ESTUDO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS NÃO-LINEARES E ESTABILIDADE

Alex Thaumaturgo Dias
Aluno da Universidade de Taubaté - Bolsa PIBIC/CNPq
Orientador: Dr. Mário César Ricci, Tecnologista, DMC

O objetivo principal deste trabalho é fazer um estudo de caráter geométrico que leva a uma compreensão qualitativa sobre o comportamento das equações diferenciais não-lineares. É importante salientar que esta informação qualitativa pode ser conseguida sem necessariamente ter que resolver, por um método analítico ou numérico, o sistema de equações diferenciais.

Esse estudo começa com um sistema de equações diferenciais mais simples, um sistema homogêneo, linear, de segunda ordem, com coeficientes constantes, do tipo $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}$, onde $\dot{\mathbf{x}} \equiv d\mathbf{x}/dt$, $\mathbf{A}$ é uma matriz constante 2 x 2 e $\mathbf{x}$ é um vetor coluna 2 x 1. São denominados *pontos críticos* ou *de equilíbrio* os pontos onde $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{0}$, e a partir dos autovalores e autovetores deste sistema se determina o tipo de ponto crítico, sua estabilidade e se pode também obter as *trajetórias* no *plano de fase*.

Na segunda parte do estudo se considera um sistema não-linear, bidimensional, autônomo $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$, e o nosso maior interesse é examinar o comportamento das trajetórias do sistema nas vizinhanças de um ponto crítico $\mathbf{x}_0$, para tal se utiliza do desenvolvimento de Taylor para linearizar este sistema não-linear nas vizinhanças do ponto crítico. O sistema linearizado é dado por $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{g}(\mathbf{x})$ onde $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ é a parte não-linear do sistema, a partir da linearização temos condição de estudar o tipo e a estabilidade dos pontos críticos podendo também esboçar as trajetórias no plano de fase para todo o sistema não-linear.

Bibliografia

1. Boyce, William E. e Di Prima, Richard C. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorna.** Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 5ª edição, 1994.
2. D'Azzo, John J. e Houpis, Constantine H. **Análise e Projeto de Sistemas de Controle Lineares.** Guanabara Dois. 2ª edição, 1984.
3. Baker, Gregory L. e Gollub, Jerry P. **Chaotic Dynamics an introduction.** Cambridge University Press, 1ª edição, 1990.