão dadas respectivamente por $\vec{\omega}_C$ e $\vec{\omega}_C + \vec{\omega}_{R_j}$, onde $\vec{\omega}_{R_j}$ é velocidade angular do rotor com relação à base. Sendo assim, escritas no *Sistema Instantâneo*, a velocidade dos elementos de massa do satélite, com relação ao *Sistema Inercial*, são:

base:

$$\vec{V}_B = \dot{\vec{R}}_B = \vec{V}_C - \vec{R}_{SC} + \vec{\omega}_C \times (\vec{r}_B - \vec{R}_{SC})$$

j -ésimo rotor:

$$\vec{V}_{R_j} = \dot{\vec{R}}_{R_j} = \vec{V}_C - \vec{R}_{SC} + \vec{\omega}_C \times (\vec{R}_{SR_j} + L_{CR_j} \vec{r}_{R_j} - \vec{R}_{SC}) + \vec{\omega}_{R_j} \times L_{CR_j} \vec{r}_{R_j} \quad (3.4)$$

i -ésimo painel aberto:

$$\vec{V}_{A_i} = \dot{\vec{R}}_{A_i} = \vec{V}_C + L_{CA_i} \vec{e}_{A_i} - \vec{R}_{SC} + \vec{\omega}_C \times [\vec{R}_{SA_i} + L_{CA_i} (\vec{r}_{A_i} + \vec{e}_{A_i}) - \vec{R}_{SC}]$$

onde $\dot{\vec{R}}_B, \dot{\vec{R}}_R, \dot{\vec{R}}_A$, denotam as derivadas no tempo dos vetores $\vec{R}_B, \vec{R}_R, \vec{R}_A$ com relação ao *Sistema Inercial*; e \vec{R}_{SC} escrito no *Referencial do Satélite* é a derivada no tempo de \vec{R}_{SC} com relação ao *Referencial do Satélite*, \vec{e}_{A_i} é a derivada de \vec{e}_{A_i} com relação ao *Referencial do Painel* escrita neste sistema e, finalmente,

$$\vec{V}_C = L_{CC} \vec{R}_C + \vec{\omega}_0 \times L_{CC} \vec{R}_C$$

sendo \vec{R}_C a derivada de \vec{R}_C com relação ao *Sistema Orbital* e $\vec{\omega}_0$ a velocidade orbital do veículo.

3.3 - Energia Cinética

Denominando-se por T a energia cinética do satélite, tem-se como expressão geral

$$T = \frac{1}{2} \int_m (\vec{V} \cdot \vec{V}) dm \quad (3.5)$$

onde \vec{V} representa a velocidade inercial de um elemento de massa genérico da configuração e m a massa do satélite.

Mais especificamente, a exemplo de Meirovitch(1977), pode-se escrever a expressão da energia cinética como sendo a soma da energia cinética de cada uma das partes que compõem o satélite,

$$T = \frac{1}{2} \left\{ \int_{m_B} (\vec{V}_B \cdot \vec{V}_B) dm_B + \sum_j \int_{m_{R_j}} (\vec{V}_{R_j} \cdot \vec{V}_{R_j}) dm_{R_j} + \sum_i \int_{m_{P_i}} (\vec{V}_{A_i} \cdot \vec{V}_{A_i}) dm_{A_i} \right\}$$

tornando mais claro o processo de obtenção da energia cinética total do sistema.

Substituindo-se as expressões das velocidades inerciais, Relação 3.4, na expressão anterior, após o desenvolvimento apresentado no Apêndice A, a energia cinética assume a forma

$$\begin{aligned} T = & \frac{m}{2} \|\vec{V}_C\|^2 + \frac{1}{2} \vec{\omega}_C^T \overline{J^C} \vec{\omega}_C - \frac{m}{2} \|\vec{R}_{SC}\|^2 + m \vec{\omega}_C \cdot (\vec{R}_{SC} \times \vec{R}_{SC}) + \frac{1}{2} \sum_j \vec{\omega}_{R_j}^T \overline{J_{R_j}^{R_j}} \vec{\omega}_{R_j} + \\ & + \sum_j \int_{m_{R_j}} [\vec{\omega}_{R_j} \times L_{CR_j} \vec{r}_{R_j}] \cdot [\vec{\omega}_C \times (\vec{R}_{SR_j} + L_{CR_j} \vec{r}_{R_j})] dm_{R_j} + \frac{1}{2} \sum_i \int_{m_{A_i}} \|\vec{e}_{A_i}\|^2 dm_{A_i} + \\ & + \sum_i \int_{m_{A_i}} L_{CA_i} \vec{e}_{A_i} \cdot \vec{\omega}_C \times [\vec{R}_{SA_i} + L_{CA_i} (\vec{r}_{A_i} + \vec{e}_{A_i})] dm_{A_i} \end{aligned} \quad (3.6)$$

onde $\overline{J^C}$ é o tensor de inércia do satélite, calculada e escrita no *Sistema Instantâneo* de referência $\{C, \vec{i}_c, \vec{j}_c, \vec{k}_c\}$, na configuração com os painéis abertos e deformados

elasticamente, $\overline{J_{R_j}^{R_j}}$ é o tensor de inércia do j-ésimo rotor, calculado no referencial $\{R_j, \vec{i}_{R_j}, \vec{j}_{R_j}, \vec{k}_{R_j}\}$ solidário ao rotor e escrito no *Sistema Instantâneo do Satélite*.

Observe-se que a energia cinética é composta inicialmente por termos como $\frac{m}{2} \|\vec{V}_C\|^2$, que exprime a energia cinética do movimento de translação do satélite ao longo da órbita, termos como $\frac{1}{2} \vec{\omega}_C^T \overline{J^C} \vec{\omega}_C$ devido puramente ao movimento de rotação do veículo ao redor de seu centro de massa, e termos devidos ao movimento do centro de massa instantâneo com relação ao referencial $\{S, \vec{i}_s, \vec{j}_s, \vec{k}_s\}$, como $\frac{1}{2} \|\vec{R}_{SC}\|^2$ e $m \vec{\omega}_C \cdot (\vec{R}_{SC} \times \vec{R}_{SC})$, sendo que este último mostra um múltiplo acoplamento entre a velocidade e a posição do centro de massa instantâneo, e a velocidade angular inercial do *Sistema Instantâneo*.

A utilização da definição de centro de massa conduz ao termo quadrático negativo $-\frac{1}{2} \|\vec{R}_{SC}\|^2$, conforme o desenvolvimento apresentado no Apêndice A. Este representa o arranjo interno de energia, como por exemplo a transformação da energia cinética associada aos deslocamentos elásticos em energia potencial elástica.

Na segunda linha da Expressão (3.6) vê-se, de maneira bastante clara a contribuição dada pelos rotores com $\frac{1}{2} \vec{\omega}_{R_j}^T \overline{J_{R_j}^{R_j}} \vec{\omega}_{R_j}$, termo devido exclusivamente à velocidade de rotação relativa entre cada rotor e a base, e à sua distribuição de massa em torno de seus eixos de simetria, pode-se observar também o outro termo, resultado do acoplamento entre o movimento de rotação de cada rotor com o movimento de rotação do satélite.

Por fim, na última linha da expressão da energia cinética, vêm os termos resultantes dos movimentos elásticos, como $\frac{1}{2} \int_{m_{A_i}} \|\bar{e}_{A_i}\|^2 dm_{A_i}$, e o outro, que representa o acoplamento entre as deflexões elásticas \bar{e}_p , e a atitude do veículo através de $\bar{\omega}_C$.

3.4 - Energia Potencial

A energia potencial do satélite será admitida como sendo composta por duas parcelas, a saber, pela *Energia Potencial Gravitacional*, relacionada basicamente à altitude da órbita e à orientação do veículo em relação à vertical local, e pela *Energia Potencial Elástica*, proveniente da deformação elástica sofrida pelas partes flexíveis, devida às eventuais forças ambientais perturbadoras e às manobras para aquisição e manutenção da atitude.

3.4.1 - Energia Potencial Gravitacional

O movimento orbital do satélite de massa m é suposto ocorrendo num campo de força central, com origem no centro de massa do corpo atrator, cuja intensidade varia inversamente proporcional ao quadrado da distância entre sua origem e o satélite. A este campo corresponde com boa aproximação o potencial gravitacional (Hughes,1986; Meirovitch,1970)

$$V_G = -\mu \int_m \frac{dm}{R} \quad (3.7)$$

onde $\mu = GM$, sendo G a constante de gravitação universal e M a massa do corpo atrator ($M \gg m$), e $R = \|\bar{R}\|$, com \bar{R} sendo a localização inercial de um elemento de massa do satélite.

Exprimindo-se a localização inercial dos elementos de massa do satélite em termos da localização inercial do centro de massa instantâneo, tem-se

$$\bar{R} = \bar{R}_C + \bar{\rho} \quad (3.8)$$

onde $\vec{\rho}$, localiza o elemento a partir de C. Observe que para os diferentes componentes do satélite, a expressão de $\vec{\rho}$ é dada por

$$\text{base: } \vec{\rho}_B = -\vec{R}_{SC} + \vec{r}_B$$

$$\text{j-ésimo rotor: } \vec{\rho}_{R_j} = -\vec{R}_{SC} + \vec{R}_{SR_j} + L_{CR_j} \vec{r}_{R_j} \quad (3.9)$$

$$\text{i-ésimo painel aberto: } \vec{\rho}_{A_i} = -\vec{R}_{SC} + \vec{R}_{SA_i} + L_{CA_i} (\vec{r}_{A_i} + \vec{e}_{A_i})$$

os quais estão ilustrados na Figura 3.7, a seguir;

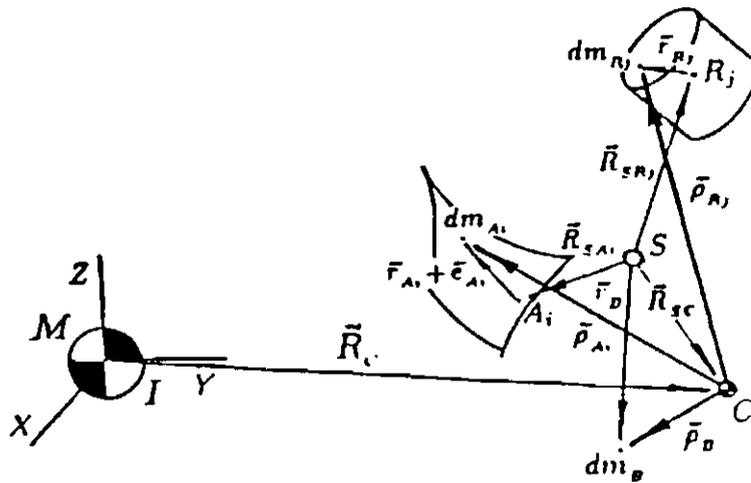


Fig. 3.7 - Localização dos Elementos de massa a partir de C.

Seguindo o caminho indicado por Lourenção (1981), a substituição da Expressão 3.9 no integrando da Equação 3.7, conforme o desenvolvimento apresentado no Apêndice B, resulta numa expressão bastante operacional para a energia potencial gravitacional, que em acordo com Hughes (1986), pode ser escrita como

$$V_G = -\frac{\mu m}{R_C} - \frac{\mu}{2R_C^3} \text{tr}(\overline{J^C}) + \frac{3\mu}{2R_C^3} \overline{L^T J^C L}, \quad (3.10)$$

onde $R_C = \|\vec{R}_C\|$, $tr(\overline{J^C})$ denota o traço da diádica de inércia do satélite com relação ao ponto C, escrita no sistema $\{C, \vec{i}_c, \vec{j}_c, \vec{k}_c\}$, e $\vec{L} = (l_x, l_y, l_z)$ é o vetor de cossenos diretores da vertical local, sendo

$$l_x = \frac{\vec{R}_C}{R_C} \cdot \vec{i}_c \quad l_y = \frac{\vec{R}_C}{R_C} \cdot \vec{j}_c \quad e \quad l_z = \frac{\vec{R}_C}{R_C} \cdot \vec{k}_c.$$

A primeira parcela está relacionada a uma aproximação pontual do corpo (massa concentrada), o que implica na inexistência de torque devido ao gradiente gravitacional. Este torque tem origem no terceiro termo, o qual exprime claramente um acoplamento entre a distribuição de massa, através do tensor de inércia, e sua posição em relação à vertical local (altitude), através do vetor de cossenos diretores \vec{L} . A segunda parcela pode ser atribuída à distribuição de massa em torno de C. Tanto a segunda quanto a terceira parcela envolvem os movimentos elásticos através dos momentos de inércia.

3.4.2 - Energia Potencial Elástica

A energia potencial elástica, às vezes denominada de energia de deformação, depende não só da forma geométrica dos apêndices flexíveis como também das propriedades físicas do material que os constitui.

Considerando a crescente demanda de energia requerida nas missões espaciais atuais, o que requer painéis cada vez maiores e mais leves, no presente trabalho considerar-se-á como apêndices flexíveis os painéis solares do satélite. Com o objetivo de estudar a influência da elasticidade dos painéis no comportamento dinâmico do satélite, com particular interesse na interação entre os deslocamentos elásticos e o movimento de atitude; é suficiente optar-se pelo modelamento dos painéis como sendo placas flexíveis.

Supondo-se que o material com o qual são feitos os painéis solares é homogêneo e está distribuído continuamente em seu volume, pelo desenvolvimento

apresentado no Apêndice C, a energia potencial elástica armazenada pelo sistema, quando este for submetido à pequenas deflexões, é dada por

$$V_E = -\frac{1}{2} \sum_i \Theta_i \int_{PS_i} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu_i) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] d_{PS_i} \quad (3.11)$$

onde, $\Theta_i = E_i h_i^3 / [12(1-\nu_i^2)]$, E_i é o módulo de elasticidade longitudinal, ν_i é o coeficiente de Poisson e h_i a espessura do i -ésimo painel. Note que $w = w_{Ai}(x_{Ai}, y_{Ai}, t)$ é a componente do deslocamento elástico normal ao plano formado pelo painel em repouso, dada pela Expressão 3.3. A Relação 3.11 está em acordo com Leissa (1969) e com Timoshenko e Goodier (1980).

3.5 - Discretização do Sistema

Uma vez obtidas as energias cinética, potenciais gravitacional e elástica, Expressões 3.6, 3.10 e 3.11 respectivamente, a função Lagrangiana pode ser escrita como

$$L = T - V = T - (V_G + V_E). \quad (3.12)$$

Pelo desenvolvimento apresentado nas seções anteriores, o modelamento de um veículo constituído tanto por partes rígidas quanto por partes flexíveis, resulta numa função Lagrangiana que depende, através da energia potencial elástica, de derivações dos deslocamentos elásticos com relação às variáveis de espaço.

A aplicação do Principio de Hamilton (Lanczos, 1970) a esta função, conduzirá a um conjunto híbrido de equações do movimento, resultado do produto de fatores com e sem derivações parciais, provenientes do acoplamento entre os deslocamentos elásticos e as outras coordenadas generalizadas.

Infelizmente, na grande maioria dos casos de interesse prático, um modelo matemático nestas condições não é tratável com facilidade, nem analítica nem

numericamente. Assim sendo, é conveniente a utilização de métodos versáteis que conduzam a aproximações mais tratáveis das equações do movimento, pelo menos do ponto de vista numérico.

Existe alguma controvérsia entre os pesquisadores na área de dinâmica de sistemas no que diz respeito à melhor maneira para se efetuar o modelamento do fenômeno físico real. Uma primeira alternativa é utilizar um modelo dado em função das *variáveis discretas* do sistema dinâmico, representado por equações diferenciais ordinárias, já a segunda alternativa consiste em utilizar o modelo dado em função das *variáveis contínuas*, representado por equações a derivadas parciais. Na verdade, Junkins (1986), afirma que nenhuma das abordagens mencionadas anteriormente garante de início uma boa representação do sistema dinâmico real. Ambas requerem muita experiência e criatividade por parte do pesquisador. Não restando dúvidas no entanto, de que uma grande parte dos casos práticos necessita da utilização de algum *método de discretização*.

Considerando a abordagem matemática adotada para o sistema físico, Meirovitch (1967) divide os métodos de discretização disponíveis basicamente em duas classes. A primeira, aplicável aos sistemas modelados como um meio elástico contínuo, assume que a solução para os deslocamentos elásticos seja dada por uma série na qual um número finito de funções dependentes do espaço e independentes entre si, são multiplicadas por coordenadas generalizadas dependentes do tempo. Alguns exemplos destes métodos são o de *Rayleigh-Ritz* e o de *Galerkin*. No Método de Rayleigh-Ritz, a discretização é feita a nível da função Lagrangiana, antes de serem obtidas as equações diferenciais que descrevem o problema. Já no Método de Galerkin, parte-se das equações diferenciais, utilizando-se a idéia de resíduos ponderados. Este método é aplicado a sistemas nos quais o meio elástico contínuo original foi substituído por um conjunto finito de massas, colocadas em posições pré-determinadas, unidas por molas. Esta classe de métodos é representada por exemplo pelo *Método da Concentração dos Parâmetros (Lumped-Parameter Method)*.

Numa situação especial encontra-se o *Método dos Elementos Finitos*. Este método (Junkins e Turner, 1986; Meirovitch, 1975), aplicável a uma ampla variedade de problemas, principalmente àqueles que apresentam uma geometria bastante complexa. Nestes métodos a estrutura original é encarada como uma sobreposição de um número finito de subestruturas contínuas. Um exemplo típico da aplicação deste método para o desenvolvimento de um modelo para um corpo flexível é feito por Meirovitch (1984).

No presente trabalho será utilizado a discretização pelo Método de Rayleigh-Ritz, uma vez que o modelo matemático do satélite foi feito considerando-se os painéis como meios elásticos contínuos e pretende-se discretizar os deslocamento elásticos já na função Lagrangiana, antes da obtenção das equações do movimento.

A geometria bastante particular dos painéis solares (formato retangular), sugere que os deslocamentos elásticos sejam modelados como sendo a composição dos movimentos de uma viga *engastada-livre* e *livre-livre*. Desta forma pode-se empregar como funções dependentes do espaço, o produto das autofunções provenientes da solução dos problemas da viga engastada-livre e livre-livre (Leissa, 1969). Este método é conhecido como o *Método dos Modos Admitidos*.

Assim a solução admitida para o deslocamento elástico do *i*-ésimo painel em repouso, dado pela Expressão 3.3, pode ser escrito como

$$\bar{e}_{Ai}(x_{Ai}, y_{Ai}, t) = \sum_{a=1}^{p_i} \sum_{b=1}^{q_i} \phi_i^a(x_{Ai}) \psi_i^b(y_{Ai}) \zeta_i^{ab}(t) \bar{z} \quad (3.13)$$

onde x_{Ai} e y_{Ai} são as coordenadas do elemento de massa dm_{Ai} , medidas no *Sistema do i-ésimo Painel Aberto*, respectivamente no sentido longitudinal e transversal, e ζ_i^{ab} são as novas coordenadas generalizadas associadas ao *a*-ésimo modo de de vibração de uma viga engastada-livre ϕ_i^a , e ao *b*-ésimo modo de vibração de uma viga livre-livre, ψ_i^b , do *i*-ésimo painel aberto.

Os modos de vibração de uma viga engastada-livre e livre-livre são resultados clássicos bastante conhecidos e divulgados na literatura da área. Os modos de

vibração de uma viga engastada-livre são dados por Meirovitch (1967) e Leissa (1969) como:

$$\phi^a(x) = \cosh\left(\frac{\lambda_a}{l_x} x\right) + \cos\left(\frac{\lambda_a}{l_x} x\right) - \sigma_a \left[\sinh\left(\frac{\lambda_a}{l_x} x\right) + \sin\left(\frac{\lambda_a}{l_x} x\right) \right] \quad (3.14)$$

onde l_x é a dimensão da viga engastada em $x=0$ e livre em $x = l_x$, λ_a é uma raiz da equação transcendental $\cos\lambda_a \cosh\lambda_a + 1 = 0$, e σ_a é um parâmetro dependente de λ_a .

Os modos de vibração de uma viga livre-livre são dados por Meirovitch (1967) e Leissa (1969) como

$$\begin{aligned} \psi^l(y) &= 1 \\ \psi^2(y) &= \sqrt{3} \left[1 - y(2/l_y) \right] \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\psi^b(y) = \cosh\left(\frac{\mu_b}{l_y} y\right) + \cos\left(\frac{\mu_b}{l_y} y\right) - \delta_b \left[\sinh\left(\frac{\mu_b}{l_y} y\right) + \sin\left(\frac{\mu_b}{l_y} y\right) \right],$$

onde l_y é a dimensão da viga livre em $y = 0$ e em $y = l_y$, μ_b é uma raiz da equação transcendental $\cos\mu_b \cosh\mu_b - 1 = 0$, e δ_b é um parâmetro dependente de μ_b .

É interessante observar que, uma vez feita a substituição dos deslocamentos elásticos Relação 3.13 na Equação 3.12, o sistema passa a ter $\sum_i p_i q_i$ novas coordenadas generalizadas, destinadas à descrição do comportamento flexível do veículo.

3.6 - Equações do Movimento

Nesta seção serão obtidas as equações do movimento, visando a implementação de um “software” de simulação em computador digital. O movimento de atitude do veículo, é descrito pelos ângulos de rotação θ_1 , θ_2 e θ_3 utilizados na mudança

do referencial $\{C, \bar{a}\bar{g}\bar{r}\}$ para o referencial $\{C, \bar{i}_c \bar{j}_c \bar{k}_c\}$, e o movimento do j -ésimo rotor descrito pelo ângulo de rotação α_j em torno de seu eixo de simetria.

3.6.1 - Equações Linearizadas

A Lagrangiana do sistema discretizado se escreve:

$$L = L(\dot{q}, q), \quad (3.16)$$

onde o vetor n -dimensional $q = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \zeta, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$, com ζ as coordenadas generalizadas provenientes do processo de discretização dos deslocamentos elásticos.

A expansão da Equação 3.16 em série de Taylor na vizinhança do ponto de equilíbrio do sistema, pode ser escrita como:

$$L(\dot{q}, q) = L(\dot{q}_e, q_e) + \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}(\dot{q}_e, q_e) \\ \frac{\partial L}{\partial q}(\dot{q}_e, q_e) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \delta \dot{q} \\ \delta q \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \delta \dot{q} \\ \delta q \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{q} \partial \dot{q}}(\dot{q}_e, q_e) & \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{q} \partial q}(\dot{q}_e, q_e) \\ \frac{\partial^2 L}{\partial q \partial \dot{q}}(\dot{q}_e, q_e) & \frac{\partial^2 L}{\partial q \partial q}(\dot{q}_e, q_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \dot{q} \\ \delta q \end{bmatrix} + \dots; \quad (3.17)$$

onde $\delta \dot{q} = \dot{q} - \dot{q}_e$, $\delta q = q - q_e$ e, se α e β são dois valores n -dimensionais, os operadores diferenciais que aparecem na expressão anterior ficam dados por:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \alpha_1} \\ \frac{\partial}{\partial \alpha_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial}{\partial \alpha_n} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \alpha_1 \partial \beta_1} & \frac{\partial}{\partial \alpha_1 \partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial}{\partial \alpha_1 \partial \beta_n} \\ \frac{\partial}{\partial \alpha_2 \partial \beta_1} & \frac{\partial}{\partial \alpha_2 \partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial}{\partial \alpha_2 \partial \beta_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial}{\partial \alpha_n \partial \beta_1} & \frac{\partial}{\partial \alpha_n \partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial}{\partial \alpha_n \partial \beta_n} \end{bmatrix}$$

Recorrendo ao Princípio de Hamilton, Lanczos(1970), vemos que as equações de Lagrange podem ser escritas numa forma alternativa como,

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = Q_{nc} \quad (3.18)$$

onde Q_{nc} são as forças generalizadas com origem não conservativa.

Substituindo a Expressão 3.18 na Equação 3.17, obtém-se

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} &= \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}(\dot{q}_e, q_e) + \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{q} \partial \dot{q}}(\dot{q}_e, q_e) \delta \dot{q} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{q} \partial q}(\dot{q}_e, q_e) \delta \dot{q} + \\ &+ \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 L}{\partial q \partial \dot{q}}(\dot{q}_e, q_e) \right]^T \delta \dot{q} - \frac{\partial L}{\partial q}(\dot{q}_e, q_e) - \frac{\partial^2 L}{\partial q \partial q}(\dot{q}_e, q_e) \delta q + \\ &- \frac{1}{2} \frac{\partial^2 L}{\partial q \partial \dot{q}}(\dot{q}_e, q_e) \delta \dot{q} - \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 L}{\partial \dot{q} \partial q}(\dot{q}_e, q_e) \right]^T \delta \dot{q} + \dots \\ &= Q_{nc} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Como $(\dot{q}_e, q_e) = 0$ é um ponto de equilíbrio do sistema, então segundo Meirovitch e Juang (1976), ele satisfaz a relação dada por:

$$\frac{\partial L}{\partial q}(\dot{q}_e, q_e) = 0, \quad (3.20)$$

e como $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}(\dot{q}_e, q_e)$ é constante ao longo do tempo, tem-se

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}(\dot{q}_e, q_e) = 0. \quad (3.21)$$

Se além das considerações anteriores, forem introduzidas as matrizes definidas como;

$$M(i, j) = \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{q}_i \partial \dot{q}_j}(\dot{q}_e, q_e), \quad S(i, j) = \frac{\partial^2 L}{\partial q_i \partial \dot{q}_j}(\dot{q}_e, q_e) \quad \text{e} \quad K(i, j) = -\frac{\partial^2 L}{\partial q_i \partial q_j}(\dot{q}_e, q_e)$$

a Expressão 2.19, após conservados apenas os termos de até segunda ordem, pode ser escrita na forma matricial como

$$M\delta\ddot{q} + G\delta\dot{q} + K\delta q = Q_{nc}, \quad (3.22)$$

onde $G = S^T \cdot S$.

Na Equação 3.22, “ M ” é denominada matriz de massa generalizada a qual é, por definição, sempre definida positiva; “ K ” é a matriz de rigidez ao menos semidefinida positiva e finalmente a matriz giroscópica “ G ”, sempre antisimétrica nos casos onde não são adicionados termos referentes ao amortecimento modal.

Seja então,

$$q = \begin{bmatrix} \theta_k \\ \zeta_i^{ab} \\ \alpha_j \end{bmatrix}$$

o vetor adotado de coordenadas generalizadas, o qual representa os desvios da posição nominal de atitude, sendo:

θ_k o desvio nos ângulos de atitude, $k=1, 2$ e 3 ;

ζ_i^{ab} o desvio na coordenada generalizada do i -ésimo painel aberto, associada ao a -ésimo modo de vibração da viga engastada-livre e ao b -ésimo modo de vibração da viga livre-livre, e

α_j o desvio no ângulo de rotação do j -ésimo rotor.

Assim sendo, retornando-se às equações linearizadas do movimento, tem-se, em notação matricial,

$$M \ddot{q} + G \dot{q} + K q = Q_{nc}, \quad (3.23)$$

onde Q_{nc} é o vetor de forças generalizadas com origem não conservativa.

Na Equação 3.23, as matrizes M , G e K são aquelas definidas para a Relação 3.22, dadas por

$$M(l,c) = \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{q}_l \partial \dot{q}_c}, \quad S(l,c) = \frac{\partial^2 L}{\partial q_l \partial \dot{q}_c} \quad \text{e} \quad K(l,c) = -\frac{\partial^2 L}{\partial q_l \partial q_c},$$

onde $1 \leq l, c \leq n = (3 + \sum_i p_i q_i + \sum_j 1)$.

A matriz G além dos termos giroscópicos, em geral, pode também conter termos dissipativos quando se trabalha com partes flexíveis. Estes termos podem ser tomados por exemplo proporcionais à frequência natural do primeiro modo de vibração, chamado de amortecimento modal.

As forças generalizadas com origem não conservativa, Q_{nc} , serão admitidas como sendo da forma:

$$Q_{nc} = \begin{bmatrix} 0_{(n-m) \times 1} \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix}, \quad (3.24)$$

onde m é o número total de rotores e $\mathbf{u}(t)$, um vetor m -dimensional, representando os torques aplicados sobre os rotores devidos aos seus motores.

O conjunto de n equações de 2ª ordem dada pela Relação 3.23, pode ser transformado num conjunto de $2n$ equações de 1ª ordem fazendo-se

$$\mathbf{x}^T(t) = [\dot{\mathbf{q}}^T(t) \quad \mathbf{q}^T(t)]^T \quad (3.25)$$

e introduzindo-se as matrizes $2n$ -dimensionais

$$A = \begin{bmatrix} -M^{-1}G & -M^{-1}K \\ I_n & 0_{n \times n} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} M^{-1} \begin{bmatrix} 0_{(n-m) \times m} \\ I_m \end{bmatrix} \\ 0_{n \times m} \end{bmatrix}. \quad (3.26)$$

Utilizando-se as Expressões 3.25 e 2.26, o sistema de 1ª ordem se escreve da seguinte forma:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t). \quad (3.27)$$

A representação de sistemas dinâmicos através da Expressão 3.27 pode ser bastante conveniente principal quando se pretende estudar estratégias de controle com realimentação de estado.

3.6.2 - Equações não Lineares

A Lagrangiana do sistema discretizado Relação 3.12 pode ser escrita em termos das coordenadas generalizadas como:

$$L = L(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}), \quad (3.28)$$

onde o vetor n-dimensional $\mathbf{q} = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \zeta, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$, com ζ as coordenadas generalizadas provenientes do processo de discretização dos deslocamentos elásticos, a Energia Cinética é dada pela Relação 3.6, a Energia Potencial Gravitacional pela Relação 3.10 e a Energia Potencial Elástica pela Relação 3.11.

Para a derivação das equações do movimento neste caso, vamos utilizar a formulação de Lagrange para “quasi-coordenadas” (Meirovitch, 1970; Fonseca, 1988), que resulta para o movimento rotacional a seguinte equação:

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial T}{\partial \dot{\omega}} \right\} - [\tilde{\omega}] \left\{ \frac{\partial T}{\partial \omega} \right\} = \{ M_{ext} \} \quad (3.29)$$

onde $\{ M_{ext} \} = \{ M_x M_y M_z \}$ é um vetor constituído pelas componentes dos torques externos atuantes sobre o sistema dinâmico, e a matriz $[\tilde{\omega}]$ é constituída pelas componentes da velocidade angular em relação ao referencial inercial dada por:

$$[\tilde{\omega}] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Dando continuidade ao processo de obtenção das equações do movimento o próximo passo consiste em aplicar a formulação de Lagrange para os movimentos elástico, resultando na seguinte equação:

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial L}{\partial \dot{\zeta}} \right\} - \frac{\partial L}{\partial \zeta} = Q_{nc} \quad (3.31)$$

onde ζ pode ser encarado como sendo um vetor que representa as coordenadas generalizadas associada aos movimentos elásticos e Q_{nc} é também um vetor contendo as componentes da força generalizada associada aos movimentos elásticos, normalmente forças de origem não conservativas.

Finalmente, para completar as equações do movimento basta escrever-se as equações da cinemática de atitude (Equações Cinemáticas de Euler) associadas às equações dinâmicas que dependem basicamente da seqüência de rotações definidas para a atitude. Neste caso adotou-se a seqüência de rotação dada pela Relação 4.4 que resulta no seguinte sistema de equações:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 \cos \theta_3 & -\cos \theta_2 \sin \theta_3 & 0 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 \\ -\tan \theta_2 \cos \theta_3 & \tan \theta_2 \sin \theta_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{Bmatrix} \quad (3.32)$$

Estas equações cinemáticas (Relação 3.32), as equações dinâmicas associadas aos movimentos elásticos (Relação 3.31) em conjunto com as equações dinâmicas do movimento rotacional (Relação 3.29) formam o conjunto total das equações do movimento que ao serem integradas numericamente, modelam um dado sistema físico real.

CAPÍTULO 4

DESENVOLVIMENTO DO MODELO DINÂMICO PARA O CASO ESTUDADO

Com o objetivo de exemplificar uma aplicação para a modelagem e para o procedimento de controle desenvolvido anteriormente, neste capítulo é apresentado um satélite exemplo constituído por um corpo central rígido, rotores e painéis solares articulados, que são considerados flexíveis após a fase de abertura.

Na Seção 4.1, discorre-se sobre o modelo físico adotado para o satélite exemplo e definem-se as principais características relacionadas com a órbita e atitude nominal.

Na Seção 4.2 é iniciada com uma descrição geral sobre o funcionamento do programa “EQDIN”, cuja finalidade é auxiliar no desenvolvimento das equações do movimento, em função da configuração física adotada para um dado sistema dinâmico particular. Este programa foi desenvolvido utilizando-se os recursos do manipulador simbólico existente no “software” Mathematica (Wolfram, 1991).

Na Seção 4.3 e 4.4 detalha-se a descrição física do sistema dinâmico obtendo-se os dados necessários ao programa “EQDIN” para gerar as equações do movimento. Na sequência, Seção 4.5, apresentam-se as matrizes de massa, giroscópica e de rigidez, para o caso linearizado e as equações não lineares. Finalmente na Seção 4.6 apresentam-se algumas simulações para o sistema dinâmico em malha aberta.

4.1 - Modelo Físico do Veículo e Atitude Nominal de Operação

O satélite escolhido para exemplificar a aplicação do procedimento de controle possui um “*lay-out*” semelhante ao do Satélite de Sensoriamento Remoto planejado para ser construído pela Missão Espacial Completa Brasileira (MECB) atualmente em fase de projeto voltado para a concepção da arquitetura mecânica e do

sistema de estabilização e controle da atitude. Este satélite para efeito do desenvolvimento das equações do movimento foi considerado como sendo composto por um corpo central rígido, cujo formato é o de um prisma reto de base retangular, contendo um conjunto de três rotores em seu interior e três painéis solares flexíveis, cada um engastado a uma face distinta do corpo central. A Figura 4.1, mostra de forma esquemática o modelo físico adotado para o satélite exemplo, em sua configuração orbital final, na ausência de deformações elásticas.

O sistema dinâmico gerado por esta configuração constitui um bom exemplo de sistema não linear complexo com características favoráveis a aplicação do procedimento desenvolvido. Além disto, o fato de poder-se, no futuro, implementar de forma prática conceitos inovadores do ponto de vista teórico representa um grande estímulo de desafio. Vale a pena salientar que esta escolha não acarreta nenhum tipo de perda de generalidade, uma vez que os conceitos envolvidos são tratados sempre de forma genérica no desenvolvimento do procedimento.

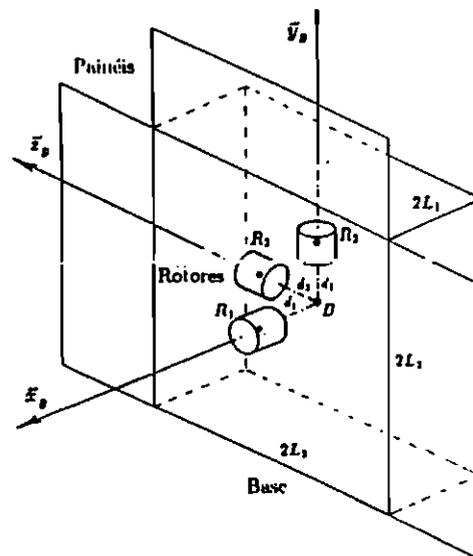


Fig. 4.1 - Modelo físico do satélite exemplo (painéis em repouso).

Na figura anterior, o referencial $\{B, \bar{x}_B, \bar{y}_B, \bar{z}_B\}$ tem a origem B localizada no centro de massa do corpo central e os eixos paralelos às direções principais de inércia; d_j sendo $j=1,2,3$ é a distância entre B e R_j , o centro de massa do j -ésimo rotor, e $2L_i$, onde $i=1,2,3$ são respectivamente a largura, a altura e o comprimento do corpo central.

A seguir passaremos ao estabelecimento das principais hipóteses que nortearão o desenvolvimento das equações do movimento da atitude. Assim sendo, admite-se primeiramente que cada rotor esteja balanceado tanto dinâmico como estaticamente, tendo como eixo de rotação um dos eixos principais de inércia do corpo central. Outra hipótese que é feita, refere-se ao movimento dos painéis, os quais quando admitidos flexíveis, terão um comportamento dinâmico semelhante ao de uma placa plana sujeita apenas ao movimento de flexão (sem torção ou compressão). Será suposta também a existência de uma pequena dissipação e energia devida ao amortecimento modal, garantindo uma estabilidade assintótica para o sistema dinâmico.

Com relação aos aspectos referentes à missão, supõe-se que o satélite em questão deva coletar informações a respeito da superfície terrestre, tal como sensoriamento remoto. Desta forma, é razoável admitir-se que a órbita seja polar e por simplicidade circular. A Figura 4.2 mostra o satélite estabilizado em sua órbita nominal.

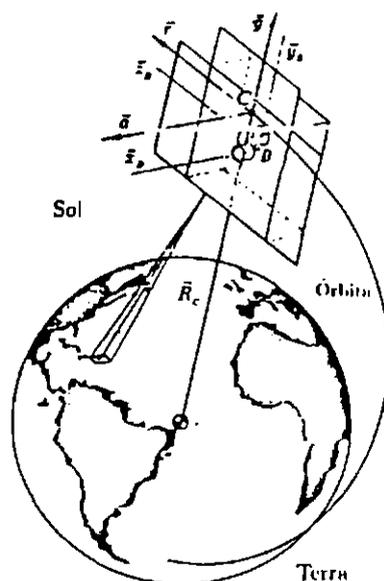


Fig. 4.2 - Satélite exemplo numa órbita polar circular.

Como mostra a Figura 4.2, a estabilização do satélite exemplo será feita de forma que a face sem painel permaneça voltada para a Terra, mantendo os três painéis exteriores à sua órbita. Nesta face será posicionado o equipamento utilizado no

monitoramento da superfície terrestre. Na posição de atitude nominal, o sistema de referência $\{B, \bar{x}_B \bar{y}_B \bar{z}_B\}$ estará alinhado com o referencial orbital $\{C, \bar{a} \bar{g} \bar{r}\}$.

4.2 - O Programa "EQDIN"

Este programa foi desenvolvido de forma a ser o mais abrangente possível, diretamente aplicável a satélites em órbita circular, constituídos por componentes de mesmo tipo e formato similar ao do satélite exemplo, ou seja, a base pode ser aproximada por um paralelepípedo regular, os rotores são aproximados por cilindros e os painéis solares aproximados por placas delgadas retangulares. Em linhas gerais, o funcionamento deste programa pode ser visto na Figura 4.3.

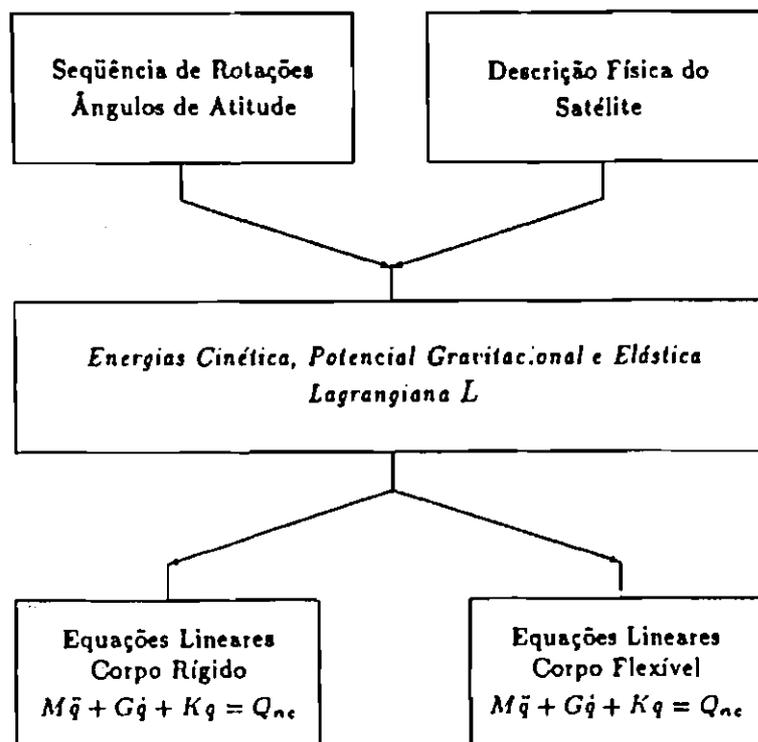


Fig. 4.3 - Esquema simplificado do funcionamento do programa "EQDIN".

O programa foi desenvolvido utilizando-se o manipulador simbólico do “Software Mathematica”, o qual é bastante versátil permitindo fazer integrações, derivações, operar diretamente com matrizes, com vetores, e realizar substituições em expressões algébricas.

Como pode ser observado no esquema mostrado pela Figura 4.3, é fornecida uma seqüência de rotações que leva o Sistema Instantâneo $\{C, \vec{i}_c, \vec{j}_c, \vec{k}_c\}$, para o sistema orbital $\{C, \vec{a}, \vec{g}, \vec{r}\}$. A esta seqüência de rotações estão associados os ângulos de atitude, normalmente denominados Ângulos de Euler. Estes ângulos são coordenadas generalizadas do sistema e descrevem o desvio relativo entre os sistemas instantâneo e orbital num dado instante.

O bloco Descrição Física do Satélite, Figura 4.3, leva em conta a quantidade e o tipo de cada componente existente fazendo a caracterização do veículo em estudo. Neste bloco deve-se fornecer dados tais como, massa (densidade), momentos principais de inércia e posição do centro de massa para cada componente.

Em última análise, os dois primeiros blocos fornecem os dados suficientes para que, na etapa seguinte, sejam calculadas as expressões das energias cinética, potenciais gravitacional e elástica, e finalmente a expressão da função Lagrangiana.

A Tabela 4.1 apresenta para cada componente, a informação que deve ser fornecida no bloco Descrição Física do Satélite, necessária para a sua caracterização.

A seguir, visando a utilização do programa desenvolvido para a obtenção das equações do movimento, serão apresentadas para o satélite exemplo as informações contidas nos dois primeiros blocos do esquema mostrado na Figura 4.3.

Após a definição da seqüência de rotações e escolhidos os ângulos de atitude passa-se à descrição física do satélite exemplo seguindo-se os passos da Tabela 4.1.

TABELA 4.1 - Descrição Física do Satélite

| Componente | Informação utilizada para caracterização+ |
|------------|--|
| Base | - massa, momentos principais de inércia; - posição de seu centro de massa, B , a partir de S . |
| Rotor | - massa, momentos principais de inércia; - matriz de rotação L_{CRj} ; - \vec{R}_{SRj} , posição de seu centro de massa a partir de S ; - $\vec{\omega}_{Rj}$ velocidade angular relativa à base. |
| Painel | - densidade superficial, dimensões, momentos principais de inércia; - \vec{r}_{Ai} , posição e um elemento do painel não deformado a partir de A_i ; - CM_{Ai} , posição do centro de massa; - \vec{e}_{Ai} , deslocamento elástico em termos de autofunções; - matriz de rotação L_{CAi} e a posição de A_i a partir de S , \vec{R}_{SAi} . |

4.3 - Sequência de Rotações e Ângulos de Atitude

No Capítulo 3, definimos o Sistema de Referência do Satélite não Deformado $\{S, \vec{i}_s, \vec{j}_s, \vec{k}_s\}$, com seus eixos alinhados com direções geometricamente convenientes. No caso do satélite exemplo, levando em conta a geometria particular do corpo central e a atitude nominal requerida, adotou-se alinhar o referencial $\{S, \vec{i}_s, \vec{j}_s, \vec{k}_s\}$ com as direções dos eixos principais de inércia do corpo central; com isto, a orientação dos instrumentos na face inferior do veículo ficou facilitada. É interessante observar que com esta escolha, ficam também determinadas as direções do sistema instantâneo $\{C, \vec{i}_c, \vec{j}_c, \vec{k}_c\}$.

A sequência de rotações escolhida para a transferência do Sistema Orbital $\{C, \vec{a}, \vec{g}, \vec{r}\}$ para o Sistema Instantâneo $\{C, \vec{i}_c, \vec{j}_c, \vec{k}_c\}$, representada na Figura 4.4, é dada por:

1 - rotação de um ângulo θ_1 em torno do eixo de arfagem \vec{a} , representada por

$$RT_a(\theta_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_1) & \text{sen}(\theta_1) \\ 0 & -\text{sen}(\theta_1) & \cos(\theta_1) \end{bmatrix}. \quad (4.1)$$

Esta rotação leva o eixo de rolamento para o plano formado pelos vetores \vec{k}_c e \vec{a} .

2 - rotação de um ângulo θ_2 em torno do eixo de arfagem \vec{g} , representada por

$$RT_g(\theta_2) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & 0 & -\text{sen}(\theta_2) \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}(\theta_2) & 0 & \cos(\theta_2) \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

Esta rotação faz com que o eixo de rolamento coincida com o eixo \vec{k}_c .

3 - rotação de um ângulo θ_3 em torno do eixo de arfagem \vec{r} , representada por

$$RT_r(\theta_3) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_3) & \text{sen}(\theta_3) & 0 \\ -\text{sen}(\theta_3) & \cos(\theta_3) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

Esta rotação faz com que o eixo de arfagem coincida com o eixo \vec{i}_c .

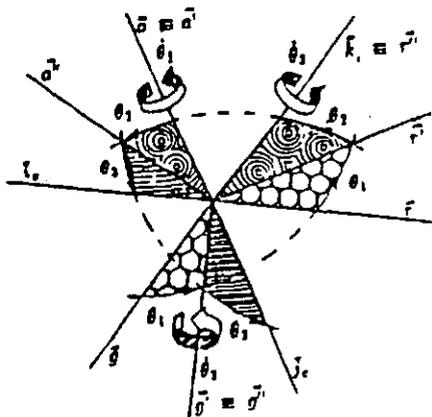


Fig. 4.4 - Sequência de Rotações e Ângulos de Atitude.

Desta forma, com base nas rotações estabelecidas anteriormente, Expressões 4.1 a 4.3, pode-se formular a matriz de transferência total que leva o Sistema Orbital

para o Sistema Instantâneo do veículo (Matriz de Atitude), denominada por L_{CC} e dada por

$$L_{CC} = RT_r(\theta_3) RT_g(\theta_2) RT_a(\theta_1),$$

que ao substituir as matrizes de rotação individual e efetuar as multiplicações resulta em

$$L_{CC} = \begin{bmatrix} c\theta_2 c\theta_3 & s\theta_1 s\theta_2 c\theta_3 + c\theta_1 s\theta_3 & s\theta_1 s\theta_3 - c\theta_1 s\theta_2 c\theta_3 \\ -c\theta_2 c\theta_3 & c\theta_1 c\theta_3 - s\theta_1 s\theta_2 s\theta_3 & s\theta_1 c\theta_3 + c\theta_1 s\theta_2 s\theta_3 \\ s\theta_2 & -s\theta_1 c\theta_2 & c\theta_1 c\theta_2 \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

Estes ângulos θ_i , $i=1,2$ e 3 são conhecidos na literatura como Ângulos de Atitude e denominados simplesmente como ângulo de arfagem, ângulo de guinada e ângulo de rolamento respectivamente

Na Relação 4.4, para simplificar a notação, convencionou-se que $\cos(\theta_i)$ e $\sin(\theta_i)$ fossem denotados simplesmente por $c\theta_i$ e $s\theta_i$, $i=1,2$ e 3 , respectivamente; sendo que os ângulos de atitude podem ser obtidos pelas relações

$$\text{ângulo em arfagem} \quad : \theta_1 = -\arctan\left(\frac{L_{CC}(3,2)}{L_{CC}(3,3)}\right) \quad (4.5)$$

$$\text{ângulo em guinada} \quad : \theta_2 = -\arcsen(L_{CC}(3,1)) \quad (4.6)$$

$$\text{ângulo em rolamento} \quad : \theta_3 = -\arctan\left(\frac{L_{CC}(2,1)}{L_{CC}(1,1)}\right) \quad (4.7)$$

Vale a pena observar que quando $\sin(\theta_2) \neq \pm 1$, podemos determinar univocamente θ_1 através da Expressão 4.5, e dos sinais de $\sin(\theta_1)$ e $\cos(\theta_1)$, nos termos $L_{CC}(3,2)$ e $L_{CC}(3,3)$ da matriz de atitude, respectivamente. Para o ângulo θ_3 procede-se de forma semelhante, utilizando-se a Relação 4.7 e os termos $L_{CC}(1,1)$ e $L_{CC}(2,1)$.

Quando $\text{sen}(\theta_2) = \pm 1$, temos uma indeterminação facilmente identificável através das expressões 5.5 e 5.7, para $\theta_2 = \pm \pi/2$, que pode ser evitada tomando-se os seguintes domínio de validade para os ângulos de rotação

$$\begin{aligned} -\pi < \theta_1 &\leq \pi \\ -\pi/2 < \theta_2 &< \pi/2 \\ -\pi < \theta_3 &\leq \pi \end{aligned} \quad (4.8)$$

A seqüência de rotações e de ângulos de atitude adotados serão utilizados na obtenção das expressões da velocidade angular absoluta do veículo e do vetor de cossenos diretores da vertical local, ambos escritos no sistema instantâneo do veículo. Estes valores são utilizados no cálculo das velocidades dos elementos de massa do veículo e na obtenção a expressão da energia potencial gravitacional, mostradas no Capítulo 3.

4.3.1 - Velocidade Angular Absoluta

Uma grandeza necessária para construir-se a expressão da energia cinemática do veículo é a sua velocidade angular absoluta em relação ao referencial inercial, denominada por $\bar{\omega}_C$, que pode ser escrita no sistema instantâneo de referência como

$$\bar{\omega}_C = RT_r(\theta_3)RT_g(\theta_2) \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + RT_r(\theta_3) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta}_2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} + L_{CC} \begin{bmatrix} \omega_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.9)$$

onde ω_0 é o módulo da velocidade orbital. Substituindo as relações anteriores na Expressão 4.9 e efetuando-se as multiplicações tem-se

$$\bar{\omega}_C = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 c\theta_2 c\theta_3 + \dot{\theta}_2 s\theta_3 + \omega_0 c\theta_2 c\theta_3 \\ -\dot{\theta}_1 c\theta_2 s\theta_3 + \dot{\theta}_2 c\theta_3 - \omega_0 c\theta_2 s\theta_3 \\ \dot{\theta}_1 s\theta_2 + \dot{\theta}_3 + \omega_0 s\theta_2 \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

4.3.2 - Obtenção dos Cossenos Diretores da Vertical Local

Para a seqüência de rotações e ângulos de atitude estabelecidos anteriormente, o vetor dos cossenos diretores da vertical local, \vec{L} , pode ser escrito no sistema instantâneo como

$$\vec{L} = \begin{bmatrix} l_x \\ l_y \\ l_z \end{bmatrix} = L_{CC} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta_1 s\theta_3 + s\theta_1 s\theta_2 c\theta_3 \\ c\theta_1 c\theta_3 - s\theta_1 s\theta_2 s\theta_3 \\ -s\theta_1 c\theta_2 \end{bmatrix}. \quad (4.11)$$

4.4 - Descrição Física do Satélite

A descrição do veículo requer a utilização dos referenciais, $\{R_j, \vec{i}_{R_j}, \vec{j}_{R_j}, \vec{k}_{R_j}\}$ e $\{A_i, \vec{i}_{A_i}, \vec{j}_{A_i}, \vec{k}_{A_i}\}$, respectivamente sistema de referência do j-ésimo rotor e sistema de referência do i-ésimo painel aberto, conforme definidos no Capítulo 3, conforme ilustra a Figura 4.5.

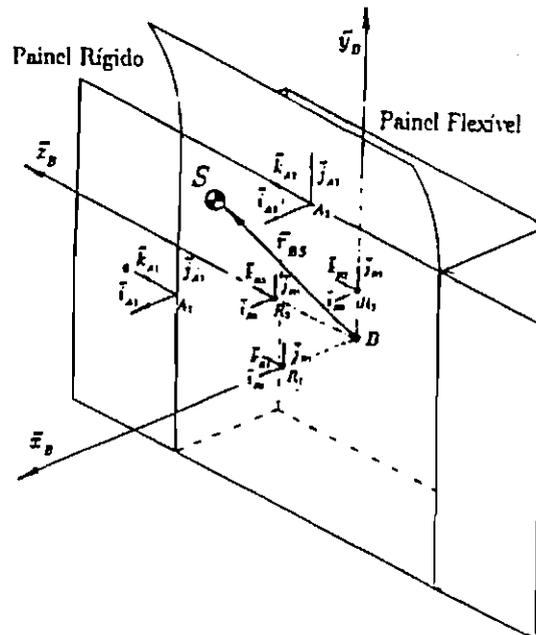


Fig. 4.5 - Referenciais adotados.

Por conveniência, para o caso em estudo, os referenciais $\{R_j, \vec{i}_{R_j}, \vec{j}_{R_j}, \vec{k}_{R_j}\}$ e $\{A_i, \vec{i}_{A_i}, \vec{j}_{A_i}, \vec{k}_{A_i}\}$, respectivamente sistema de referência do j-ésimo rotor e sistema de

referência do i -ésimo painel aberto foram adotados como sendo paralelos ao sistema $\{B, \bar{x}_B \bar{y}_B \bar{z}_B\}$, e com isto, as matrizes de rotação L_{CRj} e L_{CAi} que aparecem na Expressão 3.1 ficam reduzidas a matrizes identidades, o que diminui bastante o número de operações matriciais a serem executadas.

4.4.1 - Caracterização Física da Base

Para a caracterização da base (corpo principal do satélite), é necessário fornecer a sua massa, seu tensor principal de inércia, e a posição de seu centro de massa, B , a partir do centro de massa do veículo no estado isento de deformações, S .

A massa do corpo central será representada pelo símbolo m_B ; o tensor principal de inércia, calculado com relação ao ponto B , já se encontra escrito no referencial $\{C, \bar{i}_C \bar{j}_C \bar{k}_C\}$, pois este foi definido de forma a estar paralelo ao referencial do corpo central $\{B, \bar{x}_B \bar{y}_B \bar{z}_B\}$ sendo dado por

$$\bar{\bar{J}}_B = \begin{bmatrix} J_{Bx} & 0 & 0 \\ 0 & J_{By} & 0 \\ 0 & 0 & J_{Bz} \end{bmatrix}.$$

A localização do centro de massa da base, B , a partir do centro de massa do veículo no estado sem deformações, S , pode ser obtida utilizando-se a própria definição do centro de massa aplicada ao veículo como um todo, que com o auxílio da Figura 4.5 pode ser escrita como

$$m \bar{r}_{BS} = r_{BS}(1) \bar{i}_C + r_{BS}(2) \bar{j}_C + r_{BS}(3) \bar{k}_C, \quad (4.12a)$$

onde os módulos das componentes do vetor \bar{r}_{BS} são dadas por

$$\begin{aligned} r_{BS}(1) &= m_{R1} d_1 + L_1 \sum_{i=1}^3 m_{Ai} \\ r_{BS}(2) &= m_{R2} d_2 + m_{A2} (L_1 + L_2) \end{aligned} \quad (4.12b)$$

$$r_{BS}(3) = m_{R3} d_3 + (m_{A1} - m_{A3})(L_1 + L_3),$$

com L_1 , L_2 e L_3 definidos na Figura 4.1; e finalmente a posição de B a partir de S pode ser encontrada fazendo-se simplesmente $-\vec{r}_{BS}$.

4.4.2 - Caracterização dos Rotores

Para a caracterização física de cada rotor utiliza-se a sua massa, seu tensor principal de inércia, a matriz de rotação $L_{CRj} : \{R_j, \vec{i}_{Rj} \vec{j}_{Rj} \vec{k}_{Rj}\} \rightarrow \{C, \vec{i}_C \vec{j}_C \vec{k}_C\}$, a localização do seu centro de massa a partir de S , \vec{R}_{SRj} , e sua velocidade angular instantânea em relação ao corpo central, $\vec{\omega}_{Rj}$, ambos escritos no sistema de referência instantâneo $\{C, \vec{i}_C \vec{j}_C \vec{k}_C\}$.

A massa de cada rotor é representada pelo símbolo m_{Rj} ; o tensor principal de inércia calculado com relação ao ponto R_j , já se encontra escrito no referencial $\{C, \vec{i}_C \vec{j}_C \vec{k}_C\}$, pois este foi definido de forma a estar paralelo ao referencial do j -ésimo rotor $\{R_j, \vec{i}_{Rj} \vec{j}_{Rj} \vec{k}_{Rj}\}$, reduzindo as matrizes de rotação L_{CRj} a matrizes identidade. O tensor principal de inércia do j -ésimo rotor é dado por

$$\vec{J}_{Rj} = \begin{bmatrix} J_{Rxj} & 0 & 0 \\ 0 & J_{Ryj} & 0 \\ 0 & 0 & J_{Rzj} \end{bmatrix}.$$

A Figura 4.6, mostra de forma esquemática os vetores posição do centro de massa \vec{R}_{SRj} , e velocidade instantânea $\vec{\omega}_{Rj}$ para o j -ésimo rotor, a partir do centro de massa do veículo sem deformações, S . Observando esta figura pode-se estabelecer as seguintes relações para a posição do centro de massa dos rotores

$$\begin{aligned} \vec{R}_{SR1} &= [d_1 - r_{BS}(1)]\vec{i}_C - r_{BS}(2)\vec{j}_C - r_{BS}(3)\vec{k}_C, \\ \vec{R}_{SR2} &= -r_{BS}(1)\vec{i}_C + [d_2 - r_{BS}(2)]\vec{j}_C - r_{BS}(3)\vec{k}_C, \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\vec{R}_{SR3} = -r_{BS}(1)\vec{i}_C - r_{BS}(2)\vec{j}_C + [d_3 - r_{BS}(3)]\vec{k}_C,$$

onde os módulos das componentes do vetor \vec{r}_{BS} são aqueles dados pelas Equações 4.12b.

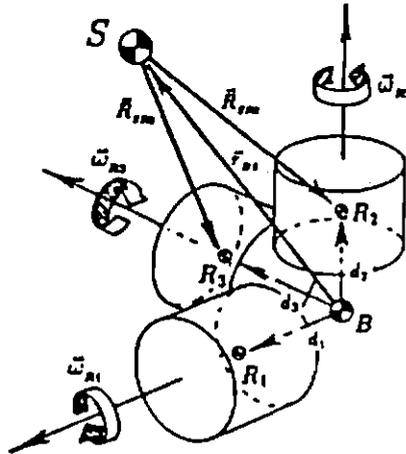


Fig. 4.6 - Disposição dos rotores.

4.4.3 - Caracterização dos Painéis Abertos

Para a caracterização física de cada painel aberto utilizam-se as suas dimensões laterais, sua densidade superficial, seu tensor principal de inércia, o vetor \vec{r}_{Ai} que estabelece a posição de um elemento de área infinitesimal do painel sem deformações elásticas a partir do ponto A_i e da coordenada do centro de massa deste elemento CM_{Ai} escritos no sistema de referência do i -ésimo painel aberto $\{A_i, \vec{i}_{Ai}, \vec{j}_{Ai}, \vec{k}_{Ai}\}$; utiliza-se ainda o vetor deslocamento elástico \vec{e}_{Ai} definido em termos das auto-funções de uma viga engastada-livre e livre-livre, e finalmente, a matriz de rotação $L_{CAi}: \{A_i, \vec{i}_{Ai}, \vec{j}_{Ai}, \vec{k}_{Ai}\} \rightarrow \{C, \vec{i}_C, \vec{j}_C, \vec{k}_C\}$ e a localização do seu centro de massa a partir a partir de S, \vec{R}_{SAi} .

A densidade superficial de cada painel será representada pelo símbolo ρ_{Ai} e a dimensão lateral por $2L_i$, $i=1,2,3$; o tensor principal de inércia calculado com relação ao ponto A_i , se encontra escrito no referencial dos eixos principais de inércia do painel,

onde as coordenadas de dm_{A1} estão compreendidas no intervalo dado por $0 \leq x \leq 2L_1$ e $-L_2 \leq y \leq L_2$;

•Painel A_2 :

$$\vec{r}_{A2} = 0 \vec{i}_{A2} + x \vec{j}_{A2} + y \vec{k}_{A2},$$

$$CM_{A2} = (0, L_1, 0),$$

onde as coordenadas de dm_{A2} estão compreendidas no intervalo dado por $0 \leq x \leq 2L_1$ e $-L_3 \leq y \leq L_3$;

• Painel A_3 :

$$\vec{r}_{A3} = 0 \vec{i}_{A3} + y \vec{j}_{A3} + x \vec{k}_{A3},$$

$$CM_{A3} = (0, 0, -L_1),$$

onde as coordenadas de dm_{A3} estão compreendidas no range dado por $0 \leq x \leq 2L_1$ e $-L_2 \leq x \leq L_2$.

Supondo-se que os painéis solares estejam sujeitos apenas a movimentos transversais cuja solução possa ser aproximada apenas pelo primeiro modo de vibração de uma viga engastada-livre e pelo primeiro modo de uma viga livre-livre, conforme mencionado no Capítulo 3, os deslocamento elásticos, no sistema do i -ésimo painel aberto, podem ser escritos na forma da Expressão 3.13, como:

$$\begin{aligned} \bar{e}_{A1}(t) &= \phi_1^1(x) \zeta_1^{11}(t) \vec{i}_{A1} \\ \bar{e}_{A2}(t) &= \phi_2^1(x) \zeta_2^{11}(t) \vec{i}_{A2} \\ \bar{e}_{A3}(t) &= \phi_3^1(x) \zeta_3^{11}(t) \vec{i}_{A3} \end{aligned} \quad (4.14)$$

onde $\zeta_i^{11}(t)$, $i=1,2$ e 3 são as novas coordenadas generalizadas associadas ao primeiro modo de flexão do i -ésimo painel, e as autofunções $\phi_i^1(x)$, $i=1,2$ e 3 são idênticas e iguais a

$$\phi^1(x) = \cosh\left(\frac{1.875}{2L_1}x\right) - \cos\left(\frac{1.875}{2L_1}x\right) - 0,735 \left[\sinh\left(\frac{1.875}{2L_1}x\right) - \sin\left(\frac{1.875}{2L_1}x\right) \right]$$

Outros modos de flexão não foram levados em consideração pois, por terem frequência natural mais alta, são mais difíceis de ser excitados, sendo portanto desta maneira, razoável admitir que o movimento de atitude dificilmente seria por eles afetado de forma significativa.

Os deslocamentos elásticos dos painéis A1 e A3 serão supostos antissimétricos, como ilustra a Figura 4.7. Isto é feito porque são estes modos que afetam o movimento de atitude no eixo de guinada. Esta hipótese implica na redução do número de graus de liberdade do sistema e por conseqüência uma redução no número de coordenadas generalizadas elásticas, pois tem-se $\zeta_1^{11}(t) = -\zeta_3^{11}(t)$.

A localização da origem do sistema fixo ao i -ésimo painel aberto a partir do centro de massa do veículo no estado não deformado, pode ser obtida observando-se a Figura 4.7. Escreve-se então a posição de A_i , origem do referencial $\{A_i, \vec{i}_{A_i}, \vec{j}_{A_i}, \vec{k}_{A_i}\}$, a partir de S no referencial $\{C, \vec{i}_C, \vec{j}_C, \vec{k}_C\}$ como:

$$\begin{aligned}\vec{R}_{SA1} &= [L_1 - r_{BS}(1)]\vec{i}_C - r_{BS}(2)\vec{j}_C - [L_3 - r_{BS}(3)]\vec{k}_C, \\ \vec{R}_{SA2} &= [L_1 - r_{BS}(1)]\vec{i}_C + [L_2 - r_{BS}(2)]\vec{j}_C - r_{BS}(3)\vec{k}_C, \\ \vec{R}_{SA3} &= [L_1 - r_{BS}(1)]\vec{i}_C - r_{BS}(2)\vec{j}_C + [L_3 - r_{BS}(3)]\vec{k}_C,\end{aligned}\tag{4.15}$$

onde $r_{BS}(i)$, $i=1,2,3$ são dadas pela Relação 4.12b. Vale observar que a escolha feita para os referenciais ilustrados na Figura 4.7, faz com que as matrizes de transformação L_{CAi} sejam reduzidas a matrizes identidade.

4.5 - Equações do Movimento

4.5.1 - Equações Linearizadas

Para obter-se as equações linearizadas de 2ª ordem referentes ao comportamento dinâmico do satélite tomado como exemplo, incluindo a flexibilidade dos painéis solares, deve-se inicialmente proceder uma descrição apropriada do veículo.

Seguindo a Tabela 4.1 como roteiro e utilizando a caracterização apresentada nos ítems anteriores referentes a base, rotores e painéis solares, obtém-se imediatamente as equações desejadas com o auxílio do programa "EQDIN".

A seguir, considerando-se que o vetor de coordenadas generalizadas seja composto por

$$q^T = [\theta_1 \theta_2 \theta_3 \zeta_1^1 \zeta_2^1 \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3]^T, \quad (4.16)$$

pode-se então obter as matrizes M , G e K para o sistema de 2ª ordem linearizado, dadas pela Relação 3.23.

A matriz de massa para o satélite exemplo fica dada por

$$M = \begin{bmatrix} J_{xx}^S & -J_{xy}^S & -J_{xz}^S & 0 & 0 & J_R & 0 & 0 \\ & J_{yy}^S & -J_{yz}^S & M_{24} & M_{25} & 0 & J_R & 0 \\ & & J_{zz}^S & 0 & M_{35} & 0 & 0 & J_R \\ & & & M_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & M_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & J_R & 0 & 0 \\ & & & & & & J_R & 0 \\ & & & & & & & J_R \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Simétrica

onde

$$M_{24} = 2 \int_{m_{A1}} \phi^1 \cdot x \, dm_{A1} + 2L_3 \int_{m_{A1}} \phi^1 \, dm_{A1};$$

$$M_{25} = \int_{m_{A2}} \phi^1 \cdot y \, dm_{A2} - r_{BS}(3) \int_{m_{A2}} \phi^1 \, dm_{A2};$$

$$M_{35} = [r_{BS}(2) - L_2] \int_{m_{A2}} \phi^1 \, dm_{A2} - \int_{m_{A2}} \phi^1 \cdot x \, dm_{A2};$$

$$M_{44} = 2 \int_{m_{A1}} (\phi^1)^2 \, dm_{A1};$$

$$M_{55} = \int_{m_{A2}} (\phi^1)^2 dm_{A2} - \frac{1}{m} \left(\int_{m_{A2}} \phi^1 \cdot x dm_{A2} \right)^2;$$

e $J_{\alpha\beta}^S$, $\alpha=x,y,z$ e $\beta=x,y,z$ são as componentes do tensor de inércia do veículo em seu estado não deformado, e J_R são os momentos principais de inércia dos rotores, tomados todos iguais. Vale observar neste momento que a variação introduzida pelo movimento do centro de massa instantâneo no tensor de inércia do veículo, acabou sendo descartada pelo processo de linearização.

Os elementos M_{24} , M_{25} e M_{35} têm origem em

$$\sum_i^2 \int_{m_{Ai}} L_{CAi} \vec{e} : \vec{\omega}_C \times [\vec{R}_{SAi} + L_{CAi} (\vec{r}_{Ai} + \vec{e}_{Ai})] dm_{Ai}$$

parcela da energia cinética proveniente do acoplamento entre as deflexões elásticas e a atitude do veículo, através de $\vec{\omega}_C$. Já os termos M_{44} e M_{55} estão relacionados com a energia cinética de deformação dos painéis.

A matriz giroscópica para o caso exemplo é dada por

$$G = \begin{bmatrix} 0 & -2\omega_0 J_{xz}^S & 2\omega_0 J_{xy}^S & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & \omega_0 (J_{xx}^S - J_{yy}^S - J_{zz}^S) & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_0 J_R & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_0 J_R & 0 & 0 \\ & & & G_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & G_{55} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

anti-simétrica

onde os termos G_{44} e G_{55} são positivos e representam a dissipação de energia devido ao amortecimento modal admitido para os painéis. Estes elementos foram acrescentados artificialmente à matriz giroscópica.

Os elementos G_{12} , G_{13} , G_{23} , G_{28} e G_{37} , são provenientes da parcela da energia cinética devido puramente ao movimento de rotação do veículo em torno de seu centro de massa.

Os elementos G_{12} , G_{13} , G_{23} , G_{28} e G_{37} , são provenientes da parcela da energia cinética devido puramente ao movimento de rotação do veículo em torno de seu centro de massa.

A matriz de rigidez obtida pelo programa de manipulação algébrica para o satélite exemplo é dada por

$$K = \begin{bmatrix} 3\omega_0^2(J_{zz}^S - J_{yy}^S) & -3\omega_0^2 J_{xy}^S & -3\omega_0^2 J_{xz}^S & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \omega_0^2(J_{xx}^S - J_{zz}^S) & -\omega_0^2 J_{yz}^S & K_{24} & K_{25} & 0 & 0 & 0 \\ & & 4\omega_0^2(J_{xx}^S - J_{yy}^S) & 0 & K_{35} & 0 & 0 & 0 \\ & & & K_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \text{Simétrica} & & & K_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

onde,

$$K_{24} = 2\omega_0^2 \left(\int_{m_{A1}} \phi^1 \cdot x \, dm_{A1} + L_3 \int_{m_{A1}} \phi^1 \, dm_{A1} \right);$$

$$K_{25} = \omega_0^2 \left(\int_{m_{A2}} \phi^1 \cdot y \, dm_{A2} - r_{BS}(3) \int_{m_{A2}} \phi^1 \, dm_{A2} \right);$$

$$K_{35} = 4\omega_0^2 \left([r_{BS}(2) - L_2] \int_{m_{A2}} \phi^1 \, dm_{A2} - \int_{m_{A2}} \phi^1 \cdot x \, dm_{A2} \right);$$

$$K_{44} = 2\omega_0^2 \int_{m_{A1}} (\phi^1)^2 \, dm_{A1} + 4\Theta_1 \int_{PS_1} (\partial\phi^1/\partial x)^2 \, d_{PS_1};$$

$$K_{55} = \omega_0^2 \left\{ \int_{m_{A2}} (\phi^1)^2 \, dm_{A2} - \left(\int_{m_{A2}} \phi^1 \, dm_{A2} \right)^2 / m \right\} + 2\Theta_2 \int_{PS_2} (\partial\phi^1/\partial x)^2 \, d_{PS_2};$$

Os elementos K_{ij} , $1 \leq i \text{ e } j \leq 3$ provêm da soma do termo da energia cinética $\frac{1}{2} \bar{\omega}_C^T \bar{J}^C \bar{\omega}_C$ com o termo da energia potencial gravitacional $\frac{3\mu}{2R_C^3} \bar{L}^T \bar{J}_C \bar{L}$, responsável pelos torques gravitacionais e que exprime um acoplamento entre distribuição de massa e a posição do satélite com relação a vertical local.

4.5.2 - Equações não Lineares

Para obter-se as equações não lineares referentes ao comportamento dinâmico do satélite tomado como exemplo, deve-se inicialmente proceder uma descrição apropriada do veículo, tal como aquela feita na Tabela 4.1 e em seguida utilizar o programa "EQDIN", que com base nas Relações 3.29, 3.31 e 3.32 fornecerá o conjunto de equações a ser integrado numericamente, lembrando que o vetor de coordenadas generalizadas é aquele dado pela Relação 4.16.

$$\begin{aligned} & \left(J_{xx}^S + 2A_{e1}\zeta_1^2 + A_e\zeta_2^2 \right) \alpha_1 + 2I_{xze}\zeta_2(\alpha_3 + \omega_1\omega_2) + \left(J_{zz}^S - J_{yy}^S - 2A_e\zeta_2^2 \right) \omega_2\omega_3 - \\ & 2I_{xze}\omega_3\dot{\zeta}_1 + 2A_e\zeta_2\dot{\zeta}_2\omega_1 + J_R\omega_2\omega_R = M_x \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} & \left(J_{yy}^S + 2A_{e1}\zeta_1^2 + A_e\zeta_2^2 \right) \alpha_2 + 2I_{xze}\zeta_2(\omega_1^2 - \omega_3^2) + \left(J_{zz}^S - J_{xx}^S - 2A_e\zeta_1^2 \right) \omega_1\omega_3 + \\ & 2I_{xze}\dot{\zeta}_1 + 2A_e\zeta_1\dot{\zeta}_1\omega_1 + J_R\omega_3\omega_R = M_y \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned} & \left(J_{zz}^S + 2A_{e1}\zeta_1^2 + A_e\zeta_2^2 \right) \alpha_3 + 2I_{xze}\zeta_2(\alpha_1 - \omega_1^2\omega_2^2) + \left(J_{yy}^S - J_{xx}^S - 2A_e\zeta_2^2 \right) \omega_1\omega_3 - \\ & 2I_{xze}\omega_1\dot{\zeta}_2 + 2A_e\zeta_2\dot{\zeta}_2\omega_2 + J_R\omega_1\omega_R = M_z \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\ddot{\zeta}_1 + (\omega_1^2 + \omega_2^2)\zeta_1 + \frac{J_{zz}^S}{2A_e}\dot{\zeta}_1 + \frac{I_{xze}}{A_e}(\alpha_2 - \omega_1\omega_3) = 0 \quad (4.23)$$

$$\ddot{\zeta}_2 + (\omega_1^2 + \omega_3^2)\zeta_2 + \frac{J_{zz}^S}{2A_e}\dot{\zeta}_2 + \frac{I_{xze}}{A_e}(\alpha_1 - \omega_1\omega_2) = 0 \quad (4.24)$$

$$\alpha_1 = (\cos\theta_2 \cos\theta_3)\alpha_1 - (\cos\theta_2 \sin\theta_3)\alpha_2 \quad (4.25)$$

$$\alpha_2 = (\sin\theta_3)\alpha_1 + (\cos\theta_3)\alpha_2 \quad (4.26)$$

$$\alpha_3 = -(\tan\theta_2 \cos\theta_3)\alpha_1 + (\tan\theta_2 \sin\theta_3)\alpha_2 + \alpha_3 \quad (4.27)$$

onde temos as seguintes definições:

$$A_e = \int_{mA_1} (\phi^1(x))^2 dm_{A_1} + \int_{mA_2} (\phi^1(x))^2 dm_{A_2} \quad (4.28)$$

$$I_{xze} = [r_{BS}(2) + L_2] \int_{mA_1} \phi^1 dm_{A_1} - \int_{mA_1} \phi^1 \cdot x dm_{A_1} \quad (4.29)$$

4.6 - Simulações em Malha Aberta

Para obter-se as equações que representam o sistema dinâmico, deve-se neste momento fornecer os valores numéricos para os dados utilizados na caracterização do modelo físico. Dados semelhantes aos do satélite de sensoriamento remoto da MECB serão utilizados para o satélite exemplo. A massa total foi tomada como sendo 200 Kg. As massas utilizadas para os rotores foi de 7 Kg; já os painéis solares foram tomados como tendo 2,1 Kg, 1,4 Kg e 2,1 Kg respectivamente para o painel 1, painel 2 e painel 3. As dimensões principais foram tomadas como sendo $2L_1=0,7m$, $2L_2=1,0m$ e $2L_3=0,7m$, assegurando uma semelhança física com modelo real do satélite.

A espessura dos painéis solares foi admitida como sendo $h=1,3 \times 10^{-2}m$. As propriedades físicas principais referentes aos painéis foram tomadas como:

- Módulo de Young (E) = $1,3 \times 10^9$ Pa ;
- Coeficiente de Poisson (ν) = 0,3 ;
- Densidade Superficial (ρ) = $3,01$ Kg/m² .

Os momentos principais de inércia relativos ao centro de massa para a configuração mostrada na Figura 4.1 foram estimados em:

$$J_{xx}=26,5 \text{ Kgm}^2, J_{yy}=15,4 \text{ Kgm}^2, J_{zz}=25,1 \text{ Kgm}^2;$$

$$J_{xy}=0,31 \text{ Kgm}^2, J_{xz}=0,12 \text{ Kgm}^2, J_{yz}=0,21 \text{ Kgm}^2.$$

Os três rotores foram supostos idênticos, com momentos principais de inércia iguais a $J_R=0,0165 \text{ Kgm}^2$. Por fim, a velocidade orbital do satélite foi suposta como sendo $\omega_0=1,1 \times 10^{-3} \text{ rad/seg}$.

4.6.1 - Sistema Linearizado

Utilizando-se os dados referentes ao modelo físico, os valores numéricos dos elementos das matrizes de massa (M), giroscópica (G) e de rigidez (K) podem ser encontradas através das Relações 4.17, 4.18 e 4.19 respectivamente. Logo em seguida, de posse destas matrizes, constrói-se o sistema de equações linearizadas dado pela Relação 3.27, o qual após integração numérica simulará o comportamento do sistema dinâmico. Não deve-se esquecer que o vetor das coordenadas generalizadas associadas a estas matrizes é aquele da Expressão 4.16.

Para observar o comportamento do sistema frente às condições iniciais, efetuaram-se algumas simulações em malha aberta (sistema dinâmico livre de torques), nas quais as condições iniciais variaram convenientemente objetivando mostrar as várias formas de interação entre as partes flexíveis e o restante do sistema dinâmico. Desta maneira pôde-se verificar quantitativamente, a influência da flexibilidade dos apêndices no movimento de atitude do satélite.

Para ilustrar o que foi mencionado anteriormente, mostra-se a seguir os resultados referentes a uma simulação na qual empregaram-se condições iniciais não nulas apenas nas coordenada generalizadas referentes ao movimento elástico dos painéis.

A Figura 4.8 mostra o comportamento das coordenadas generalizadas $\zeta_1^{II}(t)$ e $\zeta_2^{II}(t)$, associadas respectivamente ao movimento antissimétrico dos painéis laterais e ao movimento do painel superior, quando a deflexão inicial na extremidade livre dos painéis A_1 e A_3 foi de um milímetro.

Observa-se na Figura 4.8 que o movimento dos painéis laterais não afeta de forma perceptível o movimento do painel superior, indicando que os painéis em questão estão acoplados dinamicamente de forma muito tênue.

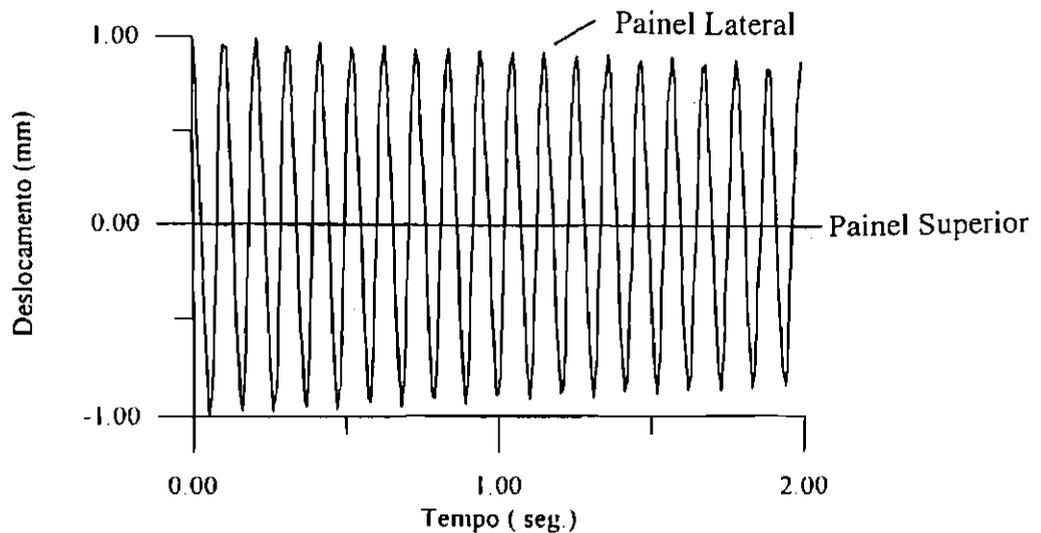


Fig. 4.8 - Deslocamento elástico na extremidade dos painéis.

A Figura 4.9 mostra o movimento de atitude induzido devido ao movimento elástico dos painéis, onde pode-se constatar que para esta condição inicial, o movimento dos painéis laterais induz movimento nos ângulos de guinada e de arfagem, com nítido acoplamento entre eles. Em guinada a amplitude inicial tem cerca de 1×10^{-2} graus, enquanto que em arfagem ela é muito menor.

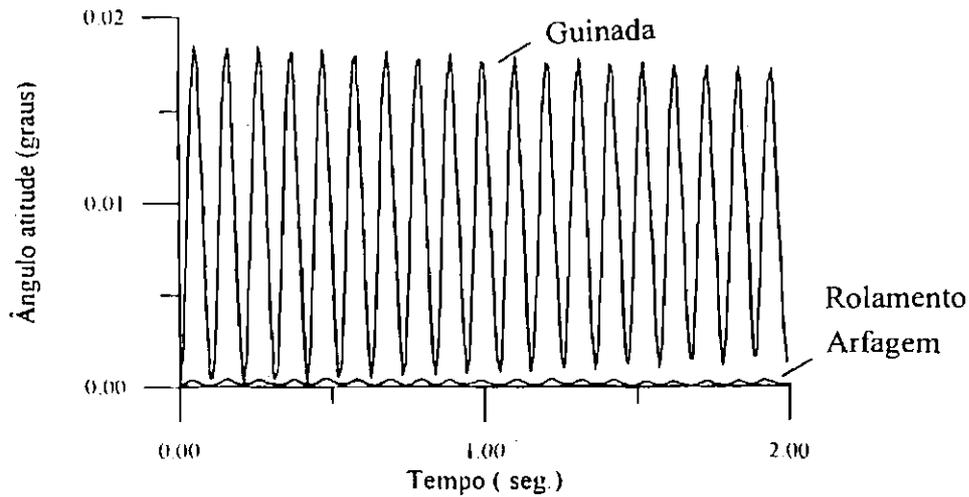


Fig. 4.9 - Movimento Induzido nos Ângulos de Atitude.

Para a ordem de grandeza considerada no gráfico da Figura 4.9, não é percebido movimento no ângulo de rolamento.

A Figura 4.10, a seguir, mostra o comportamento das coordenadas elásticas $\zeta_1^{II}(t)$ e $\zeta_2^{II}(t)$, quando a extremidade livre do painel superior é submetida a um desvio de um milímetro da posição de repouso. Nesta figura nota-se que, mais uma vez, o movimento de um painel não induz movimento no outro. O deslocamento elástico do painel superior induz um movimento observável apenas no ângulo de rolamento como pode ser visto na Figura 4.11.

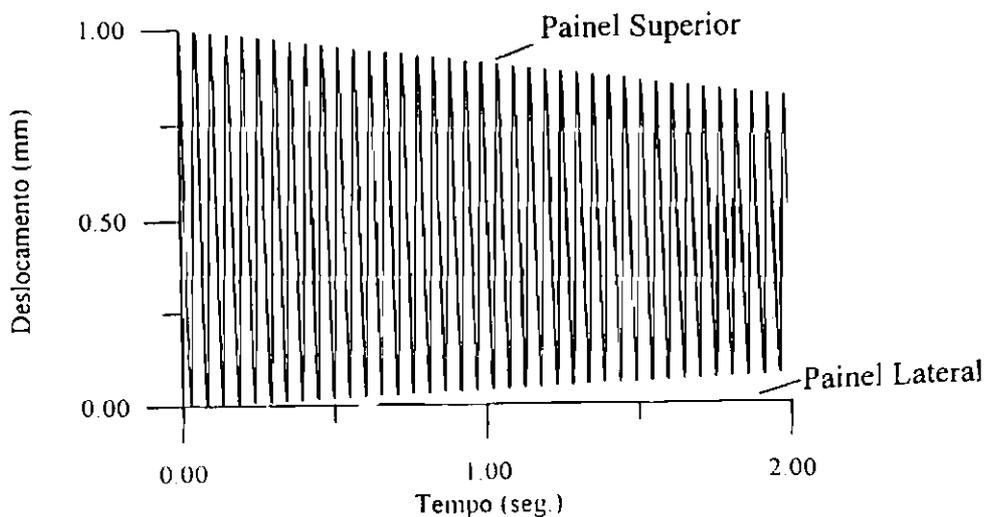


Fig. 4.10 - Deslocamentos Elásticos na Extremidade dos Painéis.

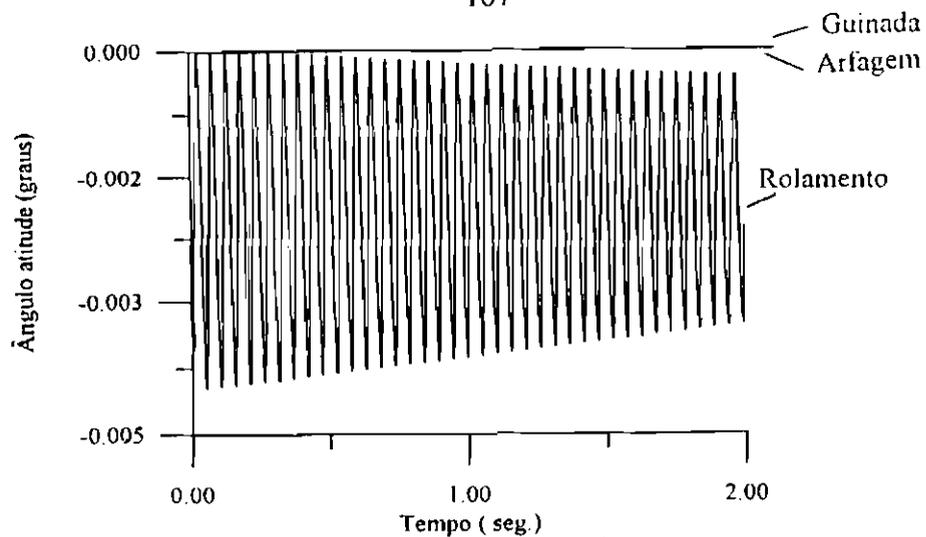


Fig. 4.11 - Movimento Induzido nos Ângulos de Atitude.

Os resultados ilustrados pelas Figuras 4.9 e 4.11, mostram que o modelo consegue expressar de forma bastante clara o acoplamento existente entre o movimento elástico dos painéis laterais e o movimento em guinada, e entre o movimento do painel superior e o movimento em rolamento.

Deve-se ressaltar ainda que os movimentos induzidos nos ângulos de atitude foram bastante pequenos principalmente em virtude da grande diferença existente entre os momentos de inércia do satélite como um todo e os momentos inércia dos painéis solares.

4.6.2 - Sistema Não Linear

Utilizando-se os dados referentes ao modelo físico, os valores numéricos dos coeficientes que aparecem nas Relações 4.20 a 4.27 podem ser encontrados através das Relações 4.28 a 4.29. Logo em seguida, de posse destes dados, constrói-se o sistema de equações que simulará o comportamento do sistema dinâmico. Não se deve esquecer que o vetor das coordenadas generalizadas associadas a estas matrizes é aquele da Expressão 4.16.

Para observar o comportamento do sistema frente às condições iniciais, efetuaram-se algumas simulações em malha aberta (sistema dinâmico livre de torques),

nas quais as condições iniciais foram ajustadas convenientemente com o objetivo de mostrar as formas de interação entre as partes flexíveis e o restante do sistema dinâmico. Desta maneira pôde-se verificar quantitativamente, a influência da flexibilidade dos apêndices no movimento de atitude do satélite.

Para ilustrar o que foi mencionado anteriormente, mostra-se a seguir os resultados referentes a uma simulação típica na qual empregaram-se condições iniciais não nulas apenas nas coordenadas generalizadas referentes ao movimento elástico dos painéis.

A Figura 4.12 mostra o comportamento das coordenadas generalizadas $\zeta_1^{11}(t)$ e $\zeta_2^{11}(t)$, associadas respectivamente ao movimento antissimétrico dos painéis laterais e ao movimento do painel superior, quando a deflexão inicial na extremidade livre dos painéis A_1 e A_3 foi de um milímetro.

Observa-se na Figura 4.12 que o movimento dos painéis laterais não afeta de forma perceptível o movimento do painel superior, indicando que os painéis em questão estão acoplados dinamicamente de forma muito tênue.

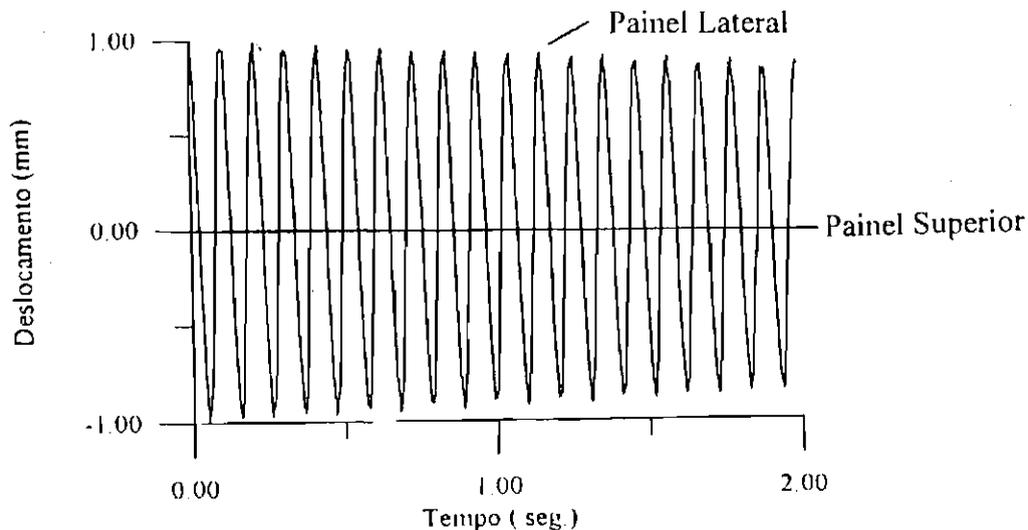


Fig. 4.12 - Deslocamento Elástico na extremidade dos Painéis.

A Figura 4.13 mostra o movimento de atitude induzido devido ao movimento elástico dos painéis, onde pode-se constatar que para esta condição inicial, o movimento dos painéis laterais induz movimento nos ângulos de guinada e de arfagem.

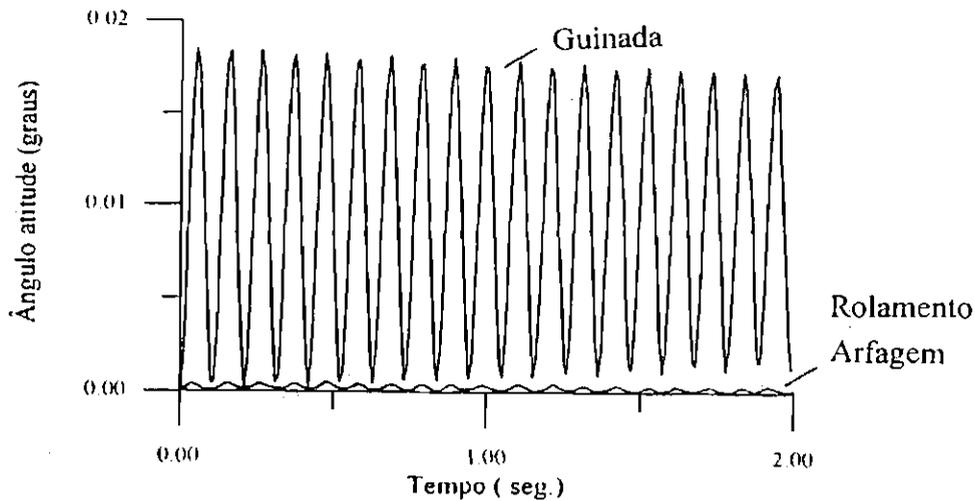


Fig. 4.13 - Movimento Induzido nos Ângulos de Atitude.

Pra a ordem de grandeza considerada no gráfico da Figura 4.13, não é percebido movimento no ângulo de rolamento. Por fim, vale a pena observar que as amplitudes tanto dos deslocamentos elásticos como dos ângulos de atitude apresentam um pequeno decaimento ao longo do tempo devido à introdução do amortecimento modal nos painéis laterais.

A Figura 4.14, a seguir, mostra o comportamento das coordenadas elásticas $\zeta_1^{11}(t)$ e $\zeta_2^{11}(t)$, quando a extremidade livre do painel superior é submetida a um desvio de um milímetro da posição de repouso. Nesta figura nota-se que, mais uma vez, o movimento de um painel não induz movimento no outro.

O deslocamento elástico do painel superior induz um movimento observável apenas no ângulo de rolamento como pode ser visto na Figura 4.15.

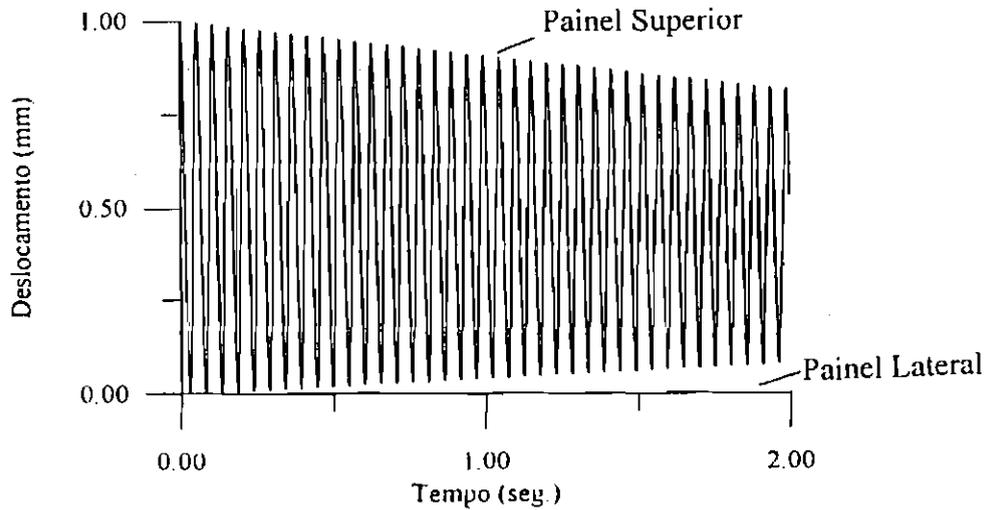


Fig. 4.14 - Deslocamento Elástico na extremidade dos Painéis.

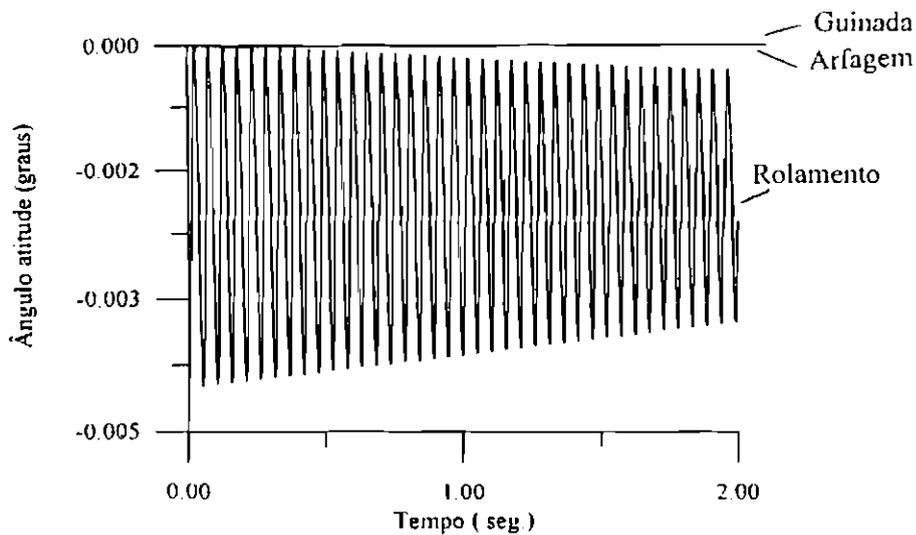


Fig. 4.15 - Movimento induzido nos Ângulos de Atitude.

Os resultados ilustrados pelas Figuras 4.13 e 4.15, mostram que o modelo consegue expressar de forma bastante clara o acoplamento existente entre o movimento elástico dos painéis laterais e o movimento em guinada, e entre o movimento do painel superior e o movimento em rolamento. Deve-se ressaltar ainda que o movimento induzido nos ângulos de atitude foram bastante pequenos em virtude da grande diferença existente entre os momentos de inércia do satélite como um todo e os momentos inércia dos painéis solares.

CAPÍTULO 5

APLICAÇÃO DO PROCEDIMENTO DE CONTROLE SIMULAÇÕES, TESTES E RESULTADOS

Este capítulo é dedicado a apresentação de um procedimento de controle para sistemas dinâmicos não lineares do tipo multi-entradas multi-saídas (*Multi-input multi-output - MIMO*), desenvolvido através da utilização de RNAs tendo como base a estrutura do Controlador com Modelo Interno (*Internal Model Control - IMC*). O procedimento de controle proposto utiliza redes neurais artificiais estáticas do tipo Perceptron de múltiplas-camadas, cujos pesos das interconexões são ajustados através da busca de um valor mínimo para a função erro utilizando-se a técnica da filtragem ótima de Kalman.

Na Seção 5.1, discorre-se de forma qualitativa sobre os aspectos gerais envolvidos com o controle de sistemas dinâmicos aeroespaciais, enfocando suas principais características.

A Seção 5.2 é dedicada ao estabelecimento das linhas básicas a serem seguidas durante a implementação do procedimento de controle, faz-se uma breve discussão sobre alguns aspectos relacionados com a aplicação das redes neurais artificiais ao modelamento e controle de sistemas dinâmicos e estabelece-se a metodologia a ser seguida para o treinamento da rede neural do modelo e do controle respectivamente.

Na Seção 5.3 procede-se à particularização do procedimento de controle apresentado para uma aplicação de interesse na área de controle de atitude de satélites artificiais; discorre-se sobre o processo de treinamento da rede neural de identificação, enfocando-se a topologia da rede neural utilizada, função de ativação, número de neurônios, e vetores de entrada e saída. Mostra-se ainda a metodologia empregada para gerar os dados de treinamento e o comportamento da rede de identificação após a

realização do treinamento. A topologia da rede neural do controle enfocando o tipo de função de ativação utilizada, números de neurônios e vetores de entrada e saída são apresentados, e finalmente, na Seção 5.4 apresentam-se os testes aos quais o procedimento de controle foi submetido, onde os resultados são analisados e comentados.

5.1 - Controle da Atitude de Veículos Espaciais

Entende-se por atitude de um satélite a sua orientação angular no espaço em relação a algum referencial conhecido. Uma escolha adequada deste referencial é feita em função do propósito com que se fará uso da atitude. Para expressar numericamente esta orientação, define-se um outro referencial, solidário ao corpo do satélite, como por exemplo, o coincidente com os eixos principais de inércia.

Controlar a atitude de um veículo significa tomar ações, segundo regras previamente estabelecidas, e atuar sobre os dispositivos de controle, com o objetivo de forçar o veículo a ter uma orientação espacial desejada, pré-especificada pela missão, durante sua vida útil. Tal função requer o conhecimento da atitude e órbita do satélite a cada instante e manipula torques provenientes de fontes externas (gradiente de gravidade, campo geomagnético, pressão de radiação solar, etc.) ou internas (jatos de gás frio, propulsores a hidrazina, volantes de inércia, rodas de reação, etc.) para atingir seu objetivo. Normalmente, a ação do controle se divide em duas fases importantes: manobras e estabilização. Na fase de manobras o objetivo é permitir tanto a colocação do satélite em sua órbita final e atitude especificada (manobra de aquisição), como eventuais mudanças na atitude ao longo de sua vida útil, conforme as especificações da missão. Já na fase de estabilização, o objetivo é manter o satélite na atitude especificada requerendo, normalmente, apenas pequenas correções de atitude comparadas com as da fase de manobra. As informações, que fornecem ao controlador meios para que este possa avaliar o desvio da atitude com relação a uma referência, são obtidas dos sensores que juntamente com os demais dispositivos, integram o sistema de controle como um todo. A Figura 5.1 mostra na forma de um diagrama de blocos as partes integrantes de

um sistema de controle genérico, em malha fechada, normalmente implementado nas aplicações voltadas para a área espacial.

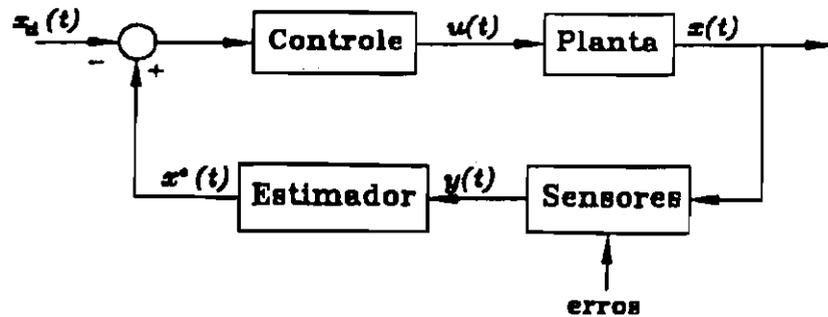


Fig. 5.1- Controle de um sistema dinâmico

No diagrama apresentado observa-se que o bloco denominado "sensores" é responsável pelo fornecimento do vetor de observações, $y(t)$, contendo informações a respeito da atitude do veículo; as quais podem ser obtidas através de sensores de posição (magnetômetros, sensores de horizonte, sensores de estrelas, sensores solares, etc.), de sensores de velocidade (girômetros) e de sensores de acelerações (acelerômetros). As observações efetuadas pelos sensores são na seqüência manipuladas pelo estimador de estado, de forma a obter-se uma estimativa $\hat{x}(t)$ para o vetor de estado do satélite, normalmente constituído pelos ângulos de atitude, velocidades angulares, deformações elásticas, etc. Em seguida, o controlador compara este valor estimado para o estado com uma referência previamente fornecida $x_d(t)$ e comanda os atuadores com o objetivo de reduzir o erro entre a estimativa e a referência. O estimador de estado, em algumas situações específicas, que dependem do tipo de parametrização da atitude e dos sensores empregados, pode não estar presente no diagrama do controlador, sendo substituído por um simples elemento de filtragem dos ruídos inerentes ao processo de aquisição das observações pelos sensores.

5.2 - Procedimento de Controle Proposto

5.2.1 - Aspectos Gerais

Nas aplicações relacionadas com a identificação e controle de sistemas dinâmicos, é comum o emprego de redes neurais estáticas com múltiplas-camadas que são realimentadas com informações da planta somente durante a fase de treinamento, onde, na grande maioria dos casos, o ajuste dos pesos associados às interconexões entre os neurônios dá-se através da utilização do método do gradiente aliado ao procedimento de retro-propagação do erro, muito embora em alguns casos, este seja um processo bastante lento, demandando um elevado tempo de processamento para convergir (Antsaklis, 1992). Conforme mencionado, a precisão de modelagem obtida por este tipo de rede neural, após a fase de treinamento, depende basicamente da topologia da rede neural e da dinâmica do sistema. O número de neurônios e o número de camadas, a função de ativação e alguns parâmetros inerentes aos algoritmos de treinamento são normalmente escolhidos de forma empírica, pois ainda não se conhecem métodos que permitam estabelecer a topologia da rede em função da precisão requerida. A experiência tem mostrado que quanto maior o número de camadas, melhor é a representação do sistema dinâmico acarretando, no entanto, num decréscimo na capacidade de generalização da rede neural. Desta maneira, observa-se que existe uma solução de compromisso entre a fidelidade ao modelo, o tamanho da rede neural e a capacidade de generalização que variam de caso para caso em função do tipo de problema a ser resolvido (Nguyen e Widrow, 1990).

Apesar do aspecto inovador e das relevantes vantagens apresentadas pela metodologia do controle baseado na utilização de RNAs, atualmente a grande maioria dos sistemas de controle para satélites artificiais ainda são desenvolvidos segundo a teoria de controle convencional, ficando restrito a apenas uma minoria de casos particulares a aplicação desta nova metodologia. Isto deve-se, em grande parte, ao fato de que para usufruir das potencialidades inerentes às redes neurais e construir um controlador com qualidade superior aos controladores convencionais têm-se um

substancial acréscimo na complexidade do “*hardware*” e “*software*” embarcado, traduzido, principalmente, por um elevado grau de paralelismo nos cálculos e grande número de sensores. No entanto, a julgar pelas pesquisas e desenvolvimentos na área dos microprocessadores, acredita-se que esta condição será, em breve, parcialmente superada; dando lugar à próxima geração de sistemas de controle, que ganharão maior flexibilidade por terem em mãos processadores com maior poder de cálculo e maior capacidade de memória, como por exemplo os “*Transputers*” que oferecem alta velocidade de comunicação entre processadores adjacentes numa arquitetura paralela (Hunt et al., 1995).

Na grande maioria dos casos, como mencionado no Capítulo 1, os satélites são lançados carregando seus apêndices recolhidos numa forma compacta, só os abrindo quando em órbita. Após a abertura de tais apêndices tem-se uma situação bastante complexa do ponto de vista da dinâmica do veículo, pois estes apêndices, na maioria das vezes são elementos bastante flexíveis que, devido ao movimento de abertura, passam a apresentar movimentos vibratórios que podem interagir com o resto da estrutura induzindo movimentos que perturbam a atitude do veículo. Em vista disso e levando em consideração a complexidade inerente a este problema, propõe-se então uma metodologia de controle baseada na utilização de redes neurais cujos objetivos principais sejam:

- promover o controle da atitude (aquisição de atitude) sob a interferência dos aspectos mencionados anteriormente, partindo-se de uma condição inicial aleatória dentro de um dado envelope de possibilidades geradas a partir do lançamento do veículo;
- preservar o apontamento (manutenção da atitude) quando das manobras periódicas necessárias para correção de órbita.

Com base na descrição efetuada no Capítulo 2, enfocando as principais características dos esquemas de controle mais comumente utilizados, conclui-se que o Controle com Modelo Interno (IMC) é aquele que apresenta maior potencial para ser

aplicado com êxito na solução do problema de controle colocado no parágrafo anterior, pois entre outros fatos, a estrutura de controle neural IMC já foi bastante estudada estabelecendo-se e constatando-se suas excelentes propriedades em termos de robustez e estabilidade (Hunt e Sbarbaro, 1991). Do ponto de vista prático, com relação a implementação, a principal vantagem desta estrutura de controle em relação as demais reside no fato de poder-se efetuar o treinamento de rede neural de forma “*off-line*” o que permite que se construam conjuntos de dados de treinamento apropriados contribuindo de forma efetiva para o treinamento da rede. Além disso, outro aspecto que merece destaque é a presença da realimentação do erro entre a saída da planta e a saída da rede neural de identificação permitindo que o controle atue de forma a compensar eventuais perturbações para as quais a rede de controle não foi treinada, além de promover uma maior estabilidade para o sistema de controle. Desta forma o procedimento proposto utilizará redes neurais estáticas de múltiplas camadas na formulação de um controlador adequado a sistemas dinâmicos não lineares cujas características variam lentamente com o tempo.

5.2.2 - Rede Neural de Identificação

A rede neural que representa o modelo para o sistema dinâmico, também chamada de rede de identificação deve conter na entrada o sinal de controle e outras variáveis importantes na caracterização do sistema dinâmico e como saída as próprias variáveis que foram utilizadas para caracterizar o sistema dinâmico. Com relação a topologia, adota-se inicialmente uma rede neural com alimentação direta composta por duas camadas ocultas, além das camadas de entrada e de saída. Denota-se a saída do sistema dinâmico $y_p(t)$, como sendo um vetor de saída m -dimensional, e a entrada do sistema $u(t)$, como sendo um vetor de entrada r -dimensional. Pode-se então empregar amostras destes vetores e compor um conjunto de dados para treinar a rede de identificação.

A rede neural de identificação possui como entrada um vetor constituído pelas saídas do sistema dinâmico e pelas entradas do sistema dinâmico (variáveis de

controle). Para a rede neural de identificação (modelo), os vetores de entrada e saída, $x_m(t)$ e $y_{md}(t)$ respectivamente, são formados por

$$\begin{aligned} x_m(t) &= [\mathbf{u}^T(t), \mathbf{u}^T(t-1), \dots, \mathbf{u}^T(t-T_{du}), \mathbf{y}_p^T(t-1), \dots, \mathbf{y}_p^T(t-T_{dy})]^T, \\ y_{md}(t) &= y_p(t) \end{aligned} \quad (5.1)$$

onde T_{du} e T_{dy} representam a ordem de grandeza dos atrasos de tempo a serem considerados para as entradas e para as saídas do sistema dinâmico respectivamente.

Teoricamente pode-se para pequenas amplitudes de movimento, em torno de uma condição nominal, determinar os valores de T_{du} e T_{dy} nos casos onde se conhece a ordem da função de transferência do sistema linearizado; ou seja, T_{du} é igual a ordem do numerador e T_{dy} é igual a ordem do denominador. Na prática, no entanto, é sempre bastante difícil obter-se a informação a respeito da ordem da função de transferência equivalente para sistemas não lineares, e assim sendo, algum método heurístico deve ser utilizado para estabelecer o valor dos parâmetros T_{du} e T_{dy} .

O principal objetivo do treinamento da rede neural num dado instante de tempo t é encontrar o valor ótimo para o vetor de pesos w tal que o seguinte índice de performance seja minimizado

$$J(w) = \frac{1}{2} \left[[w - \bar{w}]^T \bar{P}^{-1} [w - \bar{w}] + \sum_{i=1}^N [E_m(t)]^T R^{-1} [E_m(t)] \right] \quad (5.2)$$

sujeito a

$$\begin{aligned} E_m(t) &= [y_{md}(t) - y_m(t)] \\ y_m(t) &= f \left[W_{m34}^T(t) f \left[W_{m23}^T(t) f \left[W_{m12}^T(t) x_m(t) \right] \right] \right] \end{aligned} \quad (5.3)$$

onde $W_{m12}(t)$ é uma matriz de dimensão apropriada formada pelos pesos das interconexões entre a camada de entrada e a primeira camada oculta da rede neural; $W_{m23}(t)$ é uma matriz de dimensão apropriada constituída pelos pesos das interconexões entre a primeira camada oculta e segunda camada oculta da rede neural; $W_{m34}(t)$ é uma

matriz de dimensão apropriada formada pelos pesos das interconexões entre a segunda camada oculta e a camada de saída da rede neural; e finalmente $f(\cdot)$ é o vetor formado pelas funções de ativação para os neurônios pertencentes as camadas ocultas. No presente trabalho o seguinte vetor de funções de ativação é utilizado:

$$f(x) = [f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n)] \quad (5.4)$$

onde $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ é um vetor genérico n-dimensional. Do ponto de vista teórico, cada neurônio pode ter uma função de ativação distinta, entretanto neste trabalho adota-se a mesma função de ativação para todos os neurônios das camadas ocultas, pois isto acarreta muitas simplificações quando da implementação do código computacional da rede neural.

Para um dado instante de tempo, o problema colocado anteriormente reduz-se a um problema normal de treinamento para uma rede neural, sendo que existem vários algoritmos de treinamento que poderiam ser utilizados para determinar tais matrizes de pesos. Eleveu-se para esta finalidade o algoritmo de treinamento com base no filtro estendido de Kalman aliado ao mecanismo de retropropagação para o cálculo da matriz de derivadas parciais; metodologia esta já tratada em detalhes no Capítulo 2, cujas equações básicas são aqui apresentadas novamente.

Desta forma, num dado instante, as equações básicas do algoritmo de treinamento para o ajuste dos pesos são dadas por:

$$w_{li}^k = \bar{w}_{li} + \bar{K}_{li}^k [z_{li}^k - H_{li}^k \bar{w}_{li}^k]$$

$$P_{li}^k = [I - \bar{K}_{li}^k H_{li}^k] \bar{P}_{li} \quad (5.5)$$

$$\bar{K}_{li}^k = \bar{P}_{li} H_{li}^{kT} [H_{li}^k \bar{P}_{li} H_{li}^{kT} + \bar{R}_{li}^k]^{-1}$$

onde a matriz \bar{R}_{li}^k é admitida como sendo diagonal, conforme as aproximações de hipótese fundamentadas no Capítulo 2, Seção 2.4.1.3.

5.2.3 - Rede Neural de Controle

Devido a rede neural do controle envolver o inverso do modelo do sistema, atenção especial deve-se dispensar à obtenção deste modelo inverso. Hunt e Sbarbaro, 1991, discutiram a respeito de duas formas de modelamento inverso via rede neural. No presente trabalho, adota-se a Modelagem Inversa Especializada para implementar a rede neural controladora, tendo em vista as características favoráveis apresentadas por esta metodologia conforme mencionado no Capítulo 2. A figura a seguir mostra a estrutura básica adotada na modelagem inversa especializada.

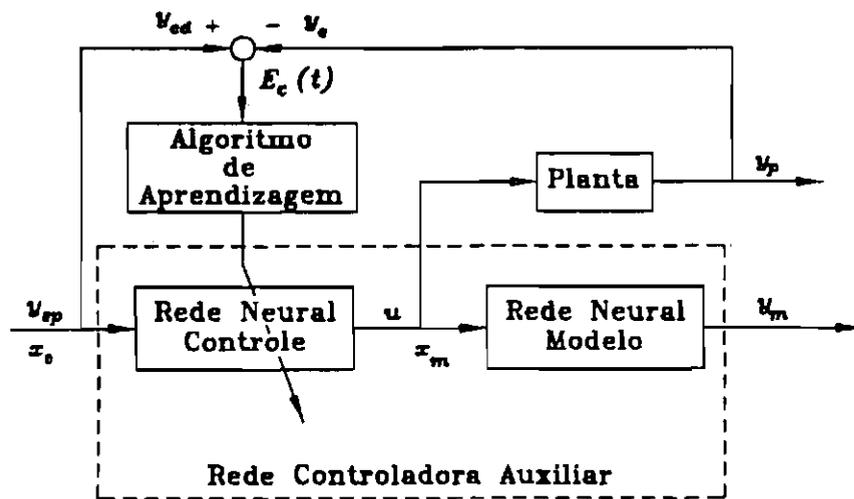


Fig. 5.2 - Modelagem Inversa Especializada

Os dados de entrada para a identificação do modelo inverso são os mesmos utilizados no modelo direto. A única diferença está relacionada com a retirada dos sinais de controle aplicados no instante t , e a inclusão do valor de referência para os as variáveis de estado no instante $t+1$. Assim, a rede neural do controle recebe como entrada um vetor contendo informações a respeito do ponto de operação para o sistema (“*set point*”) y_{sp} , valores atrasados do sinal de controle e valores atrasados da própria saída da rede neural do modelo; a saída é um vetor contendo as variáveis de controle u , o qual é enviado para o sistema dinâmico e para a rede neural de identificação simultaneamente. Considerando a rede neural controladora, a saída desejada que consiste na ação do controle u , não pode ser definida explicitamente, tornando bastante

difícil a elaboração de um conjunto de dados de treinamento para a rede do controle somente. Para resolver esta dificuldade, constrói-se uma rede controladora auxiliar a qual é constituída pela combinação da rede neural do controle e da rede neural do modelo, como mostrado na Figura 5.2, através do retângulo em linha pontilhada.

Do ponto de vista da rede controladora auxiliar, a saída da rede y_c é idêntica a saída da rede neural do modelo y_m , e a saída desejada y_{cd} é igual ao valor do ponto de operação y_{sp} . Muito embora o vetor de saída da rede controladora auxiliar e da rede neural do modelo serem idênticos, o vetor de saídas desejadas para estas duas redes neurais não são os mesmos. O erro a ser minimizado durante o processo de treinamento da rede controladora auxiliar é neste caso a diferença entre a saída desejada para o sistema y_{sp} e a saída do sistema y_p , que em muitas aplicações pode ser aproximada pela saída da rede neural do modelo y_m que foi previamente treinada. Neste ponto fica claro então que, o objetivo central do processo de treinamento da rede controladora auxiliar é reduzir o erro de controle tanto quanto possível através da adaptação somente dos pesos associados às interconexões entre os neurônios da rede neural controladora.

A rede controladora auxiliar pode ser vista como uma única rede neural, de tal forma que o algoritmo de retro propagação pode ser naturalmente utilizado para avaliar a matriz de derivadas parciais. Os vetores de entrada e saída $x_c(t)$ e $y_c(t)$ podem ser formados como:

$$\begin{aligned} x_c(t) &= [y_{cd}^T(t), y_m^T(t-1), \dots, y_m^T(t-T_{dy}), u^T(t-1), \dots, u^T(t-T_{du})]^T, \\ y_{cd}(t) &= y_{sp}(t), \\ y_c(t) &= y_m(t), \end{aligned} \tag{5.6}$$

onde T_{dy} e T_{du} possuem interpretação análoga ao que foi estabelecido para o conjunto de treinamento da rede de identificação.

A resposta da rede controladora auxiliar para uma entrada $x_c(t)$ pode ser adquirida através da propagação da rede neural controladora e da rede neural do modelo,

seqüencialmente. A única diferença no processo de treinamento da rede neural, do controle, acontece durante o processo de retropropagação do erro; onde considera-se a rede controladora auxiliar como uma rede parcialmente treinada, cujas matrizes de pesos referentes a rede neural do modelo permanecem fixas; e assim, durante o processo de retropropagação, somente as matrizes de pesos referentes a rede neural controladora são adaptadas. A rede neural do modelo neste processo funciona apenas como uma ponte para retropropagar o sinal do erro. O processo de treinamento pode ser representado pelo seguinte problema de otimização não linear:

$$J(w) = \frac{1}{2} \left[[w - \bar{w}]^T \bar{P}^{-1} [w - \bar{w}] + \sum_{t=1}^N [E_c(t)]^T R^{-1} [E_c(t)] \right] \quad (5.7)$$

sujeito a

$$E_c(t) = [y_{cd}(t) - y_c(t)]$$

$$y_c(t) = y_m(t) = f[W_{m34}^T f[W_{m23}^T f[W_{m12}^T(t)x_m(t)]] \quad (5.8)$$

$$u(t) = f[W_{c34}^T f[W_{c23}^T f[W_{c12}^T(t)x_c(t)]]$$

onde $y_c(t)$ é o vetor de saída da rede neural controladora auxiliar, $W_{c12}(t)$ é uma matriz de dimensão apropriada formada pelos pesos das interconexões entre a camada de entrada e a primeira camada oculta da rede neural; $W_{m23}(t)$ é uma matriz de dimensão apropriada constituída pelos pesos das interconexões entre a primeira camada oculta e a segunda camada oculta; $W_{m34}(t)$ é a matriz de pesos entre a segunda camada oculta e a camada de saída da rede neural; e finalmente $f(\cdot)$ é o vetor formado pelas funções de ativação dada pela Relação 5.4.

O processo de treinamento da rede controladora auxiliar é bastante similar a aquele utilizado para treinar a rede neural do modelo, descrito nos parágrafos anteriores, cujas equações básicas são novamente apresentadas. Assim, a matriz de atualização dos pesos é dada pela seguinte equação:

$$w_{li}^k = \bar{w}_{li} + \bar{K}_{li}^k \left[z_{li}^k - H_{li}^k \bar{w}_{li}^k \right]$$

$$P_{li}^k = \left[I - \bar{K}_{li}^k H_{li}^k \right] \bar{P}_{li} \quad (5.9)$$

$$\bar{K}_{li}^k = \bar{P}_{li} H_{li}^{kT} \left[H^k \bar{P}_{li} H_{li}^{kT} + \bar{R}_{li}^k \right]^{-1}$$

onde a matriz \bar{R}_{li}^k é admitida como sendo diagonal, conforme as aproximações de hipótese fundamentadas no Capítulo 2, Seção 2.4.1.3.

5.3 - Particularização para o Caso Estudado

Para exemplificar a aplicação do procedimento de controle adota-se um satélite com configuração semelhante ao satélite de sensoriamento remoto da MECB-Missão Espacial Completa Brasileira. O objetivo neste caso é controlar a atitude do satélite-exemplo próximo da condição nominal de operação onde os painéis solares já se encontram abertos (manobra de apontamento e manutenção da atitude), sendo que para isso, foi admitido que durante os instantes iniciais da missão outras estratégias de controle foram aplicadas com o objetivo de colocar o satélite nesta condição, partindo-se da atitude inicial fornecida por ocasião da separação e injeção do satélite na sua órbita nominal.

Durante a fase de apontamento fino, o satélite disporá basicamente de um sensor de horizonte terrestre infravermelho e um sensor solar fino de dois eixos. Tais sensores posicionados de forma adequada sobre o corpo principal do satélite atendem ao requisito de observabilidade durante toda sua vida útil. Para isto, o sensor de horizonte terrestre será posicionado de forma a ter o eixo do cone de varredura paralelo a direção do eixo +z (eixo de arfagem) do referencial solidário ao corpo do satélite e, com isto, este sensor medirá diretamente os ângulos de atitude referentes aos desalinhamentos nos eixos de arfagem e rolamento; já o sensor solar, será posicionado na face +z do corpo principal do satélite de forma que o ângulo de atitude no eixo de guinada possa ser observado diretamente por ele. Durante a manobra de apontamento fino da atitude, normalmente são requeridos torques de magnitude bastante baixa, da ordem de 10^{-2} Nm, indicando que os atuadores a serem utilizados também gerem torques nesta faixa de

valores. O satélite em questão disporá de três atuadores do tipo Roda de Reação com capacidade máxima de torque da ordem de 0,2 Nm, suprindo de forma adequada os torques demandados pelo sistema de controle.

Neste caso estudado em particular, as variáveis que especificam o estado do sistema dinâmico ao longo do tempo são observadas diretamente pelos sensores de atitude e assim, a rede neural pode ser alimentada diretamente com os dados dos sensores. Para tanto, supõe-se que após serem submetidas a um tratamento apropriado para filtragem de erros e tendências, as observações dos sensores estejam disponíveis ao longo do tempo, propiciando a montagem do vetor de entrada para a rede neural.

Tendo em vista a ordem das equações diferenciais que regem o fenômeno físico real (propagação da atitude de um satélite estabilizado em três eixos), considera-se inicialmente, que uma entrada atrasada para cada sensor retenha a informação necessária para introduzir o caráter dinâmico à rede neural. Sendo, $\theta_x(t-1)$, $\theta_y(t-1)$ e $\theta_z(t-1)$, os ângulos de desalinhamento entre o sistema de referência fixo no corpo do satélite e o sistema de referência orbital, medidos pelos sensores de atitude no instante $t-1$; e ainda, $\omega_x(t-1)$, $\omega_y(t-1)$ e $\omega_z(t-1)$, como taxas de variação temporal dos ângulos de atitude (velocidades angulares) em torno de cada um dos eixos do sistema de referência solidário ao corpo no instante $t-1$. Estas medidas, juntamente com seus valores no instante $t-2$, farão parte do vetor de entrada para a rede neural. Vale a pena mencionar neste momento que, devido ao satélite não dispor de sensores capazes de medir velocidades angulares, elas são obtidas através da derivada numérica da informação dos sensores de atitude, após prévia filtragem destes sinais.

Além das informações a respeito do estado do sistema dinâmico, devem fazer parte do vetor de entradas para a rede neural de identificação, os sinais de controle referentes aos atuadores. Neste caso-estudo, o conjunto de atuadores disponíveis para o controle de apontamento fino é composto por um conjunto de 3 rodas de reação, sendo que cada uma delas é posicionada no satélite tendo o eixo de rotação de seu rotor alinhado com um eixo geométrico do satélite. Para este tipo de atuador, o torque

aplicado é função da magnitude da aceleração angular e da própria inércia do rotor. As rodas de reação especificadas para o satélite exemplo, podem fornecer uma quantidade de movimento angular máxima da ordem de 3 N.m, sendo que a inércia da parte girante é de 0,0165 Kg.m², e, portanto, o torque máximo exercido pelo sistema deve ser da ordem de 0,2 N.m.

O controle será constituído por um vetor com 3 sinais representados por: $T_x(t)$, $T_y(t)$ e $T_z(t)$ atuantes nos eixos x , y e z do satélite respectivamente. Os valores dos sinais de controle no instante t juntamente com seus valores no instante $t-1$ e $t-2$ farão parte do vetor de entrada para a rede neural, utilizando-se um intervalo de discretização de 1 segundo. Assim, recorrendo-se a Relação 5.1, e tomando os valores de T_{du} e T_{dy} ambos iguais a 2, o vetor de entrada para a rede de identificação fica dado por:

$$\begin{aligned} x_m(t) = [& T_x(t), T_y(t), T_z(t), T_x(t-1), T_y(t-1), T_z(t-1), T_x(t-2), T_y(t-2), T_z(t-2), \\ & \theta_x(t-1), \theta_y(t-1), \theta_z(t-1), \theta_x(t-2), \theta_y(t-2), \theta_z(t-2) \\ & \omega_x(t-1), \omega_y(t-1), \omega_z(t-1), \omega_x(t-2), \omega_y(t-2), \omega_z(t-2)] \end{aligned} \quad (5.10)$$

Em resumo, a rede de identificação possui como entradas 6 valores dos ângulos de atitude, 6 valores das velocidades angulares e 9 valores do sinal de controle, totalizando 21 valores de entrada. Como saídas, esta rede apresenta estimativas para os 3 valores dos ângulos de atitude e para as 3 velocidades angulares, totalizando 6 elementos no vetor de saídas.

Para adotar o número de neurônios em cada uma das camadas procurou-se tomar por base as referências citadas na literatura, entretanto, dentre as aplicações encontradas, nenhuma possui tantas entradas como o problema descrito aqui. Desta forma, um procedimento empírico de tentativa e erro deverá ser utilizado para auxiliar na adoção do número de neurônios para cada camada. A metodologia utilizada constitui em arbitrar-se uma dada topologia e efetuar-se o treinamento da rede monitorando as características do erro. Após este primeiro treinamento, altera-se a topologia da rede neural e efetua-se novo treinamento. Comparando-se os erros obtidos em ambos os treinamentos, extraem-se informações sobre o tipo de alteração que é mais conveniente

para chegar-se a uma topologia mais apropriada. Após alguns testes onde variou-se o número de neurônios em cada camada e verificou-se o erro ao final do treinamento neural. Apresenta-se então, uma configuração composta por 22 neurônios na camada de entrada (21 elementos de entrada mais 1 devido ao “*bias*”), 31 neurônios na primeira camada oculta, 11 neurônios na segunda camada oculta e 6 neurônios na camada de saída. Com relação a função de ativação, adotou-se a função tangente hiperbólica para todos os neurônios.

5.3.1 Treinamento da Rede de Identificação

Na implementação do procedimento de controle proposto, o primeiro passo a ser cumprido é o treinamento da rede de identificação. Este treinamento é executado de forma “*off-line*” utilizando-se para tanto o esquema da modelagem direta, mencionada no Capítulo 2, e o vetor de entradas construído segundo a Relação 5.10. Como os dados de entrada são definidos em domínios bastante distintos e portanto podem assumir valores bastante diferentes, julgou-se por bem aplicar um fator de escala apropriado para os dados de forma a trabalhar na rede neural com dados adimensionais. Espera-se com isso, que os dados fiquem numericamente compatíveis entre si, evitando que sejam criadas zonas de saturação e tendenciosidade durante o processo de treinamento.

Com o objetivo de efetuar um treinamento bastante representativo, e desta forma, garantir que a identificação do sistema dinâmico fosse consistente, admitiu-se que a atitude inicial fosse qualquer, arbitrada aleatoriamente no intervalo de +5 a -5 graus no início de cada simulação. A velocidade angular inicial foi considerada nula; o que facilitou o processo de treinamento, pois diminuiu o universo das possibilidades para as condições iniciais. Deve-se salientar, no entanto, que tal hipótese é compatível com o modelo físico real, no qual, durante a fase de apontamento fino da atitude do satélite, observa-se a existência apenas de velocidades angulares residuais da ordem de 0,01 graus/seg.

Como este treinamento é feito de forma “*off-line*”, tem-se a liberdade de criar artificialmente conjuntos de treinamento apropriados de tal forma a cobrir, se possível, todo o domínio de atuação do controle e das variáveis que representam o sistema dinâmico. Gerando sinais de controle “sintéticos” efetuaram-se então 10 simulações através da integração numérica do conjunto de equações desenvolvido no Capítulo 4.

A cada simulação, cuja duração foi de aproximadamente 100 segundos, os dados referentes ao tempo, torques aplicados aos rotores, ângulos de atitude e velocidades angulares, foram armazenados de forma seqüencial num arquivo de saída, o qual serviu como base para compor o conjunto de dados para o treinamento da rede neural. Os sinais de controle foram gerados de tal forma que o torque aplicado aos rotores variasse linearmente no tempo, em analogia a uma excitação através de uma função rampa. A cada simulação utilizaram-se condições iniciais distintas e também valores diferentes para a inclinação da rampa que caracteriza a variação temporal do torque. Em todos os casos, tomou-se cuidado para que ao longo das simulações o torque aplicado, os ângulos de atitude e as velocidades angulares sempre se mantivessem contidos nos respectivos domínios de validade, qual sejam: $\pm 0,2\text{Nm}$ para o torque máximo aplicado, ± 5 graus para os ângulos de atitude e $\pm 1,2$ graus/seg para as velocidades angulares.

O procedimento de treinamento da rede de identificação foi mantido ativo até que se conseguisse um erro médio quadrático da ordem de 1×10^{-3} , valor este arbitrado de forma compatível com o erro fornecido pelos sensores de atitude. Este valor de erro somente foi atingido após cerca de 40 conjuntos de simulações. Alguns parâmetros importantes que foram empregados neste processo de treinamento foram: magnitude inicial da matriz de covariância do erro no estado (pesos) de 100, pesos iniciais arbitrados de forma aleatória com amplitude máxima de 0,2, magnitude da matriz de covariância do ruído nas observações (diagonal) de 0,01. Além destes parâmetros, utilizou-se também uma espécie de fator de esquecimento igual a 0,9 que

foi utilizado na propagação da matriz de covariância auxiliando na convergência do processo.

Para verificar se a rede neural de identificação incorporou de fato o comportamento dinâmico do sistema, efetuou-se um teste com condições iniciais diferentes daquelas utilizadas durante o treinamento, onde as rodas de reação foram comandadas com um perfil de aceleração constante durante um determinado intervalo de tempo e, logo em seguida, foram comandadas durante o mesmo intervalo de tempo com o mesmo valor de aceleração só que no sentido contrário, simulando uma situação real de operação para corrigir perturbações periódicas na atitude. Os resultados são mostrados de forma gráfica nas figuras a seguir.

Nas Figuras 5.3, 5.4 e 5.5 mostram-se as curvas sobrepostas referentes aos ângulos de atitude simulados, estimados pela rede neural de identificação e o erro existente entre estes dois valores. Nota-se nestas figuras, que o erro mantém-se restrito a faixa de aproximadamente 0,2 graus, compatíveis com o erro médio quadrático da ordem de 1×10^{-3} apresentado ao final da fase de treinamento da rede neural.

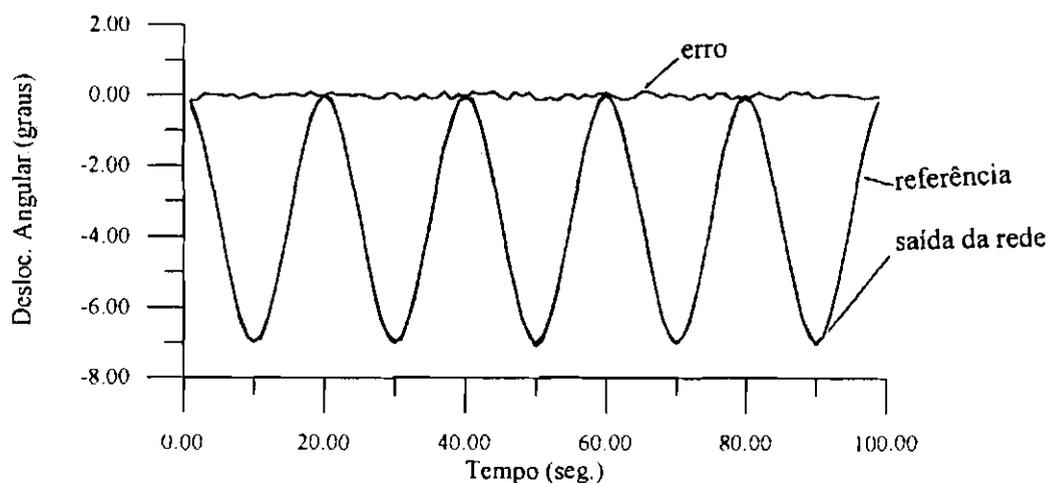


Fig. 5.3 - Ângulo em guinada.

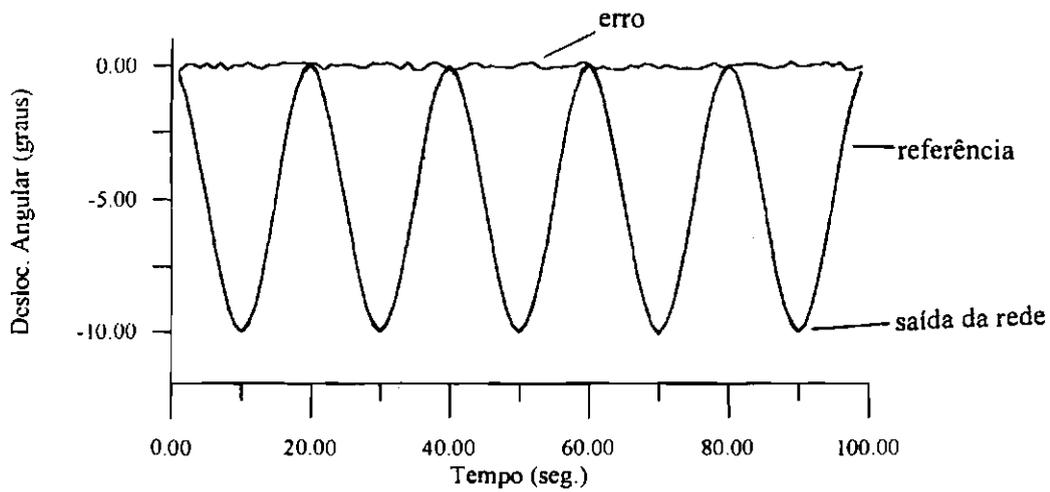


Fig. 5.4- Ângulo em arfagem.

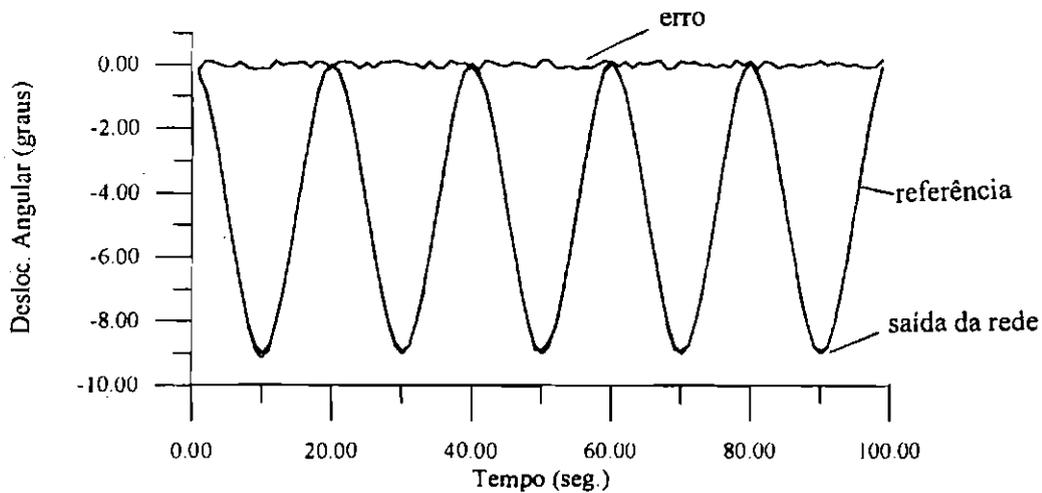


Fig. 5.5 - Ângulo em rolamento.

Nas Figuras 5.6, 5.7 e 5.8 mostram-se as curvas sobrepostas referentes as taxas de variações dos ângulos de atitude simuladas, estimadas pela rede neural de identificação e o erro existente entre estes dois valores. Observa-se em todos os casos que o erro mantém-se dentro dos limites compatíveis com o erro médio quadrático apresentado pela rede neural ao final da fase de treinamento.

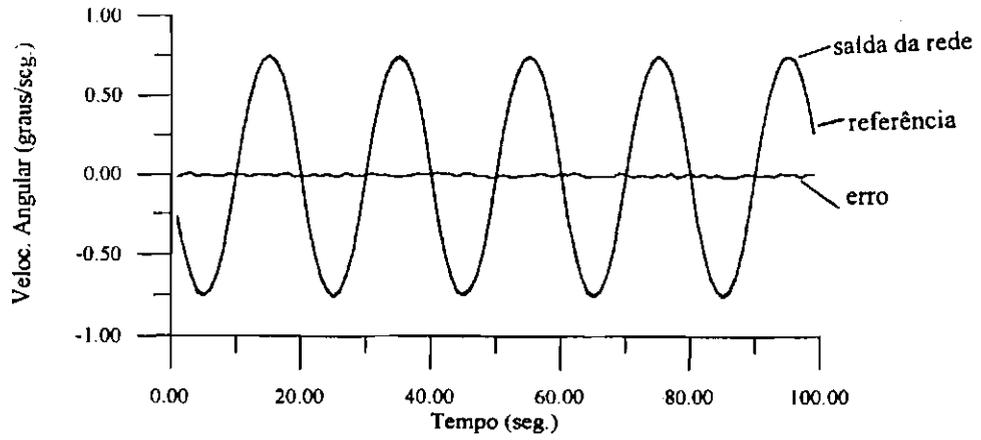


Fig. 5.6 - Velocidade angular no eixo de guinada.

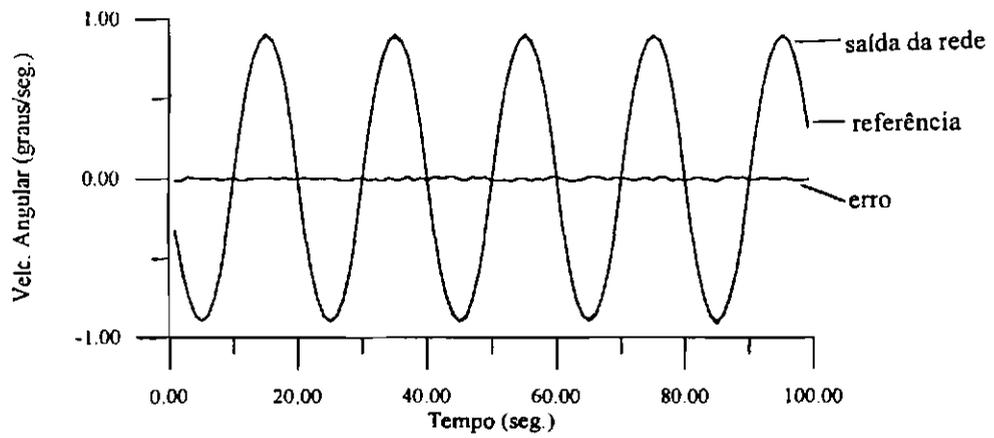


Fig. 5.7 - Velocidade angular no eixo de arfagem.

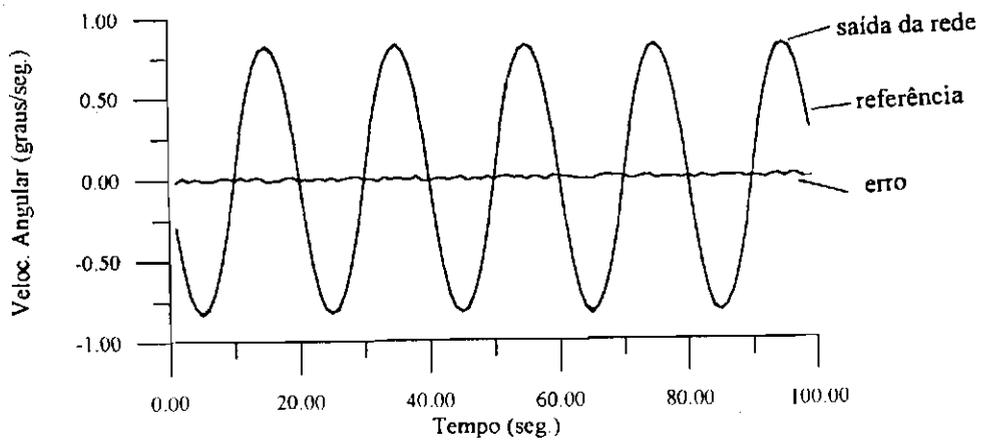


Fig. 5.8 - Velocidade angular no eixo de rolamento.

Observando as figuras apresentadas, pode-se concluir que o treinamento da rede neural de identificação foi bastante satisfatório, sendo que o nível de erro conseguido é plenamente compatível com a precisão dos sensores de atitude.

5.3.2 - Identificação do Modelo Inverso

Este treinamento também é executado de forma “*off-line*” utilizando-se para tanto o esquema da modelagem inversa especializada na forma descrita na Seção 5.3.1, sendo o vetor de entradas construído através da Relação 5.6. De forma semelhante ao que foi feito para o treinamento da rede de identificação, os dados serão compatibilizados segundo o a aplicação do mesmo fator de escala estabelecido na seção 5.3.1.

Neste caso em particular, recorrendo-se à Relação 5.6, e tomando os valores para de T_{du} e T_{dy} ambos igual a 2, o vetor de entrada para a rede de controle fica dado por:

$$x_c(t) = [T_x(t-1), T_y(t-1), T_z(t-1), T_x(t-2), T_y(t-2), T_z(t-2), \theta^d_x(t), \theta^d_y(t), \theta^d_z(t), \theta_x(t-1), \theta_y(t-1), \theta_z(t-1), \theta_x(t-2), \theta_y(t-2), \theta_z(t-2), \omega^d_x(t), \omega^d_y(t), \omega^d_z(t), \omega_x(t-1), \omega_y(t-1), \omega_z(t-1), \omega_x(t-2), \omega_y(t-2), \omega_z(t-2)] \quad (5.11)$$

Em resumo, a rede de controle possui como entradas 9 valores dos ângulos de atitude, 9 valores das velocidades angulares e dos painéis e 6 valores do sinal de controle, totalizando 24 valores de entrada. Como saídas, esta rede apresenta 3 sinais referentes aos torques aplicados sobre as rodas de reação.

A topologia da rede neural de controle foi estabelecida tomando como base as linhas gerais delineadas para a rede de identificação, propõe-se, então, uma configuração composta por 25 neurônios na camada de entrada (24 elementos de entrada mais 1 devido ao “*bias*”), 41 neurônios na primeira camada oculta, 11 neurônios na segunda camada oculta e 3 neurônios na camada de saída. Com relação à função de ativação, adotou-se a função tangente hiperbólica para todos os neurônios.

Um aspecto que merece um tratamento especial quando do treinamento do modelo inverso da planta está relacionado com a escolha do sinal de referência. Normalmente, este valor de referência é obtido em função do objetivo a ser atingido pelo sistema de controle. De modo geral, os valores de referência são funções do tempo, e definem a trajetória que o satélite é obrigado a seguir. Casos particulares ocorrem quando esta trajetória possui um valor constante pré-especificado. No caso do controle de atitude para satélites artificiais deve-se tomar cuidados adicionais na elaboração desta trajetória de referência, levando em consideração aspectos tais como: o intervalo de discretização e os torques máximos admissíveis pelo sistema de controle, assim como a existência de observabilidade durante o período de manobra. Por exemplo, no caso estudo não se poderia efetuar a manobra de apontamento durante a fase não iluminada da órbita, pois nesta condição não teríamos observabilidade em um dos ângulos de atitude. No caso em questão, após alguns testes, chegou-se a conclusão de que a forma mais adequada para gerar os valores de referência é supor que o sistema dinâmico sob a ação do controle tenha um comportamento semelhante ao de um sistema de segunda ordem com frequência natural compatível aos momentos principais de inércia do satélite.

Levando em conta os aspectos relatados anteriormente propõe-se a elaboração da seguinte função a ser utilizada como referência:

$$\theta(t) = \begin{cases} \theta(t_0), & \text{para } t = 0 \\ 0, & \text{para } t \geq t_{final} \end{cases}$$

$$\theta(t) = \theta(t_0)e^{-at} \text{sen}(bt + c), \text{ para } 0 < t < t_{final} \quad (5.12)$$

onde as constantes a , b , c são calculadas em função do momento de inércia, do amortecimento, e do tempo previsto para a manobra t_{final} .

Como neste caso o estado da rede neural é constituído pelos ângulos de atitude (informações dos sensores) e pelas respectivas velocidades angulares (calculada numericamente), o sinal de referência deve conter também informações sobre a posição e a velocidade angular do veículo ao longo do tempo. Desta forma, na elaboração do

conjunto de dados de referência para uma dada manobra, deve-se também calcular a velocidade angular do veículo dada pela derivada da Expressão 5.12. Deve-se salientar neste ponto que esta função adotada para gerar os valores de referência não é única. Outras funções podem ser construídas utilizando-se trechos de funções cúbicas, quadráticas e lineares, ajustadas adequadamente para assegurar a continuidade entre cada trecho e o atendimento às condições de contorno nos instantes inicial e final da manobra, como por exemplo, a função cicloidal dada por:

$$\theta(t) = \theta(t_0) \left[1 - \frac{t}{t_{fim}} + \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} \left(2\pi \frac{t}{t_{fim}} \right) \right] \quad (5.13)$$

onde $\theta(t_0)$ é o valor inicial arbitrado para o ângulo de atitude e t_{fim} é o tempo previsto para a manobra.

O treinamento da rede do controle também é feito de forma “*off-line*”, oferecendo a liberdade de criar artificialmente conjuntos de treinamento apropriados. Utilizou-se para o treinamento os valores de referência gerados a partir da Relação 5.12 com 10 combinações distintas de condições iniciais envolvendo um desvio angular máximo de 10 graus em cada um dos eixos coordenados. Acrescentou-se ainda pequenas variações nos parâmetros (a, b , e c) utilizados pela função de referência (Relação 5.12) com o objetivo de criar uma faixa de possibilidades em torno de um valores médios de referência.

Alguns parâmetros importantes que foram empregados neste processo de treinamento foram: magnitude inicial da matriz de covariância do erro no estado (pesos) de 10, pesos iniciais arbitrados de forma aleatória com amplitude máxima de 0,1, magnitude da matriz de covariância do ruído nas observações (diagonal) de 1. Além destes parâmetros, utilizou-se também uma espécie de fator de esquecimento igual a 0,85 que foi utilizado na propagação da matriz de covariância auxiliando na convergência do processo.

5.4 Teste do Controlador IMC

Uma vez ajustados os parâmetros das redes neurais de identificação e de controle, pode-se montar o controlador IMC e submetê-lo a testes para verificar o seu desempenho. Na seção 5.4.1 mostra-se os resultados referentes a uma situação nominal isenta de qualquer tipo de perturbação externa na atitude. Na Seção 5.4.2 mostra-se os resultados referentes a uma situação onde adicionou-se um torque externo cíclico.

Para a condição inicial dada, a resposta do sistema dinâmico será mostrada através de uma seqüência de 3 gráficos:

- resposta dos ângulos de atitude,
- resposta das velocidades angulares do satélite,
- torques demandado aos atuadores.

5.4.1 - Teste Condição Nominal

O objetivo do presente teste é verificar se, a partir de condições iniciais dadas, o controlador IMC é capaz de promover a manobra de apontamento da atitude. As condições iniciais para os ângulos de atitude foram adotadas como:

ângulo de arfagem $(\theta_x(t_0)) = 10$ graus;

ângulo de guinada $(\theta_y(t_0)) = 6$ graus;

ângulo de rolamento $(\theta_z(t_0)) = 8$ graus.

Para construir o conjunto com os valores de referência utilizou-se a relação 5.11 com os seguintes valores para as constantes a , b , c :

direção de arfagem $a=0,75 - b=1,8 - c=1,2$;

direção de guinada $a=0,75 - b=1,2 - c=0,8$;

direção de rolamento $a=0,70 - b=1,9 - c=1,4$;

sendo que para todos os casos o tempo final de manobra foi adotado como 50 segundos, significando que em 50 segundos, o controle deve trazer o ângulo de atitude para próximo de zero, alinhando os referenciais instantâneos e orbital.

5.4.1.1 - Manobra no eixo de arfagem

As Figuras 5.9 e 5.10 mostram respectivamente a curva de resposta obtida para o ângulo de atitude em arfagem e correspondente velocidade angular, sobrepostas às curvas do respectivo sinal de referência. A Figura 5.11 mostra o torque aplicado ao atuador para a manobra no eixo de arfagem. Observa-se nestas figuras, que ao final da manobra de apontamento tanto o ângulo de atitude como a velocidade angular do satélite estão dentro dos valores aceitáveis, previstos pela especificação da atitude nominal. Nota-se também que o torque aplicado ao rotor manteve-se limitado a valores compatíveis com o atuador em questão.

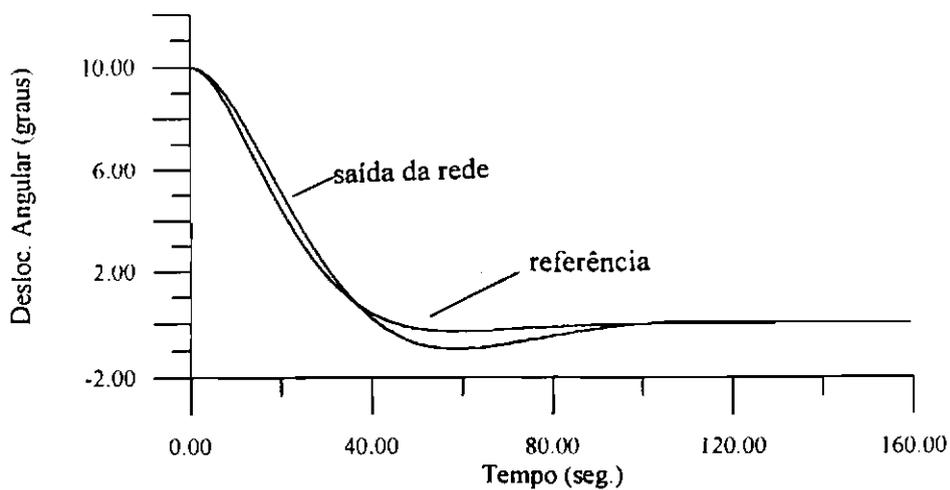


Fig. 5.9 - Ângulo de atitude no eixo de arfagem.

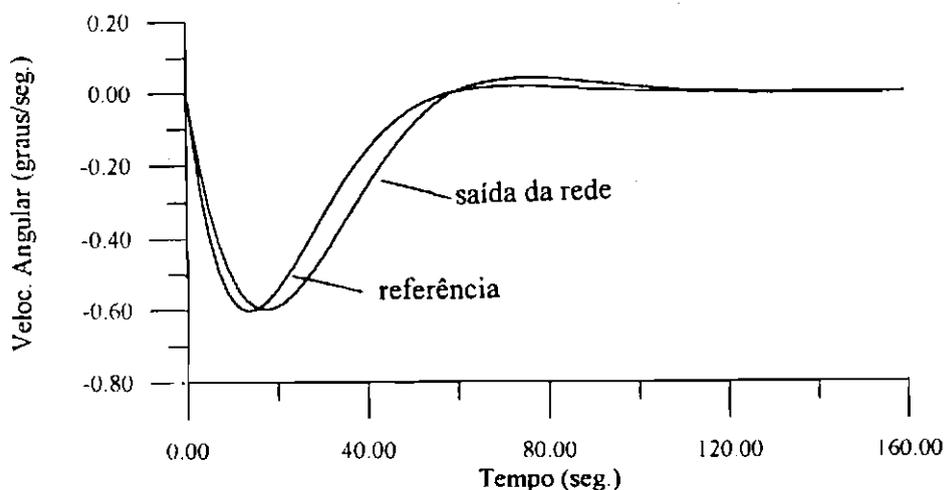


Fig. 5.10 - Velocidade angular no eixo de arfagem.

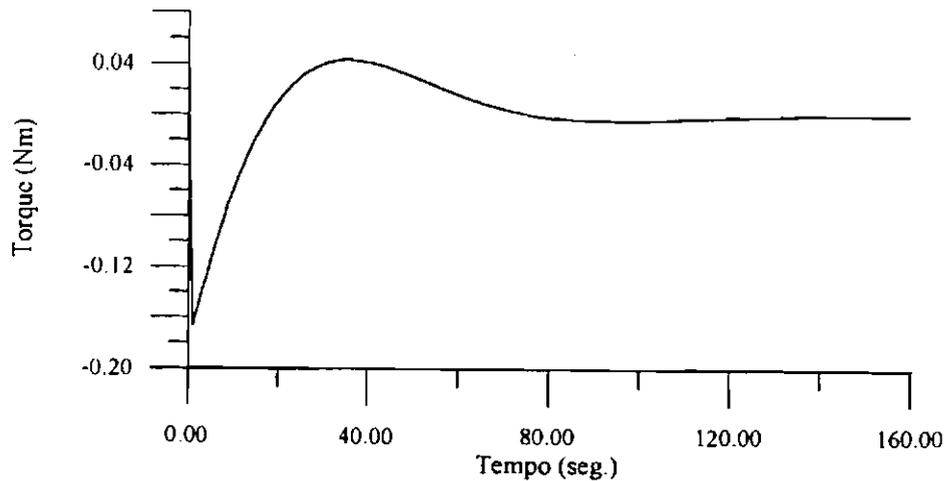


Fig. 5.11 - Torque demandado ao atuador em arfagem.

5.4.1.2 - Manobra no eixo de guinada

As Figuras 5.12 e 5.13 mostram respectivamente a curva de resposta obtida para o ângulo de atitude em guinada e correspondente velocidade angular, sobrepostas às curvas do respectivo sinal de referência. A Figura 5.14 mostra o torque aplicado ao atuador para a manobra no eixo de guinada. Observa-se nestas figuras, que ao final da manobra de apontamento tanto o ângulo de atitude como a velocidade angular do satélite estão dentro dos valores aceitáveis, previstos pela especificação da atitude nominal. Nota-se também que o torque aplicado ao rotor manteve-se limitado a valores compatíveis com o atuador em questão.

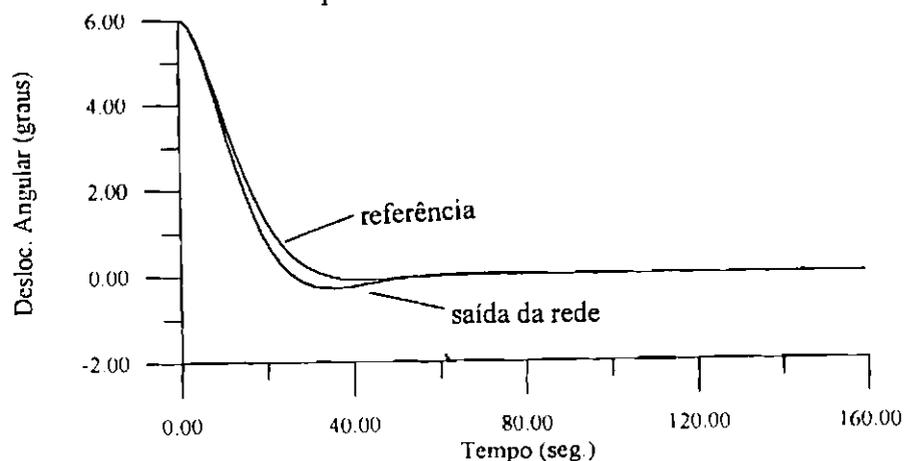


Fig. 5.12 - Ângulo de atitude no eixo de guinada.

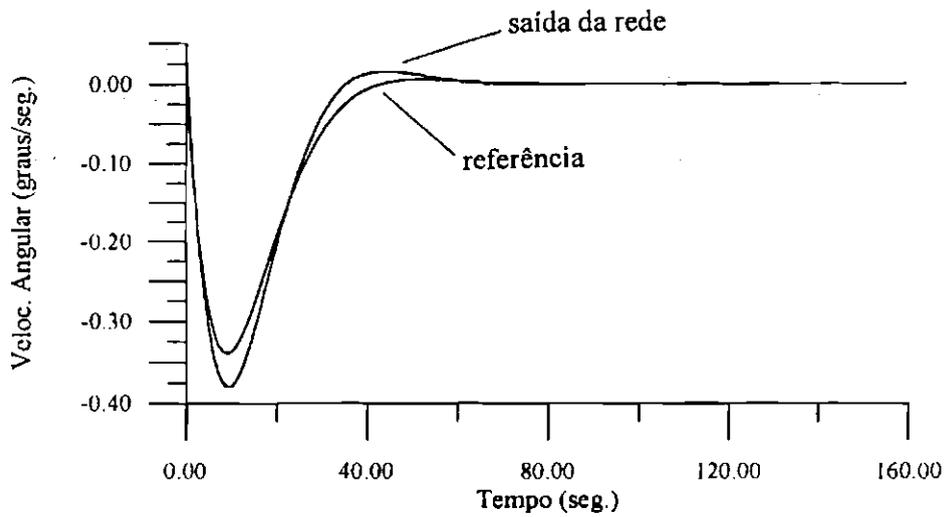


Fig. 5.13 -. Velocidade angular no eixo de guinada.

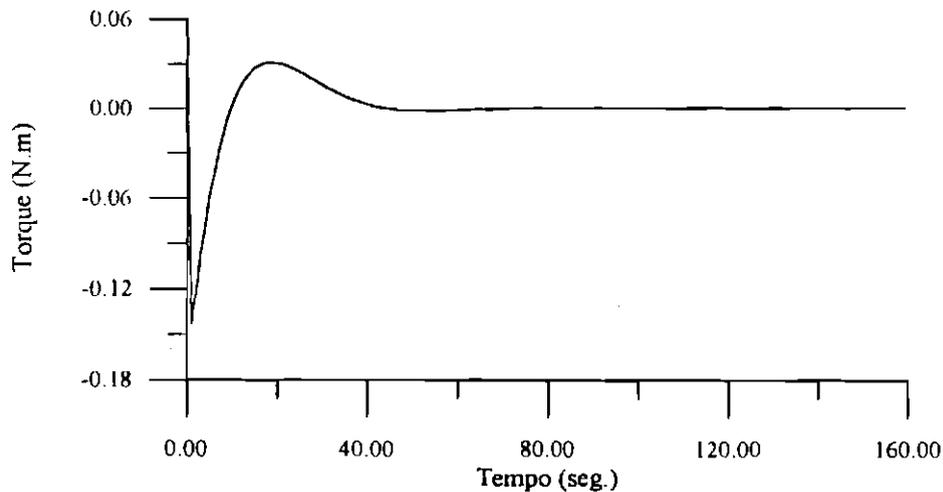


Fig. 5.14 - Torque demandado ao atuador em guinada.

4.5.1.3 - Manobra no eixo de rolamento

As Figuras 5.15 e 5.16 mostram respectivamente a curva de resposta obtida para o ângulo de atitude em rolamento e correspondente velocidade angular, sobrepostas às curvas do respectivo sinal de referência. A Figura 5.17 mostra o torque aplicado ao atuador para a manobra no eixo de rolamento. Observa-se nestas figuras, que ao final da manobra de apontamento tanto o ângulo de atitude como a velocidade angular do satélite estão dentro dos valores aceitáveis, previstos pela especificação da atitude

nominal. Nota-se também que o torque aplicado ao rotor manteve-se limitado a valores compatíveis com o atuador em questão.

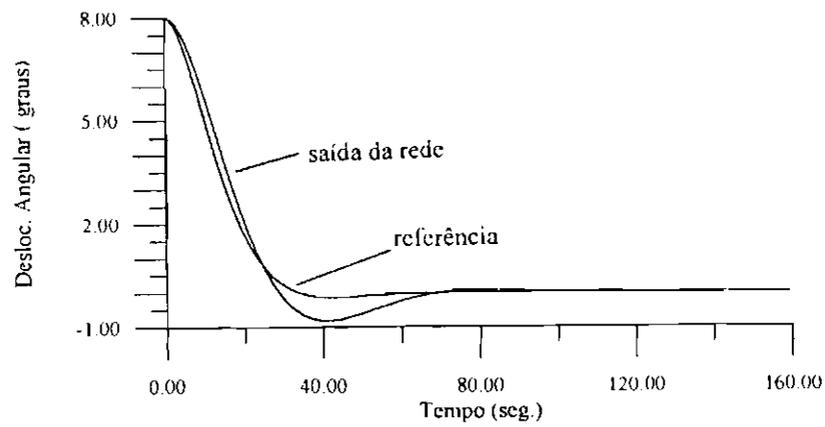


Fig. 5.15 - Ângulo de atitude no eixo de rolamento.

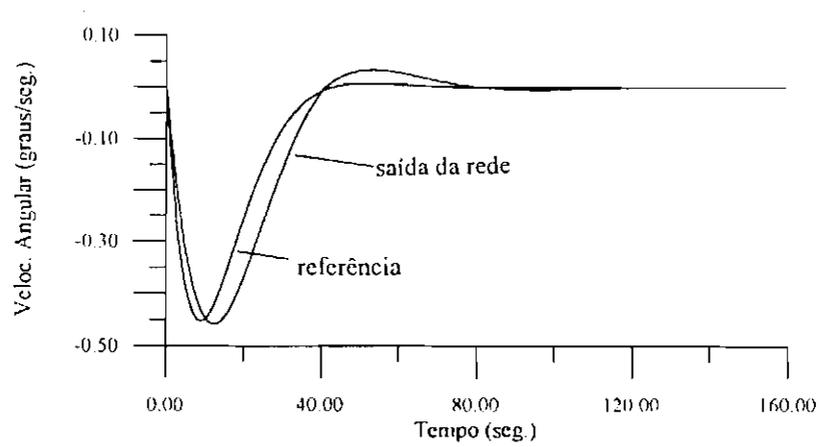


Fig. 5.16 - Velocidade angular no eixo de rolamento.

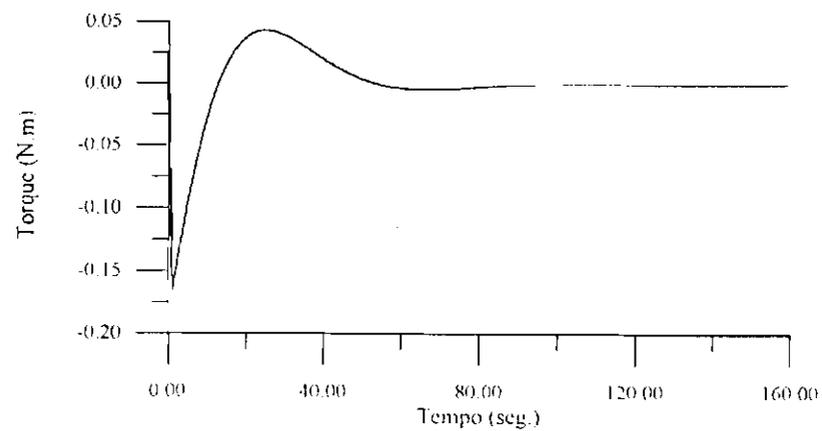


Fig. 5.17 - Torque demandado ao atuador em rolamento.

De forma geral, pode-se dizer que o procedimento de controle abordado é capaz de efetuar a manobra de apontamento do satélite cumprindo com o propósito inicial. As oscilações na extremidade livre dos painéis apesar de não serem mostradas nos gráficos anteriores se mantiveram dentro de valores bastante pequenos da ordem de 3×10^{-5} mm, não introduzindo nenhum tipo de perturbação sensível na atitude do veículo.

5.4.2 - Teste na Presença de Perturbações

O objetivo do presente teste é verificar o desempenho do controlador neural nas situações em que o sistema dinâmico estiver submetido a perturbações externas para as quais as redes neurais de identificação e de controle não tenham sido treinadas. Nestes testes, de forma semelhante aos testes executados anteriormente, estaremos querendo constatar se a partir de condições iniciais dadas, o controlador IMC é capaz de promover a manobra de apontamento e manutenção da atitude nominal. As condições iniciais para os ângulos de atitude foram adotadas em conformidade com os testes anteriores.

5.4.2.1 - Perturbação nas Propriedades de Massa do Satélite

Para a realização deste teste efetuou-se um acréscimo fictício de 10% nos valores dos momentos principais de inércia do satélite, simulando uma situação de pane estrutural ou de desconhecimento parcial das propriedades de massa do sistema dinâmico a ser controlado. O objetivo principal é verificar se o controlador apesar de não ser treinado nesta situação consegue cumprir com seus objetivos.

As Figuras 5.18 e 5.19 mostram respectivamente a curva de resposta obtida para o ângulo de atitude em arfagem e correspondente velocidade angular, sobrepostas às curvas do respectivo sinal de referência. A Figura 5.20 mostra o torque aplicado ao atuador para a manobra no eixo de arfagem. Observa-se nestas figuras, que ao final da manobra de apontamento tanto o ângulo de atitude como a velocidade angular do satélite estão dentro dos valores aceitáveis, previstos pela especificação da atitude

nominal. Nota-se também que o torque aplicado ao rotor manteve-se limitado a valores compatíveis com o atuador em questão. Observa-se ainda comparando as Figura 5.11 e 5.20 que o atuador foi mais solicitado no presente teste, o que é perfeitamente aceitável em função da variação na propriedades de massa do veículo. Resultados semelhantes a estes foram verificados quando a manobra de atitude ocorre nos outros dois eixos.

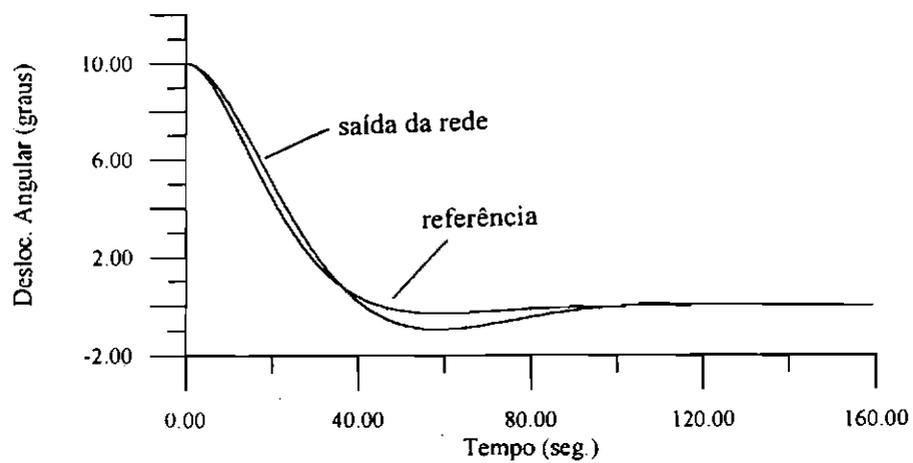


Fig. 5.18 - Ângulo de atitude no eixo de arfagem.

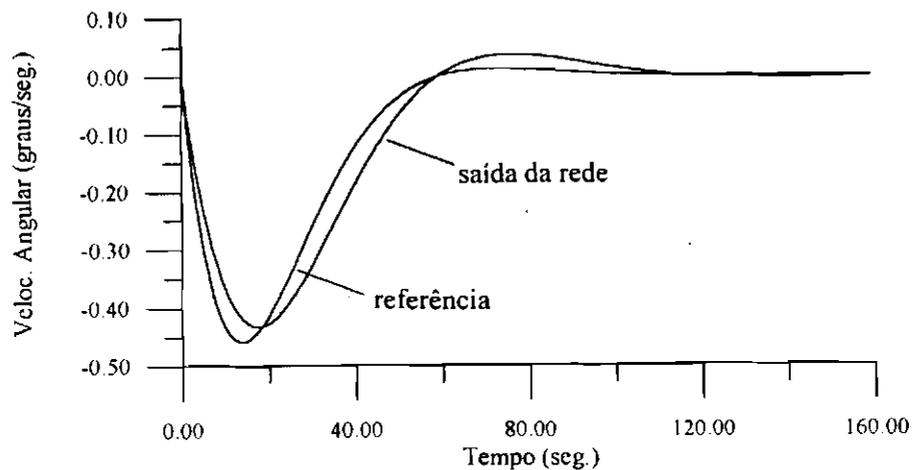


Fig. 5.19 - Velocidade angular no eixo de arfagem.

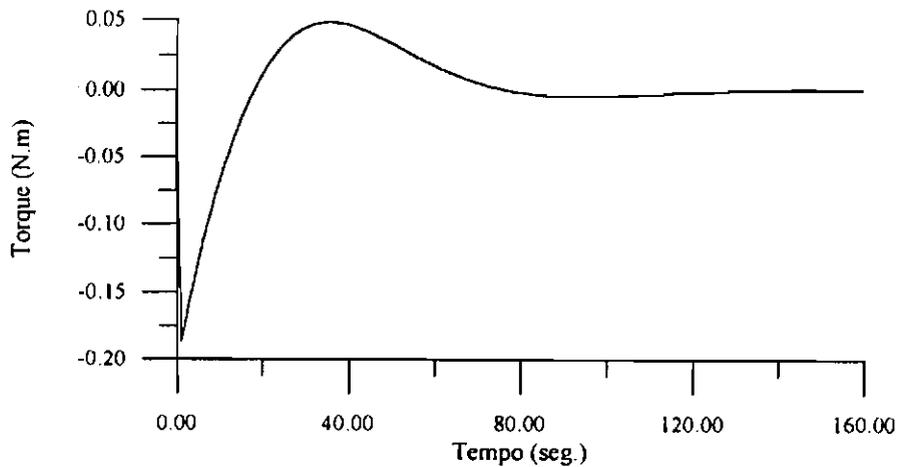


Fig. 5.20 - Torque demandado ao atuador em arfagem.

Observando os gráficos anteriores pode-se dizer que o procedimento de controle abordado, mesmo na presença de incertezas nas propriedades de massa do satélite, é capaz de efetuar a manobra de apontamento.

5.4.2.2 - Torque Perturbador Externo

Para a realização deste teste após 80 segundos de simulação, introduziu-se artificialmente ao sistema dinâmico um torque externo cíclico com amplitude máxima de 0,02 Nm. O objetivo principal é verificar se o controlador apesar de não ser treinado neta situação consegue cumprir com seus objetivos.

As Figuras 5.21 e 5.22 mostram respectivamente a curva de resposta obtida para o ângulo de atitude em arfagem e correspondente velocidade angular, sobrepostas às curvas do respectivo sinal de referência. A Figura 5.23 mostra o torque aplicado ao atuador para a manobra no eixo de arfagem, onde pode-se observar a existência de uma demanda de torque de caráter periódico por parte do atuador. Observa-se nestas figuras, que ao final da manobra de apontamento tanto o ângulo de atitude como a velocidade angular do satélite estão dentro dos valores aceitáveis, previstos pela especificação da atitude nominal. Nota-se também que o torque aplicado ao rotor manteve-se limitado a valores compatíveis com o atuador em questão

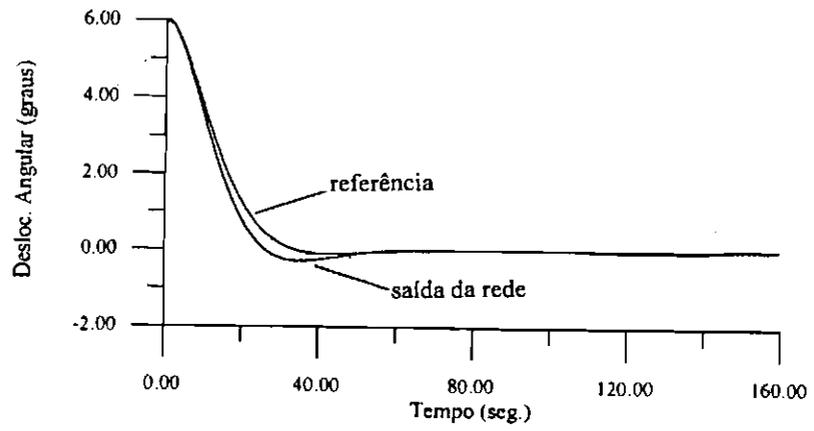


Fig. 5.21 - Ângulo de atitude no eixo de arfagem.

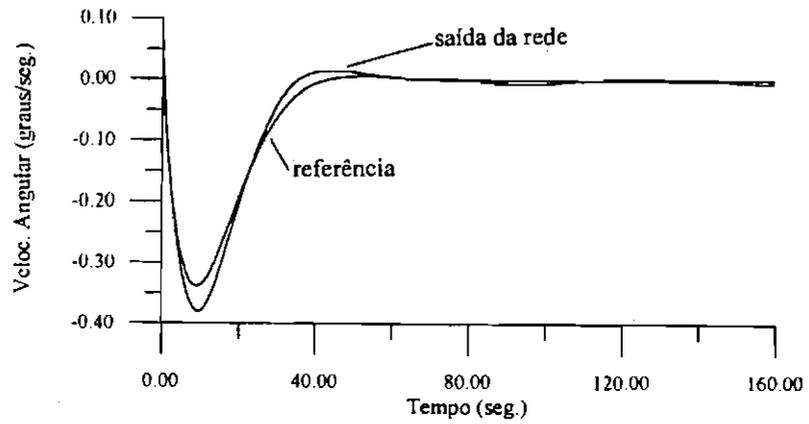


Fig. 5.22 - Velocidade angular no eixo de arfagem.

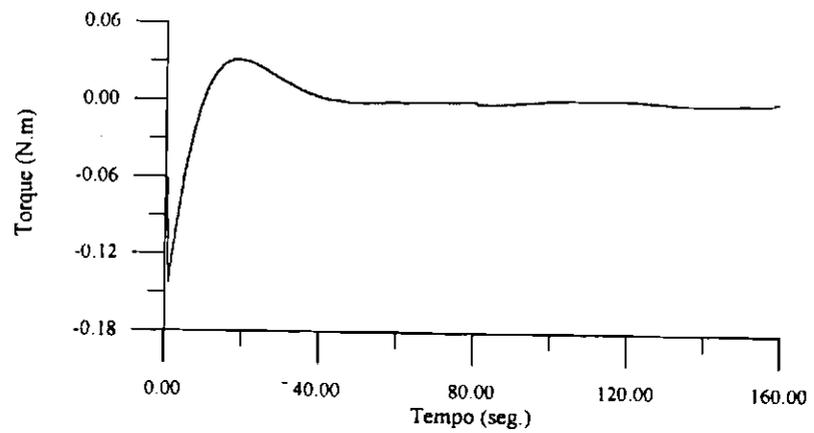


Fig. 5.23 - Torque demandado ao atuador em arfagem.

Observando os gráficos anteriores pode-se dizer que o procedimento de controle abordado é suficientemente robusto apresentando resultados satisfatórios mesmo na presença de torques perturbadores externos ao sistema dinâmico.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS FINAIS

Procurou-se, neste trabalho, investigar as possibilidades para a utilização de RNAs em controle de atitude de satélites artificiais terrestres enfocando suas reais potencialidades e eventuais problemas de ordem prática quando da implementação do procedimento de Controle Neural.

Durante a fase de implementação da estratégia de controle, pôde-se constatar que realmente o ponto forte das RNAs está relacionado com a capacidade de mapeamento não linear, notadamente na identificação de sistemas dinâmicos através da técnica denominada Modelagem Direta. Já na identificação do modelo inverso, quer seja através da Modelagem Inversa Generalizada ou da Modelagem Inversa Especializada, cuidados especiais devem ser tomados principalmente com relação a escolha das variáveis eleitas para representar o sistema dinâmico, pois elas desempenham um papel fundamental na obtenção do mapeamento inverso da planta. Deve-se salientar ainda, que o tempo demandado para o treinamento assim como a precisão obtida dependem em geral do método de ajuste utilizado e da escolha da condição inicial para os pesos das interconexões. Assim sendo, sempre que possível deve-se utilizar algum processo que ajude a arbitrar os valores iniciais para os pesos, como por exemplo a utilização de Fronteiras de Decisão exploradas por Nascimento Jr. (1994).

Os esquemas de controle que permitem treinamento “*off-line*” da rede neural possibilitam uma aplicação mais imediata devido a simplicidade envolvida, entretanto sua confiabilidade e robustez são limitadas, pois tais controladores possuem uma faixa de operação bastante restrita e desta forma não estão aptos a compensar eventuais distúrbios ou interações espúrias entre o meio externo e a planta a ser controlada. Nestes casos, como não se tem o requisito de processamento em tempo real, os procedimentos utilizados para o treinamento da rede neural podem ser

mais sofisticados, contemplando, por exemplo, mecanismos para acelerar a convergência e melhorar a robustez. Ainda mais, quando o treinamento é feito “*off-line*”, pode-se construir conjuntos de dados para treinamento com propriedades pré estabelecidas de forma a excitar modos específicos do sistema dinâmico facilitando o processo de treinamento da rede neural.

Nos esquemas de controle mais elaborados, tais como os controladores adaptativos onde ambas as redes de identificação e de controle devem ser treinadas de forma “*on-line*”, a carga computacional representada pelo algoritmo de treinamento deve ser minimizada, assim, nesta situação, deve-se utilizar métodos de treinamento mais simples e rápidos para que os requisitos de processamento em tempo real possam ser atendidos. Neste caso, o conjunto de dados para o treinamento só pode ser construído através das saídas da planta, enquanto outro esquema de controle colocado em paralelo com o controlador neural assegura o funcionamento do sistema.

Apesar de mais apropriados e com melhores características em termos de robustez, a aplicação de esquemas de Controle Adaptativos para o controle da atitude de veículos espaciais defronta-se, desde o princípio, com a dificuldade associada ao elevado número de variáveis de estado que geralmente são utilizadas para escrever o fenômeno do ponto de vista dinâmico e cinemático. Assim, durante o estabelecimento da arquitetura da rede neural, deve-se estar preocupado com a obtenção de uma configuração básica mínima para a rede neural. Trabalhos recentes na área mostram a preocupação dos pesquisadores com este fato, desenvolvendo procedimentos que estimulam o “nascimento” de neurônios, segundo um dado critério, durante o processo de treinamento. Desta forma, a rede neural inicia o treinamento com uma dada topologia a qual vai sendo modificada e adaptada durante o processo de treinamento.

Neste trabalho mostrou-se que um controlador relativamente simples pode ser implementado com o objetivo de promover o apontamento fino do

movimento de atitude de um satélite artificial. Para os testes, desenvolveram-se rotinas computacionais utilizando-se o Microsoft Fortran Power Station 1.0, no ambiente Windows 3.11 e um micro computador 486 Dx4-100 MHz. Quando necessário, empregou-se alocação dinâmica de memória para introduzir maior flexibilidade entre as rotinas empregadas.

Testes e simulações envolvendo os métodos de treinamento, abordados no Capítulo 2, mostraram, que ao final do treinamento, as RNAs que utilizaram a filtragem de Kalman (com processamento local) apresentaram um erro médio quadrático com magnitude uma ordem de grandeza menor que o erro apresentado quando as mesmas RNAs foram treinadas pelo método do Gradiente. Em virtude disto, adotou-se a filtragem de Kalman para efetuar o treinamento das redes neurais utilizadas no procedimento de controle. Deve-se resaltar entretanto que a aproximação para processamento local desempenha papel fundamental para viabilizar este método de treinamento, pois caso contrário a matriz de covariância dos pesos das interconexões pode assumir uma dimensão extremamente elevada inviabilizando a implementação computacional do método.

As simulações, mostradas no Capítulo 5, abordando de início um caso onde o sistema dinâmico foi linearizado e em seguida outro caso onde o sistema dinâmico foi considerado completamente não linear, evidenciam que a estratégia de Controle Neural IMC apesar de funcionar parcialmente em malha aberta apresentou um desempenho aceitável, compatível com a especificação dada pelos requisitos funcionais da missão, uma vez que o objetivo principal consistia em a partir de uma condição inicial dada, dentro de um domínio conhecido, levar o satélite até a condição de nominal especificada por desvios nos ângulos de atitude da ordem de 0,5 graus e nas velocidades angulares da ordem de 0,02 graus/seg, em torno de cada um dos eixos coordenados.

A trajetória de referência foi utilizada apenas para gerar valores apropriados para o “*set-point*” que alimenta o controlador de forma a estabelecer uma

transição suave entre a condição inicial e final de manobra. Desta forma, bastou que o controle fosse capaz de fazer com que o sistema seguisse a trajetória de referência no sentido médio. Esta transição de forma suave, possibilitou ao controle minimizar as inversões de velocidade que é um ponto bastante crítico em termos de desgaste para os atuadores do tipo roda de reação; fato este normalmente difícil de ser conseguido através dos controladores convencionais dos tipos Proporcional Integrals Derivativos (PID).

O controle das oscilações induzidas nos ângulos de atitude, devido a vibração dos painéis solares, não pôde ser contemplado no caso estudado pois como mostram as Figuras 4.9 e 4.11 tal interação é bastante pequena e não pôde ser observada pelos sensores de atitude. Desta forma os sensores funcionaram como uma espécie de filtro impedindo que a rede neural fosse estimulada com aqueles desvios angulares. Entretanto, acredita-se que os controladores neurais sejam capazes de tratar problemas desta natureza, bastando para isto que se disponha de elementos sensores e atuadores apropriados para trabalharem com uma taxa de amostragem bem mais elevada que a demandada para o sistema de controle da atitude.

Em resumo, o controle de atitude e o controle das vibrações estruturais induzidas devido ao sistema de controle ativo ou devido as perturbações externas ao sistema dinâmico constituem dois problemas distintos com escalas de tempo bem diferentes e provavelmente não poderão ser tratados de forma conjunta pela mesma metodologia.

Com relação à manipulação algébrica, pode-se dizer que todo o esforço e tempo gasto no sentido de desenvolver o programa EQDIN, que auxilia a obtenção das equações do movimento foram válidos. Este programa, ainda longe de ser completamente operacional, se bem trabalhado, pode se transformar numa poderosa ferramenta para a análise dinâmica da atitude. Vale a pena dizer que para maior abrangência de atuação, algumas alterações estão previstas para ser feitas ao programa básico, permitindo que se utilizem painéis e corpo central com formatos

diferentes daqueles adotados até então e desenvolver as equações do movimento para a fase de desdobramento dos apêndices articulados.

Tendo em vista o caráter exploratório e pioneiro do presente trabalho, mais que uma aplicação específica, esta pesquisa proporcionou a aquisição de uma massa crítica de conhecimento relacionado com Redes Neurais Artificiais, permitindo que novos desafios sejam propostos. Sugerem-se então, futuros desdobramentos e extensões deste trabalho, cujo objetivo seja focar outros aspectos de interesse e relevância associado ao tema em questão, como por exemplo:

- desenvolvimento de Controladores Neurais baseados na estrutura IMC que utilizando o procedimento de treinamento via Filtragem de Kalman com aproximação local, atenda aos requisitos de robustez e tolerância na presença de falhas em alguns dos elementos processadores fundamentais (neurônios);
- utilização de RNAs para controlar a atitude de satélites estabilizados por rotação, dispendo de bobinas magnética como atuadores;
- aplicação de um Controlador Neural Adaptativo para o controle das vibrações em grandes estruturas espaciais;
- empregar RNAs e Inteligência Artificial ao monitoramento e controle de sistemas propulsivos bi-propelentes para finalidades espaciais;
- investigar a utilização de RNAs como ferramenta para a Otimização de Estruturas Espaciais e Controle de Estruturas Flexíveis;
- construir uma interface para o programa de manipulação algébrica EQDIN que seja mais amigável e iterativa com o usuário final facilitando sua utilização.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Antsaklis, P. J. Neural networks in control systems. *IEEE Control Systems Magazine*, 10 (3):3-5, Apr. 1990.
- Antsaklis, P. J. Neural networks in control systems. *IEEE Control Systems Magazine*, 12 (2):8-10, Apr. 1992.
- Astrom, K. J. Where is the intelligence in intelligent control? *IEEE Control Systems Magazine*, 11 (1):37-39, Jan. 1991.
- Baffes, P. T.; Shelton, R. O.; Phillips, T. A. *NETS, a neural network development tool*. Huston, Lyndon B. Johnson Space Center, 1991. (JSC-23366)
- Bavarian, B. Introduction to neural networks for intelligent control. *IEEE Control Systems Magazine*, 8 (2):3-7, Apr. 1988.
- Billings, S. A.; Jamaluddin, H. B.; Chen, S. Properties of neural networks with applications to modelling non-linear dynamical systems. *International Journal of Control*. 55 (1):193-224, 1992.
- Bierman, G. J. *Factorization methods for discrete sequential estimator*. New York, Academic Press, 1977.
- Caminhas, W. M.; Andrade, M. L.; Costa, P. P.; Tavares, H. M. F. Redes neurais aplicadas ao acionamento de motor de indução. In: Congresso Brasileiro de Redes Neurais, 1., Itajubá, 1994. *Anais*. Itajubá, Conselho Nacional de Redes Neurais, 1994, p. 235-240.

- Carrara, V. *Modelagem das forças e torques atuantes em satélites*. (Tese de Mestrado em Ciência Espacial) - Instituto de Pesquisas Espaciais. São José dos Campos, INPE, 1982. 132p. (INPE-2454-TDL/094).
- Chen, S.; Billings, S. A. Neural networks for nonlinear dynamic system modelling and identification. *International Journal of Control*, 56 (2):319-346, 1992.
- Chen, S.; Billings, S. A.; Grant, P. M. Non-linear system identification using neural networks. *International Journal of Control*, 51 (6):1191-1214, June 1990a.
- Chen, S.; Billings, S. A.; Grant, P. M. Recursive hybrid algorithm for non-linear system identification using radial basis function networks. *International Journal of Control*, 55 (5):1051-1070, May 1992.
- Chen, S.; Billings, S. A. Recursive prediction error parameter estimator for non-linear models. *International Journal of Control*, 49 (2):569-594, Feb. 1989.
- Chen, S.; Billings, S. A.; Cowan, C. F. N.; Grant, P. M. Practical identification of NARMAX models using radial basis functions. *International Journal of Control*, 52 (6):1327-1350, Dec. 1990b.
- Chen, F.; Khalil, H. K. Adaptive control of nonlinear systems using neural networks. *International Journal of Control*, 39 (6):791-801, Dec. 1992.
- Chiu, H. T.; Cetinkunt, S. Trainable neural network for mechanical flexible systems based on nonlinear filtering. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 18 (3):503-507, May-June 1995.
- Demuth, H; Beale, M. *Neural network toolbox user's guide*. Natick, MA. Math Works, 1992.

- Etkin, B.; Hughes, P.C. Explanation of the anomalous spin behavior of satellite with long flexible antennae. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 4 (9):1139-1145, Sept. 1967.
- Etxebarria, V. Adaptive control of discrete systems using neural networks. *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, 141, (4):209-215, July. 1994.
- Fonseca, I. M. Estudo do "jitter"na atitude de um satélite artificial com painéis flexíveis estabilizado por rotação dual. In: Congresso Brasileiro de Automática, 7., São José dos Campos, 1988. *Anais*. São José dos Campos, Instituto Tecnológico da Aeronáutica, 1988, p. 1010-1015.
- Fukuda, T. ; Shibata, T. Theory and Applications of Neural Networks for Industrial Control Systems. *IEEE Industrial Electronics*, 39 (6):345-373, Dec. 1992
- Garcia, C. E.; Morari, M. Internal model control - 1. A unifying review an some new results. *Industrial and Engineering Chemistry Process Design Development*. 21, (2):308-323, Feb. 1982.
- Gelb, A. *Applied optimal estimation*. Cambridge, MA: The M.I.T. Press, 1974.
- Grossberg, S. Adaptive Pattern Classification and Universal Recording. *Biological Cybernetics*. 23, (2):187-202, Feb. 1976.
- Hertz, K. P. *In Introduction to the theory of neural computation*. Massachusetts, Addison Wesley, 1991.
- Hopfield, J. J. Neural networks and physical systems with convergent collective computational abilities. *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, Cambridge, USA, 79, (1):2554-2558, 1982.

- Hughes, P. C. *Spacecraft attitude dynamics*. New York, John Wiley & Sons, 1986
- Hughes, P. C.; Fung, J. C. Liapounov stability of spinning satellites with long flexible appendages. *Celestial Mechanics*, 4 (3):295-308, May. 1971.
- Hunt, K. J.; Irwin, G. R.; Warnrick, K. ed. *Neural Network Engineering in Dynamic Control Systems*. Sprigen, London, 1995. (Advances in Industrial Control).
- Hunt, K. J.; Sbarbaro, D. Neural networks for nonlinear internal model control. *IEE Proceedings-D*, 138 (5):431-438, Sept. 1991.
- Hunt, K. J.; Sbarbaro, D.; Zbikowski, R.; Gawthrop, P. J. Neural networks for control systems - a survey. *Automatica*. 28 (6):1083-1112, 1992.
- Jazwinski, A. H. *Stochastic processes and filtering theory*. New York, Academic Press, 1990.
- Jin, L.; Nikiforuk, P. N.; Gupta, M. M. Adaptive control of discrete-time nonlinear systems using recurrent neural networks. *IEE Proceedings Control Theory Applications*, 141 (3):169-176, May 1994.
- Junkins, J. L.; Turner, J. D. *Optimal spacecraft rotational maneuvers*. New York, Elsevier Science, 1986.
- Kan, W.K.; Aleksander, I. A probabilistic logic neuron network for associative learning. *In IEEE First International Conference on Neural Networks., Proceedings*. San Diego, California, Jun. 1987. v. 2, p. 541-548
- Kaplan, M.H. *Modern spacecraft dynamics & control*. USA, New York, John Wiley & Sons, 1973.

- Kawato, M; Uno, Y.; Isobe, M; Susuki, R. Hierarchical neural network model for voluntary movement with application to robotics. *IEEE Control Systems Magazine*, 8 (2):8-15, Apr. 1988.
- Kosko, B. Adaptive Bidirectional associative memories. *Applied. Optics*, 26 (3):127-146, 1987.
- Kovacs, Z. L. *Introdução a neurocomputação*. In: Workshop em Aplicações de Redes Neurais - WARN'93, São Paulo, 1993. *Mini-curso*. São Paulo, ed. A.L. Rigo et al. LSI-EPUSP/ IPT, 1993, p100.
- Lanczos, C. *The variational principles of mechanics*. Toronto, Univ. Press, 1970.
- Leissa, A. W. *Vibration of plates*. Washington D. C., NASA, 1969. (NASA SP-160).
- Lightbody, G., Wu, Q. H., Irwin, G.W. Control applications for feed forward networks. In: *Neural networks for control and systems*. London, UK, Peter Peregrinus, 1992. p. 51-71.
- Linkens, D. A.; Yang, Y. Y. Adaptive neural-network-based approach for the control of continuously stirred tank reactor. *IEE Proceedings Control Theory Applications*, 141 (3):345-376, Sept 1994.
- Lourenção, P. T. M. *Análise de estabilidade dinâmico de um satélite com mastro flexível utilizando o método direto de liapunov*. (Dissertação de Mestrado em Engenharia Aeronáutica) - Instituto Tecnológico de Aeronáutica. São José dos Campos, 1981. 78p.
- Maybeck, P. S. *Stochastic models, estimation and control*. New York, Academic Press, 1979.

- Meirovitch, L. *Analytical methods in vibration*. New York, McMillan, 1967.
- Meirovitch, L. *Methods of analytical dynamics*. New York, McGraw-Hill, 1970.
- Meirovitch, L. *Elements of vibration analysis*. Tokio, McGraw-Hill, 1975.
- Meirovitch, L.; Shenhar, J. *Control of large flexible spacecraft by independent modal space control method*. Washington. D. C., NASA, Jan. 1984. (NASA CR-3760).
- Meirovitch, L.; Juang, J, N. Natural modes of oscillation of rotating flexible structures about a nontrivial equilibrium. *Journal of Spacecrafts and Rockets*, 13 (1):35-44, Feb. 1976.
- Miller III, W. T.; Hewes, R. P.; Glanz, F. H.; Kraft, L. G. Real-time dynamic control of an industrial manipulator using a neural-network-based learning controller. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 6 (1):1-9, Feb. 1990.
- Mills, P. M.; Zomaya, A. Y.; Tadé, M. O. Adaptive model-based control using neural networks. *Internation Journal of Control*, 60 (6):1163-1192, Jul. 1994.
- Minsky, M. L.; Papert, S, A. *Perceptron*. Cambridge, The MIT Press, MA, 1969.
- Modi, V. J.; Ibrahim, A. M. A geral formulation for librational dynamics of spacecraft with deploying appendages. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 7(5):563-569, Sept.-Oct. 1984.
- Nagata, S.; Sekiguchi, M.; Asakawa, K. Mobile robot control by a structured hierarchical neural network. *IEEE Control Systems Magazine*, 10 (3):69-76, Apr. 1990.

- Naidu, S. R.; Zafrou, E.; McAvoy, T. J. Use of neural networks for sensor failure detection in a control system. *IEEE Control Systems Magazine*, 10 (3):49-55, Apr. 1990.
- Narendra, K. S. Intelligent control. *IEEE Control Systems Magazine*, 11 (1):39-40, Jan. 1991.
- Narendra, K. S.; Mukhopadhyay, S. Intelligent control using neural networks. *IEEE Control Systems Magazine*, 12 (2):45-76, Apr. 1992.
- Narendra, K. S.; Parthasarathy, K. Identification and control for dynamic systems using neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1 (1):4-27, 1990.
- Nascimento Jr., C. L. Artificial neural networks in control and optimization. (PhD Tesis), Control Systems Centre, University of Manchester, Manchester, 1994.
- Nielsen, R. H. *Neurocomputing*. Cambridge, Addison-Wesley, MA, 1990.
- Nguyen, D. H.; Widrow, B. Neural networks for self-learning control systems. *IEEE Control Systems Magazine*, 10 (3):18-23, Apr. 1990.
- Norgaard, M. *Neural network based system identification toolbox*. Institute of Automation, Denmark, Technical University of Denmark, 1995 (Technical Report 95-E-773). Available in post Script from World Wide Web: <http://www.iau.dtu.dk/Projects/proj/nnsysid.html>.
- Norgaard, M. *Neural network based control system design toolbox*. Institute of Automation, Denmark, Technical University of Denmark, 1996 (Technical Report 96-E-830). Available in post Script from World Wide Web: <http://www.iau.dtu.dk/Projects/proj/nnsysid.html>.

- Psaltis, D.; Sideris, A.; Yamamura, A. A. A multilayered network controller. *IEEE Control Systems Magazine*, **8** (2):17-21, Apr. 1988.
- Raol, J.R. Neural network based parameter estimation of unstable aerospace dynamic systems. *IEE Process. Control Theory Application*. **141** (6):385-388, Nov. 1994.
- Rios Neto, A. Stochastic parameter estimation neural nets supervised learning approach. In: Congresso Brasileiro de Redes Neurais, 1., Itajubá, 1994. *Anais*. Itajubá, Conselho Nacional de Redes Neurais, 1994, p. 62-65.
- Rios Neto, A.; Kuga, H. K. Kalman filtering state noise adaptive estimation. In: *TELECON'85*, Rio de Janeiro, 1994. *Proceedings of Second IASTED International Conference In Telecommunication and Control*. Rio de Janeiro, Brasil, 1985, p. 210-213.
- Rios Neto, A. Stochastic parameter estimation neural nets supervised learning approach with local parallel processing. In: Congresso Brasileiro de Redes Neurais, 2., Curitiba, 1995. *Anais*. Curitiba, Conselho Nacional de Redes Neurais, 1995, p. 139-144.
- Rios Neto, A.; Rao, K. R. A study on the on board artificial satellite orbit propagations using artificial neural networks. In: *International Astrodynamics Symposium*, 11, Gifu, 1995. *Proceedings*, Japan, 1996. p. 192-195
- Roma, A. M. *Análise dinâmica e controle de um satélite artificial com painéis solares flexíveis*. (Tese de Nestrado em Ciência Espacial) - Instituto de Pesquisas Espaciais. São José dos Campos, INPE, 1991. 177p. (INPE-5220-TDL/436).
- Rosenblatt, F. *Principles of neurodynamics*. Washington, D. C., Spartan Press, 1961.

- Rumelhart, D. E.; Hilton, G. E.; Williams, R. J. Learning internal representations by error propagation. Rumelhart and McClelland editors. *Parallel data processing*. Cambridge, MA, M.I.T. Press, 1986. v. 1, cap. 8.
- Sartori, M. A.; Antsaklis, P. J. Implementations of learning control systems using neural networks. *IEEE Control Systems Magazine*, 12 (2):49-57, Apr. 1992.
- Shoureshi, R. Learning and decision making for intelligent control systems. *IEEE Control Systems Magazine*, 11 (1):34-37, Jan. 1991.
- Timoshenko, S. P.; Goodier, J. N. *Teoria da elasticidade*. Rio de Janeiro, Guanabara Dois, 1980.
- Thomson, W.T. *Introduction to Space Dynamics*. New York, John Wiley & Sons, 1963.
- Troina, G.; Walker, N. Document classification and searching - A neural network approach. Hayes, UK, ESA, Ago. 1996. (*ESA Bulletin*, nº 87).
- Vadali, S. R.; Krishnan, S.; Singh, T. Attitude control of spacecraft using neural networks. In: *Advances in the astronautical sciences*. San Diego, CA, American Astronautical Society. (82):271-285, part 1, 1993.
- Wang, H.; Brown, M.; Harris, C. I. Neural networks modelling of unknown nonlinear systems subject to immeasurable disturbances. *IEEE Proceedings on Control Theory Applications*, 141 (4):216-222, July 1994.
- Warwick, K; Irwin, G. W.; Hunt, K.J. *Neural networks for control and systems*. London, Peter Peregrinus, 1992.

- Werbos, P. J. An overview of neural networks for control. *IEEE Control Systems Magazine*, 11 (1):40-41, Jan. 1991.
- Wertz, J. R. *Spacecraft attitude determination and control*. London, D. Reidel, 1978 (Astrophysics and Space Science Library).
- Widrow, B.; Sterns, S. D. *Adaptive signal processing*. New York, Prentice-Hall, 1985.
- Willis, M. J.; Montague, G. A.; Di Massimo, C.; Tham, M. T.; Morris, A. J. Artificial neural networks in process estimation and control. *Automatica*, 28 (6):1181-1187, 1992.
- Wolfram, S. *Mathematica - A System for doing mathematics by computer*. Redwood City, CA, Addison-Wesley, 1991.
- Yang, Y. Y.; Linkens, D. A. Adaptive neural-networks-based approach for the control of continuously stirred tank reactor. *IEE Proceedings Control Theory Applications*, 141 (5):341-349, Sep. 1994.
- Yen, G. G. Autonomous neural control in flexible space structures. *Control Engineering Practice*, 3 (4): 471-483, 1995.
- Zbikowski, R.; Gawthrop, P. J. A survey of neural networks for control. In: *Neural Networks for control and systems*. London, UK, Peter Peregrinus, UK, 1992. p. 31-50.
- Zhang, Y.; Prathyush, S.; Hearn, G. E. An on-line trained adaptive neural controller. *IEEE Control Systems Magazine*, 15 (5):67-75, Oct. 1995.

APÊNDICE A

ENERGIA CINÉTICA TOTAL

Neste apêndice apresenta-se o desenvolvimento necessário à obtenção da expressão da energia cinética total do veículo.

Primeiramente é descrito o movimento do centro de massa instantâneo do veículo, C , com relação ao referencial $\{S, \vec{i}_s, \vec{j}_s, \vec{k}_s\}$, definido no Capítulo 2, através dos seus vetores de posição e de velocidade. Logo em seguida, obtém-se a expressão da energia cinética de cada um dos componentes do satélite: base, rotores e painéis solares abertos. A soma destas expressões e a definição de centro de massa instantâneo fornecerão a expressão procurada.

A.1 - Movimento do centro de massa instantâneo.

A posição e a velocidade do centro de massa instantâneo C com relação ao sistema $\{S, \vec{i}_s, \vec{j}_s, \vec{k}_s\}$, são dadas respectivamente por

$$\begin{aligned} m \vec{R}_{SC} &= \sum_j \int_{m_{R_j}} (\vec{R}_{SR_j} + L_{CR_j} \vec{r}_{R_j}) dm_{R_j} + \sum_k \int_{m_{D_k}} (\vec{R}_{SD_k} + L_{CD_k} \vec{r}_{D_k}) dm_{D_k} + \\ &+ \int_{m_B} \vec{r}_B dm_B + \sum_i \int_{m_{A_i}} [\vec{R}_{SA_i} + L_{CA_i} (\vec{r}_{A_i} + \vec{e}_{A_i})] dm_{A_i} \\ & \\ m \vec{R}_{SC} &= \sum_j \vec{\omega}_{R_j} \times L_{CR_j} \int_{m_{R_j}} \vec{r}_{R_j} dm_{R_j} + \sum_k \int_{m_{D_k}} \vec{u}_{D_k} dm_{D_k} + \\ &+ \sum_i L_{CA_i} \int_{m_{A_i}} \vec{e}_{A_i} dm_{A_i}. \end{aligned} \tag{A.1}$$

Observe que se R_j é o centro de massa do j -ésimo rotor, as primeiras parcelas no segundo membro de cada uma das equações resumem-se a $\sum_j m_{R_j} \vec{R}_{SR_j}$ e a $\vec{0}$, respectivamente.

A.2 - Energia cinética dos componentes

No cálculo da energia cinética de cada componente, é utilizada a velocidade inercial de seus elementos de massa, dada pelas Relações (3.4) apresentadas no Capítulo 3.

A.2.1 - Energia cinética da base

Seja

$$T_B = \frac{1}{2} \int_{m_B} \vec{V}_B \cdot \vec{V}_B dm_B,$$

onde $\vec{V}_B \doteq \vec{V}_C - \vec{R}_{SC} + \vec{\omega}_C \times (\vec{r}_B - \vec{R}_{SC})$.

O desenvolvimento da expressão anterior fornece

$$\begin{aligned} T_B &= \frac{m_B}{2} \|\vec{V}_C\|^2 + \frac{m_B}{2} \|\vec{R}_{SC}\|^2 + \frac{1}{2} \vec{\omega}_C^T \overline{\overline{J_B^C}} \vec{\omega}_C + \\ &- m_B \vec{V}_C \cdot \vec{R}_{SC} + \vec{V}_C \cdot \vec{\omega}_C \times \int_{m_B} (\vec{r}_B - \vec{R}_{SC}) dm_B + \\ &- \vec{R}_{SC} \cdot \vec{\omega}_C \times \int_{m_B} (\vec{r}_B - \vec{R}_{SC}) dm_B, \end{aligned} \quad (A.2)$$

onde $\overline{\overline{J_B^C}} = \int_{m_B} \|\vec{r}_B - \vec{R}_{SC}\|^2 \overline{\overline{1}} - [\vec{r}_B - \vec{R}_{SC}][\vec{r}_B - \vec{R}_{SC}] dm_B$, é a diádica de inércia da base com relação ao ponto C, escrita no referencial $\{C, \vec{i}_C, \vec{j}_C, \vec{k}_C\}$, e $\overline{\overline{1}}$ é a diádica unitária neste referencial.

A.2.2 - Energia cinética dos rotores

Seja

$$T_R = \frac{1}{2} \sum_j \int_{m_{R_j}} \vec{V}_{R_j} \cdot \vec{V}_{R_j} dm_{R_j},$$

onde $\vec{V}_{R_j} = \vec{V}_C - \vec{R}_{SC} + \vec{\omega}_C \times (\vec{R}_{SR_j} + L_{CR_j} \vec{r}_{R_j} - \vec{R}_{SC}) + \vec{\omega}_{R_j} \times L_{CR_j} \vec{r}_{R_j}$.

O desenvolvimento da expressão anterior fornece

$$\begin{aligned}
T_R = & \sum_j \left\{ \frac{m_{R_j}}{2} \|\vec{V}_C\|^2 + \frac{m_{R_j}}{2} \|\vec{R}_{SC}\|^2 + \frac{1}{2} \vec{\omega}_C^T \overline{\overline{J}}_{R_j}^C \vec{\omega}_C + \frac{1}{2} \vec{\omega}_{R_j}^T \overline{\overline{J}}_{R_j}^{R_j} \vec{\omega}_{R_j} + \right. \\
& - m_{R_j} \vec{V}_C \cdot \vec{R}_{SC} + \vec{V}_C \cdot \vec{\omega}_C \times \int_{m_{R_j}} (\vec{R}_{SR_j} + L_{CR_j} \vec{r}_{R_j} - \vec{R}_{SC}) dm_{R_j} + \\
& + \vec{V}_C \cdot \vec{\omega}_{R_j} \times L_{CR_j} \int_{m_{R_j}} \vec{r}_{R_j} dm_{R_j} - \vec{R}_{SC} \cdot \vec{\omega}_{R_j} \times L_{CR_j} \int_{m_{R_j}} \vec{r}_{R_j} dm_{R_j} + \quad (A.3) \\
& - \vec{R}_{SC} \cdot \vec{\omega}_C \times \int_{m_{R_j}} (\vec{R}_{SR_j} + L_{CR_j} \vec{r}_{R_j} - \vec{R}_{SC}) dm_{R_j} + \\
& \left. + \int_{m_{R_j}} [\vec{\omega}_{R_j} \times L_{CR_j} \vec{r}_{R_j}] \cdot [\vec{\omega}_C \times \int_{m_{R_j}} (\vec{R}_{SR_j} + L_{CR_j} \vec{r}_{R_j} - \vec{R}_{SC})] dm_{R_j} \right\},
\end{aligned}$$

onde

$$\overline{\overline{J}}_{R_j}^C = \int_{m_{R_j}} \|\vec{R}_{SR_j} + L_{CR_j} \vec{r}_{R_j} - \vec{R}_{SC}\|^2 \overline{\overline{1}} - [\vec{R}_{SR_j} + L_{CR_j} \vec{r}_{R_j} - \vec{R}_{SC}][\vec{R}_{SR_j} + L_{CR_j} \vec{r}_{R_j} - \vec{R}_{SC}] dm_{R_j}$$

é a diádica de inércia do j -ésimo rotor com relação ao ponto C ; e

$$\overline{\overline{J}}_{R_j}^{R_j} = \int_{m_{R_j}} \|L_{CR_j} \vec{r}_{R_j}\|^2 \overline{\overline{1}} - [L_{CR_j} \vec{r}_{R_j}][L_{CR_j} \vec{r}_{R_j}] dm_{R_j}$$

é a diádica de inércia do j -ésimo rotor com relação ao ponto R_j , ambas escritas no referencial $\{C, \vec{i}_C, \vec{j}_C, \vec{k}_C\}$.

A.2.3 - Energia cinética dos painéis abertos

Seja

$$T_A = \frac{1}{2} \sum_i \int_{m_{A_i}} \vec{V}_{A_i} \cdot \vec{V}_{A_i} dm_{A_i},$$

$$\text{onde } \vec{V}_{A_i} = \vec{V}_C + L_{CA_i} \vec{e}_{A_i} - \vec{R}_{SC} + \vec{\omega}_C \times [\vec{R}_{SA_i} + L_{CA_i} (\vec{r}_{A_i} + \vec{e}_{A_i}) - \vec{R}_{SC}].$$

A expressão anterior desenvolvida, resulta em :

$$\begin{aligned}
T_A = & \sum_i \left\{ \frac{m_{A_i}}{2} \|\vec{V}_C\|^2 + \frac{m_{A_i}}{2} \|\vec{R}_{SC}\|^2 + \frac{1}{2} \vec{\omega}_C^T \overline{\overline{J_{A_i}^C}} \vec{\omega}_C + \frac{1}{2} \int_{m_{A_i}} \|\vec{e}_{A_i}\|^2 dm_{A_i} + \right. \\
& - m_{A_i} \vec{V}_C \cdot \vec{R}_{SC} + \vec{V}_C \cdot \vec{\omega}_C \times \int_{m_{A_i}} [\vec{R}_{SA_i} + L_{CA_i}(\vec{r}_{A_i} + \vec{e}_{A_i}) - \vec{R}_{SC}] dm_{A_i} + \\
& + \vec{V}_C \cdot L_{CA_i} \int_{m_{A_i}} \vec{e}_{A_i} dm_{A_i} - \vec{R}_{SC} \cdot L_{CA_i} \int_{m_{A_i}} \vec{e}_{A_i} dm_{A_i} + \\
& - \vec{R}_{SC} \cdot \vec{\omega}_C \times \int_{m_{A_i}} [\vec{R}_{SA_i} + L_{CA_i}(\vec{r}_{A_i} + \vec{e}_{A_i}) - \vec{R}_{SC}] dm_{A_i} + \\
& \left. + \int_{m_{A_i}} L_{CA_i} \vec{e}_{A_i} \cdot \vec{\omega}_C \times [\vec{R}_{SA_i} + L_{CA_i}(\vec{r}_{A_i} + \vec{e}_{A_i}) - \vec{R}_{SC}] dm_{A_i} \right\}, \tag{A.4}
\end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned}
\overline{\overline{J_{A_i}^C}} = & \int_{m_{A_i}} \|\vec{R}_{SA_i} + L_{CA_i}(\vec{r}_{A_i} + \vec{e}_{A_i}) - \vec{R}_{SC}\|^2 \overline{\overline{1}} + \\
& - [\vec{R}_{SA_i} + L_{CA_i}(\vec{r}_{A_i} + \vec{e}_{A_i}) - \vec{R}_{SC}][\vec{R}_{SA_i} + L_{CA_i}(\vec{r}_{A_i} + \vec{e}_{A_i}) - \vec{R}_{SC}] dm_B
\end{aligned}$$

é a diádica de inércia do i -ésimo painel em aberto com relação ao ponto C , escrita no referencial $\{C, \vec{i}_C, \vec{j}_C, \vec{k}_C\}$.

A.3 - Energia cinética do veículo

A energia cinética total vale

$$T = T_B + T_R + T_A.$$

Substituindo as expressões (A.2) a (A.4) na expressão anterior tem-se:

$$\begin{aligned}
T = & \frac{m}{2} \|\vec{V}_C\|^2 + \frac{m}{2} \|\vec{R}_{SC}\|^2 + \frac{1}{2} \vec{\omega}_C^T \{ \overline{\mathbb{J}}_B^C + \sum_j \overline{\mathbb{J}}_{R_j}^C + \sum_i \overline{\mathbb{J}}_{A_i}^C \} \vec{\omega}_C + \\
& + \frac{1}{2} \sum_j \vec{\omega}_{R_j}^T \overline{\mathbb{J}}_{R_j}^C \vec{\omega}_{R_j} + \frac{1}{2} \sum_i \int_{m_{A_i}} \|\vec{e}_{A_i}\|^2 dm_{A_i} + \\
& + \vec{V}_C \cdot \{ \sum_j \vec{\omega}_{R_j} \times L_{CR_j} \int_{m_{R_j}} \vec{r}_{R_j} dm_{R_j} + \sum_i L_{CA_i} \int_{m_{A_i}} \vec{e}_{A_i} dm_{A_i} + \\
& - m \vec{V}_C \cdot \vec{R}_{SC} + \tag{A.5} \\
& + (\vec{V}_C - \vec{R}_{SC}) \cdot \vec{\omega}_C \times \{ \int_{m_B} \vec{r}_B dm_B + \sum_i \int_{m_{A_i}} [\vec{R}_{SA_i} + L_{CA_i} (\vec{r}_{A_i} + \vec{e}_{A_i})] dm_{A_i} + \\
& + \sum_j \int_{m_{R_j}} (\vec{R}_{SR_j} + L_{CR_j} \vec{r}_{R_j}) dm_{R_j} - (\vec{V}_C - \vec{R}_{SC}) \cdot \vec{\omega}_C \times m \vec{R}_{SC} + \\
& - \vec{R}_{SC} \cdot \{ \sum_j \vec{\omega}_{R_j} \times L_{CR_j} \int_{m_{R_j}} \vec{r}_{R_j} dm_{R_j} + \sum_i L_{CA_i} \int_{m_{A_i}} \vec{e}_{A_i} dm_{A_i} + \\
& + \sum_j \int_{m_{R_j}} [\vec{\omega}_{R_j} \times L_{CR_j} \vec{r}_{R_j}] \cdot [\vec{\omega}_C \times \int_{m_{R_j}} (\vec{R}_{SR_j} + L_{CR_j} \vec{r}_{R_j} - \vec{R}_{SC})] dm_{R_j} + \\
& + \sum_i \int_{m_{A_i}} L_{CA_i} \vec{e}_{A_i} \cdot \vec{\omega}_C \times [\vec{R}_{SA_i} + L_{CA_i} (\vec{r}_{A_i} + \vec{e}_{A_i}) - \vec{R}_{SC}] dm_{A_i} \cdot
\end{aligned}$$

As duas últimas parcelas na relação anterior podem ser rescritas como:

$$\begin{aligned}
& \sum_j \int_{m_{R_j}} [\vec{\omega}_{R_j} \times L_{CR_j} \vec{r}_{R_j}] \cdot [\vec{\omega}_C \times \int_{m_{R_j}} (\vec{R}_{SR_j} + L_{CR_j} \vec{r}_{R_j})] dm_{R_j} + \\
& + \sum_i \int_{m_{A_i}} L_{CA_i} \vec{e}_{A_i} \cdot \vec{\omega}_C \times [\vec{R}_{SA_i} + L_{CA_i} (\vec{r}_{A_i} + \vec{e}_{A_i})] dm_{A_i} + \tag{A.6} \\
& + \vec{\omega}_C \cdot [\sum_j \vec{\omega}_{R_j} \times L_{CR_j} \int_{m_{R_j}} \vec{r}_{R_j} dm_{R_j} + \\
& \quad + \sum_i L_{CA_i} \int_{m_{A_i}} \vec{e}_{A_i} dm_{A_i}] \times \vec{R}_{SC} \cdot
\end{aligned}$$

Substituindo (A.6) em (A.5) e utilizando-se no resultado obtido a definição da posição e da velocidade do centro de massa instantâneo, dadas por (A.1), chega-se a seguinte expressão para a energia cinética total:

$$\begin{aligned}
T = & \frac{m}{2} \|\vec{V}_C\|^2 + \frac{1}{2} \vec{\omega}_C^T \overline{\overline{J}}^C \vec{\omega}_C - \frac{m}{2} \|\vec{R}_{SC}\|^2 + m \vec{\omega}_C \cdot (\vec{R}_{SC} \times \vec{R}_{SC}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_j \vec{\omega}_{R_j}^T \overline{\overline{J}}_{R_j}^C \vec{\omega}_{R_j} + \sum_j \int_{m_{R_j}} [\vec{\omega}_{R_j} \times L_{CR_j} \vec{r}_{R_j}] \cdot [\vec{\omega}_C \times (\vec{R}_{SR_j} + L_{CR_j} \vec{r}_{R_j})] dm_{R_j} + \\
& + \frac{1}{2} \sum_i \int_{m_{A_i}} \|\vec{e}_{A_i}\|^2 dm_{A_i} + \sum_i \int_{m_{A_i}} L_{CA_i} \vec{e}_{A_i} \cdot \vec{\omega}_C \times [\vec{R}_{SA_i} + L_{CA_i} (\vec{r}_{A_i} + \vec{e}_{A_i})] dm_{A_i},
\end{aligned}
\tag{A.7}$$

onde $\overline{\overline{J}}^C = \overline{\overline{J}}_B^C + \sum_j \overline{\overline{J}}_{R_j}^C + \sum_i \overline{\overline{J}}_{A_i}^C$, representa a diádica inércia do veículo a partir do ponto C , escrita no referencial $\{C, \vec{i}_C, \vec{j}_C, \vec{k}_C\}$.

APÊNDICE B

ENERGIA POTENCIAL GRAVITACIONAL

Neste apêndice é desenvolvida a expressão da energia potencial gravitacional do veículo, objetivando-se a obtenção de uma fórmula operacional.

Depois de certa manipulação algébrica efetuada em algumas das parcelas do resultado obtido, a utilização da definição do centro de massa do sistema, conduz a uma fórmula operacional para a energia potencial gravitacional, dada em termos da diádica de inércia do veículo e dos cossenos diretores da vertical local com relação ao sistema instantâneo do centro de massa $\{C, \vec{i}_c, \vec{j}_c, \vec{k}_c\}$.

O desenvolvimento aqui apresentado segue de perto os passos de Lourenção (1981).

B.1 - Expansão da energia potencial gravitacional em série de Taylor

Admite-se que o campo gravitacional, ao qual o satélite de massa m está submetido, seja dado por

$$V_g = -\mu \int_m \frac{dm}{R}, \quad (\text{B.1})$$

onde $\mu = GM$, sendo G a constante de gravitação universal, M a massa do corpo atrator ($M \gg m$) e $R = \|\vec{R}\|$, com \vec{R} a localização inercial de um elemento de massa do satélite.

A localização inercial dos elementos de massa do satélite pode ser escrita em termos da localização inercial do centro de massa instantâneo, de forma que se tenha

$$\vec{R} = \vec{R}_c + \vec{\rho}, \quad (\text{B.2})$$

onde $\vec{\rho}$ é o vetor que localiza o elemento a partir do ponto C (Figura B.1).

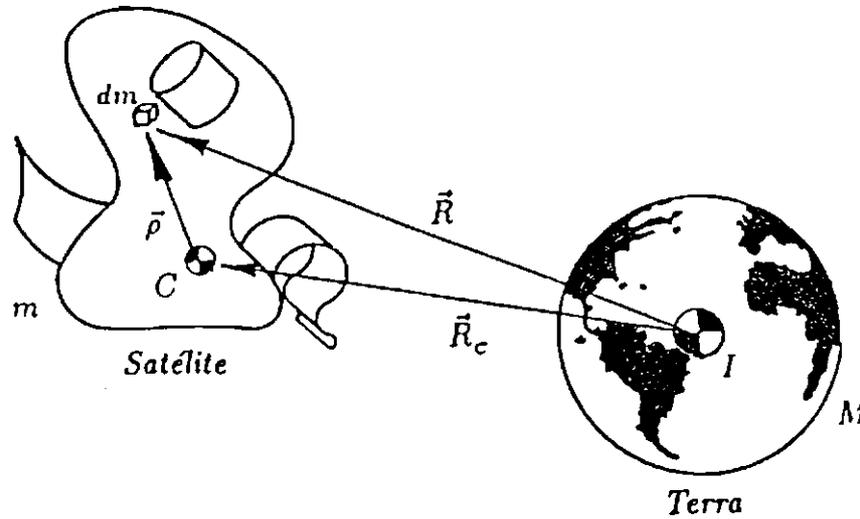


Fig. B.1 - Localização dos Elementos de Massa a Partir de C

Substituindo-se (B.2) no integrando de (B.1), este se reescreve sob a forma

$$R^{-1} = \frac{1}{\sqrt{\vec{R} \cdot \vec{R}}} = \frac{1}{\sqrt{R_c^2 + 2\vec{R}_c \cdot \vec{\rho} + \vec{\rho} \cdot \vec{\rho}}}, \quad \text{onde } R_c = \|\vec{R}_c\|. \quad (\text{B.3})$$

Aplicando a expansão em Série de Taylor

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}x^2 + \dots$$

feita em torno de $x = 0$, à expressão (B.3), tem-se

$$\begin{aligned} R^{-1} &= \frac{1}{R_c \sqrt{1 + 2\frac{\vec{R}_c \cdot \vec{\rho}}{R_c^2} + \frac{\vec{\rho} \cdot \vec{\rho}}{R_c^2}}} = \\ &= R_c^{-1} \left\{ 1 - \frac{\vec{R}_c \cdot \vec{\rho}}{R_c^2} - \frac{1}{2} \frac{\vec{\rho} \cdot \vec{\rho}}{R_c^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \left[\frac{2\vec{R}_c \cdot \vec{\rho}}{R_c^2} \right]^2 + \dots \right\}. \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Note que a ordem de grandeza de R_c é, em geral, por volta de 10^7 metros e de $\|\vec{\rho}\|$, cerca de 10 metros. Com isto, na expressão (B.4), não se levando em conta o termo em evidência $1/R_c$, estão representados termos com ordem até 10^{-12} . Apenas estes serão considerados. Os próximos termos teriam ordem inferior a 10^{-24} , desprezíveis por hipótese, quando comparados às outras magnitudes envolvidas no modelo.

Substituindo-se a expressão (B.4) em (B.1), obtém-se

$$V_G = -\frac{\mu m}{R_C} + \mu \int_m \frac{\vec{R}_C}{R_C^3} \cdot \vec{\rho} dm + \frac{\mu}{2R_C^3} \int_m \vec{\rho} \cdot \vec{\rho} dm - \frac{3\mu}{2R_C^5} \int_m (\vec{R}_C \cdot \vec{\rho})^2 dm. \quad (\text{B.5})$$

A substituição de $\vec{\rho}$ por $\rho_x \vec{i}_C + \rho_y \vec{j}_C + \rho_z \vec{k}_C$, onde ρ_x , ρ_y e ρ_z são as componentes de $\vec{\rho}$ nas direções de \vec{i}_C , \vec{j}_C e \vec{k}_C respectivamente, na soma dos dois últimos termos de (B.5), resulta em

$$\begin{aligned} & -\frac{\mu}{2R_C^3} \int_m -\rho_x^2 - \rho_y^2 - \rho_z^2 + 3\rho_x^2 \left(\frac{\vec{R}_C}{R_C} \cdot \vec{i}_C\right)^2 + 3\rho_y^2 \left(\frac{\vec{R}_C}{R_C} \cdot \vec{j}_C\right)^2 + 3\rho_z^2 \left(\frac{\vec{R}_C}{R_C} \cdot \vec{k}_C\right)^2 + \\ & + 6\rho_x\rho_y \left(\frac{\vec{R}_C}{R_C} \cdot \vec{i}_C\right) \left(\frac{\vec{R}_C}{R_C} \cdot \vec{j}_C\right) + 6\rho_x\rho_z \left(\frac{\vec{R}_C}{R_C} \cdot \vec{i}_C\right) \left(\frac{\vec{R}_C}{R_C} \cdot \vec{k}_C\right) + 6\rho_y\rho_z \left(\frac{\vec{R}_C}{R_C} \cdot \vec{j}_C\right) \left(\frac{\vec{R}_C}{R_C} \cdot \vec{k}_C\right) dm. \end{aligned}$$

Se os cossenos diretores de \vec{R}_C com relação ao sistema instantâneo do satélite $\{C, \vec{i}_C, \vec{j}_C, \vec{k}_C\}$ forem denominados l_x , l_y e l_z , onde $l_x = \frac{\vec{R}_C}{R_C} \cdot \vec{i}_C$, $l_y = \frac{\vec{R}_C}{R_C} \cdot \vec{j}_C$ e $l_z = \frac{\vec{R}_C}{R_C} \cdot \vec{k}_C$, a expressão acima torna-se

$$\begin{aligned} & -\frac{\mu}{2R_C^3} \int_m [(3l_x^2-1)\rho_x^2 + (3l_y^2-1)\rho_y^2 + (3l_z^2-1)\rho_z^2] dm + \\ & -\frac{\mu}{2R_C^3} [6l_x l_y J_{xy}^C + 6l_x l_z J_{xz}^C + 6l_y l_z J_{yz}^C], \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

onde $J_{xy}^C = \int_m \rho_x \rho_y dm$, $J_{xz}^C = \int_m \rho_x \rho_z dm$ e $J_{yz}^C = \int_m \rho_y \rho_z dm$, são os produtos de inércia de $\overline{\overline{J}}^C$, a diádica de inércia com relação ao ponto C do satélite no seu estado deformado, escrita no sistema $\{C, \vec{i}_C, \vec{j}_C, \vec{k}_C\}$. Note que $\overline{\overline{J}}^C$ é dada por

$$\overline{\overline{J}}^C = \begin{bmatrix} J_{xx}^C & -J_{xy}^C & -J_{xz}^C \\ & J_{yy}^C & -J_{yz}^C \\ & & J_{zz}^C \end{bmatrix},$$

onde $J_{xx}^C = \int_m (\rho_y^2 + \rho_z^2) dm$, $J_{yy}^C = \int_m (\rho_x^2 + \rho_z^2) dm$ e $J_{zz}^C = \int_m (\rho_x^2 + \rho_y^2) dm$, são seus momentos principais de inércia.

Desde que $l_x^2 + l_y^2 + l_z^2 = 1$, no integrando do primeiro termo da expressão (B.6), tem-se

$$\begin{aligned} & (3l_x^2 - 1)\rho_x^2 + (3l_y^2 - 1)\rho_y^2 + (3l_z^2 - 1)\rho_z^2 = \\ & (2 - 3l_y^2 - 3l_z^2)\rho_x^2 + (2 - 3l_x^2 - 3l_z^2)\rho_y^2 + (2 - 3l_x^2 - 3l_y^2)\rho_z^2 = \\ & (1 - 3l_y^2)(\rho_x^2 + \rho_z^2) + (1 - 3l_x^2)(\rho_x^2 + \rho_y^2) + (1 - 3l_x^2)(\rho_y^2 + \rho_z^2) \end{aligned}$$

e, portanto

$$\begin{aligned} & -\frac{\mu}{2R_c^3} [(1 - 3l_x^2)J_{xx}^C + (1 - 3l_y^2)J_{yy}^C + (1 - 3l_z^2)J_{zz}^C] + \\ & -\frac{\mu}{2R_c^3} [\hat{0} i_x i_y J_{xy}^C + \hat{0} i_x i_z J_{xz}^C + \hat{0} i_y i_z J_{yz}^C] = \\ & -\frac{\mu}{2R_c^3} \text{tr}(\overline{\overline{J^C}}) + \frac{3\mu}{2R_c^3} [l_x^2 J_{xx}^C + l_y^2 J_{yy}^C + l_z^2 J_{zz}^C - 2l_x l_y J_{xy}^C - 2l_x l_z J_{xz}^C - 2l_y l_z J_{yz}^C], \end{aligned}$$

onde $\text{tr}(\overline{\overline{J^C}})$ denota o traço da diádica de inércia do satélite.

Colocando-se os cossenos diretores l_x , l_y e l_z em notação vetorial, pode-se compactar ainda mais a última expressão, o que faz com que a soma dos dois últimos termos de (B.5), assumam finalmente a forma

$$-\frac{\mu}{2R_c^3} \text{tr}(\overline{\overline{J^C}}) + \frac{3\mu}{2R_c^3} \vec{L}^T \overline{\overline{J^C}} \vec{L}, \quad (\text{B.7})$$

onde $\vec{L} = l_x \vec{i}_c + l_y \vec{j}_c + l_z \vec{k}_c$.

A substituição de (B.7) em (B.5), resulta como expressão

$$V_G = -\frac{\mu m}{R_c} + \mu \int_m \frac{\vec{R}_c}{R_c^3} \cdot \vec{\rho} dm - \frac{\mu}{2R_c^3} \text{tr}(\overline{\overline{J^C}}) + \frac{3\mu}{2R_c^3} \vec{L}^T \overline{\overline{J^C}} \vec{L}. \quad (\text{B.8})$$

Como C é o centro de massa instantâneo do satélite, decorre que

$$\mu \int_m \frac{\vec{R}_c}{R_c^3} \cdot \vec{\rho} dm = \mu \frac{\vec{R}_c}{R_c^3} \int_m \vec{\rho} dm = 0,$$

sendo nulo, portanto, o segundo termo de (B.8).

Por fim, em acordo com Hughes (1986, p. 238), chega-se à expressão para a energia potencial gravitacional

$$V_G = -\frac{\mu m}{R_c} - \frac{\mu}{2R_c^3} \text{tr}(\overline{\overline{J^C}}) + \frac{3\mu}{2R_c^3} \vec{L}^T \overline{\overline{J^C}} \vec{L}. \quad (\text{B.9})$$

APÊNDICE C

ENERGIA POTENCIAL ELÁSTICA

Neste apêndice, será obtida a energia potencial elástica de uma placa devida à sua deformação elástica, sem compressão, utilizando-se a teoria clássica de elasticidade para pequenas deflexões. O material com o qual são feitas as placas será considerado homogêneo e distribuído continuamente em seu volume.

C.1 - Tensões atuantes num elemento de massa

Nesta seção, a notação e as convenções adotadas são as de Timoshenko e Goodier (1980).

As tensões *normal* e de *cisalhamento*, denotadas respectivamente por σ e τ , atuantes num elemento de massa no ponto P com arestas paralelas aos eixos coordenados x , y e z ¹, terão subíndices indicando a direção do plano no qual agem. Os sentidos positivos serão os da Figura (C.1).

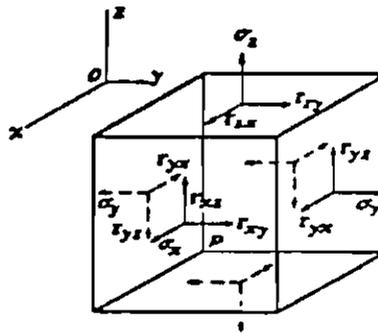


Fig. C.1 - Sentidos Positivos das Tensões Normal e de Cisalhamento

A tensão normal será considerada positiva se for de tração e negativa se for de compressão. Seu subíndice indica a qual eixo ela é paralela.

¹Os eixos x e y estão contidos no plano da placa, cada um com a direção de um bordo, e z tem a direção da normal.

A tensão de cisalhamento será decomposta em duas componentes paralelas aos eixos coordenados. Neste caso a primeira letra do subíndice determina a direção de atuação da normal ao plano considerado e a segunda letra determina a qual eixo a tensão de cisalhamento é paralela. Suas componentes serão positivas se orientadas no sentido positivo de um dos eixos coordenados x , y ou z , e atuarem em *faces positivas*, isto é, as três faces que não possuem arestas contidas nos planos formados pelos eixos coordenados ou, se orientadas no sentido negativo e atuarem nas outras faces.

Por comodidade, será admitido sem prova (Timoshenko e Goodier (1980)), que as tensões de cisalhamento satisfazem as relações

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} \quad \text{e} \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}.$$

C.2 - Deformações sofridas por um elemento de massa

Considere o elemento de massa não deformado de dimensões dx , dy e dz , colocado no ponto P como mostra a Figura (C.2).

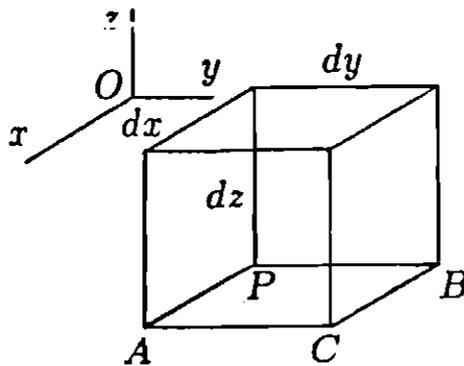


Fig. C.2 - Elemento de Massa Não Deformado no Ponto P

Quando submetido às tensões provenientes da deformação elástica, o ponto P se desloca de $\vec{e} = (u, v, w)$ da posição inicial, para a posição P' (*deslocamento elástico*).

Em consequência do deslocamento de P , o ponto A , seu adjacente, na direção x , se desloca de aproximadamente

$$u + \frac{\partial u}{\partial x} dx.$$

Portanto, devido à deformação elástica, o tamanho da aresta PA passou a ser aproximadamente $\frac{\partial v}{\partial x} dx$ e não mais dx . Usualmente, $\frac{\partial v}{\partial x}$ é denominado *alongamento unitário* ou *deformação linear unitária*, sendo denotado por ϵ_x . Para as outras direções, analogamente, teremos ϵ_y e ϵ_z .

Note que além dos alongamentos unitários ϵ_x , ϵ_y e ϵ_z , ocorrem outras deformações. Observando a vista superior do deslocamento do ponto P para o ponto P' mostrada pela Figura (C.3), vê-se que o ponto A sofre também um deslocamento na direção y dado por $v + \frac{\partial v}{\partial x} dx$ e o ponto B , além do alongamento unitário na direção y , ϵ_y , sofre um deslocamento na direção x dado por $u + \frac{\partial u}{\partial y} dy$.

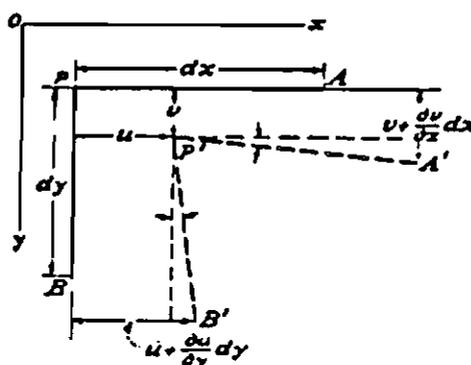


Fig. C.3 - Vista Superior do Deslocamento de P para P'

Resulta dos deslocamentos dos pontos A e B , uma pequena *deformação angular* entre os segmentos originais PA e PB e os segmentos $P'A'$ e $P'B'$ no estado deformado. Admitindo-se que $\frac{\partial v}{\partial x} dx$ e $\frac{\partial u}{\partial y} dy$ sejam suficientemente pequenos, podemos admitir que o ângulo entre os segmentos PA e $P'A'$ vale aproximadamente $\frac{\partial v}{\partial x}$ e entre PB e $P'B'$, $\frac{\partial u}{\partial y}$. Com isto, o ângulo inicialmente reto APB sofre uma *distorção* de $\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$.

As deformações angulares entre os planos xy e xz e entre os planos yx e yz podem ser obtidas da mesma maneira. Utilizando a letra γ para representar as deformações angulares, das considerações acima, as componentes de deformação são escritas:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} & \epsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} & \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \quad (C.1)$$

C.3 - Trabalho realizado pelas tensões

Supondo-se que a força que age numa face é igual ao produto da tensão no ponto central pela área da face, por exemplo o trabalho realizado pela tensão normal σ_x , admitida constante ao longo do elemento de massa representado na Figura (C.4), vale

$$\frac{1}{2} \sigma_x [(u)_1 - (u)_2] dydz,$$

onde $(u)_i$, $i = 1$ ou 2 , representa o deslocamento da face de centro i , perpendicular ao eixo x .

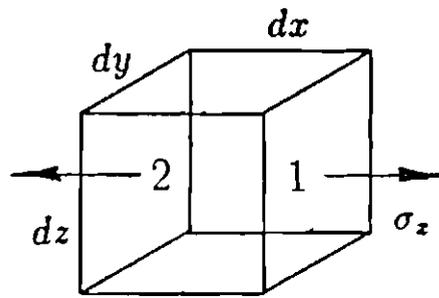


Fig. C.4 - Ação da Tensão Normal σ_x

No limite, a expressão torna-se

$$\frac{1}{2} \sigma_x \frac{\partial u}{\partial x} dx dy dz.$$

Considerando-se a tensão de cisalhamento τ_{xy} , para as faces 1 e 2, o trabalho realizado é escrito como sendo

$$\frac{1}{2} \left(\sigma_x \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} \right) dx dy dz.$$

Portanto, para o elemento de massa, levando-se em conta todas as faces e não se esquecendo que foi admitida a igualdade $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, o trabalho realizado pelas tensões assume a forma

$$dW = \frac{1}{2} \left[\sigma_x \frac{\partial u}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{xy} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] dx dy dz.$$

C.4 - Energia potencial elástica

Como a força elástica é conservativa, pode-se exprimir a energia potencial elástica armazenada na placa, na forma

$$V_E = - \int dW = - \frac{1}{2} \iiint \sigma_x \frac{\partial u}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{xy} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) dx dy dz ,$$

a qual, utilizando-se (C.1) e (C.3), se escreve

$$V_E = - \frac{1}{2} \frac{E}{1 - \nu^2} \iiint \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 - 2(1 - \nu) \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{(1 - \nu)}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 dx dy dz .$$

Em termos da deflexão w da placa, os deslocamentos do elemento de massa colocado em P nas direções x e y são dados respectivamente por

$$u = -z \frac{\partial w}{\partial x} \quad \text{e} \quad v = -z \frac{\partial w}{\partial y} ,$$

onde z é a distância acompanhada de sinal, de P até o plano médio do painel, tendo sinal positivo se acima deste e negativo se abaixo.

Substituindo-se (C.4) na expressão de V_E , tem-se

$$V_E = - \frac{1}{2} \frac{E}{1 - \nu^2} \iiint z^2 \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1 - \nu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy dz ,$$

que integrada em z de $-h/2$ a $h/2$, onde h é a espessura da placa, torna-se, em acordo com Leissa (1969),

$$V_E = - \frac{1}{2} \mathcal{D} \int_{PS} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1 - \nu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] d_{PS} ,$$

onde $\mathcal{D} = Eh^3/[12(1 - \nu^2)]$.

**PUBLICAÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS
EDITADAS PELO INPE**

RELATÓRIOS DE PESQUISA

- Reportam resultados de pesquisa tanto de natureza técnica quanto científica.

NOTAS TÉCNICO-CIENTÍFICAS

- Incluem resultados preliminares de pesquisa, descrição de equipamentos, software, sistemas e experimentos, apresentação de testes, dados e atlas, e documentação de projetos de engenharia.

MANUAIS TÉCNICOS

- Descrevem normas, procedimentos, instruções e orientações.

PUBLICAÇÕES DIDÁTICAS

- Apostilas, notas de aula e manuais didáticos.

TESES E DISSERTAÇÕES

- Teses e Dissertações apresentadas nos Cursos de Pós-Graduação do INPE.

PUBLICAÇÕES SERIADAS

- Periódicos Técnico-científicos: Boletim de Sensoriamento Remoto, Climanálise: Boletim de Monitoramento e Análise Climática.
- Anais de Eventos